جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
الإدارة العامة لشئون الكتب

الرِّيَاضِيَّاتُ

الصف الأول الإعدادي

تأليف

جمال فتحي عبد الستار

مراجعة

أ/ سمير محمد سعداوى — **أ/ فتحى أحمد شحاته**

مدير تنمية المادة

أ/ منال عزقول

اشراف

د/ أكرم حسن محمد

رئيس الإدارة المركزية لتطوير المناهج

٢٠٢٤/٢٠٢٣

مقدمة

يسعدنا أن نقدم كتاب الرياضيات لأبنائنا وبناتنا تلاميذ الصف الأول الإعدادي على أمل أن يكون محققا لما سعينا من أجله من سهولة المعلومات ووضوح الأسلوب وتحقيق الهدف بإعداد جيل قادر على التفكير العلمي والابتكار. إن طموحات العقل الإنساني وتعلقاته قد جاوزت حدود الأرض لتخترق آفاق الفضاء الخارجي فتنقل إلينا الأقمار الصناعية وشبكات المعلومات أحدث ما يدور فيه صباح ومساء. وبفضل التقدم التكنولوجي أصبحت مصادر التعلم كثيرة ومتنوعة ووسائط المعرفة أكثر عددًا وأكبر تنوعًا والوسائل المعينة في التدريس أكبر أثرًا وأكثر تعقيدًا وأعلى قيمة.

لم تكن جمهورية مصر العربية بحضارتها لتتخلف عن مواكبة ما يشهده العالم من تقدم سريع في اكتشافات العلم وتطور هائل في تكنولوجيا التعلم فلعلك تتابع ما يحدث في تعليمنا من تطوير وما أدخل إلى مدارسنا من وسائط تعليمية متطورة.

وقد روعي في تأليف هذا الكتاب

- **التعرف على الرياضيات التى تستخدم الرموز بدلا من الأعداد ، لأن دراسة الأعداد غير كافية لحل المشكلات الواقعية .**
- استخدام الصور والأشكال وتوظيف الألوان في توضيح المفاهيم الرياضية وخواص الأشكال.
- التكامل والربط بين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى.
- تصميم المواقف التعليمية بما يساعد على أساس التعلم النشط ومهارات حل المشكلات.
- عرض الدروس بحيث يصل التلميذ بنفسه إلى المعلومات.
- تضمين الكتاب قضايا واقعية وأنشطة ومواقف تعليمية مرتبطة بمشكلات البيئة والصحة والسكان إضافة إلى قضايا تنمية القيم مثل حقوق الإنسان والمساواة والعدالة وتنمية مفاهيم الانتماء إلى الوطن.
- وفى الجزء الخاص بالأنشطة والتدريبات : يوجد أسئلة تقويمية لكل درس ، وتمارين متنوعة على كل وحدة ، واختبار فى نهاية كل وحدة ، ونشاط خاص ، ونماذج امتحانات عامة تساعد على مراجعة المقرر كاملاً .

و قد تم رفعها على الموقع الالكتروني للوزارة

وقد اشتمل الكتاب على الفصلين الدراسيين بحيث يشمل على ٤ وحدات بالفصل الدراسى الاول وثلاث وحدات بالفصل الدراسى الثانى

وقد روعي في شرح موضوعات الكتاب تبسيط المعلومة إلى أقصى قدر مستطاع مع تنوع التمارين وإعطاء الدارسين الفرصة للتفكير والابتكار.

المؤلف

الفصل الدراسي الاول

الرموز الرياضية المستخدمة

لكل رمز من الرموز الرياضية الآتية مدلوله وكيفية توظيفه

الرمز	يُقْرَأُ
س = { .... ، .... ، .... }	المجموعة س تساوي
∅ أو { }	فاي (المجموعة الخالية التي لا تحتوي على أي عنصر)
∈	عنصر من أو ينتمي إلى
∉	ليس عنصرا في أو لا ينتمي إلى
⊂	محتواة في أو جزئية من
⊄	غير محتواة في أو ليست جزئية من
س ∩ ص = { أ : أ ∈ س ، أ ∈ ص }	تقاطع المجموعتين س ، ص هي المجموعة التي تشمل كل العناصر الموجودة في المجموعتين معا
س ∪ ص = { أ : أ ∈ س أو أ ∈ ص }	اتحاد المجموعتين س ، ص هو المجموعة التي تشمل كل العناصر الموجودة في المجموعتين أو كلتيهما
ط	مجموعة الأعداد الطبيعية { ٠ ، ١ ، ٢ ، ... }
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة { ... ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ... }
$ص_+$	مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة {١ ، ٢ ، ٣ ، ...}
$ص_-$	مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة {-١ ، -٢ ، -٣ ، ...}
≤	أقل من أو يساوي
≥	أكبر من أو يساوي
≠	لا تساوي

الرمز	يُقْرَأُ
| أ |	القيمة المطلقة للعدد أ
(أ ، ب)	الزوج المرتب أ ، ب
أ × أ × ... إلى ن من العوامل = أ^{ن}	القوة النونية للعدد أ «أ أس ن»
$\sqrt{أ}$	الجذر التربيعي للعدد أ
//	يوازي
⊥	عمودي على
△	مثلث
∵	بما أن
∴	إذن
∟	زاوية قائمة
$\overline{\text{أ ب}}$	القطعة المستقيمة أ ب
$\overleftarrow{\text{أ ب}}$	الشعاع أ ب
$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$	الخط المستقيم أ ب
∠	زاوية
≡	تطابق

المحتويات

الوَحْـدَةُ الأُولَى الأَعْـــــدَادُ النِّسْـــبِيَّةُ

محمد بن أحمد أبو الريحان البيروني
(ولد سنة ٣٦٣ هـ / ٩٧٣ م)

ذَكَـرَ الْبَيْرُونِيُّ وَهُوَ مَنْ مَشَـاهِيرِ الرِّيَاضِيِّيـنَ الْعَرَبِ أَنَّ صُوَرَ الْحُرُوفِ وَأَرْقَامَ الْحِسَابِ تَخْتَلِفُ فِي الْهِنْدِ بِاخْتِلافِ الْمَحَـلَّاتِ وَأَنَّ الْعَرَبَ أَخَذُوا أَحْسَـنَ مَـا عِنْدَهُمْ فَهَذَّبُوا بَعْضَهَا وَكَوَّنُوا مِنْ ذَلِكَ سِلْسِلَتَيْنِ عُرِفَت إِحْدَاهُما:

الأَرْقَامُ الْهِنْدِيَّةُ

١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٠

وَتُسْتَخْدَمُ فِي الشَّرْقِ الْعَرَبِيِّ وَهِيَ مِن أَصْلٍ هِنْدِيٍّ

الأَرْقَامُ الأَنْدَلُسِيَّةُ (الْغُبَارِيَّةُ)

1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 0

وَتُسْتَخْدَمُ فِي الْمَغْرِبِ الْعَرَبِي وَالأَنْدَلُس

مُحْتَوَيَاتُ الوَحْـدَةِ

الدَّرْسُ الأَوَّلُ

مَجْموعَةُ الأَعْدادِ النِّسْبِيَّة

نَعْلَمُ أَنَّ

- ٢ = $\frac{٢}{١}$ ⟵ $\frac{أ}{ب}$ ، ٢ ∈ ص
- صفر = $\frac{صفر}{١}$ ⟵ $\frac{أ}{ب}$ ، صفر ∈ ص
- -١ = -$\frac{١}{١}$ ⟵ -$\frac{أ}{ب}$ ، -١ ∈ ص
- -١$\frac{٣}{٤}$ = -$\frac{٧}{٤}$ ⟵ -$\frac{أ}{ب}$ ، -١$\frac{٣}{٤}$ ∉ ص
- -١,٢٥ = -$\frac{٥}{٤}$ ⟵ -$\frac{أ}{ب}$ ، -١,٢٥ ∉ ص

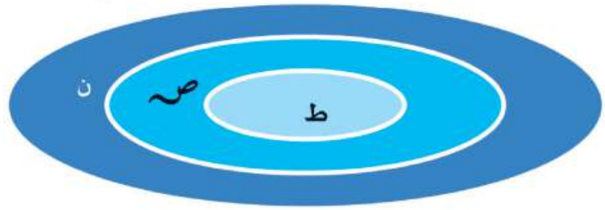
يُكْتَبُ الْعَدَدُ النِّسْـبِيُّ عَلَى الصُّورَةِ $\frac{أ}{ب}$ ، حَيْثُ أ ، ب أَعْدَادٌ صَحِيحَةٌ ، ب ≠ صِفْر

مَجْمُوعَةُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

ن = { س : س = $\frac{أ}{ب}$ ، أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر }

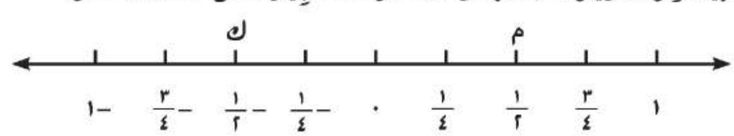
ص ⊂ ن

مَجْمُوعَةُ الأَعْدَادِ الصَّحِيحَةِ مَجْمُوعَةٌ جُزْئِيَّةٌ مِنَ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ. أَيْ أَنَّ ص مَجْمُوعَةٌ جُزْئِيَّةٌ مِنْ ن



ط ⊂ ص ⊂ ن

وَيُمْكِنُ تَمْثِيلُ مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ.



تُمَثِّلُ النُّقْطَةُ م مُنْتَصَفَ المَسَافَةِ بَيْنَ ٠ ، ١ العَدَدُ النِّسْبِيُّ $\frac{١}{٢}$ وَيُقْرَأُ العَدَدُ النِّسْبِيُّ مُوجَبُ نِصْفٍ

تُمَثِّلُ النُّقْطَةُ ك مُنْتَصَفِ المَسَافَةِ بَيْنَ ٠ ، -١ العَدَدِ النِّسْبِيِّ - $\frac{١}{٢}$ وَيُقْرَأُ العَدَدُ النِّسْبِيُّ سَالِبُ نِصْفٍ

مثـــال ١

اكْتُبْ الأعدادَ الآتيةَ على الصورةِ $\frac{أ}{ب}$

(أ) $|-\frac{1}{3}\ 9|$ (ب) $0{,}15$ (جـ) 40%

الحَـــــلُّ

(أ) $|-\frac{1}{3}\ 9| = 9\frac{1}{3} = \frac{28}{3}$

(ب) $0{,}15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

(جـ) $40\% = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

مثـــال ٢

اكْتُبْ الأعدادَ الآتيةَ على صورةِ أعدادٍ عشريةٍ و نسبة مئوية .

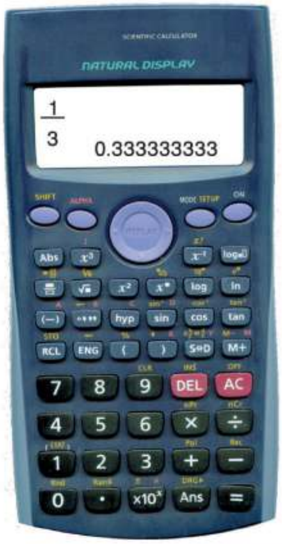
(أ) $\frac{16}{25}$ (ب) $|-2\frac{1}{4}|$ (جـ) $\frac{25}{8}$

الحَـــــلُّ

(أ) $\frac{16}{25} = \frac{16\times4}{25\times4} = \frac{64}{100} = 0{,}64 = 64\%$

(ب) $|-2\frac{1}{4}| = \frac{9}{4} = 2{,}25 = 225\%$

(جـ) $\frac{25}{8} = 3\frac{1}{8} = 3{,}125 = 312{,}5\%$



الأَشْكَالُ الْمُخْتَلِفَةُ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ

- كِتَابَةُ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ مِثْل $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ كَعَدَدٍ عَشْرِيٍّ مُنْتَهٍ :

$\frac{٣}{٤} = ٠{,}٧٥ = ٠{,}٧٥٠ = \dots$

$\frac{٧}{٥} = \frac{١٤}{١٠} = ١{,}٤ = ١{,}٤٠ = \dots$

- كِتَابَةُ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ مِثْل $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ عَلَى صُورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ :

$\frac{٣}{٤} = \frac{٢٥ \times ٣}{٢٥ \times ٤} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٧٥ \%$

$\frac{٧}{٥} = \frac{٢٠ \times ٧}{٢٠ \times ٥} = \frac{١٤٠}{١٠٠} = ١٤٠ \%$

- كِتَابَةُ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ مِثْل $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{١١}$ كَعَدَدٍ عَشْرِيٍّ دائِرِيٍّ غَيْرِ مُنْتَهٍ :

$\frac{١}{٣} = ٠{,}٣٣٣\dots = ٠{,}\dot{٣}$

$\frac{٢}{١١} = ٠{,}١٨١٨١٨\dots = ٠{,}\dot{١}\dot{٨}$

يُقْرَأُ ٠,٣ دَائِرٌ

وَضْعُ النُّقْطَةِ فَوْقَ الرَّقْمِ مَعْنَاهُ أَنَّ الْعَدَدَ دَائِرٌ

فمثلاً :

لكتابة العدد $\frac{١}{٣}$ كعدد عشري دائري غير منته باستخدام الألة الحاسبة ،ندخل العدد $\frac{١}{٣}$ علي الألة الحاسبةثم نضغط علي علامه $\boxed{=}$ فنحصل علي ٠,٣٣٣٣٠٠٠ كما ظهر بالألة .

ولكتابة العدد $٠{,}\dot{٣}$ علي صورة عدد نسبي باستخدام الألة الحاسبة ندخل العدد ٠,٣٣٣٣٣٠٠٠ ونكرر العدد ٣ حتي أخر الشاشة الموجودة ثم نضغط علي علامة $\boxed{=}$ فنحصل علي العدد النسبي $\frac{١}{٣}$

أي أن : $٠{,}\dot{٣} = \frac{١}{٣}$

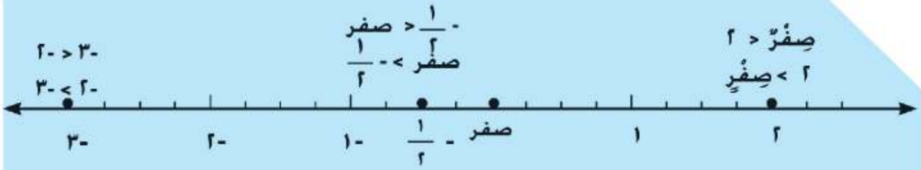
مثال : لكتابة العدد $٠{,}١\dot{٤}\dot{٥}$ على صورة عدد نسبى، ندخله بالألة الحاسبة علي الصورة ٠,١٤٥٤٥٠٠٠ ونكرر العدد ٤٥ حتي آخر الشاشة ثم نضغط علي $\boxed{=}$

فنحصل علي العدد النسبي $\frac{٨}{٥٥}$ أي أن : $٠{,}١\dot{٤}\dot{٥} = \frac{٨}{٥٥}$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثَّاني مُقَارَنَةُ وَتَرْتِيبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

خَطُّ الأَعْدَادِ



إِذَا كَانَتِ النُّقْطَةُ الَّتِي تُمَثِّلُ الْعَدَدَ النِّسْبِيَّ «م» تَقَعُ عَلَى يَسَارِ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ «ب» فَإِنَّ

م < ب (أَقَلُّ مِنْ) ، أ ب > م (أَكْبَرُ مِنْ)

التَّرْتِيبُ التَّصَاعُدِيُّ لِلْأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ -٣ ، صِفْرٌ، ٢ ، - $\frac{١}{٢}$ ، هُوَ: -٣ ، - $\frac{١}{٢}$ ، صِفْرٌ ، ٢

التَّرْتِيبُ التَّنَازُلِيُّ للأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ -٣ ، صِفْرٌ، ٢ ، - $\frac{١}{٢}$ ، هُوَ : ٢ ، صِفْرٌ ، - $\frac{١}{٢}$ ، -٣

مثــال ١

مَثِّلِ الأَعْدَادَ النِّسْبِيَّةَ ٣ ، - $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، صِفر ، -٤ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ ثُمَّ رَتِّبْهَا تَصَاعُدِيًّا

الْحَـــلُّ

التَّرْتِيبُ التَّصَاعُدِيُّ هُوَ : -٤ ، - $\frac{٣}{٢}$ ، صفر ، $\frac{٥}{٢}$ ، ٣

يُمْكِنُكَ تَرْتِيبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ حَسْبَ مَوْضِعِهَا عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ

مثــال ٢

أَيُّهُمَا أَكْبَرُ $\frac{٤}{٧}$ أم $\frac{٣}{٥}$ ؟

الْحَـــلُّ

م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٧ ، ٥ هُوَ ٣٥

$\frac{٤}{٧} = \frac{٤ \times ٥}{٧ \times ٥} = \frac{٢٠}{٣٥}$

$\frac{٣}{٥} = \frac{٣ \times ٧}{٥ \times ٧} = \frac{٢١}{٣٥}$

$\Longleftarrow \frac{٢١}{٣٥} > \frac{٢٠}{٣٥}$

الْعَدَدُ النِّسْبِيُّ $\frac{٣}{٥}$ أَكْبَرُ مِنَ الْعَدَدِ النِّسْبِيِّ $\frac{٤}{٧}$

مثــال ٣

أَيُّهُمَا أَكْبَرُ - $\frac{٢}{٣}$ أم - $\frac{٣}{٤}$ ؟

الْحَـــلُّ

م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٣ ، ٤ هُوَ ١٢

- $\frac{٢}{٣}$ = - $\frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٤}$ = - $\frac{٨}{١٢}$

- $\frac{٣}{٤}$ = - $\frac{٣ \times ٣}{٤ \times ٣}$ = - $\frac{٩}{١٢}$

$\Longleftarrow$ - $\frac{٨}{١٢}$ > - $\frac{٩}{١٢}$

الْعَدَدُ النِّسْبِيُّ - $\frac{٢}{٣}$ أَكْبَرُ مِنْ - $\frac{٣}{٤}$

مثـــال ٤

اكتب ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٣}$

الحَـــلُّ

يلزم لذلك توحيد مقامى العددين النسبيين أولاً :

م . م . أ للمقامات ٥ ، ٣ هو ١٥

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{٤}{٥} = \frac{٣ \times ٤}{٣ \times ٥} = \frac{١٢}{١٥} \\ \frac{٢}{٣} = \frac{٥ \times ٢}{٥ \times ٣} = \frac{١٠}{١٥} \end{array} \right. \Longleftarrow$$

العدد النسبى $\frac{١١}{١٥}$ يقع بين العددين $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٣}$

لأن $\frac{١٠}{١٥} < \frac{١١}{١٥} < \frac{١٢}{١٥}$

ولكى نوجد ثلاثة أعداد محصورة بينهما :

نضرب بسط ومقام العددين $\frac{١٢}{١٥}$ ، $\frac{١٠}{١٥}$ فى ٢

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{١٢}{١٥} = \frac{٢ \times ١٢}{٢ \times ١٥} = \frac{٢٤}{٣٠} \\ \frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ١٠}{٢ \times ١٥} = \frac{٢٠}{٣٠} \end{array} \right. \Longleftarrow$$

الأعداد الثلاثة المطلوبة هى :

$\frac{٢١}{٣٠}$ ، $\frac{٢٢}{٣٠}$ ، $\frac{٢٣}{٣٠}$

لأن: $\frac{٢٠}{٣٠} < \frac{٢١}{٣٠} < \frac{٢٢}{٣٠} < \frac{٢٣}{٣٠} < \frac{٢٤}{٣٠}$

ويمكن ايجاد المزيد من الأعداد النسبية المحصورة بين العددين

(أوجد ثلاثة أعداد نسبية أخرى تقع بين $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٣}$)

لذلك يمكن القول أنه :

لأى عددين نسبيين مختلفين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية المحصورة بينهما. (تسمى هذه الخاصية كثافة الأعداد النسبية .)

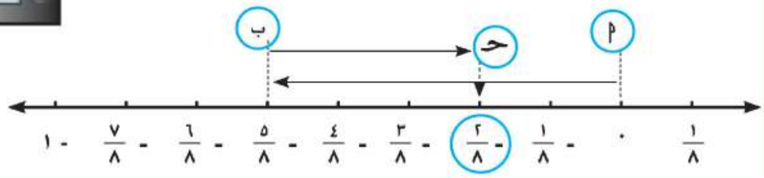
توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

جَمْعُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تَمْثِيلُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ يُسَاعِدُكَ عَلَى جَمْعِهَا:

مثـــال ١

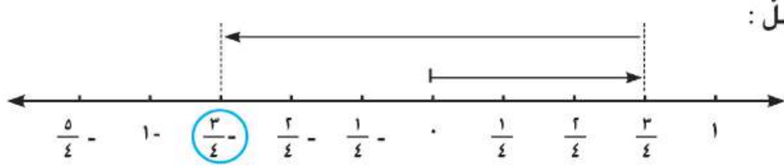
$-\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$



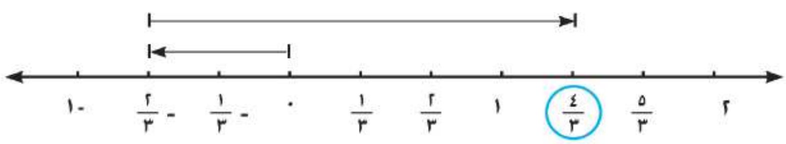
$-\frac{5}{8}+\frac{3}{8}=-\frac{2}{8}$

١ أَكْمِلْ :

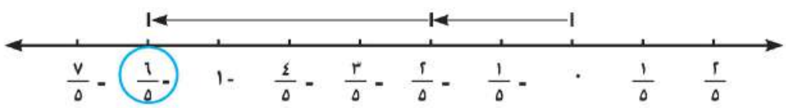
[أ] $\frac{3}{4}+(\quad)=\dots\dots$



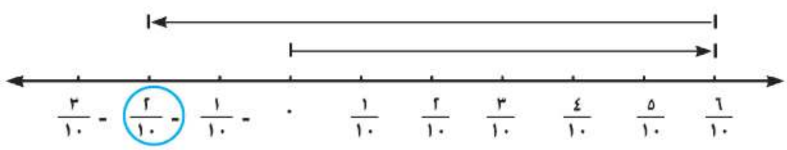
[ب] $(\quad)+\dots\dots=\dots\dots$



[جـ] $(\quad)+(\quad)=\dots\dots$



[د] $\dots\dots+(\quad)=\dots\dots$



٢ اسْتَخْدِمْ خَطَّ الأَعْدَادِ فِي جَمْعِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ الآتِيَةِ :

[أ] $\frac{5}{8}+(-\frac{3}{8})$ [ب] $-\frac{1}{3}+\frac{5}{3}$ [جـ] $-\frac{3}{4}+(-\frac{1}{4})$

مثــال ٢

احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] $-\frac{٤}{٥} + (-\frac{٣}{٢})$

[ب] $٣\frac{١}{٤} + (-٢\frac{١}{٣})$

الْحَــــلُّ

[أ] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٥ ، ٢ = ١٠

$-\frac{٤}{٥} + (-\frac{٣}{٢}) = -(\frac{٤ \times ٢}{٥ \times ٢}) + (-\frac{٣ \times ٥}{٢ \times ٥})$

$= -\frac{٨}{١٠} + (-\frac{١٥}{١٠})$

$= -\frac{٢٣}{١٠}$

[ب] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٤ ، ٣ = ١٢

$٣\frac{١}{٤} + (-٢\frac{١}{٣}) = ٣\,\frac{١ \times ٣}{٤ \times ٣} + (-٢\frac{١ \times ٤}{٣ \times ٤})$

$= ٣\frac{٣}{١٢} + (-٢\frac{٤}{١٢})$

$= ٢\frac{١٥}{١٢} + (-٢\frac{٤}{١٢}) = \frac{١١}{١٢}$

مثــال ٣

أحسِبْ قيَمة كلٍ يأتي في أبسطِ صورةٍ :

(أ) $١\frac{٥}{٨} + (-٧\frac{٣}{٤})$

(ب) $\frac{١}{٥} + (-٤\frac{١}{٣})$

الْحَــــلُّ

(أ) م.م.أ للمقامات ٨ ، ٤ = ٨

$١\frac{٥}{٨} + (-٧\frac{٣}{٤}) = ١\frac{٥}{٨} + (-٧\frac{٣ \times ٢}{٤ \times ٢})$

$= ١\frac{٥}{٨} + (-٧\frac{٦}{٨})$

$= -٦\frac{١}{٨}$

(ب) م.م.أ للمقامات ٥ ، ٣ = ١٥

$\frac{١}{٥} + (-٤\frac{١}{٣}) = \frac{١ \times ٣}{٥ \times ٣} + (-٤\frac{١ \times ٥}{٣ \times ٥})$

$= \frac{٣}{١٥} + (-٤\frac{٥}{١٥})$

$= -٤\frac{٢}{١٥}$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الرَّابِع
خَوَاصُّ عَمَلِيَّةِ الْجَمْعِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

أَكْمِل

[أ] $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} = ...$ هَلْ نَاتِجُ الْجَمْعِ عَدَدٌ نِسْبِيٌّ ؟

[ب] $-\frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٥} = ...$

، $\frac{٢}{٥} + (-\frac{٣}{٥}) = ...$ هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الْجَمْعِ بِتَبْدِيلِ الْعَدَدَيْنِ ؟

[جـ] $(-\frac{٥}{٣} + \frac{٢}{٣}) + \frac{١}{٣} = (\quad) + \frac{١}{٣} = ...$

، $-\frac{٥}{٣} + (\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٣}) = -\frac{٥}{٣} + ... = ...$ هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الجَمْعِ بِدَمْجِ عَدَدَيْنِ مَعًا؟

[د] $-\frac{٨}{٣}$ + صفر = ... هَلْ تَتَغَيَّرُ قِيمَةُ العَدَدِ النِسْبِّي عِنْدَ إِضَافَةِ الصِّفْرِ؟

، صفر + $(-\frac{٤}{٧}) = ...$

[هـ] $\frac{٩}{٨} + (-\frac{٩}{٨}) = ...$ مَاذَا تُلَاحِظ ؟

لِأَيِّ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ ، $\frac{\text{هـ}}{\text{و}}$ يَكُونُ :

الخَاصِّيَّةُ	اسْتِخْدَامُ الرُّمُوزِ	مِثَالٌ
١- الِانْغِلَاقُ	$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} = \frac{\text{أ ء} + \text{ب جـ}}{\text{ء ب}} \in$ ن	إِذَا كَانَ $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ∈ ن فَإِنَّ $\frac{١}{٢} + ٢ = ...$ ∈ ن
٢- الإِبْدَالُ	$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} + \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	
٣-الدَّمْجُ	$(\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}}) + \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + (\frac{\text{جـ}}{\text{ء}} + \frac{\text{هـ}}{\text{و}})$ $= \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} + \frac{\text{هـ}}{\text{و}}$	
٤- العَدَدُ الْمُحَايِدُ الْجَمْعِيُّ	$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + ٠ = ٠ + \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	
٥- وُجُودُ الْمَعْكُوسِ الجَمْعِيِّ	لِكُلِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ مَعْكُوسٌ جَمْعِيٌّ $-\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ حَيْثُ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + (-\frac{\text{أ}}{\text{ب}})$ = صِفْرًا	

- عِنْدَ إِضَافَةِ الصِّفْرِ لِأَيِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ لَا تَتَغَيَّرُ قِيمَتُهُ.
- الصِّفْرُ عَدَدٌ مُحَايِدٌ بِالنِّسْبَةِ لِعَمَلِيَّةِ الْجَمْعِ فِي الْأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ.
- الْمَعْكُوسُ الْجَمْعِيُّ لِلْعَدَدِ صِفْرٍ هُوَ نَفْسُهُ.

مثال ١

احْسِبْ قيمةَ كلٍ مما يأتى مع ذكرِ الخاصيةِ :

(أ) $\frac{٥}{١٠}+\left(\frac{-٧}{١٠}\right)$ ، $\left(\frac{-٧}{١٠}\right)+\frac{٥}{١٠}$

(ب) $\left(\frac{١}{٨}+\frac{٣}{٨}\right)+\frac{٢}{٨}$ ، $\frac{١}{٨}+\left(\frac{٣}{٨}+\frac{٢}{٨}\right)$

(جـ) $\frac{٤}{٥}+\left(\frac{-٤}{٥}\right)$ ، $-\frac{٥}{١٢}+\frac{٥}{١٢}$

الحَـــــلُّ

(أ) $\frac{٥}{١٠}+\left(\frac{-٧}{١٠}\right)=\frac{-٢}{١٠}$

$\left(\frac{-٧}{١٠}\right)+\frac{٥}{١٠}=\frac{-٢}{١٠}$

$\therefore \frac{٥}{١٠}+\left(\frac{-٧}{١٠}\right)=\left(\frac{-٧}{١٠}\right)+\frac{٥}{١٠}=\frac{-٢}{١٠}$ خاصية الإبدال

(ب) $\left(\frac{١}{٨}+\frac{٣}{٨}\right)+\frac{٢}{٨}=\frac{٤}{٨}+\frac{٢}{٨}=\frac{٦}{٨}=\frac{٣}{٤}$

$\frac{١}{٨}+\left(\frac{٣}{٨}+\frac{٢}{٨}\right)=\frac{١}{٨}+\frac{٥}{٨}=\frac{٦}{٨}=\frac{٣}{٤}$

$\therefore \left(\frac{١}{٨}+\frac{٣}{٨}\right)+\frac{٢}{٨}=\frac{١}{٨}+\left(\frac{٣}{٨}+\frac{٢}{٨}\right)=\frac{٣}{٤}$ خاصية الدمج

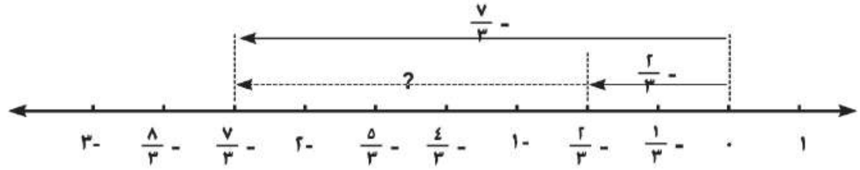
(جـ) $\frac{٤}{٥}+\left(\frac{-٤}{٥}\right)=\frac{٤-٤}{٥}=$ صفر

$\frac{-٥}{١٢}+\frac{٥}{١٢}=\frac{-٥+٥}{١٢}=$ صفر خاصية المعكوس الجمعى

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الخامس

طَرْحُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ



$-\frac{٢}{٣} + ... = -\frac{٧}{٣}$

$-\frac{٢}{٣} + (-\frac{٥}{٣}) = -\frac{٧}{٣}$

عَمَلِيَّةُ الطَّرْحِ ($\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{د}$) هِيَ عَمَلِيَّةُ جَمْعِ المَطْرُوحِ مِنْهُ $\frac{أ}{ب}$ مَعَ المَعْكُوسِ الجَمْعِيِّ لِلْمَطْرُوحِ $\frac{ج}{د}$ أَيْ أَنَّ : $\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} + (-\frac{ج}{د})$

مثـــال ١

احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ :

[أ] $\frac{٩}{٢} - \frac{١٣}{٤}$ [ب] $-٣\frac{٢}{٣} - ٢\frac{٥}{٦}$

الحَـــلُّ

[أ] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٢ ، ٤ = ٤

$\frac{٩}{٢} - \frac{١٣}{٤} = \frac{٩ \times ٢}{٢ \times ٢} + (-\frac{١٣}{٤})$

$= \frac{١٨}{٤} + (-\frac{١٣}{٤}) = \frac{٥}{٤}$

[ب] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٣ ، ٦ = ٦

$-٣\frac{٢}{٣} - ٢\frac{٥}{٦} = -٣\frac{٢ \times ٢}{٣ \times ٢} + (-٢\frac{٥}{٦})$

$= -٣\frac{٤}{٦} + (-٢\frac{٥}{٦}) = -٥\frac{٩}{٦}$

$= -٥\frac{٣}{٢} = -٦\frac{١}{٢}$

مثـــال ٢

احسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

أ) $\frac{٤}{١٥} - ٠,٢$ ب) $٢٠٪ - \left|\frac{-١}{٥}\right|$

الحل

أ) $\frac{٤}{١٥} - ٠,٢ = \frac{٤}{١٥} - \frac{٢}{١٠} = \frac{٨-٦}{٣٠} = \frac{٢}{٣٠} = \frac{١}{١٥}$

ب) $٢٥٪ - \left|\frac{-١}{٥}\right| = \frac{١}{٤} - \frac{١}{٥} = \frac{٥-٤}{٢٠} = \frac{١}{٢٠}$

توجه الى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ السَّادِس ضَرْبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

ضَرْبُ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ

لِضَرْبِ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ يَلْزَمُ ضَرْبُ بَسْطِهِمَا أَوَّلًا لِتَحْصُلَ عَلَى بَسْطِ حَاصِلِ الضَّرْبِ ثُمَّ ضَرْبُ مَقَامَيْهِمَا ثَانِيًا لِتَحْصُلَ عَلَى مَقَامِ حَاصِلِ الضَّرْبِ.

أَكْمِلْ :

$\frac{٢}{٥} \times \frac{٤}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٥ \times ٣} = \frac{...}{...}$ ، $-\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٧} = -\frac{٢ \times ٦}{٣ \times ٧} = \frac{...}{...}$

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ

فَإِنَّ : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

مثال ١

أَوْجِد الناتجَ فى كلِ مما يلِى:

(أ) $\frac{٢}{٥} \times \frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٧} \times \frac{-٤}{٥}$

(جـ) $\frac{-٢}{٩} \times \frac{-١}{٩}$

الحَــــلُّ

(أ) $\frac{٢}{٥} \times \frac{٤}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٥ \times ٣} = \frac{٨}{١٥}$

(ب) $\frac{٣}{٧} \times \frac{-٤}{٥} = \frac{٣ \times -٤}{٧ \times ٥} = \frac{-١٢}{٣٥}$

(جـ) $\frac{-٢}{٩} \times \frac{-١}{٩} = \frac{-٢ \times -١}{٩ \times ٩} = \frac{٢}{٩^{٢}} = \frac{٢}{٨١}$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ السابع خَوَاصُّ عَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

١ اضْرِبْ : $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤} = ...$

هَلْ حَاصِلُ الضَّرْبِ عَدَدٌ نِسْبِيٌّ ؟

٢ أَكْمِلِ الجَدْوَلَ الآتِي :

▲ × ●	▲	●	● × ▲
......	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{٣}{٥}$	......
......	$-\frac{٤}{٧}$	$-\frac{١}{٣}$	......

هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الضَّرْبِ بِتَبْدِيلِ العَدَدَيْنِ؟

٣ أَكْمِلْ :

[أ] $[-\frac{٢}{٥} \times (-\frac{٣}{٤})] \times \frac{١}{٣} = \frac{....}{٢٠} \times \frac{١}{٣} = \frac{....}{٦٠}$

، $-\frac{٢}{٥} \times [(-\frac{٣}{٤}) \times \frac{١}{٣}] = -\frac{٢}{٥} \times \frac{....}{١٢} = \frac{....}{٦٠}$

هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الضَّرْبِ بِدَمْجِ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ؟

[ب] $-\frac{٣}{٥} \times ١ = ...$ ، $١ \times (-\frac{٧}{٨}) = ...$

هَلْ تَتَغَيَّرُ قِيمَةُ العَدَدِ النِسْبِيِّ عِنْدَ ضَرْبِهِ فِي الْوَاحِدِ؟

[جـ] $\frac{٥}{٩} \times \frac{٩}{٥} = ...$ ، $-\frac{٧}{٣} \times (-\frac{٣}{٧}) = ...$

مَاذَا تُلَاحِظُ ؟

[د] $-\frac{١}{٢} \times [(-\frac{٢}{٧}) + \frac{٣}{٧}] = -\frac{١}{٢} \times \frac{....}{٧} = \frac{....}{١٤}$

، $-\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٧} + (-\frac{١}{٢} \times (-\frac{٢}{٧})) = \frac{....}{١٤} + \frac{....}{١٤} = \frac{....}{١٤}$

مَاذَا تُلَاحِظُ ؟

٤ اكْتُبْ مِثَالًا لِكُلِّ خَاصِّيَّةٍ مِنْ خَوَاصِّ عَمَلِيَّةِ الْضَّرْبِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ :

لِأَيِّ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ ، $\frac{هـ}{و}$ يَكُونُ :

الخَاصِّيَّةُ	اسْتِخْدَامُ الرُّمُوزِ	مِثَالٌ
١- الانْغِلَاقُ	$\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء} = \frac{أ حـ}{ب ء} \in ن$	إِذَا كَانَ $-\frac{١}{٤}$ ، $-\frac{٢}{٣} \in ن$ فَإِنَّ $-\frac{١}{٤} \times (-\frac{٢}{٣}) = ... \in ن$
٢- الإِبْدَالُ	$\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء} = \frac{حـ}{ء} \times \frac{أ}{ب}$	
٣- الدَّمْجُ	$(\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء}) \times \frac{هـ}{و}$ $= \frac{أ}{ب} \times (\frac{حـ}{ء} \times \frac{هـ}{و})$ $= \frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء} \times \frac{هـ}{و}$	
٤- العَدَدُ المُحَايِدُ الضَّرْبِيُّ	$\frac{أ}{ب} \times ١ = ١ \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$	
٥- وُجُودُ المَعْكُوسِ الضَّرْبِيِّ	لِكُلِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ $\frac{أ}{ب} \neq$ صفر مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ $\frac{ب}{أ}$ حَيْثُ $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$	
٦- تَوْزِيعُ الضَّرْبِ عَلَى الجَمْعِ	$\frac{أ}{ب} \times (\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}) =$ $(\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{ء}) + (\frac{أ}{ب} \times \frac{هـ}{و})$	

- عِنْدَ ضَرْبِ الوَاحِدِ فِي أَيِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ لَا تَتَغَيَّرُ قِيمَةُ هذا العدد النسبى
- عِنْدَ ضَرْبِ الصفر فِي أَيِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ يَكُون حَاصِلُ الضَّرْب صفرا
- الوَاحِدُ عَدَدٌ مُحَايِدٌ بِالنِّسْبَةِ لِعَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ فِي الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ
- لَا يُوجَدُ مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ لِلْعَدَدِ صِفْرٍ لِأَنَّ $\frac{أ}{صفر}$ لَيْسَ لَهُ مَعْنًى

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثَّامِن قِسْمَةُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

قِسْمَةُ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ

لِقِسْمَةِ العَدَدِ النِّسْبِيِّ $-\frac{٢}{٣}$ عَلَى العَدَدِ النِّسْبِيِّ $\frac{٤}{٥}$ ،
نَضْرِبُ $-\frac{٢}{٣}$ فِي المَعْكُوسِ الضَّرْبِيِّ لِلْعَدَدِ $\frac{٤}{٥}$ وَهُوَ $\frac{٥}{٤}$.

أَكْمِلْ

$$-\frac{٢}{٣} \div \frac{٤}{٥} = -\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤} = -\frac{.....}{.....} = -\frac{.....}{.....}$$

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ .
$\frac{حـ}{ء} \neq$ صِفْر فَإِنَّ $\frac{أ}{ب} \div \frac{حـ}{ء} = \frac{أ}{ب} \times \frac{ء}{حـ}$

مثـــال ١

احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

[أ] $-\frac{٥}{٤} \div (-\frac{٢}{٣})$

[ب] $-٣\frac{٣}{٤} \div (-٢\frac{١}{٤})$

الْحَـــلُّ

المَقْسُومُ سَالِبٌ ، وَالمَقْسُومُ عَلَيه سَالِبٌ ،فَإِنَّ خَارِجَ القِسْمَةِ يَكُونُ مُوجَبًا

[أ] $-\frac{٥}{٤} \div (-\frac{٢}{٣}) = -\frac{٥}{٤} \times (-\frac{٣}{٢})$

$= \frac{٥ \times ٣}{٤ \times ٢}$

$= \frac{١٥}{٨}$

[ب] $-٣\frac{٣}{٤} \div (-٢\frac{١}{٤}) = \frac{١٥}{٤} \div \frac{٩}{٤}$

$= \frac{١٥}{٤} \times \frac{٤}{٩}$

$= \frac{١٥}{٩} = \frac{٥}{٣}$

مثـــال ٢

إِذَا كَانَ أ = $\frac{٣}{٤}$ ، ب = $-\frac{٥}{٢}$ فَأَوْجِدْ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ قِيمَةَ المِقْدَارِ : $\frac{أ - ب}{أ + ب}$

الْحَـــلُّ

$$\frac{أ - ب}{أ + ب} = \frac{\frac{٣}{٤} - (-\frac{٥}{٢})}{\frac{٣}{٤} + (-\frac{٥}{٢})} = \frac{\frac{٣}{٤} + (\frac{٥ \times ٢}{٢ \times ٢})}{\frac{٣}{٤} + (-\frac{٥ \times ٢}{٢ \times ٢})} = \frac{\frac{٣}{٤} + \frac{١٠}{٤}}{\frac{٣}{٤} + (-\frac{١٠}{٤})} = \frac{\frac{١٣}{٤}}{-\frac{٧}{٤}}$$

$$= \frac{١٣}{٤} \times (-\frac{٤}{٧}) = -\frac{١٣}{٧}$$

تطبيقات على الأعداد النسبية :

مثال ١

أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ عند مُنْتَصَفِ الْمَسَافَةِ بَيْنَ $\frac{9}{4}$ ، $\frac{17}{6}$

الْحَـــلُّ

العدد الأصغر = $\frac{9}{4}$ ، العدد الأكبر = $\frac{17}{6}$

$$\frac{9}{4} + \frac{1}{2}\left(\frac{17}{6} - \frac{9}{4}\right) = \frac{9}{4} + \frac{1}{2}\left[\frac{34}{12} + \left(-\frac{27}{12}\right)\right]$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{12}$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{7}{24} = \frac{54}{24} + \frac{7}{24} = \frac{61}{24}$$

م.م.أ للمقامات ٤ ، ٢٤ = ٢٤

∴ العَدَدُ النِّسْبِيُّ $\frac{61}{24}$ يَقَعُ بَيْنَ $\frac{9}{4}$ ، $\frac{17}{6}$

مثال ٢

أوجد عددًا نسبيًا يقع عند ثلث المسافة بين : $-\frac{5}{6}$ ، $-1\frac{1}{2}$ (من جهة الأصغر)

الْحَـــلُّ

العدد الأصغر = $-1\frac{1}{2} = -\frac{9}{6}$ والعدد الأكبر = $-\frac{5}{6}$

$$-\frac{9}{6} + \frac{1}{3}\left[-\frac{5}{6} - \left(-\frac{9}{6}\right)\right] = -\frac{9}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{6}$$

$$= -\frac{9}{6} + \frac{2}{9}$$

$$= \frac{-27 + 4}{18} = -\frac{23}{18}$$

∴ العَدَدُ $-\frac{23}{18}$ يَقَعُ عند ثلث المسافة بين $-\frac{5}{6}$ ، $-1\frac{1}{2}$ من جهة $\left(-\frac{9}{6}\right)$

هل يوجد عدد آخر يقع عند ثلث المسافة بين العددين $-\frac{5}{6}$ ، $-1\frac{1}{2}$ ؟ (من جهة الأصغر)

مثال ٣

أوجد عدداً نسبياً يقع عند ربع المسافة بين $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ (من جهة الأصغر)

الحل

العدد الأصغر = $\frac{1}{3}$ ، العدد الأكبر = $\frac{1}{2}$

∴ العدد الذي يقع في $\frac{1}{4}$ المسافة بين $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ من جهة $\frac{1}{3}$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{8}$$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الوَحْـدَةُ الثَّانِيَةُ الْجَبْـــرُ

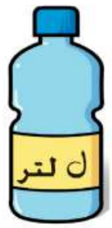
محمد بن موسى الخوارزمي
عالم عراقي مسلم

الْعَـرَبُ هُـمْ: أَوَّلُ مَـنِ اسْـتَعْمَلَ كَلِمَـةَ جَبْـرٍ وَأَوَّلُ مَـنْ أَلَّـفَ فِيـهِ هُـوَ مُحَمَّـدُ بْـنُ مُوسَـى الْخَوارِزْمِيُّ (أبـو الجبـر) فـي عَصْـرِ الْمَأْمُـونِ فَهُـوَ عَالِـمٌ مُسْـلِمٌ عِرَاقِـيٌّ (وُلِـدَ حَوَالَـيُّ ٧٨١ ـ تُوُفِّـيَ بَعْـدَ ٢٣٢ هـــ أَيْ بَعْدَ ٨٤٧ م) وبِفَضْلِ الْخَوارِزْمِيِّ يَسْـتَخْدِمُ الْعَالَمُ الأَعْدَادَ الْعَرَبِيَّةَ الَّتِي غَيَّرَتْ مَفْهُومَنَا عَنِ الأَعْدَادِ كَمَا أَنَّهُ أَدْخَلَ مُفْهُومَ الْعَدَدِ صِفْرٍ.

مُحْتَوَيَاتُ الوَحْـدَةِ

الدَّرْسُ الأَوَّلُ الحُدُودُ وَالمَقَادِيرُ الجَبْرِيَّةُ

- الرِّيَاضِيَّاتُ هِيَ لُغَةُ الرُّمُوزِ فَنَسْتَخْدِمُ الرُّمُوزَ المُخْتَلِفَةَ لِلتَّعْبِيرِ عَنْ أَشْيَاءَ أَوْ أَعْدَادٍ وَنَتَعَامَلُ مَعَهَا بِطُرُقٍ مُشَابِهَةٍ لِلطُّرُقِ الَّتِي نَتَّبِعُهَا مَعَ الأَعْدَادِ فَمَثَلًا:



- طُولُ المُسْتَطِيلِ = ٥ سم .
- سَعَةُ الزُّجَاجَةِ = ل لِتْرًا.
- طُولُ ضِلْعِ المُرَبَّعِ = س
- مِسَاحَةُ المُرَبَّعِ = س × س = س^٢

- إِذَا كَانَ الرَّمْزُ الجَبْرِيُّ أ يُعَبِّرُ عَنْ تُفَّاحَةٍ فَإِنَّ ثَلَاثَ تُفَّاحَاتٍ تَعْنِي: أ + أ + أ = ٣ × أ وَتُكْتَبُ ٣ أ وَيُسَمَّى حَدًّا جَبْرِيًّا

- إِذَا كَانَ الرَّمْزُ الجَبْرِيُّ ح يُعَبِّرُ عَنْ جُنَيْهٍ فَإِنَّ فُقْدَانَ جُنَيْهَيْنِ يَعْنِي (- ح) + (-ح) = -٢ × ح وَتُكْتَبُ - ٢ ح وَيُسَمَّى حَدًّا جَبْرِيًّا

الحَدُّ الجَبْرِيُّ هُوَ مَا تَكَوَّنَ مِنْ حَاصِلِ ضَرْبِ عَامِلَيْنِ أَوْ أَكْثَرَ.

الحَدُّ الجَبْرِيُّ أ = ١ × أ مُكَوَّنٌ مِنْ عَامِلَيْنِ : ١ (عَامِلٌ عَدَدِيٌّ) . أ (عَامِلٌ جَبْرِيٌّ).

الحَدُّ الجَبْرِيُّ ٧ س^٢ = ٧ × س × س مُكَوَّنٌ مِنْ ٣ عَوَامِلَ :

٧ (عَامِلٌ عَدَدِيٌّ) . س (عَامِلٌ جَبْرِيٌّ) . س (عَامِلٌ جَبْرِيٌّ).

يَكُونُ الحَدُّ الجَبْرِيُّ ٣ أ مِنَ الدَّرَجَةِ الأُولَى لأَنَّ أُسَّ الرَّمْزِ أ يُسَاوِي ١

يَكُونُ الحَدُّ الجَبْرِيُّ ٧ س^٢ مِنَ الدَّرَجَةِ الثَّانِيَةِ لأَنَّ أُسَّ الرَّمْزِ س يُسَاوِي ٢

إِذَا جَمَعْنَا الحَدَّيْنِ ٣ أ ، ٧ س^٢ فَإِنَّ ٣ أ + ٧ س^٢ يُسَمَّى مِقْدَارًا جَبْرِيًّا

إِذَا طرحنا ٢ ح من ٣ أ + ٧ س^٢ فَإِنَّ ٣ أ + ٧ س^٢ - ٢ ح مِقْدَارًا جَبْرِيًّا.

المِقْدَارُ الجَبْرِيُّ هُوَ مَا تَكَوَّنَ مِنْ حَدٍّ أَوْ أَكْثَرَ.

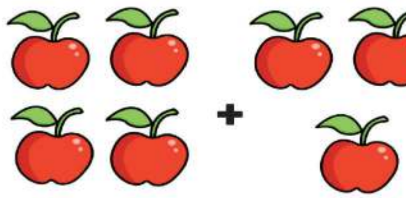
يَكُونُ المِقْدَارُ الجَبْرِيُّ ٤ س^٣ - س ص + ٥ مِنَ الدَّرَجَةِ الثَّالِثَةِ لِأَنَّ أُسَّ الرَّمْزِ س هُوَ أَعْلَى دَرَجَةٍ لِلْحُدُودِ المكَوِّنةِ لَهُ.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثَّانِي

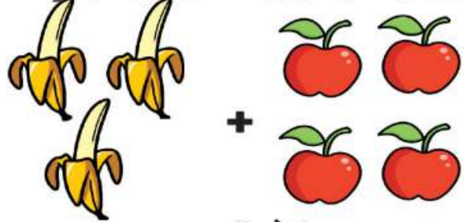
الْحُدُودُ الْمُتَشَابِهَةُ

تَتَشَابَهُ الحُدُودُ إِذَا تَشَابَهَتِ الرُّمُوز الجَبْرِيَّةُ الْمُكَوِّنَةُ لِعَوَامِلِهَا وَتَسَاوَتْ فِيهَا أُسُسُ هَذِهِ الرُّمُوزِ.



٣ أ + ٤ أ = ٧ أ

الحُدُودُ الْجَبْرِيَّةُ ٣ أ ، ٤ أ مُتَشَابِهَةٌ



٤ أ + ٣ ب

الحُدُودُ الجَبْرِيَّةُ ٤ أ ، ٣ ب غَيْرُ مُتَشَابِهَةٍ

فِي عَمَلِيتي جَمْعِ وَطَرْحِ الْحُدُودِ الْمُتَشَابِهَةِ تُجْمَعُ وَتُطْرَحُ مُعَامِلاتُ الحُدُودِ. أَمَّا الْعَوَامِلُ الْجَبْرِيَّة فَتَظَل كَمَا هِيَ.

مثـــال ١

اخْتَصِرِ الْمِقْدَارَ الْجَبْرِيَّ الْآتِي إِلَى أَبْسَطِ صُورَةٍ:

٩ أ - ٤ ب - ٢ ح - ٥ أ + ٧ ب + ٣ ح

الحَـــلُّ

المِقْدَارُ = (٩ أ - ٥ أ) + (- ٤ ب + ٧ ب) + (- ٢ ح + ٣ ح)

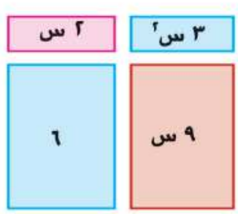
= (٩ - ٥) أ + (-٤ + ٧) ب + (-٢ + ٣) ح

= ٤ أ + ٣ ب + ح

المِقْدَارُ الجَبْرِيُّ يَحْتَوِى على حُدُودٍ مُتَشَابِهَةٍ لِذَلِكَ نَسْتَخْدِمُ خَوَاصَّ الإِبْدَالِ، وَالتَّوْزِيعِ لِأَنَّ الحُدُودَ غَيْرُ المُتَشَابِهَةِ لا تُجْمَعُ.

مثـــال ٢

فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ : اكْتُبِ المِقْدَارَ الجَبْرِيَّ الَّذِي يُعَبِّرُ عَنْ مجموع مِسَاحَاتِ الْمُسْتَطِيلَاتِ.



الحَـــلُّ

مَجْمُوعُ الْمِسَاحَاتِ = ٣ س^{٢} + ٢ س + ٩ س + ٦

= ٣ س^{٢} + (٢ + ٩) س + ٦ = ٣ س^{٢} + ١١ س + ٦

توجه الى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثَّالِثُ ضَرْبُ الْحُدُودِ الْجَبْرِيَّةِ وَقِسْمَتُها

	ب	ب	ب
أ	أ ب		
أ			
أ			
أ			
أ			

عِنْدَ ضَرْبِ الْحَدِّ الجَبريِّ ٥ أ فِى الْحَدِّ الْجَبْرِيِّ ٣ ب نَكْتُبُ:

٥ أ × ٣ ب = ٥ × أ × ٣ × ب = (٥ × ٣) × (أ × ب)

= ١٥ أ ب

أيْ أَنَّنا نَضْرِبُ الْمُعَامِلاتِ ثمَّ نَضْرِبُ الرُّمُوزَ

عِنْدَ ضَرْبِ الحَدِّ الجَبْريِّ ٥ س^{٢} في الحَدِّ الْجَبْرِيِّ ٣ س^{٣} نَكْتُبُ:

٥ س^{٢} × ٣ س^{٣} = (٥ × ٣) × (س^{٢} × س^{٣}) مَاذَا يَحْدُثُ عِنْدَ ضَرْبِ الْأَسَاسَاتِ الْمُتَشَابِهَةِ؟

= ١٥ س$^{...}$

تُجْمَعُ الأُسُسُ عَنَد ضَرْبِ الأعْدادِ ذات الْأَسَاسَاتِ المتساوية

تُطْرَحُ الأُسُسُ عَنَد قِسْمَةِ الأعْدادِ ذات الْأَسَاسَاتِ المتساوية

أَكْمِلْ:

[أ] س^{٢} × س^{٣} = (س × س) × (س × س × س)

= س^{٥} = س$^{٢+٣}$

[جـ] $\frac{\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٣}} = \frac{\text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س}}{\text{س} \times \text{س} \times \text{س}}$

= س^{٢} = س$^{٥-٣}$

[ب] -٢ س^{٦} × (- ٥ س^{٢}) = (-٢ × -٥) × س^{٦} × س^{٢}

= ١٠س$^{...}$

[د] $\frac{-٢\ \text{س}^{٦}}{-٥\ \text{س}^{٢}} = \frac{٢}{٥}$ س$^{...}$

مثــال ١

أجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الآتِيَةَ:

[أ] $\frac{١}{٢}$ ص^{٤} × ٢ ص^{٢}

[ب] $\frac{٢١}{٤}$ س^{٥} × $\frac{٢}{٧}$ س^{٣}

[جـ] –٣ ب^{٦} × $\frac{١}{٦}$ ب

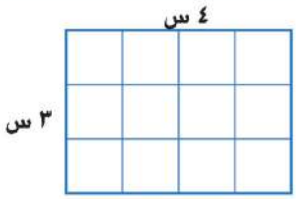
الحَــــلُّ

(أ) $\frac{١}{٢}$ ص^{٤} × ٢ ص^{٢} = ص$^{٤+٢}$ = ص^{٦}

(ب) $\frac{٢١}{٤}$ س^{٥} × $\frac{٢}{٧}$ س^{٣} = $\frac{٣}{٢}$ س$^{٥+٣}$ = $\frac{٣}{٢}$ س^{٨}

(جـ) -٣ب^{٦} × $\frac{١}{٦}$ ب = $\frac{-٣}{٦}$ ب$^{٦+١}$ = $\frac{-١}{٢}$ ب^{٧}

مثـــال ٢



مُسْتَطِيلٌ طُولُه ٤ س وعَرْضُهُ ٣ س مِنَ السَّنْتِيمِتْرَاتِ. احْسِبْ مِسَاحَتَهُ

الحَــــلُّ

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = الطُّولُ × الْعَرْضِ = ٤ س × ٣س = ١٢ س^{٢} سم^{٢}

مثـــال ٣

أجْرِ عَمَلِيَّاتِ القِسْمَةِ الآتِيَةَ:

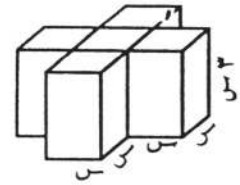
(أ) $\frac{\text{٤أب}^{٣}}{\text{٨أب}}$ (ب) $\frac{\text{٣م}^{٢}\text{ن}^{٤}}{\text{٢٧ م ن}^{٢}}$

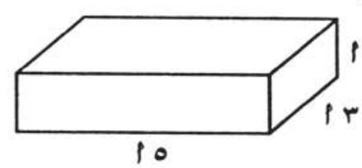
الحَــــلُّ

(أ) $\frac{\text{٤أب}^{٣}}{\text{٨أب}}$ = $\frac{١}{٢}$ × أ$^{١-١}$ × ب$^{٣-١}$ = $\frac{١}{٢}$ أ^{٠} × ب^{٢} = $\frac{١}{٢}$ ب^{٢}

(ب) $\frac{\text{٣ م}^{٢}\text{ن}^{٤}}{\text{٢٧ م ن}^{٢}}$ = $\frac{١}{٩}$ × م$^{٢-١}$ × ن$^{٤-٢}$ = $\frac{١}{٩}$ × م × ن^{٢} = $\frac{١}{٩}$م ن^{٢}

مثال ٤ :احسب المساحة الكلية وحجم المجسم فيما يأتي :

② 

① 

الحـل

الشكل عبارة عن متوازي مستطيلات

١ـ المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × ع = ٢ (٣أ + ٥أ)× أ = ١٦أ × أ = ١٦ أ^{٢}

مساحة القاعدتين = ٢× الطول × العرض = ٢ × ٣ أ × ٥ أ = ٣٠ أ^{٢}

∴ المساحة الكلية للشكل = ١٦ أ^{٢} + ٣٠ أ^{٢} = ٤٦ أ^{٢}

حجم المجسم = الطول × العرض × الارتفاع = أ × ٣ أ × ٥ أ = ١٥ أ^{٣}

٢ ـ الشكل عبارة عن ٥ متوازي مستطيلات (٤ علي الأجناب وواحد في المركز)

المساحة الجانبية للشكل = مساحة الأوجه الظاهرة وهي عبارة عن ١٢ وجه وكل وجه بعديه هما س ، ٣ س

المساحة الجانبية للشكل = ١٢ × س × ٣ س = ٣٦ س^{٢}

كل قاعدة للشكل تتكون من ٥ مربعات مساحة كل منهم س^{٢}

مساحة القاعدة = ٢ × ٥ × س٢ = ١٠ س^{٢}

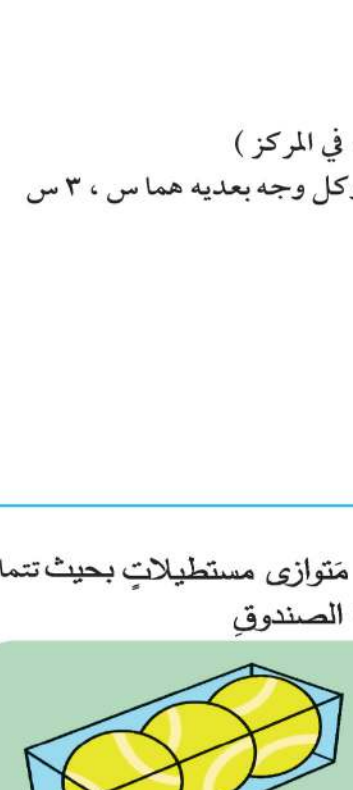
المساحة الكلية = ٣٦ س^{٢} + ١٠ س^{٢} =٤٦ س^{٢}

حجم المجسم = حجم متوازي المستطيلات × ٥

= س × س × ٣ س × ٥ = ١٥ س^{٣}

مثـــال ٥

وُضِعَتْ ثلاُث كراتٍ متماثلة ومتماسة داخلَ صندوقٍ على شكل مَتوازى مستطيلاتٍ بحيث تتماس جوانبَه من الْداخِلِ اِحْسِبْ النسبةَ بين حجمِ الكراتِ الثلاثِ وسعةِ الصندوقِ



حَجْمُ الْكُرَة = $\frac{٤}{٣}$ ط نق^{٣}.

ط ≃ ٣,١٤

الحَـــلُّ

بِفَـرْضِ أَنَّ نق نِصْـفُ قُطْرِ الْكُـرَةِ. وأَبْعَادُ الصُّنْدُوقِ

هي: ٦ نق ، ٢ نق، ٢ نق

النِّسْبَةُ = $\frac{\text{حَجْمُ الكُرَاتِ الثَّلاثَةِ}}{\text{حَجْمِ الصُّنْدُوقِ}}$

= $\frac{٣ \times \frac{٤}{٣} \text{ ط نق}^{٣}}{\text{٦ نق} \times \text{٢ نق} \times \text{٢ نق}}$ = $\frac{\text{٤ ط نق}^{٣}}{\text{٢٤ نق}^{٣}}$

= $\frac{ط}{٦}$ ≃ ٠,٥٢ تَشْغَلُ الكُرَاتِ الثَّلاثَةُ أَكْثَرَ مِنْ نِصْفِ الصُّندُوقِ.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الرَّابِعُ جَمْعُ الْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ وَطَرْحُهَا

جَمْـعُ الْمَقَـادِيرِ الْجَبْرِيَّـةِ أَوْ طَرْحُهَا لا يَخْتَلِفُ عَنْ جَمْع أو طَرْحِ الْحُـدُودِ الْجَبْرِيَّةِ وَذَلِكَ بجمْعِ الْحُدُودِ الْمُتَشَابِهَةِ فِي الْمَقَادِيرِ. كُلٌّ عَلى حِدَةٍ أَوْ تُطْرَحُ الحُدُودُ الْمُتَشَابِهَةُ فِي الْمَقَادِيرِ. كُلٌّ عَلَى حِدَةٍ.

مثـــال ١

اجْمَعِ الْمَقَادِيرَ الجَبْرِيَّةَ الْآتِيَةَ:

٢ س - ٥ ع + ص ، ٧ س + ٤ ص - ٢ ع

الحَـــلُّ

الطَّرِيقَةُ الأفُقِيَّةُ

الْمِقْدَارُ = ٢ س - ٥ ع + ص + ٧ س + ٤ ص - ٢ ع

= (٢ س + ٧ س) + (-٥ ع - ٢ ع) + (ص + ٤ ص)

= (٢ + ٧) س + (-٥ - ٢) ع + (١ + ٤) ص

= ٩ س - ٧ ع + ٥ ص

الطَّرِيقَةُ الرَّأْسِيَّةُ

٢ س - ٥ ع + ص

٧ س - ٢ ع + ٤ ص

―――――――

٩س - ٧ ع + ٥ص

مثـــال ٢

اطْرَحِ الْمِقْدَارَ الجَبْرِي: - أ^{٢} - ٥ أب + ٤ ب^{٢} مِنَ الْمِقْدَارِ الجَبْرِي ٣ أ^{٢} - ٢ أب - ٢ ب^{٢}

الحَـــلُّ

الطَّرِيقَةُ الأفُقِيَّةُ

الْمِقْدَارُ = ٣ أ^{٢} - ٢ أب - ٢ ب^{٢} - (- أ^{٢} - ٥ أب + ٤ب^{٢})

= ٣ أ^{٢} - ٢ أب - ٢ب^{٢} + أ^{٢} + ٥ أب - ٤ ب^{٢}

= (٣ أ^{٢} + أ^{٢}) + (-٢ أب + ٥ أب) + (-٢ب^{٢} - ٤ ب^{٢})

= ٤ أ^{٢} + ٣ أب - ٦ ب^{٢}

الطَّرِيقَةُ الرَّأْسِيَّةُ

غيِّر إشَارَات حُدُود الْمِقْدَار الثَّانِي

٣ أ^{٢} - ٢ أب - ٢ب^{٢}

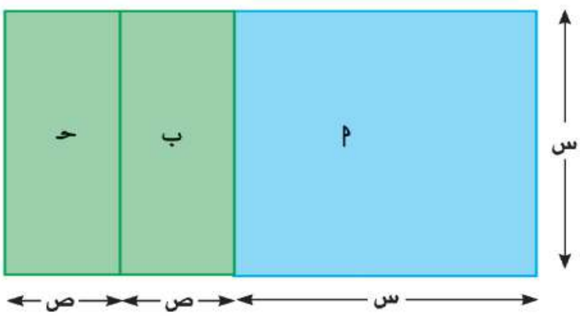
$\overset{+}{-}$ أ^{٢} $\overset{+}{-}$ ٥ أب $\overset{-}{+}$ ٤ ب^{٢}

―――――――

٤ أ^{٢} + ٣ أب - ٦ب^{٢}

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

ضَرْبُ حَدٍّ جَبْرِيٍّ فِي مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ



١ الشَّكْلُ التَّالِي مُسْتَطِيلٌ مُكَوَّنٌ مِنْ ثَلَاثَةِ أَجْزَاءٍ أ ، ب ، ح.

أَبْعَادُ الْمُسْتَطِيلِ هِيَ: س، س + ٢ص مِنَ الْوَحَدَاتِ.

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = س × (س + ٢ص) وَحَدَاتٍ مُرَبَّعَةٍ.

[أ] مَا مِسَاحَةُ الْأَجْزَاءِ الثَّلَاثَةِ أ ، ب ، ح؟

مِسَاحَةُ أ = ...

مِسَاحَةُ ب = ...

مِسَاحَةُ ح = ...

مِسَاحَةُ ب ، ح معا = ...

مِسَاحَةُ أ ، ب ، ح معا = ...

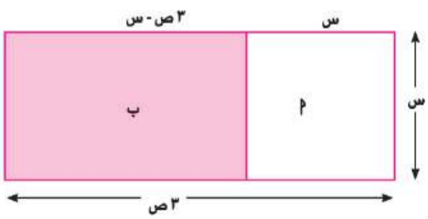
س + ٢ ص

× س

......

[ب] أَكْمِلْ : س (س + ٢ ص) = ... + ... ،

مِسَاحَةُ أ = ...



٢ الشَّكْلُ التَّالِي مُسْتَطِيلٌ مُقَسَّمٌ إِلَى جُزْأَيْنِ أ ، ب

أَبْعَادُ الْمُسْتَطِيلِ هِيَ : س ، ٣ ص مِنَ الْوَحَدَاتِ

[أ] مِسَاحَةُ أ ، ب معا = ...

[ب] مِسَاحَةُ ب = س (٣ ص - س) ،

= ......

٣ ص - س

× س

......

مثـــال ١

أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الْآتِيَةَ:

(أ) ٣(ل^{٢} - ٤ل)

(ب) ٢أب(أ^{٢}ب + ٥ب^{٢})

الحَـــلُّ

(أ) ٣(ل^{٢} - ٤ل) = ٣ل^{٢} - ١٢ل

(ب) ٢أب(أ^{٢}ب + ٥ب^{٢}) = ٢أ^{٣}ب^{٢} + ١٠أب^{٤}

مثال ٢

اختصر :

٥ (٢س - ١) – ٣ (س^{٢} -١) + س(٥ س – ١) ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما س = ١

الحَـــلُّ

٥ (٢س – ١) – ٣(س^{٢} – ١) + س(٥س – ١)

= ١٠س – ٥ – ٣س^{٢} + ٣ + ٥س^{٢} – س

= ٢س^{٢} +٩س – ٢

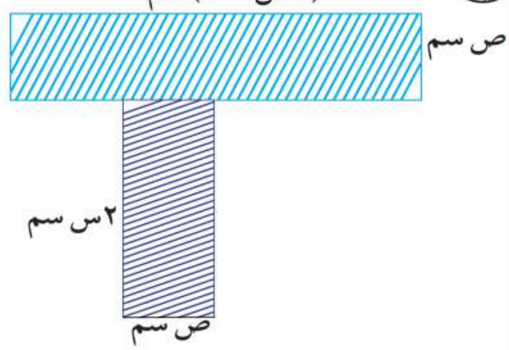
القيمة العددية للمقدار = ٢ (١)^{٢} + (٩ × ١) – ٢

= ٢ + ٩ – ٢ = ٩

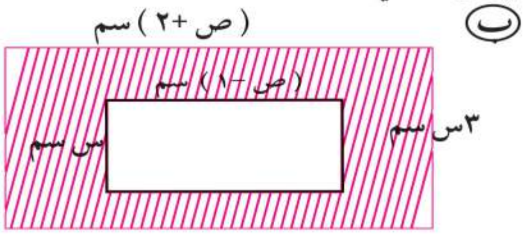
مثـــال ٣

أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مما يأتي :

أ



ب



الحل

بقسمة الشكل الهندسي إلي مستطيلين

أ ـ مساحة الشكل = ص (٢س +٣)+ ص × ٢ س

= ٢س ص +٣ص +٢س ص

= (٣ص + ٤س ص)سم^{٢}

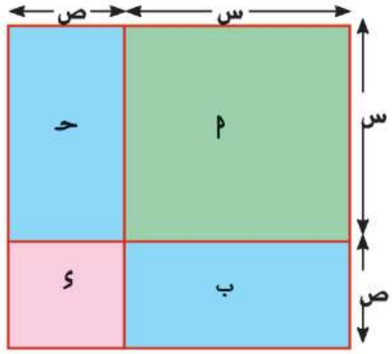
ب ـ مساحة الشكل = ٣س (ص +٢) – س (ص –١)

= ٣س ص + ٦س –س ص + س

= (٢ س ص + ٧ س) سم^{٢}

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ السَّادِسُ ضَرْبُ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ مُكَوَّن مِنْ حَدَّيْنِ فِي مِقْدَارٍ جَبرِيٍّ آخَرَ



١ الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ مُرَبَّعٌ مُكَوَّنٌ مِنْ أَرْبَعَةِ أَجْزاءٍ م ، ب ، حـ ، ء

طُولُ ضِلْعِ الْمُرَبَّعِ = س + ص

مِسَاحَةُ الْمُرَبَّعِ = (س + ص) (س + ص)

= (س + ص)^{٢} وَحَدَاتٍ مُرَبَّعَةٍ

أَكْمِلْ

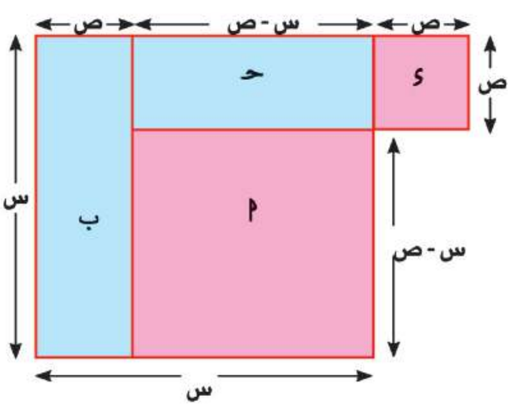
مِسَاحَةُ م + مِسَاحَةُ ء = ... + ...

مِسَاحَةُ ب + مِسَاحَةُ حـ = ... + ...

مِسَاحَةُ الْمُرَبَّعِ = ...

(س + ص)^{٢} = ...

مُرَبَّعُ مِقْدَارٍ ذِي حَدَّيْنِ = مُرَبَّعَ الحَدِّ الأَوَّلِ + ٢ × الْحَدِّ الْأَوَّلِ × الْحَدِّ الثَّانِي+ مُربَّعُ الْحَدِّ الثَّانِي.



٢ الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ مُكَوَّنٌ مِنْ أَرْبَعَةِ أَجْزاءٍ م ، ب ، حـ ، ء.

مِسَاحَةُ الْمُرَبَّعِ الْمُكَوَّنِ مِنَ الأَجْزَاءِ م ، ب ، حـ

= س × س = س^{٢} وَحَدَات مُرَبَّعَةٍ.

الْمِسَاحَةُ الْكُلِّيَّةُ لِلشَّكْلِ = س^{٢} + ص^{٢}

أَكْمِلْ:

مِسَاحَةُ م = ...

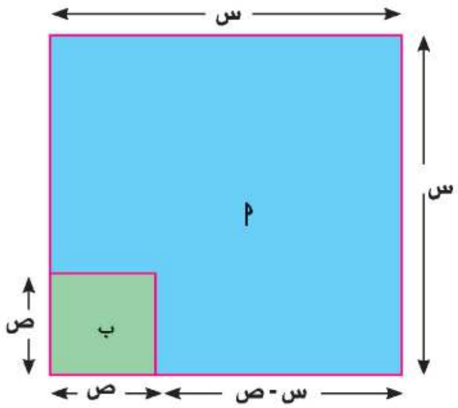
مِسَاحَةُ ء + مِسَاحَةُ حـ = ... + ...

مِسَاحَةُ ب + مِسَاحَةُ حـ + مِسَاحَةُ ء = ... + ... + ...

(س - ص)^{٢} = ...

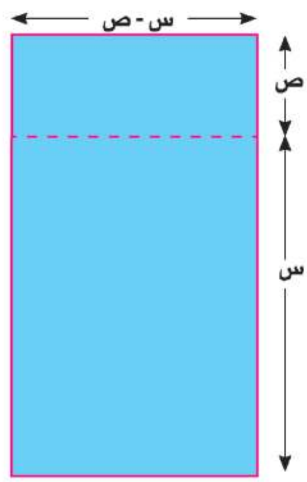
س^{٢} + ص^{٢} = (س - ص)^{٢} + ...

٣ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



- إذا قُطِعَ المُرَبّع الصّغير ب الّذى مِساحَتَه ص^{٢}
من المُرَبّع الكَبير ﻫ الّذى مِساحَتَه س^{٢}
فإنّ مِسَاحِة الجُزْء المُتبقّى = س^{٢} - ص^{٢}

- إِذَا قُطِعَ الجُزْءُ الْمُتَبَقِّى إِلَى جُزْأَيْنِ وَأُعِيدَ تَرْتِيبُ الجُزْأَيْنِ لِيُكَوِّنَا مُسْتَطِيلاً فَإِنَّ:



أَكْمِلْ:

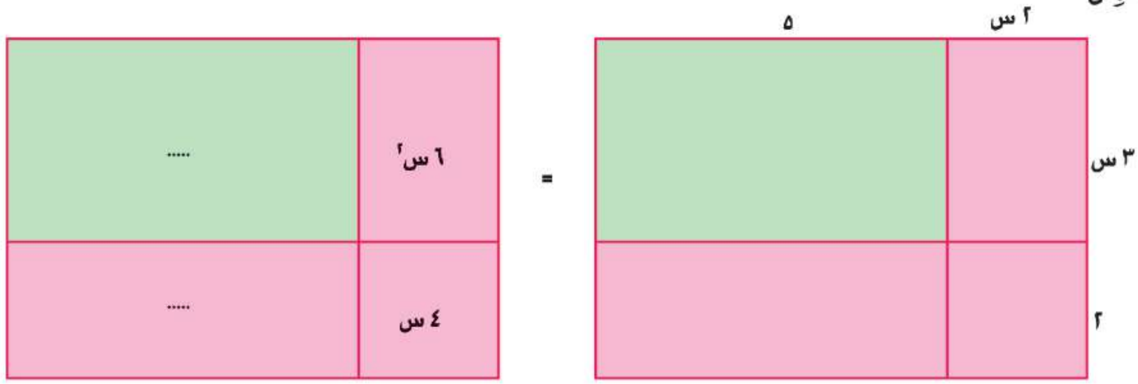
[أ] مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = (س + ص) (س - ص)
= ....

[ب] س^{٢} - ص^{٢} = ...

٤ الشَّكْلُ التَّالِي يَوَضِّحُ:

حَاصِلَ ضَرْبِ المِقْدَارِ الجَبْرِي (٣س + ٢) فِي الْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ (٢ س + ٥) كَمِسَاحَةِ مُسْتَطِيلٍ:

أَكْمِلْ



(٣ س + ٢) (٢ س + ٥) = ... + ... + ... + ...

= .... + ... + ...

الضَّرْبُ الْأُفُقِيُّ

(٣ س + ٢) (٢ س + ٥) = ٣ س (٢ س + ٥) + ٢ (٢ س + ٥)

= ...... + ... + ... + ...

= ...... + ... + ...

الضَّرْبُ الرَّأْسِيُّ

٣ س + ٢

٢ س + ٥

---

٦ س^{٢} + ٤ س

...... + ...

٦س^{٢}+ ...... + ...

الضَّرْبُ بِمُجَرَّدِ النَّظَرِ

(٣س+٢) (٢س+٥)

= ٦س^{٢} + (.... + ...) + ١٠

= ٦س^{٢} + ... + ...

٥ أَكْمِلْ:

[أ] (٣س + ٢) (س + ٧) = ٣س^{٢} + ... + ١٤

[ب] (٣س - ٢) (س - ٧) = ...

[جـ] (٣س - ٢) (س + ٧) = ...

[د] (٣س + ٢) (س - ٧) = ...

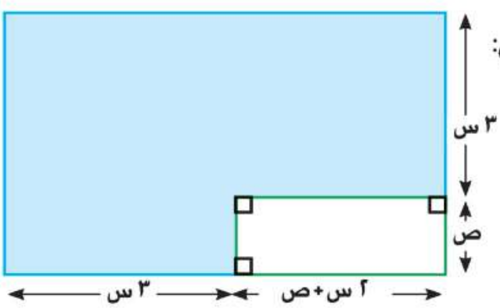
[هـ] (س + ٥ ص) (س - ٥ ص) = ...

[و] (س - ٤) (س + ٤) = ...

[ز] (٢س + ص)^{٢} = ...

[حـ] (٢س - ص)^{٢} = ...

٦ أَوْجِدْ مِسَاحَةَ الْجُزْءِ الْمُظَلَّلِ فِي الْمُسْتَطِيلِ الْمُقَابِلِ:



الحَـــلُّ

	الطُّـولُ	الْعَـــرْضُ	الْمِسَاحَةُ
الْمُسْتَطِيلُ	٥ س + ص	٣ س + ص	(٥س+ص) (٣س+ص)
الْمُسْتَطِيلُ الصَّغِيرُ	٢ س + ص	ص	(٢س+ص) ص

مِسَاحَةُ الْجُزْءِ الْمُظَلَّلِ = ... - .... = ...

٧ بِاسْتِخْدَامِ طُرُقِ الضَّرْبِ السَّابِقَةِ أَوْجِدْ: (س + ص) (٢س + ص + ١)

مثـــال ١

قُمْ بإجراءِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الآتِيَةِ:

(أ) $(2\text{س} + 3\text{ص})^2$

(ب) $(5\text{أ} - \text{ب})(5\text{أ} + \text{ب})$

(حـ) $(\text{م} - 7\text{ن})^2$

الحَـــلُّ

(أ) $(2\text{س} + 3\text{ص})^2 = (2\text{س})^2 + 2\text{س} \times 3\text{ص} \times 2 + (3\text{ص})^2$

$= 4\text{س}^2 + 12\text{س ص} + 9\text{ص}^2$

(ب) $(5\text{أ} - \text{ب})(5\text{أ} + \text{ب}) = (5\text{أ})^2 - (\text{ب})^2 = 25\text{أ}^2 - \text{ب}^2$

(حـ) $(\text{م} - 7\text{ن})^2 = (\text{م})^2 - \text{م} \times 7\text{ن} \times 2 + (7\text{ن})^2$

$= \text{م}^2 - 14\text{ م ن} + 49\text{ن}^2$

مثـــال ٢

اضربْ ثُمَّ أوجِد القيمةَ العدديةَ عندما س = ٢، ص = ١

(أ) $(\text{س} + 9)(\text{س} + 2)$

(ب) $(\text{ص} + 3)(\text{ص} + 1)$

(حـ) $(2\text{س} + \text{ص})(\text{س} + 2\text{ص})$

الحَـــلُّ

(أ) $(\text{س} + 9)(\text{س} + 2) = \text{س}^2 + 11\text{س} + 18$ عندما س = ٢

$= (2)^2 + 11 \times 2 + 18 = 4 + 22 + 18 = 44$

(ب) $(\text{ص} + 3)(\text{ص} + 1) = \text{ص}^2 + 4\text{ ص} + 3$ عندما ص = ١

$= (1)^2 + 4 \times 1 + 3 = 8$

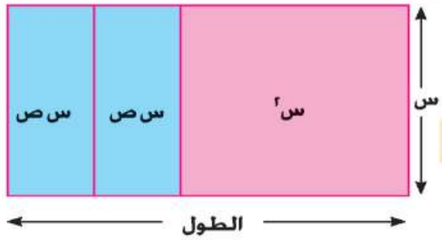
(حـ) $(2\text{س} + \text{ص})(\text{س} + 2\text{ص}) = 2\text{س}^2 + 5\text{س ص} + 2\text{ص}^2$، عندما س = ٢، ص = ١

$= 2 \times (2)^2 + 5 \times 2 \times 1 + 2 \times (1)^2$

$= 8 + 10 + 2 = 20$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ السَّابِعُ قِسْمَةُ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ عَلَى حَدٍّ جَبْرِيٍّ



الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ مُسْتَطِيلٌ مُكَوَّنٌ مِنْ ثَلَاثَةِ أَجْزَاءٍ.

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = س^{٢} + ٢ س ص

طُولُ الْمُسْتَطِيلِ = مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ ÷ عَرْضِ الْمُسْتَطِيلِ

طُولُ الْمُسْتَطِيلِ = $\dfrac{\text{س}^{٢} + ٢\ \text{س ص}}{\text{س}}$

= $\dfrac{\text{س}^{٢}}{\text{س}}$ + $\dfrac{٢\ \text{س ص}}{\text{س}}$ = ... + ...

١ أَكْمِلْ: (من الشكل السابق):

[أ] طُولُ الْمُسْتَطِيلِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ س^{٢} + س ص = $\dfrac{\text{س}^{٢} + \text{س ص}}{.......}$ = ... + ...

[ب] طُولُ الْمُسْتَطِيلِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ ٢ س ص = $\dfrac{٢\ \text{س ص}}{...}$ = ...

[جـ] طُولُ الْمُسْتَطِيلِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ س ص = $\dfrac{\text{س ص}}{...}$ = ...

[د] طُولُ ضِلْعِ الْمُرَبَّعِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ س^{٢} = $\dfrac{\text{س}^{٢}}{...}$ = ...

٢ الشَّكْلُ التَّالِي مُسْتَطِيلٌ مُكَوَّنٌ مِنْ ثَلَاثَةِ أَجْزَاءٍ

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = ٢ أ ب + ٦ أ حـ + ١٢ أ ء ، طُولُ الْمُسْتَطِيلِ = مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ ÷ عَرْضِ الْمُسْتَطِيلِ

= $\dfrac{..... + ... + ...}{٢\ \text{أ}}$

= $\dfrac{....}{٢\ \text{أ}}$ + $\dfrac{....}{٢\ \text{أ}}$ + $\dfrac{....}{٢\ \text{أ}}$ = ... + ... + ...

مثال

أوْجِد خارجَ القسمةِ فى كلِ مما يلى :

(أ) $\dfrac{٢٦\text{هـ}^{٢} + ١٤\text{هـ}^{٤}}{٢\text{هـ}}$

(ب) $\dfrac{٩\text{ل}^{٣}\text{م}^{٤} - ١٨\text{ل م}^{٢}}{٣\text{ل م}^{٢}}$

الحَـــلُّ

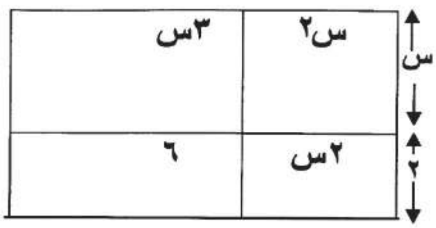
(أ) $\dfrac{٢٦\text{هـ}^{٢} + ١٤\text{هـ}^{٤}}{٢\text{هـ}} = \dfrac{٢٦\text{هـ}^{٢}}{٢\text{هـ}} + \dfrac{١٤\text{هـ}^{٤}}{٢\text{هـ}} = ١٣\text{هـ} + ٧\text{هـ}^{٣}$

(ب) $\dfrac{٩\text{ل}^{٣}\text{م}^{٤} - ١٨\text{ل م}^{٢}}{٣\text{ل م}^{٢}} = ٣\text{ل}^{٢}\text{م}^{٢} - ٦$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثَّامِنُ
قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر



فى الشكل المقابل : نموذج لقطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها (س^{٢} + ٥س + ٦) متر^{٢} وعرضها (س + ٢) متر أوجد طولها

لايجاد طول المستطيل نوجد خارج قسمة

س^{٢} + ٥س + ٦ على س + ٢

الحل :

(١) نرتب حدود كلا من المقسوم وهو (س^{٢} + ٥س + ٦) والمقسوم عليه وهو (س + ٢) ترتيبا تنازليا حسب قوى س

(٢) نقسم س^{٢} على س فيكون الناتج س

(٣) نضرب س فى المقسوم عليه فنحصل على ⟵ $\overset{-}{}$س^{٢} $\overset{-}{+}$ ٢س

(٤) نطرح س^{٢} + ٢ س من س٢ + ٥س + ٦ فنحصل على ⟵ ٣س + ٦

(٥) نكرر الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ حتى يصبح ناتج الطرح النهائى مساويا للصفر

س^{٢} + ٥س + ٦	س + ٢
$\overset{-}{}$س^{٢} $\overset{-}{+}$ ٢س	س + ٣
٣س + ٦	
$\overset{-}{}$٣س $\overset{-}{+}$ ٦	
٠ ٠	

∴ خارج القسمة = س + ٣ (طول المستطيل)

مثـــال ١

أوجد خارج قسمة س^{٣} + ١ على س + ١

الحل :

س^{٣} +١	س + ١
$\overset{-}{}$س^{٣} $\overset{-}{+}$ س^{٢}	س^{٢} – س + ١
- س^{٢} +١	
$\overset{+}{-}$س^{٢} $\overset{+}{-}$س	
س + ١	
$\overset{-}{}$س $\overset{-}{+}$ ١	
٠ ٠	

∴ خارج القسمة = س^{٢} – س + ١

مثـــال ٢

أوجد قيمة ك التى تجعل المقدار $٢س^٣ - س^٢ - ٥س + ك$ يقبل القسمة على $٢س - ٣$

الحل :

المقسوم عليه: $٢س - ٣$

خارج القسمة: $س^٢ + س - ١$

$٢س^٣ - س^٢ - ٥س + ك$

$-٢س^٣ \mp ٣س^٢$

$٢س^٢ - ٥س + ك$

$-٢س^٢ \mp ٣س$

$-٢س + ك$

$\pm ٢س \mp ٣$

$ك - ٣$

$\therefore ك - ٣ = ٠ \longrightarrow ك = ٣$

مثـــال ٣

مستطيل مساحته $٨أ^٤ب^٣ + ١٢أ^٣ب^٤ - ٨أ^٢ب^٢$

وطوله $٤أ^٢ب^٢$ من السنتيمترات أوجد عرضه إذا كانت $أ = ١$ ، $ب = ٢$

الحل

المقسوم عليه: $٤أ^٢ب^٢$

خارج القسمة: $٢أ^٢ب + ٣أب^٢ - ٢$

$٨أ^٤ب^٣ + ١٢أ^٣ب^٤ - ٨أ^٢ب^٢$

$- ٨أ^٤ب^٣$

$١٢أ^٣ب^٤ - ٨أ^٢ب^٢$

$- ١٢أ^٣ب^٤$

$-٨أ^٢ب^٢$

$\pm ٨أ^٢ب^٢$

. .

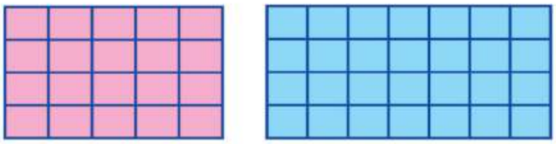
$\therefore$ عرض المستطيل $= ٢أ^٢ب + ٣أب^٢ - ٢$ ، وعند $أ = ١$ ، $ب = ٢$

$\therefore$ عرض المستطيل $= ٤ + ١٢ - ٢ = ١٤$ سم

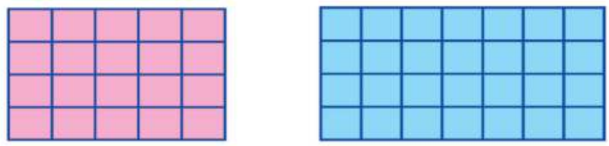
توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ التاسع التَّحْلِيلُ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرِكِ الْأَعْلَى

ارْسُمْ مُسْتَطِيلًا بُعْدَاهُ ٧ ، ٤ مِنَ الْوَحَدَاتِ عَلَى وَرَقِ مُرَبَّعَاتٍ، وَمُسْتَطِيلاً آخَرَ بُعْدَاه ٥، ٤ مِنَ الْوَحَدَاتِ. أَوْجِدْ مجموع مِسَاحَتَيِ الْمُسْتَطِيلَيْنِ بِطَرِيقَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ.



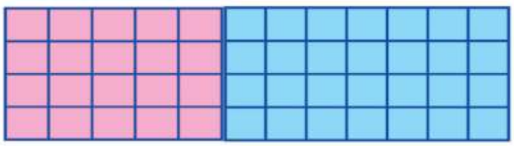
الطَّرِيقَةُ الْأُولَى



مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلَيْنِ = (٤ × ٧) + (٤ × ٥)

= .... + ... = ...

الطَّرِيقَةُ الثَّانِيَةُ



مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلَيْنِ = ٤ × (٧ + ٥)

= ٤ × .... = ...

لَاحِظْ أَنَّ

٤ × (٧ + ٥) = (٤ × ٧) + (٤ × ٥) مِثَالٌ لِخَاصِّيَةِ تَوْزِيعِ الضَّرْبِ عَلَى الْجَمْعِ. بَيْنَمَا (٤ × ٧) + (٤ × ٥) = ٤ × (٧ + ٥) مِثَالٌ لِلتَّحْلِيلِ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى لِلْحَدَّيْنِ: (٤ × ٧) ، (٤ × ٥) وَهُوَ ٤. يُسَمَّى ٤ ، (٧ + ٥) عَامِلَا الْمِقْدَارِ ٤ (٧ + ٥) .

بِصِفَةٍ عَامَّةٍ: ا ب + ا حـ = ا(ب + حـ)

مثال ١

حَلِّلْ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى لِلْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ : ٣س^{٢} ص^{٣} - ٩س^{٣} ص^{٤} + ١٢س^{٣} ص^{٢}

الحَلُّ

الْعَامِلُ الْمُشْتَرَكُ الْأَعْلَى لِلْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ هُوَ ٣س^{٢} ص^{٢}

الْمِقْدَارُ = ٣س^{٢} ص^{٣} - ٩ س^{٣} ص^{٤} + ١٢ س^{٣} ص^{٢}

= ٣س^{٢} ص^{٢} (ص - ٣س ص^{٢} + ٤س)

مثال ٢

حَلِّلْ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى لِلْمِقْدَارِ : ٣ ا (٤ ا + ٥ ب) -٢ب (٤ ا + ٥ ب) .

الحَلُّ

ع. م. ا. لِلْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ هو (٤ ا + ٥ ب)

لِإِيجَادِ الْعَامِلِ الْآخَرِ لِلْمِقْدَارِ، نَقْسِمُ كُلَّ حَدٍّ مِنْ حُدُودِ الْمِقْدَارِ عَلَى ع. م. أ

الْمِقْدَارُ = ٣ ا(٤ ا + ٥ ب) - ٢ ب (٤ ا + ٥ ب)

= (٤ ا + ٥ ب) (٣ ا - ٢ ب)

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الوَحْدَةُ الثالثةُ

الإحْـصَــاءُ

فريدريك جاوس

(١٨٥٥ - ١٧٧٧)

تَطَوَّرَتْ أَسَالِيبُ وَنَظَرِيَّاتُ وَتَطْبِيقَاتُ عِلْمِ الإِحْصَاءِ عَلَى يَدِ عَدَدٍ كَبِيرٍ مِنَ الْعُلَمَاءِ الَّذِينَ بَحَثُوا نَظَرِيَّاتِهِ وَبَنَوْهَا عَلَى أُسُـسٍ عِلْمِيَّةٍ سَلِيمَةٍ وَمِنْ بَيْنِ هَؤُلاءِ الْعُلَمَاءِ الرِّيَاضِيِّينَ فِرِيدرِيكَ جَاوِسُ الأَلْمَانِيُّ.

مُحْتَوَيَاتُ الوَحْـدَةِ

الـدرس الأول: مقاييس النزعة المركزية: المتوسط الحسابى

الـدرس الثانى: الوسيط

الـدرس الثالث: المنوال

الدَّرسُ الأوَّلُ

مقاييس النزعة المركزية

بالنظر فى الظواهر التى حولنا والقيم التى تأخذها العناصر المختلفة لهذه الظواهر، نلاحظ أن أغلب قيم هذه الظواهر قريبة من بعضها البعض أى أنها تتجمع حول قيمة معينة مثل أطوال طلاب فصلك (بالسم) نجد أن هناك طولاً يتوسط تقريباً جميع الأطوال وكذا أوزان طلاب فصلك وغير ذلك من الظواهر، وهناك عدة مقاييس احصائية، تقيس نزعة البيانات الاحصائية نحو المركز وهى المتوسط الحسابى والوسيط والمنوال.

المتوسط (الوسط) الحسابى:

مثال ١:

يذهب أحمد إلى مدرسته فى الأيام من الأحد إلى الخميس ويأخذ مصروفه من والده فى تلك الأيام كالآتى ٦ ، ٤، ٧ ، ٣ ، ٥ من الجنيهات، فما قيمة المصروف الذى يمكن أن يأخذه أحمد بشكل ثابت طوال هذه الأيام مع الحفاظ على جملة ما كان يأخذه بالشكل السابق.

الحل:

مجموع ما يأخذه أحمد = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥ = ٢٥

عدد أيام ذهابه للمدرسة = ٥

المصروف اليومى = $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥ جنيهات

هذه القيمة (٥ جنيهات) تعرف بأنها المتوسط (الوسط) الحسابى للقيمة ٦ ، ٤، ٧ ، ٣ ، ٥

أى أن:

الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عددها}}$

ملاحظة:

فى المثال السابق نلاحظ أن الوسط الحسابى هو القيمة التى لو أخذها أحمد فى جميع الأيام تتحقق العلاقة:

٥ + ٥ + ٥ + ٥ + ٥ = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥

مثال ٢:

أوجد قيمة س إذا كان الوسط الحسابى للقيم الآتية: ٨، س، ٧، ٥ هو ٦

الحل:

مجموع القيم = الوسط الحسابى لهذه القيم × عددها

∴ ٨ +س +٧ + ٥ = ٦ × ٤

∴ ٢٠ + س = ٢٤

∴ س = ٢٤ − ٢٠ = ٤

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثانى

٢- الوسيط

يعرف الوسيط لمجموعة من البيانات بأنه القيمة التى تقع فى وسط المجموعة تماماً إذا ما رتبت هذه المجموعة تصاعديا أو تنازلياً.

أى أنه القيمة التى تقسم مجموعة من البيانات إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منه يساوى عدد القيم الأصغر منه.

مثال:

فى مجموعة مدرسية مكونة من سبعة طلاب كان درجاتهم فى أحد الاختبارات كالآتى ١٣، ١٧، ١٥، ١١، ١٨، ٢٠، ١٤

فما هى الدرجة الوسيطية لهؤلاء الطلاب؟

الحل:

ترتيب الدرجات تصاعديا:

١١ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ٢٠

٣ قيم   ٣ قيم

الدرجة الوسيطية = ١٥

ترتيب الوسيط:

أ) إذا كان عدد القيم أو المفردات (ن) فرديا فتكون القيمة التى ترتيبها $\frac{\text{ن} + ١}{٢}$ هى القيمة الوسيطة وذلك بعد ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازلياً

فى المثال السابق: عدد القيم = ٧

ترتيب الوسيط = $\frac{٧ + ١}{٢}$ = ٤

ب) إذا كان عدد القيم ن زوجيا:

فإن ترتيب الوسيط $\frac{\text{ن}}{٢}$ ، $\frac{\text{ن}}{٢}$ + ١

وقيمة الوسيط فى هذه الحالة هى المتوسط الحسابى لهاتين القيمتين كما فى المثال الآتى:

أوجد قيمة وترتيب الوسيط للقيم :

٣ ، ١ ، ٦ ، ٥ ، ٢ ، ٩

الترتيب: ٩ ، ٦ ، $\boxed{٥ ، ٣}$ ، ٢ ، ١

ترتيب الوسيط: $\frac{٦}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$ +١ أى الثالث، الرابع

قيمة الوسيط = $\frac{٥ + ٣}{٢}$ = $\boxed{٤}$

لاحظ أن:

- إذا كان ن عدداً فردياً (لايقبل القسمة على ٢) فإن (ن +١) عدداً زوجياً ويقبل القسمة على ٢.
- بصفة عامة قيمة الوسيط ≠ ترتيب الوسيط
- ترتيب الوسيط دائماً عدداً صحيحا موجباً، أما قيمة الوسيط قد تكون كسراً أو عدد سالب حسب القيم المعطاة.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدرس الثالث

٣- المنـــوال

يعرف المنوال لمجموعة من البيانات بأنه القيمة الأكثر شيوعًا "تكرارًا" فى المجموعة.
والمنوال كمقياس للنزعة المركزية يصلح بصفة خاصة لحالة البيانات الكمية والوصفية.

مثال ١:

البيانات الآتية تمثل أعمار مجموعة من الأشخاص:
٣٣، ٢٠، ٣٠، ٢٥، ٣٣، ٤٨، ٣٣، ٢٥، ٣٣، ٢٠.

أوجد المنوال لهذه الأعمار.

الحل:

المنوال = ٣٣.

مثال ٢:

إذا كانت تقديرات مجموعة من الطلاب فى أحد الاختبارات هي:
ب - أ - جـ - ب - جـ - ب - جـ - ب - أ - ء

أوجد منوال هذه المجموعة.

الحل:

منوال هذه المجموعة هو التقدير "ب".

لاحظ أن:

* إذا كانت البيانات المعطاة جميعها مختلفة، فإن هذه البيانات ليس لها منوال.

مثل ٢٣، ٢٥، ٤٨، ٥٧، ١٩، ٣٣، ٣٢.

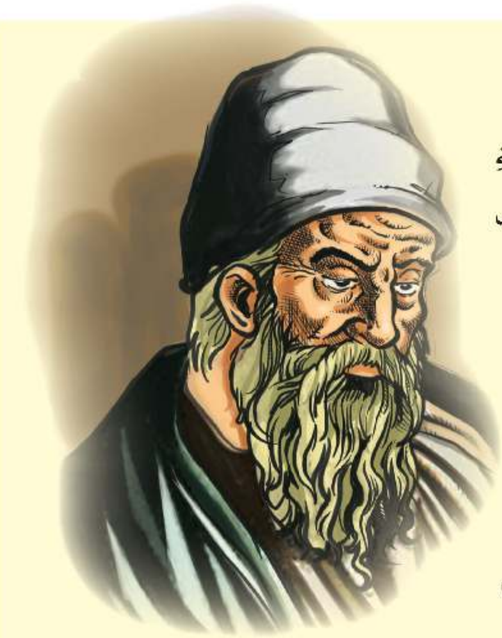
* بعض القيم "البيانات" لها أكثرمن منوال.

مثل: ٩، ٧، ٧، ٧، ٥، ٥، ٤، ٤، ٤، ٣، ٢

لها منوالان: ٧، ٤ وتسمى مجموعة ذات منوالين، وسوف نكتفى فى دراستنا بالبيانات وحيدة المنوال.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الْوَحْـدَةُ الرابعة الْهَنْدَسَــــةُ والْقِيَاسُ



إقليدس

(٣٢٥-٢٦٥ ق.م)

إقْلِيــدِسُ عَالِمٌ رِيَاضِــيٌّ يُونَانِيٌّ عَــاشَ فِي مَدِينَةِ الإِسْــكَنْدَرِيَّةِ وَيُعْتَبَرُ رائِدُ عِلْم الْهَنْدَسَــةِ وَلَهُ بَعْضُ الْمَبَـادِئِ الَّتى ذُكِرَتْ عَلَى اسْمِهِ وَمِنْهَا «مَا قدِّمَ بِدُونِ دَلِيلٍ يُمْكِنُ رَفْضُهُ بِدُونِ دَلِيلٍ»

وَمِنَ التَّعَارِيفِ الَّتِي وَضَعَهَا:

النُّقْطَةُ هِيَ مَا لا يُكُونُ لَهَا جُزْءٌ.

الْمُسْتَقِيمُ هُوَ طُولٌ لَيْسَ لَهُ عَرْضٌ.

وَمِنْ مُسَلَّمَاتِهِ:

الْمُسْتَقِيمُ يُمْكِنُ أَنْ يُرْسَمَ مِنْ نُقْطَةٍ إلى نُقْطَةٍ أُخْرَى

الْقِطْعَةُ الْمُسْتَقِيمَةُ الْمَحْدُودَةُ يُمْكِنُ أَنْ تَمْتَد إلَى خَطٍ مُسْتَقِيمٍ

كُلُّ الزَّوَايَا الْقَائِمَةُ يُسَاوِى بَعْضُهَا بَعْضًا.

مُحْتَوَيَاتُ الْوَحْـدَةِ

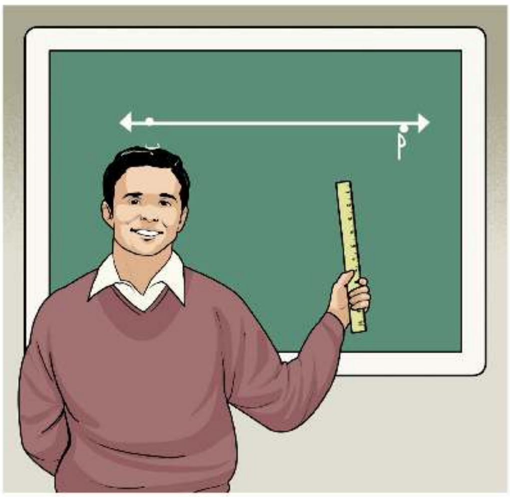
الدَّرْسُ الأَوَّلُ مَفَاهِيمُ هَنْدَسِيَّةٌ

الْقِطْعَةُ الْمُسْتَقِيمَةُ

ضَعْ نُقْطَتَيْنِ عَلَى وَرَقَةٍ بَيْضَاءَ وَهِيَ الَّتِي تُمَثِّلُ ما نُسَمِيه بالمُسْتَوى فِي الهَنْدَسَةِ.

صِلِ النُّقْطَتَيْنِ بِاسْتِخْدَامِ المِسْطَرَةِ. تَحْصُلُ عَلَى قِطْعَةٍ مُسْتَقِيمَةٍ.

تُسَمَّى النُّقْطَتَانِ أ ، ب طَرَفي الْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ وَنَرْمُزُ لَهَا بِالرَّمْزِ $\overline{\text{أب}}$ أو $\overline{\text{ب أ}}$



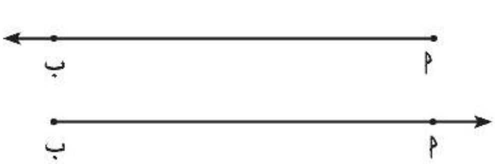
الْخَطُّ الْمُسْتَقِيمُ

ضَعِ الْمِسْطَرَةَ عَلَى الْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ أب وَمُدَّ خَطًّا مِنْ جِهَةِ أ وَمِنْ جِهَةِ ب فَتَجِدُ أَنَّهُ لِأَيِّ نُقْطَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ يُوجَدُ خَطٌّ مُسْتَقِيمٌ وَاحِدٌ يَمُرُّ بِهِمَا وَنَرْمُزُ لَهُ بِالرَّمْزِ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$

الخَطُّ الْمُسْتَقِيمُ يَقَعُ عَلَيهِ عَدَدٌ غَيْرُ نِهَائِيٍّ مِنَ النُّقَطِ والسَّهْمَانِ يُشيرَانِ إِلَى أَنَّ الْخَطَّ الْمُسْتَقِيمَ مُمْتَدٌّ مَنْ جِهَتَيْهِ بِلاَ حُدُودٍ

الشُّعَاعُ

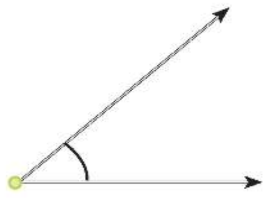
ضَعِ الْمِسْطَرَةَ عَلَى الْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ أب وَمدَّ خَطًّا مِنْ جِهَةِ ب فَتَجِدُ أَنَّ الْقِطْعَةَ الْمُسْتَقِيمَةَ أب ومَجْمُوعَةُ النُّقَطِ عَلَى يَسَارِ النُّقْطَةِ ب تُسَمَّى شُعَاعًا وَنَرْمُزُ لَهُ بِالرَمْزِ $\overleftarrow{\text{أب}}$ حَيْثُ أ نُقْطَةُ بِدَايَةِ الشُّعَاعِ ولَا يَتَعَيَّنُ لَهُ نُقْطَةُ نِهَايَةٍ فَالشُّعَاعُ لاَ يَتَحَدَّدُ لَهُ طُولٌ.

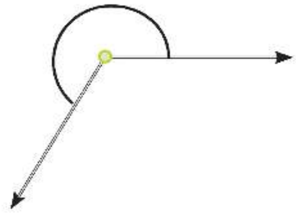


وَمِنْ ذَلِكَ نَرَى أَنَّ:

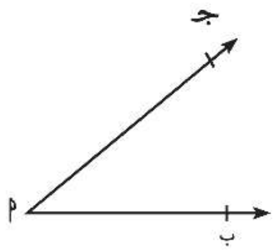
$\overline{\text{أب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب أ}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$

الزَّاوِيَـــــةُ

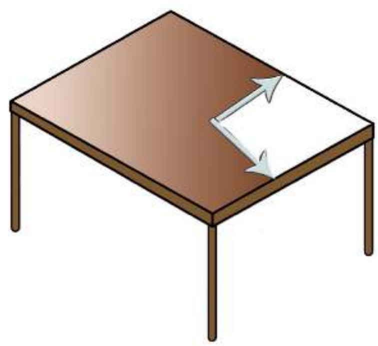




فـــى حالــة دَوَرَانُ شُــعَاعٍ مِنْ وَضْـعٍ إلَى وَضْعٍ آخَرَ حَوْلَ نُقْطَةُ بِدْءِ الشُّعَاعِ تنشأ زاوية.



إذَا كَانَتْ أ ، ب ، ج ثَلاَثَ نُقَطٍ لَيْسَتْ عَلَى اسْتِقَامَةٍ وَاحِدَةٍ فإنَّ →أب ، →أج يُكَوِّنَانِ الزَّاوِيَةَ ب أ ج وَيُرْمَزُ لَهَا بِالرَّمْزِ ∠ ب أ ج ، →أب ∪ →أج = ∠ ب أ ج



> الزَّاوِيَةُ هِىَ اتِّحَادُ شُعَاعَيْنِ لَهُمَا نُقْطَةُ الْبِدَايَةِ نَفْسُهَا.
>
> نُقْطَةُ بِدَايَةِ الشُّعَاعَيْنِ تُسَمَّى رَأْسَ الزَّاوِيَةِ.
>
> يُسَمَّى كُلٌّ مِنَ الشُّعَاعَيْنِ ضِلْعَ الزَّاوِيَةِ.

- تُجَزِّئُ الزَّاوِيَةُ الْمُسْتَوَى إلَى ثَلاَثِ مَجْمُوعَاتٍ مِنَ النُّقَطِ:
- الزَّاوِيَةُ. • دَاخِلُ الزَّاوِيَةِ. • خَارِجُ الزَّاوِيَةِ.

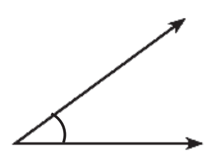
أَنْوَاعُ الزَّوَايَا:

تُصَنَّفُ الزَّوَايَا حَسَبَ قِيَاسِهَا وَذَلِكَ عَلَى النَّحْوِ التَّالِى:

الزَّاوِيَةُ الصِّفْرِيَّةُ

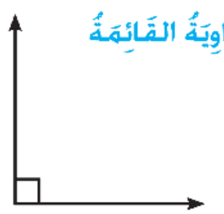
هِىَ الزَّاوِيَةُ الَّتِى قِيَاسُهَا صِفْرٌ° وينْطَبِقُ ضِلْعَاهَا

الزَّاوِيَةُ الحَادَّةُ



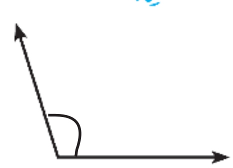
صِفر < قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الحَادَّةِ < ٩٠°

الزَّاوِيَةُ القَائِمَةُ



هِىَ الزَّاوِيَةُ الَّتِى قِيَاسُهَا ٩٠°

الزَّاوِيَةُ المُنْفَرِجَةُ

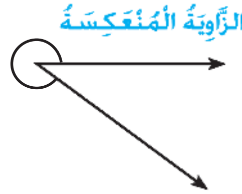


٩٠° < قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ المُنْفَرِجَةِ < ١٨٠°

الزَّاوِيَةُ المُسْتَقِيمَةُ

هِىَ الزَّاوِيَةُ الَّتِى قِيَاسُهَا ١٨٠° وَيَكُونُ ضِلْعَاهَا عَلَى اسْتِقَامَةٍ واحِدَةٍ

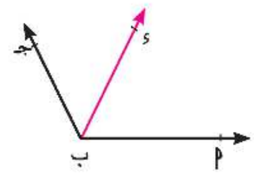
الزَّاوِيَةُ المُنْعَكِسَةُ



١٨٠° < قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ المُنْعَكِسَةِ < ٣٦٠°

لمزيد من التدريبات يُرجي الدخول علي موقع الوزارة الالكتروني

بعض العلاقات بين الزوايا



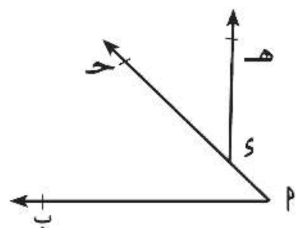
الزاويتان المتجاورتان

يُقَالُ لزَاوِيَتَيْن أنَّهُمَا مُتَجَاوِرَتَان إذا اشْتَرَكَتا فِي رَأْسٍ وضِلْعٍ وَكَانَ الضِّلْعَان الآخَرَان فِي جِهَتَين مُخْتَلِفَتَين مِن الضِّلع المُشْتَرك.

∠ أ ب ء ، ∠ حـ ب ء مُتَجاوِرَتَان .

ويلاحظ أن :

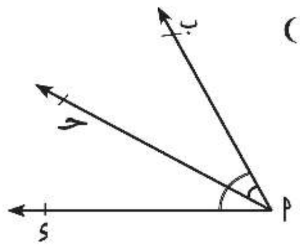
(١)



∠ ب أ حـ ، ∠ هـ ء حـ غير مُتَجاوِرَتَين

لعدم اشتراكهما فى الرأس

(٢)



∠ ب أ حـ ، ∠ ب أ ء غير مُتَجاوِرَتَين

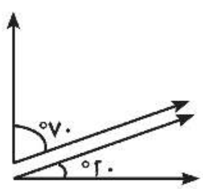
لأن الضلعين $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ فى جهة واحدة من الضلع المشترك $\overleftarrow{\text{أ ب}}$

الزَّاوِيَتَان المُتَتَامَّتَانِ

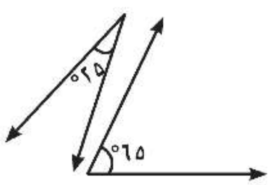
ارْسُمْ زَاوِيَتَيْنِ قِيَاسَاهُمَا ٧٠° ، ٢٠°

ارْسُمْ زَاوِيَتَيْن قِيَاسَاهُمَا ٦٥° ، ٢٥°

مَاذَا تُلَاحِظُ عِنْدَ إِيجَادِ نَاتِج جَمْعِ كُلِّ زَوْجٍ مِنَ الزَّوَايَا؟



°٢٠ + °٧٠ = ...°



°٦٥ + °٢٥ = ...°

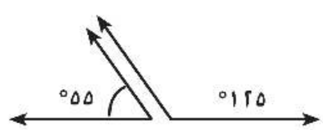
> الزَّاوِيَتَانِ المُتَتَامَّتَانِ هُمَا زَاوِيَتَانِ مَجْمُوعُ قِيَاسَيْهِمَا ٩٠°

الزَّاوِيَتَان الْمُتَكَامِلَتَانِ

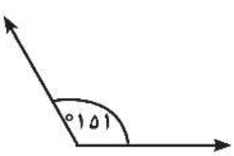
ارْسُمْ زَاوِيَتَيْن قِيَاسَاهُمَا ١٢٥° ، ٥٥°

ارْسُمْ زَاوِيَتَيْن قِيَاسَاهُمَا ٢٩° ، ١٥١°

مَاذَا تُلَاحِظُ عِنْدَ إِيجَادِ نَاتِج جَمْعِ كُلِّ زَوْجٍ مِنَ الزَّوَايَا؟



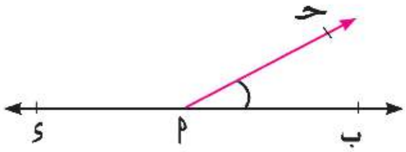
°١٢٥ + °٥٥ = ...°



°٢٩ + °١٥١ = ...°

لمزيد من التدريبات يُرجي الدخول علي موقع الوزارة الالكتروني

الزَّاوِيَتَانِ الْمُتَجَاوِرَتَانِ الْحَادِثَتَانِ مِنْ تَقَاطُعِ مُسْتَقِيمٍ وَشُعَاعٍ نُقْطَةُ بِدَايَتِهِ تَقَعُ عَلَى هَذَا الْمُسْتَقِيمِ مُتَكَامِلَتَانِ

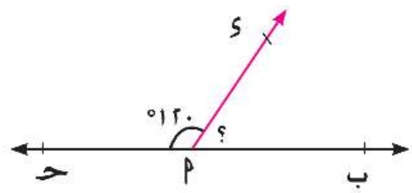


ق (∠ب أ جـ) + ق(∠جـ أ د) = ١٨٠°

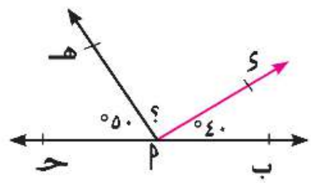
تدريب :

فى كل من الأشكال الآتية :

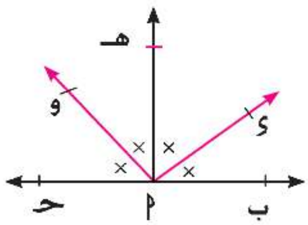
إذا كان أ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ فأكمل :



ق (∠ب أ د) = ...°



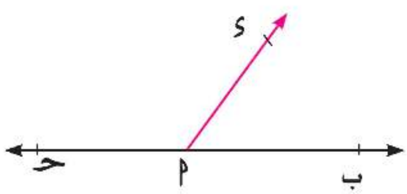
ق (∠د أ هـ) = ...°



ق (∠ب أ د) = ...°

ارْسُمْ زَاوِيَتَيْنِ متجاورتين ب أ د ، د أ جـ مجموع قياسيهما ١٨٠°

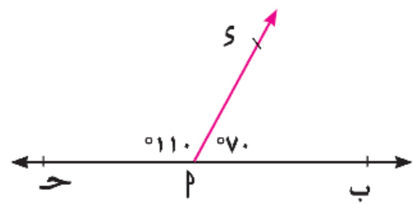
كرر ذلك عدة مرات . ما العلاقة بين $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$



إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن الضلعين المتطرفين لهما على استقامة واحدة

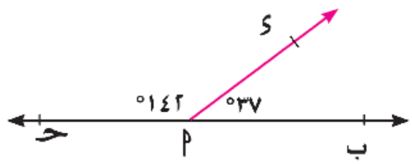
$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ على استقامة واحدة

مثـــال ١



أ ب ، أ حـ على استقامة واحدة

لأن ق(∠ ب أ ء) + ق(∠ ء أ حـ) = ١٨٠°



أ ب ، أ حـ ليسا على استقامة واحدة

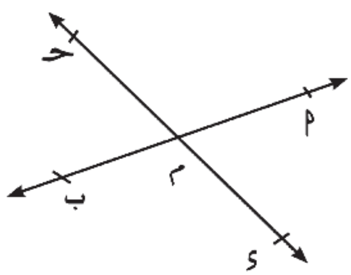
لأن ق(∠ ب أ ء) + ق(∠ ء أ حـ) ≠ ١٨٠°

الزاويتان المتقابلتان بالرأس :

ارْسم أ ب ، حـ ء يتقاطعان فى م

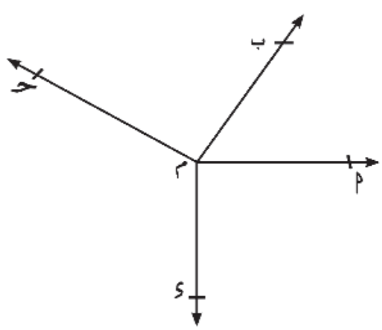
ثم قس الزوايا أ م حـ ، حـ م ب ، ب م ء ، أ م ء

ماذا تلاحظ ؟



إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس.

الزَّوَايَا الْمُتَجَمِّعَةُ حَوْلَ نُقْطَةٍ



من نقطة مثل م ارسم . م أ ، م ب ، م حـ ، م ء

قس الزوايا المتجاورة الناتجة.

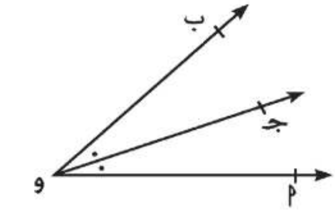
ق(∠أ م ب) + ق(∠ب م حـ) + ق(∠حـ م ء) + ق(∠ء م أ)= ....

كرر ذلك عدة مرات (ماذا تلاحظ؟)

مَجْمُـوعُ قِيَاسَـــاتِ الزَّوَايَا الْمُتَجَمِّعَةِ حَوْلَ نُقْطَةٍ = ٣٦٠°

منصف الزاوية :

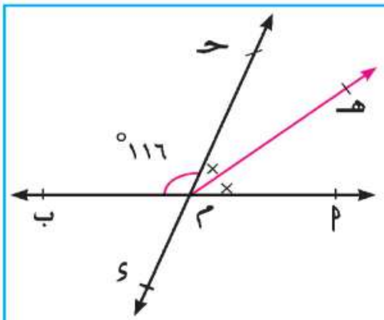
الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{وجـ}}$ يقسم ∠ أ و ب إلى زاويتين لهما نفس القياس

ويسمى $\overleftarrow{\text{وجـ}}$ بمنصف ∠ أ و ب

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

م نقطة تقاطع المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ د}}$

، $\overleftarrow{\text{م هـ}}$ ينصف ∠ أ م حـ ، ق (∠ ب م حـ) = ١١٦°

أوجد : ق(∠ أ م حـ) ، ق(∠ أ م د) ، ق(∠ أ م هـ)

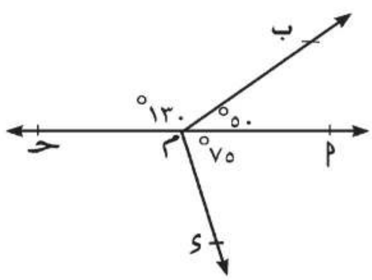
الحـــل :

ق(∠ أ م حـ) = ١٨٠° - ١١٦° = ٦٤°

ق(∠ أ م د) = ق (∠ حـ م ب) = ١١٦° بالتقابل بالرأس

ق(∠ أ م هـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ أ م حـ) = $\frac{٦٤}{٢}$ = ٣٢°

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

أكمل :

(١) ق(∠ حـ م د) = ...°

(٢) ..... ، ..... يقعان على استقامة واحدة

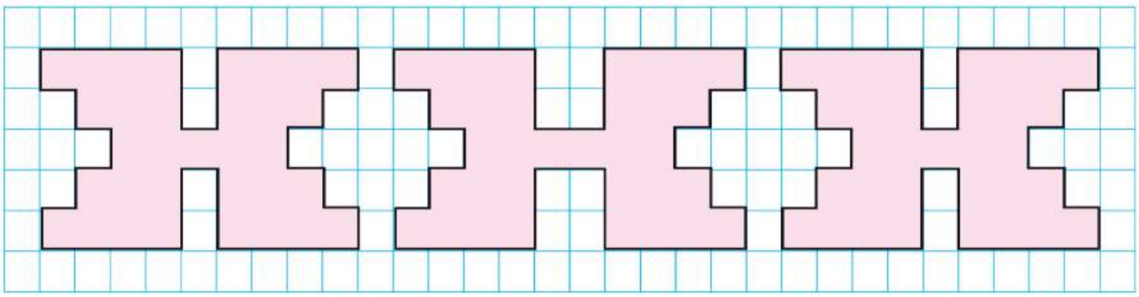
الحـــل :

(١) ق(∠ حـ م د) = ٣٦٠° - (٥٠° + ١٣٠° + ٧٥°) = ١٠٥°

(٢) $\overleftarrow{\text{م أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{م حـ}}$ يقعان على استقامة واحدة.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثانى التَّطَابُــقُ

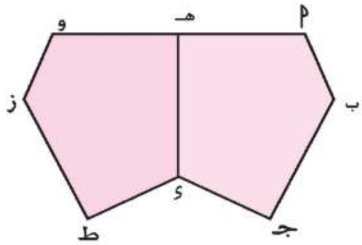


شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)

ارْسُمِ الشَّكْلَ (١) عَلَى وَرقٍ شَفَّافٍ وَحَاوِلْ تَطْبِيقَهُ عَلَى الشَّكْل (٢). وَالشَّكْل (٣) ثُمَّ أَكْمِلْ:
الشَّكْلُ (...) والشَّكْلُ (...) مُتَطَابِقَانِ أما الشَّكْلُ (...) والشَّكْلُ (...) غيْرُ مُتَطَابِقَينِ.

يَتَطَابَقُ الشَّكْلان الهَنْدَسيَّان إِذَا وُجِدَ تَنَاظُر بَيْنَ رُءُوسِ الشَّكْلَيْنِ بِحَيْثُ يُطَابِقُ كُلُّ ضِلْعٍ وَكُلُّ رَأْسٍ فِي الشَّكْلِ نَظِيَره فِي الشَّكْلِ الآخَرِ.
تَتَطَابَقُ القِطْعَتَانِ الْمُسْتَقِيمَتَانِ إِذَا كَانَتَا مُتَسَاوِيَتَيْنِ فِى الطَّولِ .
تَتَطَابَقُ الزَّاوِيَتَان إِذَا كَانَتَا مُتَساوِيَتَيْنِ في القِيَاسِ.

المُضَلَّع أ ب جـ ء هـ يُطَابِقَ المضلع و ز ط ء هـ . الْمُضلَّعَانِ لَهُمَا نَفْسُ التَّرتِيبِ عِنْدَ كِتَابَة رُءُوسِهِمَا المُتَطابِقَةِ:



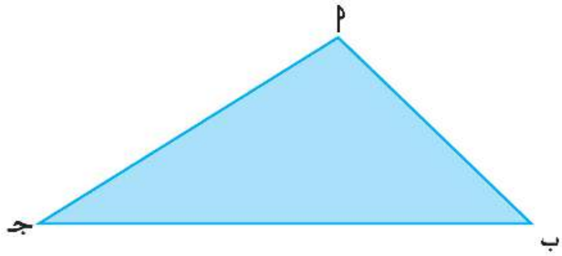
أَكْمِلْ:

أ ب = ... ، ء هـ = ...
ب جـ = ... ، هـ أ = ...
جـ ء = ... لَاحِظْ أَنَّ $\overline{\text{ء هـ}}$ ضِلْعٌ مُشْتَرَكٌ لِلْمُضَلَّعَيْنِ.
ق (∠ أ) = ق (∠ ....) ، ق (∠ جـ ء هـ) = ق (∠ ....)
ق (∠ ب) = ق (∠ ....) ، ق (∠ ء هـ أ) = ق (∠ ....)
ق (∠ جـ) = ق (∠ ....)

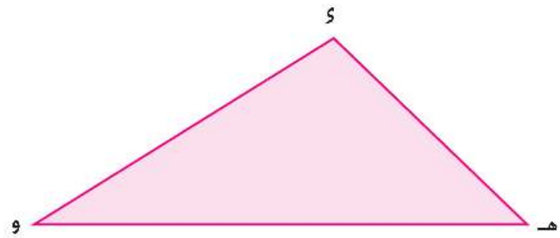
توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

تَطَابُقُ الْمُثَلَّثَاتِ

نَعْلَمُ أَنَّ لِأَيِّ مُثَلَّثٍ ثَلَاثَةَ أَضْلَاعٍ وَثَلَاثَ زَوَايَا، وَهِيَ تُعْرَفُ بِالْعَنَاصِرِ السِّتِّ لِلْمُثَلَّثِ.



يَتَطَابَقُ الْمُثَلَّثَانِ إِذَا وُجِدَ تَنَاظُرٌ بَيْنَ رُءُوسِ الْمُثَلَّثَيْنِ بِحَيْثُ يُطَابِقُ كُلُّ عُنْصُرٍ مِنَ الْعَنَاصِرِ السِّتَّةِ لِأَحَدِهِمَا الْعُنْصُرُ الْمُنَاظِرُ مِنَ الْمُثَلَّثِ الآخَرِ.



انْقُلْ عَلَى وَرَقٍ شَفَّافٍ الْمُثَلَّثَ أ ب جـ وَضَعْهُ عَلَى الْمُثَلَّثِ د هـ و سَتَجِدُ لِكُلِّ عُنْصُرٍ في △ أ ب جـ عُنْصُرًا يُنَاظِره فِي △ د هـ و وَعَبِّرْ عَنْ ذَلِكَ كَمَا يَلِي:

أ ⟷ د   ب ⟷ هـ   جـ ⟷ و

تَنَاظُرُ الزَّوَايَا	تَنَاظُرُ الأَضْلاعِ
∠ أ ⟷ ∠ د	$\overline{\text{أب}}$ ⟷ $\overline{\text{د هـ}}$
∠ ب ⟷ ∠ هـ	$\overline{\text{ب جـ}}$ ⟷ $\overline{\text{هـ و}}$
∠ جـ ⟷ ∠ و	$\overline{\text{جـ أ}}$ ⟷ $\overline{\text{و د}}$

يُسْتَخْدَمُ الرَّمْزُ ≡ لِلدَّلالَةِ عَلَى عَمَلِيَّةِ التَّطَابُقِ وَيُقْرَأ «يُطَابِقُ» أَيْ أَنَّ
△ أ ب جـ ≡ △ د هـ و وَيُقْرَأ الْمُثَلَّثُ أ ب جـ يُطَابِقُ الْمُثَلَّثَ د هـ و

عِنْدَ كِتَابَةِ الْمُثَلَّثَيْنِ الْمُتَطَابِقَيْنِ يَجِبُ أَنْ يَكُونَ لَهُمَا نَفْسُ التَّرْتِيبِ فِي كِتَابَةِ رُءُوسِهِمَا الْمُتَنَاظِرَةُ

△ أ ب جـ   △ د هـ و

يُمْكِنُ كِتَابَةُ الْمُثَلَّثَيْنِ بِنَفْسِ التَّنَاظُرِ بِسِتِّ طُرُقٍ:

△ ب جـ أ ≡ △ هـ و د

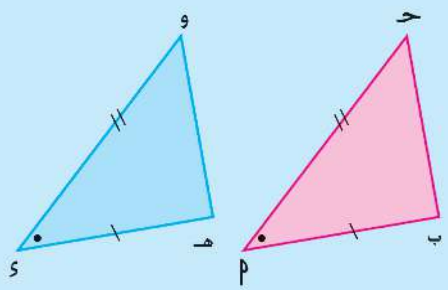
△ جـ أ ب ≡ △ و د هـ

⋮   ⋮

تَطَابُقُ مُثَلَّثَانِ

لإثْباتِ تَطَابُقِ مُثَلَّثَيْنِ فَإِنَّهُ لَيْسَ مِنَ الضَّرُورِيِّ إِثْبَاتُ تَطَابُقِ الْعَنَاصِرِ السِّتِّ مِنْ أَحَدِهَا مَعَ نَظَائِرِهَا مِنَ الْمُثَلَّثِ الآخَرِ بَلْ يَكْفِي إِثْبَاتُ تَطَابُقِ ثَلَاثَةِ عَنَاصِرَ فِي أَحَدِهِمَا مَعَ نَظَائِرِهَا فِي الْمُثَلَّثِ الآخَرِ. أَحَدُها ضِلْعٌ عَلَى الأَقَلِ وَبِالتَّالِي تَكُونُ الْعَنَاصِرُ الثَّلاثَةُ الأُخْرَى فِي أَحَدِهِمَا مُطَابِقَةً لِنَظَائِرِهَا فِي الْمُثَلَّثِ الآخَرِ.

نشـاط (١) :



- ارسم المثلث ٵ ب جـ ، المثلث ى هـ و اللذين فِيهِمَا:

ق(∠ و ى هـ) = ق(∠ جـ ٵ ب) ، ى هـ = ٵ ب، ى و = ٵ جـ

قِسْ: $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ ، ∠ٵ ب جـ ، ∠ى هـ و . ماذا تلاحظ؟

- كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيِيرِ طولى الضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

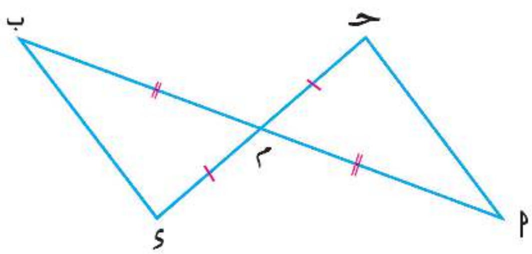
حَرِّكِ الْمُثَلَّثَ ى هـ و وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ ٵ ب جـ

هَلْ هَذَا يَكْفِي لأن يكُونَ الْمُثَلَّثِ ٵ ب جـ ≡ الْمُثَّلَثَ ى هـ و؟

- الحالة الأولى :

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

مثــال



فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ٵ ب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ى}}$ = {م} ،

ٵ م = ب م ، جـ م = ى م

هل △ ٵ م جـ ≡ △ ب م ى ؟ ولماذا؟

الحـــل :

من الشكل : ٵ م = ب م ، جـ م = ى م

، ق(∠ ٵ م جـ) = ق(∠ ب م ى) بالتقابل بالرأس

فيكون : △ ٵ م جـ ≡ △ ب م ى ؟ (تطابق ضلعان والزاوية المحصورة)

نشاط (٢) :

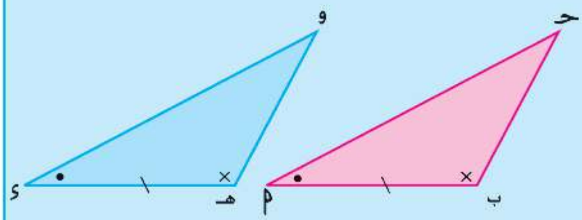
- ارسم المثلث ٱ ب جـ ، المثلث ء هـ و اللذين فيهما:

ٱ ب = ء هـ ، ق(∠ جـ ٱ ب) = ق(∠ و ء هـ)

ق(∠ جـ ب ٱ) = ق(∠ و هـ ء)

قِسْ: ٱ جـ ، ء و ، ب جـ ، هـ و ∠ ٱ جـ ب

∠ ء و هـ . ماذا تلاحظ ؟



- كَرِّر الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيير قِيَاسَي الزَّاوِيَتَيْنِ وَالضِّلْعِ الْمَرْسُومِ بَيْنَ رأسَيْهِمَا.

حَرِّكِ الْمُثَلَّثَ ء هـ و وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ ٱ ب جـ

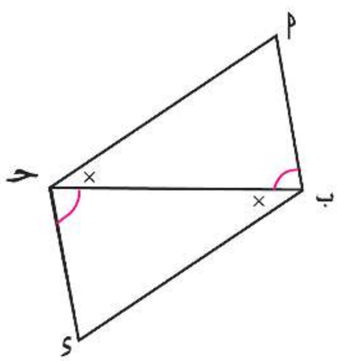
هَلْ هَذَا يَكْفِي لأن يكُونَ الْمُثَلَّثِ ٱ ب جـ ≡ الْمُثَلَّثَ ء هـ و ؟

- الحالة الثانية :

يتطابق المثلثان إذا تطابق زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

تدريب

فى الشكل المقابل :



أكمل :

△ ٱ ب جـ ≡ ....

(ولماذا ؟)

ومن نتائج التطابق :

ق (∠ٱ) = ق (∠ ......) ،

ٱ ب = ... ،

.... = ب ء

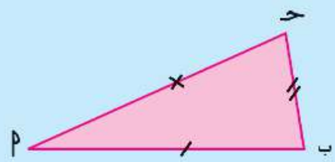
نشاط (٣) :

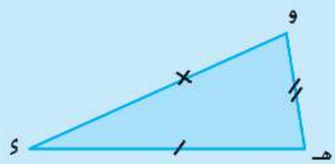
- ارسم المثلث ٢ب جـ ، المثلث ٤ هـ و اللذين فيهما:

٢ب = ٤هـ ، ٤و = ٢جـ ، ب جـ = هـ و

قِسْ: ∠ ٢ ، ∠ ٤ ، ∠ ب ، ∠ هـ ، ∠ جـ ، ∠ و

ماذا تلاحظ؟





- كَرِّر الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيِير طول كل ضلع من أضلاع أحد المثلثين.

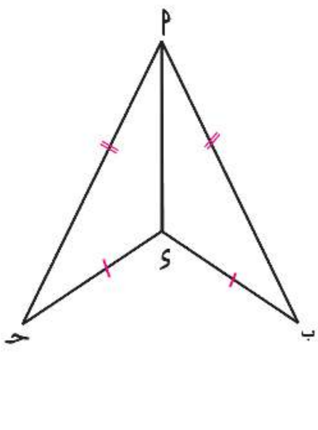
حَرِّكِ الْمُثَلَّثَ ٤ هـ و وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ ٢ب جـ

هَلْ هَذَا يَكْفِي لأن يكُونَ الْمُثَلَّثِ ٢ب جـ ≡ الْمُثَلَّثَ ٤ هـ و؟

- الحالة الثالثة :

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

مثـــال



فى الشكل المقابل :

٢ب = ٢جـ ، ب ٤ = جـ ٤

تحقق من أن : $\overleftarrow{\text{٢ ٤}}$ ينصف ∠٢

الحـــل :

△ ٢ب ٤ ≡ △ ٢ جـ ٤ ؟ (تطابق الأضلاع)

فيكون : ق(∠ ب ٢ ٤) = ق(∠ جـ ٢ ٤) (من نتائج التطابق)

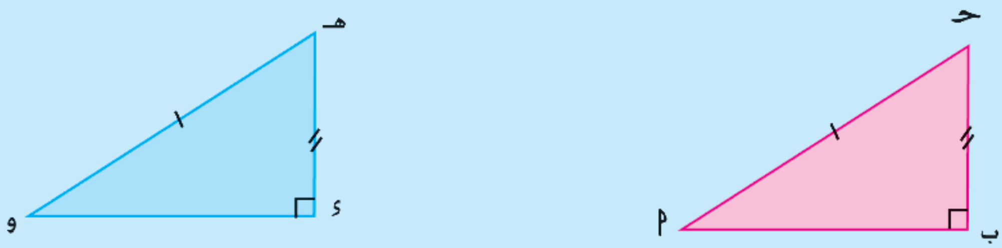
أى أن : $\overleftarrow{\text{٢ ٤}}$ ينصف ∠ ٢

نشاط (٤) :

● ارسم المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب ، المثلث و ء هـ حيث ق (∠ ء) = ق(∠ب)

و هـ = جـ أ ، هـ ء = ب جـ

قِسْ: أ ب ، و ء ، ∠ أ ، ∠ و ، ∠ جـ ، ∠ هـ ، ماذا تلاحظ؟



● كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيِيرِ طُولَيْ وَترٍ وَأَحَدِ ضِلْعَيِ الزَّاوِيَةِ الْقَائِمَةِ فِي أَحَدِ الْمُثَلَّثَيْنَ.

حَرِّكِ الْمُثَلَّث و ء هـ وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ أ ب جـ

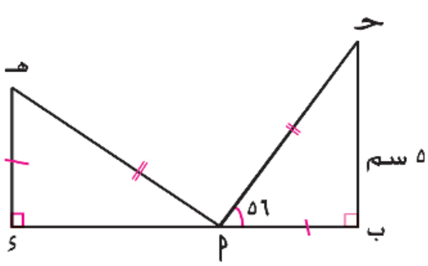
هَلْ هَذَا يَكْفِي لأَنْ يَكُونَ الْمُثَلَّثُ أ ب جـ ≡ الْمُثَلَّثُ ء هـ و ؟

● **الحالة الرابعة :**

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر وأحد ضلعى القائمة فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

مثال

فى الشكل المقابل :



ادرس حالة التطابق ثم استنتج :

ق(∠أ هـ ء) ، طول أ ء

الحل :

△ أ ب جـ ≡ △ هـ ء أ (تطابق وتر وضلع فى مثلثين قائما الزاوية)

، ق(∠أ هـ ء) = ق(∠ جـ أ ب) = ٥٦° (من نتائج التطابق)

أ ء = جـ ب = ٥ سم

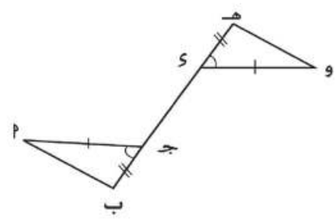
تدريب :

في الأشكال التالية :

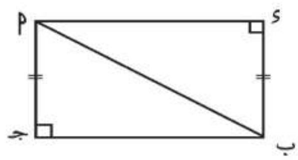
العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات.

اذكر أزواج المثلثات المتطابقة ، وأزواج المثلثات غير المتطابقة (مع ذكر السبب) :

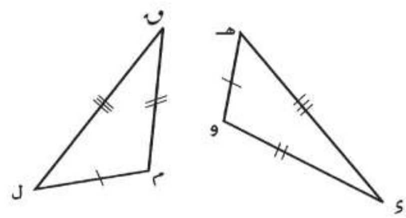
(١)



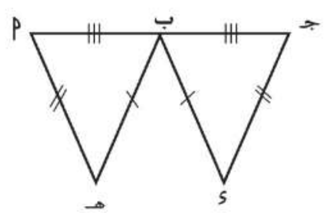
(٢)



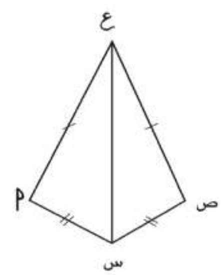
(٣)



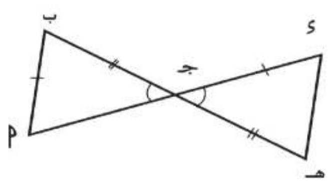
(٤)



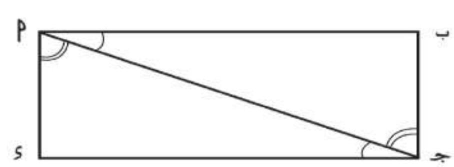
(٥)



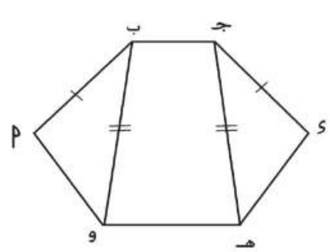
(٦)



(٧)



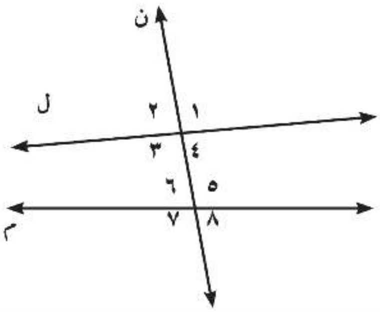
(٨)



توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الرابع

التوازى

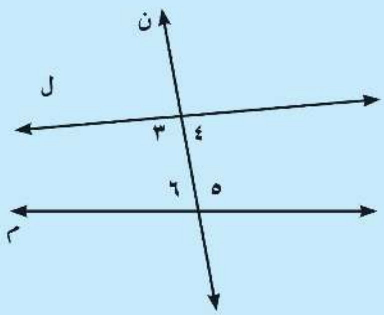


ارْسُمْ مُسْتَقِيمَيْنِ «ل» ، «م» ثُمَّ ارْسُمْ مُسْتَقِيمًا ثَالِثًا «ن» قاطِعًا لَهُمَا.كما بالشكل:

- ينتج من ذلك ثمانية زوايا مختلفة يمكن تصنيفها إلى عدة أزواج من الزوايا وهى (متبادلة - متناظرة - داخلة).

أنشطة :

١ **أكمل:**



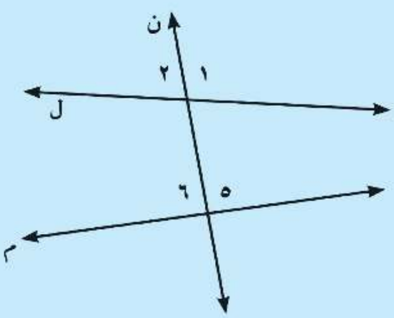
∠ ٣ ، ∠ ٥ زَاوِيَتَانِ مُتَبَادِلَتَانِ

. . . . ، .... زَاوِيَتَانِ متبادلتان .

- وفى حالة المستقيمان ل ، م متوازيان

لاحظ العلاقة بين أزواج الزوايا المتبادلة.

٢



∠ ١ ، ∠ ٥ زَاوِيَتَانِ متناظرتان:

وبالمثل : .... ، .... زَاوِيَتَانِ متناظرتان .

عَيِّنْ أَزْوَاجَ الزَّوَايَا الْمُتَنَاظِرَةَ الأُخْرَى

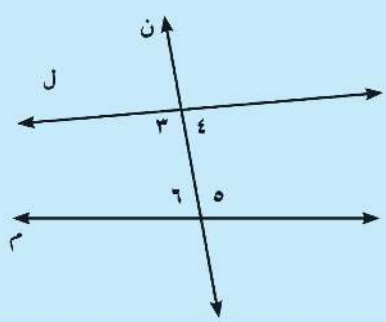
- وفى حالة المستقيمان ل ، م متوازيان

لاحظ العلاقة بين أزواج الزوايا المتناظرة.

٣

∠ ٤ ، ∠ ٥ زَاوِيَتَانِ داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع.

وبالمثل : ..... ، ..... داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع.



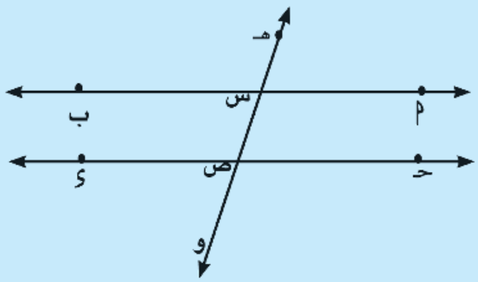
- وفى حالة المستقيمان ل ، م متوازيان

لاحظ العلاقة بين مجموع أى زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع.

اسْتَخْدِمْ الْأَدَوَاتِ الْهَنْدَسِيَّةَ أَوِ الْحَاسِبَ الآلِيَّ فِي عَمَلِ الأَنْشِطَةِ الآتِيَةِ:

نشاط (١) :

مِنْ نُقْطَةِ حـ خَارِجَ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، ارْسُمِ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ يُوَازِي $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، ارْسُمِ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ قاطِعًا $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ فِي س ، ص عَلَى التَّرْتِيبِ.



- عين قِيَاسَ زَاوِيَتَيْنِ مُتَبَادِلَتَيْنِ
- عين قِيَاسَ زَاوِيَتَيْنِ مُتَنَاظِرَتَيْنِ
- عين قِيَاسَ زَاوِيَتَيْنِ دَاخِلَتَيْنِ وَفِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنْ الْقَاطِعِ ثُمَّ اجْمَعْهُمَا.

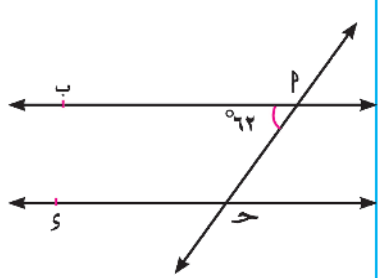
ارْسُمْ أَوْضَاعًا مُخْتَلِفَةً للقاطع $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$. (مَاذَا تُلَاحِظُ؟)

● إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :
- كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس.
- كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس.
- كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القطاع متكاملتان.

تدريب

فى كل من الأشكال الآتية : إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ فأكمل :

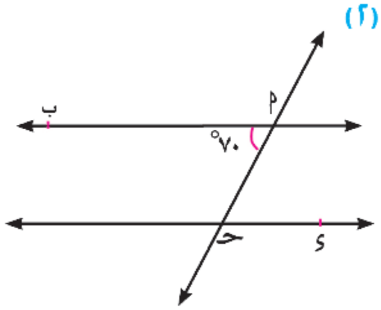
(١)



ق (∠ أ حـ ء) = ... ° - ..... °

= ...... °

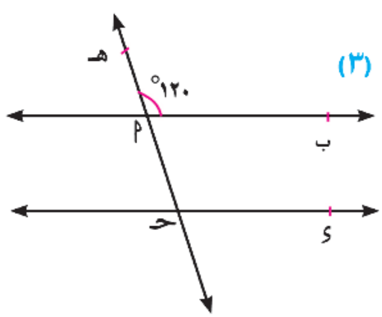
(٢)



ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠.......)

= ...... °

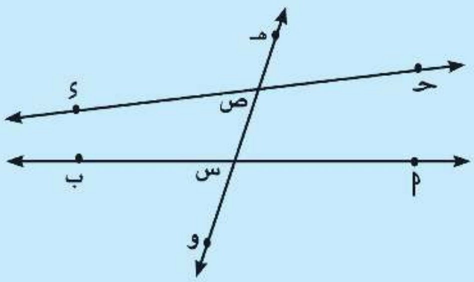
(٣)



ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠.......)

= ...... °

نشاط (٢) :



[أ] ارْسُـــمِ $\overleftrightarrow{ٵ ب}$ ، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ كَمَـا بِالشَّــكْلِ ثُـمَّ ارْسُـــمِ $\overleftrightarrow{هـ و}$ قاطِعًا لَهُمَــا فِي س ، ص عَلَى الْتَّرْتِيبْ.

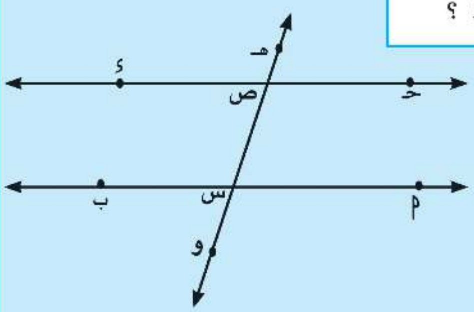
عـيـن قِـيَاسَ الـزَّاوِيَتَيْنِ الْمُتَبَادِلَتَيْنِ

حـ ص س ، ب س ص.

أَدِرْ $\overleftrightarrow{حـ ء}$ حَوْلَ الْنُّقْطَةِ ص حَتَّيَ يَكُونَ ق(∠ حـ ص س) = ق(∠ ب س ص) .

اخْتَبِرْ تَوَازِي $\overleftrightarrow{حـ ء}$ مَعَ $\overleftrightarrow{ٵ ب}$ بِرَسْمِ $\overleftrightarrow{م ن}$ يَمُرُ بِالنُّقْطَةِ ص يُوَازِي $\overleftrightarrow{ٵ ب}$

هَلِ $\overleftrightarrow{م ن}$ يَنْطَبِقُ عَلَى $\overleftrightarrow{حـ ء}$ ؟



عـيـن مرة أخرى قياس الـزَّاوِيَتَيْنِ الْمُتَبَادِلَتَيْنِ

حـ ص س ، ب س ص.

[ب] كَرِّرِ الْعَمَلَ الـسَّابِقَ فِي [أ] بِالنِّسْبَةِ إِلَى:

١) الزَّاوِيَتَيْنِ الْمُتَنَاظِرَتَيْنِ.

٢) الزَّاوِيَتَيْنِ الْدَاخِلَتَيْنِ الْمَرْسُومَتَيْنِ فِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنَ الْقَاطِعِ

(ماذا تلاحظ ؟)

- يتوازى المتستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت احدى الحالات الآتية:

- زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس.

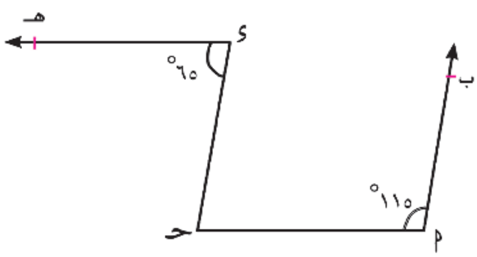
- زاويتان متناظران متساويتان فى القياس.

- زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

مثال

فى الشكل المقابل :

إذا كان أب // حـ ء فهل أحـ // ء هـ ، ولماذا ؟



الحــــل

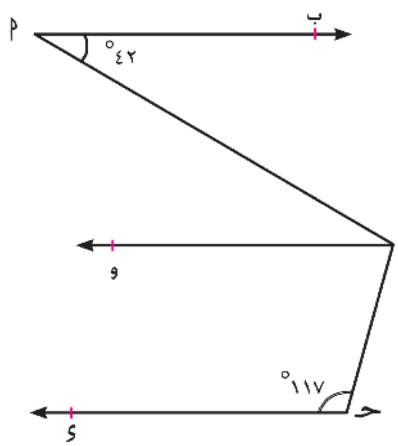
ق (∠ حـ) = ١٨٠° - ١١٥° = ٦٥° لأن ....

أى أن : ق (∠ حـ) = ق (∠ ء) = ٦٥°

فيكـون : أحـ // ء هـ

تدريب

فى الشكل المقابل :



أب // هـ و ، هـ و // حـ ء

ق (∠ أ) = ٤٢° ، ق (∠ حـ) = ١١٧°

عين ق (∠ أ هـ حـ)

الحــــل :

ق (∠ أ هـ حـ) = ق (∠ أ) + ق (∠.....)

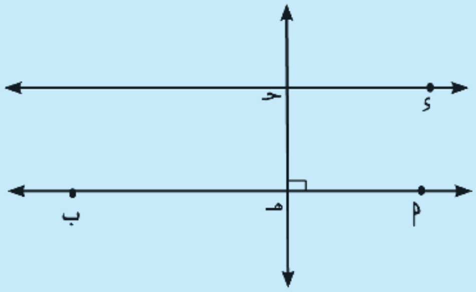
= ....° + ...°

= ....°

لأن ....

نشاط (٣) :

مِنْ نُقْطَةِ حـ خَارِجَ أ ب ارْسُــمِ حـ ء يُوَازِي أ ب وَارْسُــمْ أَيْضًا مُسْتَقِيمًا يَمُرُ بِالنُّقْطَةِ حـ عَمُودِيًّا عَلَى أ ب وَيَقْطَعُهُ فِي هـ كَمَا بِالشَّكْلِ التَّالِي.



أَوْجِدْ قِيَاسَ ∠ ء حـ هـ

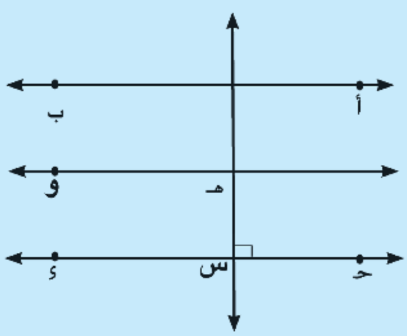
اسْتَنْتِج الْعَلَاقة بَيْنَ حـ ء ، حـ هـ

ارْسُمْ أَوْضَاعًا مُخْتَلِفَةً لِأَيٍّ مِنْ حـهـ أَوْ حـء .

(مَاذَا تُلَاحِظُ؟)

- المستقيم العمودى علي أحد مستقيمين متوازيين فى المستوى يكون عموديًا على الآخر.
- إذا كان كل من مستقيمين عمودي علي ثالثًا فى المستوى كان المستقيمان متوازيين.

نشاط (٤) :



ارْسُمِ أ ب يُوَازِي حـ ء ثُمَّ ارْسُمْ هـ و يُوَازِي أ ب

. ارْسُمِ هـ س عَمُودِيًّا عَلَى حـ ء وَيَقْطَعُهُ فِي س.

أَوْجِدْ قِيَاسَ ∠ و هـ س

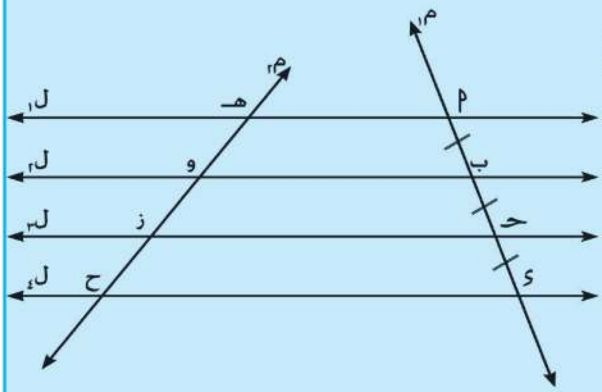
هَلِ هـ و يُوَازِي حـ ء ؟ اذْكُرِ السَّبَبَ.

ارْسُم أَوْضَاعًا مُخْتَلِفَة لِأَيٍّ مِنْ هـ س أَوْ حـ ء . (مَاذَا تُلَاحِظُ؟)

إذا وازى مستقيمان مستقيمًا ثالثًا كان هذان المستقيمان متوازيين.

نشاط (٥) :

ارسم عدة مستقيمات متوازية ل$_{١}$ ، ل$_{٢}$ ، ل$_{٣}$ ، ل$_{٤}$.
ثم ارسم المستقيم م$_{١}$ قاطعًا لها فى أ، ب، حـ ،ء
بحيث أ ب = ب حـ = حـ ء



ارسم المستقيم م$_{٢}$ قاطعًا آخر لهذه المستقيمات المتوازية ويقطعها فى هـ ، و ، ز ، ح

هل هـ و = و ز = ز ح ؟

ارسم أوضاعًا مختلفة للقاطع م$_{٢}$

ماذا تلاحظ ؟

- إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية . وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية فى الطول . فإن الأجزاء المحصورة بينها لأى قاطع آخر تكون متساوية فى الطول.

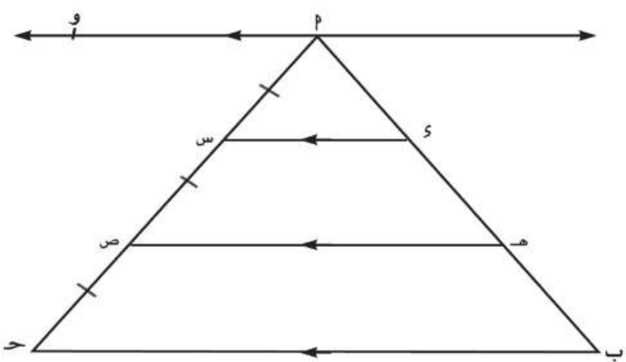
تدريب

فى الشكل المقابل :

أو // ءس // هـ ص // ب حـ .

أ س = س ص = ص حـ . أ ب = ١٢ سم

فأوجد طول ب هـ



الحـــل :

أ و // ..... // ..... // .....

. أ س = ... = ...

فيكون : أ ء = ء هـ = هـ ب

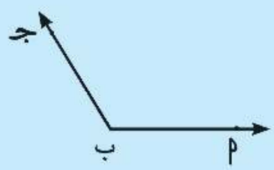
أى أن : ب هـ = $\frac{١}{٣}$ أ ب = ٤ سم

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

إنْشَاءَاتٌ هَنْدَسِيَّةٌ

أنشطة :

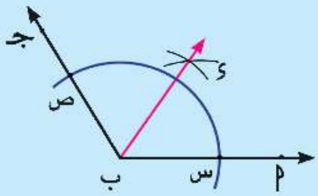
١ إنْشَاءُ مُنَصِّفٍ لِزَاوِيَةٍ مَعْلُومَةٍ :



المُعْطَيَاتُ: أ ب جـ زَاوِيَةٌ مَعْلُومَةٌ

المَطْلُوبُ: رَسْمُ مُنَصِّفِ ∠ أ ب جـ «بِاسْتِخْدَامِ الفِرْجَارِ»

خُطُوَاتِ العَمَلِ:



ب ى منصف ∠ أ ب جـ

١ نَرْكُزُ بِسِنِّ الفِرْجَارِ عِنْدَ رَأْسِ الزَّاوِيَةِ ب وبِفَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ نَرْسُمُ قَوْسًا يَقْطَعُ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ فِي س ، $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ فِي ص

٢ نَرْكُزُ بِسِنِّ الفِرْجَارِ عِنْدَ كُلٍّ مِنْ س ، ص وَبِنَفْسِ الفَتْحَةِ أَوْ فَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ نَرْسُمُ قَوْسَيْنِ يَتَقَاطَعَانِ فِي ى

٣ نَرْسُمُ $\overleftarrow{\text{ب ى}}$ فَيَكُونُ هُوَ مُنَصِّفَ ∠ أ ب جـ

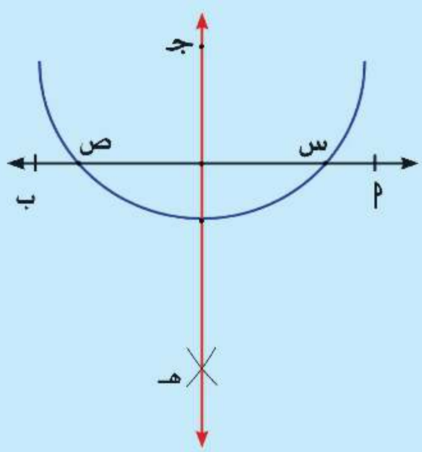
أَكْمِلْ: $\overleftarrow{\text{ب ى}}$ هُوَ ...... تَمَاثُلٍ لِلزَّاوِيَةِ أ ب جـ

٢ إنْشَاءُ عَمُودٍ عَلَى مُسْتَقِيمٍ مَارٍّ بِنُقْطَةٍ لَا تَنْتَمِي إِلَى الْمُسْتَقِيمِ : • جـ

المُعْطَيَاتُ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مُسْتَقِيمٌ مَعْلُومٌ ، جـ ∉ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

المَطْلُوبُ: رَسْمُ مُسْتَقِيمٍ $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ عَمُودِيٌّ عَلَى $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

خُطُوَاتِ العَمَلِ:



١ نَرْكُزُ بِسِنِّ الْفِرْجَارِ عِنْدَ النُّقْطَةِ جـ وبِفَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ نَرْسُمُ قَوْسًا مِنْ دَائِرَةٍ يَقْطَعُ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ فِي نُقْطَتَيِ س ، ص.

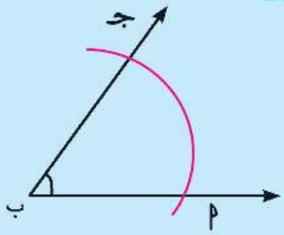
٢ نَرْكُزُ بِسِنِّ الْفِرْجَارِ عِنْدَ كُلٍّ مِنْ س ، ص وَبِفَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ أَكْبَرَ مِنْ نصف طُول $\overline{\text{س ص}}$ نَرْسُمُ قَوْسَيْنِ مِنْ دَائِرَةٍ يَتَقَاطَعَانِ فِي هـ

٣ نَرْسُمُ $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ فَيَكُونُ $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ عَمُودِيًّا عَلَى $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

$\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}} \perp \overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

أَكْمِلْ: $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ هُوَ ...... تَمَاثُلٍ لِلْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ $\overline{\text{س ص}}$

٣ إِنْشَاءُ زاوية مطابقة (مساوية فى القياس) لزاوية معلومة



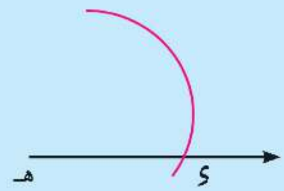
الْمُعْطَيَاتُ: أ ب جـ زَاوِيَةٌ مَعْلُومَةٌ

الْمَطْلُوبُ: رَسْمُ ∠ ء هـ و بحيث ق ∠ ء هـ و = ق ∠ أ ب جـ

«بدون اسْتِخْدَامِ المنقلة»

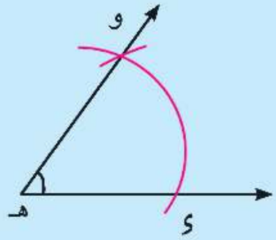
خُطُوَاتِ الْعَمَل:

١ نَرسم شعاعًا بدايته هـ ليمثل احدى ضلعى الزاوية المراد رسمها.



٢ نركز بسن الفرجار عند ب ونرسم قوسًا من دائرة يقطع الشعاعين ب أ , بـجـ عند أ , جـ على الترتيب وبنفس الفتحة نركز بسن الفرجار عند هـ . ونرسم قوسًا من دائرة يقطع الشعاع عند ء

٣ نركز بسن الفرجار عند أ ثم نفتح الفرجار فتحة تساوى أ جـ . ثم نركز بسن الفرجار عند ء وبنفس الفتحة السابقة نرسم قوسًا يقطع القوس الأول فى و



٤ نرسم هـو فتكون ∠ ء هـ و ≡ ∠ ....

(حيث الرمز ≡ يقرأ تطابق)

٤ تنصيفُ قطعةٍ مستقيمةٍ

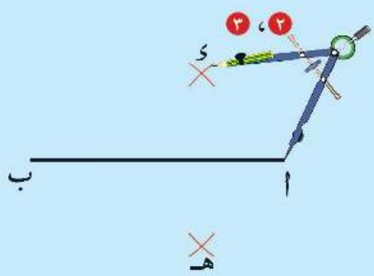
الْمُعْطَيَاتُ: $\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مستقيمة معلومة

الْمَطْلُوبُ: تنصيف $\overline{\text{أ ب}}$

خُطُوَاتِ الْعَمَلِ:

١ نرسم القطعة المستقيمَة $\overline{\text{أ ب}}$

٢ نركز بسنِّ الفرجار عند النقطة أ، ونفتح الفرجار فتحة مناسبة أكبر من نصف طول $\overline{\text{أ ب}}$ تقريبًا ثم نرسم قوسين من دائرة فى جهتين مختلفتين من $\overline{\text{أ ب}}$.



٣ نركز بسنِّ الفرجار عند ب وبنفس الفتحة السابقة نرسم قوسين من دائرة فى جهتى $\overline{\text{أ ب}}$ يتقاطعان مع القوسين السابقين فى نقطتى د، هـ.

٤ نرسم $\overleftrightarrow{\text{ى هـ}}$ فيقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى جـ فتكون نقطة جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

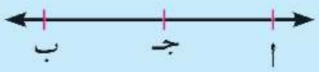
٥ إنشاءُ عمودٍ على مستقيمٍ مارٍّ بنقطةٍ تنتمى إلى المستقيم

الْمُعْطَيَاتُ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مستقيم معلوم، جـ $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$

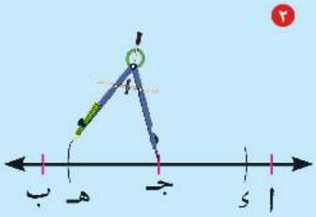
الْمَطْلُوبُ: رسم عمود على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ من نقطة جـ .

خُطُوَاتِ الْعَمَلِ:

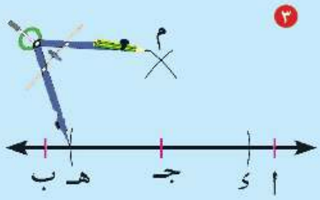
١ نرسم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، ونحدد النقطة جـ $\in$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

١


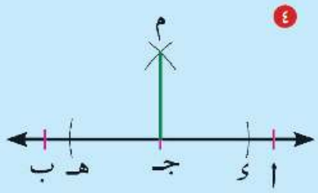
٢ نركز بسنِّ الفرجار عند جـ وبفُتحة مناسبة نرسمُ قوسين من دائرة فى جهتين مختلفتين من النقطة جـ يقطعان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ فى النقطتين ى، هـ

٢


٣ نركز بسنِّ الفرجار عند كل من ى ، هـ وبفتحة مناسبة أكبر من طول $\overline{\text{جـ ى}}$ نرسم قوسينِ فيتقاطع القوسان فى نقطة م.

٣


٤ نرسم $\overline{\text{م جـ}}$ فيكون $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

٤


تدرب

ارسم المثلثَ أ ب جـ حاد الزوايا ومختلف الأضلاع، ارسم محورَ تماثلٍ لكل ضلعٍ من أضلاعه " لاتمح الأقواس" هل محاورُ التماثل تتقاطعُ فى نقطة واحدة.

ناقش

- **أ** إذا كان د هـ و مثلثًا منفرج الزاوية فى هـ أين تتقاطع محاور تماثل أضلاعه؟
- **ب** إذا كان س ص ع مثلثًا قائم الزاوية فى ص أين تتقاطع محاور تماثل أضلاعه ؟
- **جـ** قس أطوال القطع المستقيمة الواصلة بين نقطة تقاطع محاور التماثل ورؤوس المثلث فى كل حالة ماذا تلاحظ ؟

يستخدم الفرجار ذو السنين لقياس البعد بين نقطتين.

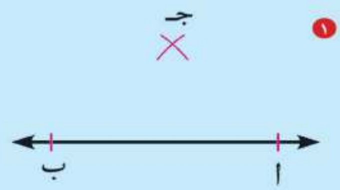
٦ رسمُ مستقيمٍ من نقطةٍ معلومةٍ موازٍ لمستقيمٍ معلومٍ

المُعْطَيَاتُ: مستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ معلوم، جـ $\notin$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

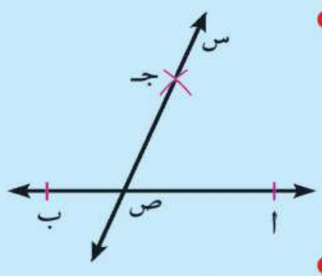
المَطْلُوبُ: رسم مستقيم من نقطة جـ يوازى $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

خُطُوَاتِ العَمَل:

١ نرسمُ المستقيمَ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، جـ $\notin$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

❶


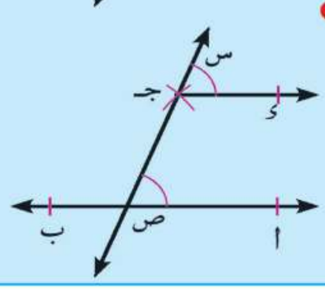
٢ نرسم المستقيمَ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ يمر بالنقطة جـ و يقطع $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ فى ص

❷


٣ نرسم عند جـ الزاوية س جـ ى فى وضع تناظر مع $\angle$ أ ص س بحيث يكون

$\angle$ س جـ ى $\equiv$ $\angle$ س ص أ كما فى النشاط السابق

فيكون $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

❸


توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الفصل الدراسي الثاني

المحتويات

الْوَحْدَةُ الْأُولى : الْأَعْـدَادُ والجبر

الْوَحْدَةُ الثانيةُ :الإِحْصَاءُ وَالإِحْتِمَالُ

الْوَحْدَةُ الثالثةُ :الْهَنْدَسَــةُ والْقِياسُ

الوَحْدَةُ الأُولَى الأَعْـــدَادُ والجبـــر

غياث الدين بن مسعود الكاشي

(١٣٨٠ م / ١٤٣٦ م)

الْكَاشِـيُّ هُـوَ الَّذِي ابْتَكَرَ الْكَسْـرَ الْعَشْـرِيَّ كَمَـا وَضَعَ قَانُونًـا خَاصًّـا بِمَجْمُوعِ الأَعْـدَادِ الطَّبِيعِيَّـةِ الْمَرْفُوعَةِ إِلَى الْقُوَّةِ الرَّابِعَةِ. كَمَا تَوَصَّلَ إِلَى نِسْـبَةٍ غَايَةٍ فِى الدِّقَّةِ لِلنِّسْبَةِ التَّقْرِيبِيَّـةِ «ط» تَـكَادُ تُعَادِلُ مَـا تَوَصَّلْنَا إِلَيْهِ بِاسْـتِخْدَامِ الْحَاسِبَاتِ الْعِلْمِيَّةِ.

مُحْتَوَيَاتُ الوَحْدَةِ

الفصل الدرا

١

الدَّرْسُ الأَوَّلُ

الضَّرْبُ الْمُتَكَرِّرُ فى ن

أَكْمِلْ:

$(\frac{١}{٢})^{١} = \frac{١}{٢}$

$(\frac{١}{٢})^{٣} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١ \times ١ \times ١}{٢ \times ٢ \times ٢} = \frac{١^{٣}}{٢^{٣}}$

$(\frac{١}{٢})^{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١ \times ١}{٢ \times ٢} = \frac{١^{٢}}{٢^{٢}}$

$(\frac{١}{٢})^{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١ \times ١ \times ١ \times ١}{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢} = \frac{١^{٤}}{٢^{٤}}$

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ عَدَدًا نِسْبِيًّا ، ن عَدَدًا صَحِيحًا مُوجَبًا فَإِنَّ:

- $(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \dots \times \frac{أ}{ب}$ **حَيْثُ $\frac{أ}{ب}$ مُكَرَّرٌ كَعَامِلٍ ن مِنَ الْمَرَّاتِ، وَيُقْرَأُ « $\frac{أ}{ب}$ أُسّ ن أَوِ الْقُوَّةُ النُّونِيَّةُ لِلْعَدَدِ $\frac{أ}{ب}$ ».**
- $(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$
- $(\frac{أ}{ب})^{صفر} = ١$ **حَيْثُ أ ≠ صِفْر**

أمثلة :

مثال ١ احسب ما يلى مع وضع الناتج فى أبسط صورة:

(أ) $(-\frac{٤}{٥})^{٣}$ (ب) $(-٢\frac{١}{٣})^{٢}$

(ج) $(٢\frac{١}{٤})^{٢} \times (-\frac{٢}{٣})^{٢}$ (د) $-\frac{٢٥}{٩} \div (-\frac{٥}{٩})^{٢}$

الحل :

(أ) $(-\frac{٤}{٥})^{٣} = -(\frac{٤}{٥})^{٣} = -\frac{٤^{٣}}{٥^{٣}} = -\frac{٦٤}{١٢٥}$

(ب) $(-٢\frac{١}{٣})^٢ = (٢\frac{١}{٣})^٢ = (\frac{٧}{٣})^٢ = \frac{٤٩}{٩}$

(حـ) $(٢\frac{١}{٤})^٢ \times (-\frac{٢}{٣})^٢ = (\frac{٩}{٤})^٢ \times (\frac{٢}{٣})^٢ = \frac{٨١}{١٦} \times \frac{٤}{٩} = \frac{٩}{٤}$

(ء) $-\frac{٢٥}{٩} \div (-\frac{٥}{٩})^٢ = -\frac{٢٥}{٩} \div (\frac{٥}{٩})^٢$

$= -\frac{٢٥}{٩} \div \frac{٢٥}{٨١} \qquad = -\frac{٢٥}{٩} \times \frac{٨١}{٢٥} = -٩$

مثال ٢ احسب مايلي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

(أ) $(-\frac{٢}{٣})^٢$ (ب) $(-\frac{٢}{٣})^٣$ (جـ) $(-\frac{٢}{٣})^٤$ (د) $(-\frac{٢}{٣})^٥$

(هـ) $(١\frac{١}{٢})^٤$ (و) $(-٢\frac{١}{٣})^٢$ (ز) $(٢س)^٢ \times \frac{١}{س}$ (ح) $(\frac{أ}{ب})^٢ \times \frac{ب^٢}{جـ}$

الحل

[أ] $(-\frac{٢}{٣})^٢ = (-\frac{٢}{٣}) \times (-\frac{٢}{٣}) = \frac{٤}{٩}$

[ب] $(-\frac{٢}{٣})^٣ = (-\frac{٢}{٣}) \times (-\frac{٢}{٣}) \times (-\frac{٢}{٣}) = \frac{-٨}{٢٧}$

[جـ] $(-\frac{٢}{٣})^٤ = (\frac{٢^٤}{٣^٤}) = \frac{١٦}{٨١}$

[د] $(-\frac{٢}{٣})^٥ = -\frac{٢^٥}{٣^٥} = -\frac{٣٢}{٢٤٣}$

[هـ] $(١\frac{١}{٢})^٤ = (\frac{٣}{٢})^٤ = \frac{٨١}{١٦}$

[و] $(-٢\frac{١}{٣})^٢ = (-\frac{٧}{٣})^٢ = \frac{٤٩}{٩}$

[ز] $(٢\,س)^٢ \times \frac{١}{س} = ٤س$

[ح] $(\frac{أ}{ب})^٢ \times \frac{ب^٢}{حـ} = \frac{أ^٢}{جـ}$

مثال ٣ احْسِبْ مَا يَلِي مَعَ وَضْعِ النَّاتِجِ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

(أ) $(٢\frac{١}{٢})^٢ \times (-\frac{٢}{٥})^٢$ (ب) $(٢\frac{٧}{٩}) \div (-١\frac{٢}{٣})^٢$

الحل

[أ] $(٢\frac{١}{٢})^٢ \times (-\frac{٢}{٥})^٢$

$= (\frac{٥}{٢})^٢ \times (\frac{٢}{٥})^٢$

$= \frac{٢٥}{٤} \times \frac{٤}{٢٥} = ١$

[ب] $(٢\frac{٧}{٩}) \div (-١\frac{٢}{٣})^٢$

$= (\frac{٢٥}{٩}) \div (-\frac{٥}{٣})^٢$

$= \frac{٢٥}{٩} \times \frac{٩}{٢٥} = ١$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثَّانِي
الْقُوَى الصَّحِيحَةُ غَيْرُ السَّالِبَةِ

- إِذَا كَانَتْ عَمَلِيَّةُ ضَرْبِ الْأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ تَحْتَوِي عَلَى أَعْدَادٍ لَهَا الْأَسَاسُ نَفْسُهُ ، فَإِنَّهُ يُمْكِنُ كِتَابَةُ حَاصِلِ الضَّرْبِ بِالْأَسَاسِ نَفْسِهِ.

فمثلًا: $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} = \left(\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}\right) \times \left(\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}\right)$

$$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$$

$$= \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥}$$

اسْتَخْدِمِ الْآلَةَ الْحَاسِبَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنَ الآتِي:

العدد النسبي: $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	ن	م	$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} \times \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}}$	$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}+\text{م}}$
$\frac{١}{٣}$	٢	٣	$\frac{١}{٢٤٣}$	$\frac{١}{٢٤٣}$
$\frac{١}{٤}$	٢	٣	$\frac{١}{١٠٢٤}$	$\frac{١}{١٠٢٤}$
$\frac{١}{٥}$	٣	٢	$\frac{١}{٣١٢٥}$	$\frac{١}{٣١٢٥}$
$\frac{٣}{٢}$	٣	٤	$\frac{٢١٨٧}{١٢٨}$	$\frac{٢١٨٧}{١٢٨}$

- أَدْخِلْ أَعْدَادًا نِسْبِيَّةً أُخْرَى فِي الْآلَةِ الْحَاسِبَةِ لِلْقِيَمِ: $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، ن ، م
- هَلْ حَصَلْتَ عَلَى حَاصِلِ الضَّرْبِ نَفْسِهِ؟
- هَلْ يَتَحَقَّقُ الْقَانُونُ إِذَا كَانَتِ الْأَسَاسَاتُ سَالِبَةً؟

إِذَا كَانَ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ عَدَدًا نِسْبِيًّا ، ن ، م عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْنِ غَيْرَ سَالِبَيْنِ:

فَإِنَّ $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} \times \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}+\text{م}}$

مثـــال

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتى فى أبسط صورة:

(أ) $(-\frac{٢}{٣})^{٢} \times (\frac{٢}{٣})^{٥}$ (ب) $(-\frac{٣}{٥})^{٣} \times (-\frac{٣}{٥})^{٥}$

الحل

(أ) $(-\frac{٢}{٣})^{٢} \times (\frac{٢}{٣})^{٥} = (\frac{٢}{٣})^{٢} \times (\frac{٢}{٣})^{٥}$

$= (\frac{٢}{٣})^{٢+٥}$

$= (\frac{٢}{٣})^{٧}$

(ب) $(-\frac{٣}{٥})^{٣} \times (-\frac{٣}{٥})^{٥} = (-\frac{٣}{٥})^{٣+٥}$

$= (-\frac{٣}{٥})^{٨}$

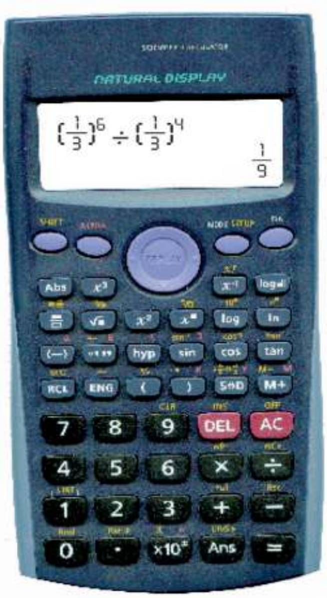
$= (\frac{٣}{٥})^{٨}$

- إِذَا كَانَتْ عَمَلِيَّةُ قِسْـمَةِ الأَعْدَادِ النِّسْـبِيَّة تَحْتَوِي عَلَى أَعْدَادٍ لَهَا الأَسَاسُ نَفْسُهُ فَإِنَّهُ يُمْكِنُ كِتَابَةُ خَارِجِ الْقِسْمَةِ بِالأَسَاسِ نَفْسِهِ.

فمثلًا: $(\frac{١}{٢})^{٥} \div (\frac{١}{٢})^{٣} = \frac{\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}}$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = (\frac{١}{٢})^{٢}$....

اسْتَخْدِمْ الآلَةَ الْحَاسِبَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنَ الآتِي:



العدد النسبي: $\frac{أ}{ب}$	ن	م	$(\frac{أ}{ب})^{ن} \div (\frac{أ}{ب})^{م}$	$(\frac{أ}{ب})^{ن-م}$
$\frac{١}{٣}$	٦	٤	$\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٩}$
$\frac{١}{٤}$	٥	٢	$\frac{١}{٦٤}$	$\frac{١}{٦٤}$
$\frac{١}{٥}$	٦	٣	$\frac{١}{١٢٥}$	$\frac{١}{١٢٥}$
$\frac{٣}{٢}$	٧	٤	$\frac{٢٧}{٨}$	$\frac{٢٧}{٨}$

- أَدْخِلْ أَعْدَادًا نِسْبِيَّة أُخْرَى فِي الْآلَةِ الْحَاسِبَةِ لِلْقِيَمِ: $\frac{أ}{ب}$ ، ن ، م
- هَلْ حَصَلْتَ عَلَى خَارِجِ الْقِسْمَةِ نَفْسِهِ؟
- هَلْ يَتَحَقَّقُ الْقَانُونُ إِذَا كَانَتْ الْأَسَاسَاتُ سَالِبَةً؟

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ عَدَدًا نِسْبِيًّا لا يساوى الصفر، ن ، م عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْنِ غَيْرَ سَالِبَيْنِ حَيْثُ ن ≥ م

فَإِنَّ $(\frac{أ}{ب})^{ن} \div (\frac{أ}{ب})^{م} = (\frac{أ}{ب})^{ن-م}$

مثــال

أوجد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة

(أ) $(\frac{3}{4})^{5} \div (-\frac{3}{4})^{2}$ (ب) $(\frac{2}{5})^{13} \div (\frac{2}{5})^{11}$

الحل

(أ) $(\frac{3}{4})^{5} \div (-\frac{3}{4})^{2} = (\frac{3}{4})^{5} \div (\frac{3}{4})^{2}$

$= (\frac{3}{4})^{5-2}$

-١ < ٣س - ٤ ≤ ٥

$= (\frac{3}{4})^{3} = \frac{27}{64}$

(ب) $(\frac{2}{5})^{13} \div (\frac{2}{5})^{11} = (\frac{2}{5})^{13-11}$ باضافة ١ إلى جميع الأطراف

-١+١ < ٣س-٤+١ ≤ ٥+١

$= (\frac{2}{5})^{2}$ ٠ < ٣س ≤ ٦ بالقسمة على ٣

٠ < س ≤ ٢

$= \frac{4}{25}$

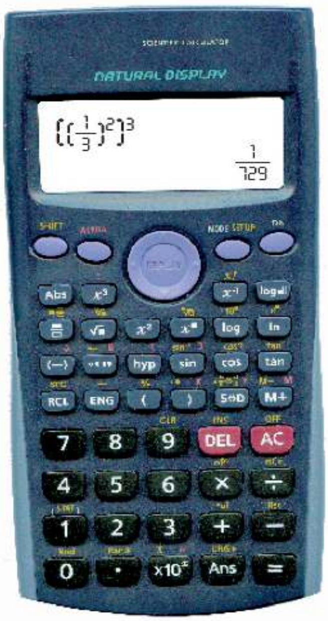
مجموعة الحل = {س: س ∈ ن ، ٠ < س ≤ ٢}

يُمْكِنْ كِتَابَةُ الْعَدَدِ النِّسْبِيِّ $\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}\right)^{٢}$ عَلَى الصُّورَةِ:

$$\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}\right)^{٢} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٤} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}$$

$$= \left(\frac{١}{٢}\right)^{٤+٤} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٨}$$

اسْتَخْدِمْ الآلَةَ الْحَاسِبَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنَ الآتِي:



العدد النسبى: $\frac{أ}{ب}$	ن	م	$\left(\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}\right)^{م}$	$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن \times م}$
$\frac{١}{٣}$	٢	٣	$\frac{١}{٧٢٩}$	$\frac{١}{٧٢٩}$
$\frac{١}{٤}$	٣	٢	$\frac{١}{٤٠٦٩}$	$\frac{١}{٤٠٦٩}$
$\frac{١}{٥}$	٢	٤	$\frac{١}{٣٩٠٦٢٥}$	$\frac{١}{٣٩٠٦٢٥}$
$\frac{٣}{٢}$	٣	٢	$\frac{٧٢٩}{٦٤}$	$\frac{٧٢٩}{٦٤}$

- أَدْخِلْ أَعْدَادًا نِسْبِيَّة أُخْرَى فِي الْآلَةِ الْحَاسِبَةِ للقيم: $\frac{أ}{ب}$ ، ن ، م
- هَلِ النَّوَاتِجَ فِي الْعَمُودِ الرَّابِعِ تُسَاوِي النَّوَاتِجَ فِي الْعَمُودِ الْخَامِسِ؟

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ عَـدَدًا نِسْـبِيًّا ، ن ، م عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْنِ غَيْرَ سَالِبَيْنِ فَإِنَّ:

$$\left(\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن \times م}$$

مثـــال

أوجد ناتج ما يأتى:

(أ) $\left(\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}\right)^{٢}$ (ب) $\left(\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٣}$

الحل

(أ) $\left(\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٤} = \frac{٣^{٤}}{٤^{٤}}$

$= \frac{٨١}{٢٥٦}$

(ب) $\left(\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢}\right)^{٣} = \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٦}$

$= \left(\frac{١}{٢}\right)^{٦} = \frac{١^{٦}}{٢^{٦}}$

$= \frac{١}{٦٤}$

- اتَّبِعِ الْخُطُوَاتِ السَّابِقَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنْ أَنَّ:

[أ] $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} \times \left(\frac{ج}{د}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د}\right)^{ن}$

[ب] $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} \div \left(\frac{ج}{د}\right)^{ن} = \left(\frac{أ د}{ب ج}\right)^{ن}$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدرس الثالث: الْقُوَى الصَّحِيحَةُ السَّالِبَةِ

● تَعَرَّفْنَا مَعْنَى الْقُوَّةِ الصَّحِيحَةِ الْمُوجَبَةِ وَالْقُوَّةِ الصِّفْرِيَّةِ لِعَدَدٍ نِسْبِى وَالْآنَ نَتَعَرَّفُ مَعْنَى الْقُوَّةِ الصَّحِيحَةِ السَّالِبَةِ لِعَدَدٍ.

فَمَثَلًا:

$٢^{٢} = ٢^{٢}$

$٢^{١} = ٢$

$٢^{٠} = ١$

$٢^{-١} = \frac{١}{٢}$

$٢^{-٢} = \frac{١}{٢^{٢}}$

إذا كَانَ أ عَدَدًا نسبيًا (لَا يُسَاوِى الصِّفْرَ) وَكَانَ ن عَـدَدًا صَحِيحًا مُوجَبًا فإنَّ $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $أ^{ن} = \frac{١}{أ^{-ن}}$

نُلَاحِظُ أَنَّ: $أ^{ن} \times أ^{-ن} = أ^{ن-ن} = أ^{\text{صفر}} = ١$ أَىِّ أَنَّ كُلاًّ مِنْ $أ^{ن}$ ، $أ^{-ن}$ هُوَ الْمَعْكُوسُ الضَّرْبِىُّ لِلْآخَرِ.

● مثال : أوجد قيمة كل مما يلى :

١) $٥^{٦} \times ٥^{-٤} = \frac{٥^{٦}}{٥^{٤}} = ٥^{٢}$

٢) $\frac{٧^{-٣}}{٧^{-٢}} = \frac{٧^{٢}}{٧^{٣}} = ٧^{-١} = \frac{١}{٧}$

٣) $\left(\frac{٦^{-٢} \times ٦^{٤}}{٦^{٣}}\right)^{-٢} = \left(\frac{٦^{٤}}{٦^{٢} \times ٦^{٣}}\right)^{-٢} = \left(\frac{٦^{٤}}{٦^{٥}}\right)^{-٢} = \left(\frac{١}{٦}\right)^{-٢} = ٦^{٢} = ٣٦$

جَدْوَل قُوَى الْعَدَد ٥

$٥^{١} = ٥$	$٥^{-١} = ٠,٢$
$٥^{٢} = ٢٥$	$٥^{-٢} = ٠,٠٤$
$٥^{٣} = ١٢٥$	$٥^{-٣} = ٠,٠٠٨$
$٥^{٤} = ٦٢٥$	$٥^{-٤} = ٠,٠٠١٦$
$٥^{٥} = ٣١٢٥$	$٥^{-٥} = ٠,٠٠٠٣٢$
$٥^{٦} = ١٥٦٢٥$	$٥^{-٦} = ٠,٠٠٠٠٦٤$
$٥^{٧} = ٧٨١٢٥$	$٥^{-٧} = ٠,٠٠٠٠١٢٨$
$٥^{٨} = ٣٩٠٦٢٥$	$٥^{-٨} = ٠,٠٠٠٠٠٢٥٦$
⋮	⋮

● اسْتَخْدِمْ جَدْوَلَ قُوَى الْعَدَدِ (٥) فِى إِيجَادِ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَلِى:

١) $١٥٦٢٥ \times ٠,٠٠١٦ = ٥^{٦} \times ٥^{-٤} = ٥^{٢}$

٢) $٠,٠٠٠٣٢ \times ٣١٢٥$

٣) $(٧٨١٢٥)^{-١}$

٤) $(٠,٠٠١٦)^{-٢}$

٥) $\frac{٠,٠٠٨}{٦٢٥}$

٦) $\frac{١٢٥}{٠,٠٠٠٣٢}$

٧) $\frac{(٣١٢٥)^{٢}}{١٥٦٢٥}$

٨) $(٠,٠٠٠٠١٢٨)^{٣} \times (٣٩٠٦٢٥)^{٢}$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الرَّابِعُ الصُّورَةُ الْقِيَاسِيَّةُ لِلْعَدَدِ النسبى

- فِى عَامِ ١٩٩٧ اكْتَشَفَ الدُّكْتُور أَحْمَدُ زُوَيل مَدِيرُ مَعْمَلِ عُلُومِ الذَّرَّةِ بِمَعْهَدِ كَالِيفورْنِيَا للتِّكْنُولُوجِيَا - مقياساً جديداً للزمن هو الْفِيمتو ثَانِيَة وهو يساوى مِلْيُونُ الْمِلْيَارِ مِنَ الثَّانِيَةِ (١×١٠^{-١٥}). وَقَدْ تَمَ مَنْحُهُ جَائِزَةَ نُوبِلَ فِى الْكِيمْيَاءِ عَامَ ١٩٩٩

يَصْعُبُ أَحْيَانًا قِراءَةُ وَكِتَابَةُ الأَعْدَادِ الكَبِيرَةِ أو الأَعْدَادِ الصَّغِيرَةِ جِدًا،

فمثلًا: قُطْرُ الْمَجْمُوعَةِ الشَّمْسِيَّةِ: ١١٨٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ كم.

قُطْرُ ذَرَّةِ الفِضَةِ : ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٢٥ كم.

وَضْعُ الْعَدَد عَلَى الصُّورَةِ الْقِيَاسِيَّةِ يُسَهِّلُ قِراءَةَ وَكِتَابَةِ الْعَدَدِ ويُسَاعِدُ فِى إِجْرَاءِ الْعَمَلِيَاتِ الْحِسَابِيَّةِ لِلأَعْدَادِ الْكَبِيرَةِ والصَّغِيرَةِ.

العدد النسبى على الصورة $أ \times ١٠^{ن}$ ، $١ \leqslant |أ| < ١٠$ ، $ن \in ص$ يسمى الصورة القياسية للعدد النسبى .

مثـــال

اكْتُبِ الْعَدَدَ الآتِى عَلَى الصُّورَةِ الْقِيَاسِيَّةِ:

$أ \times ١٠^{ن}$ حيث $ن \in ص$:

[أ] ٥٨١٢٠٠٠٠٠٠٠٠٠ [ب] ٠,٠٠٠٠٠٠٠٧٢

[جـ] -٠,٠٠٠٠٠٥٣

الحَـــلُّ

[أ] ٥٨١٢٠٠٠٠٠٠٠٠٠

تُوضَعَ الْعَلامَةُ الْعَشْرِيَّةُ هُنَا حِيْثُ $١ \leqslant أ < ١٠$

وَذَلِكَ بِقِسْمَةِ الْعَدَدِ عَلَى $١٠^{١٠}$

$٥٨١٢٠٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٥,٨١٢ \times ١٠^{١٠}$

$= ٥,٨ \times ١٠^{١٠}$

[ب] ٠,٠٠٠٠٠٠٠٧٢

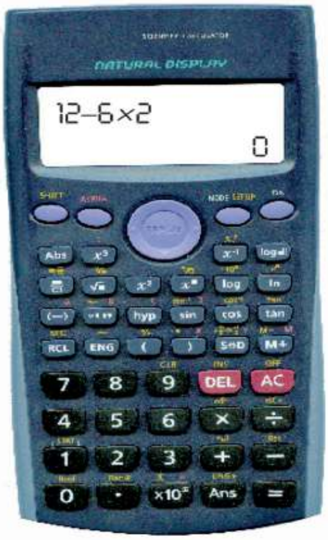
تُوضَعُ الْعَلامَةُ الْعَشْرِيَّةُ هُنَا حيث $١ \leqslant أ < ١٠$ وَذَلِكَ بِضَرْبِ الْعَدَدِ فِي $١٠^{٧}$

$٠,٠٠٠٠٠٠٠٧٢ = ٧,٢ \times ١٠^{-٧}$

[جـ] $-٠,٠٠٠٠٠٥٣ = -٥,٣ \times ١٠^{-٥}$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الْخَامِسُ: تَرْتِيبُ إِجْرَاءِ الْعَمَلِيَّاتِ الرِّيَاضِيَّةِ



- تَتبعُ الآلَةُ الحَاسِبَةُ قَوَاعِدَ لِتَرْتِيبِ العَمَلِيَّاتِ الرِّيَاضِيَّةِ إِذَا لَمْ يَكُنْ هُنَاكَ أَقْوَاس، أَدْخِلِ الأَعْدَادَ وَالعَمَلِيَّاتِ الرِّيَاضِيَّةِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ اليَمِينِ إِلَى الْيَسَارِ. **ماذا تلاحظ؟**

١) $١٢ - ٦ \times ٢$

١٢ [−] ٦ [×] ٢ [=] → 0

٢) $٨ + ١٥ \div ٣$

٨ [+] ١٥ [÷] ٣ [=] → 13

٣) $٩^{٥}$

٩ [$x^{\square}$] ٥ [=] → 59049

أَكْمِلِ الْجَدْوَلَ الآتِى:

المِقْدَارُ	تَرْتِيب إِجْرَاء الْعَمَلِيَّات	الْقيمَةُ
$٤ \times ٧ + ٩$	اضرب ٤ فى ٧ ثم اجمع ٩	$٤ \times ٧ + ٩ = ٢٨ + ٩ = ٣٧$
$٢ \times ٥ + ٩$	اضرب ٢ فى ٥ ثم اجمع ٩	$٢ \times ٥ + ٩ = ١٠ + ٩ = ١٩$
$١٦ + ١٠ \div ٢$	اقسم ١٠ على ٢ ثم اجمع ١٦	$١٦ + ١٠ \div ٢ = ١٦ + ٥ = ٢١$
$٣(٥ + ٦)$	اجمع ٥ ، ٦ ثم أضرب فى ٣	$٣(٥ + ٦) = ٣ \times ١١ = ٣٣$
$٣\left(\frac{٧ - ٥}{٦ \div ٢}\right)$	اطرح ٥ من ٧ ، اقسم ٦ عَلَى ٢ ثم اضرب فى ٣	$٣\left(\frac{٧ - ٥}{٦ \div ٢}\right) = ٣ \times \frac{٢}{٣} = ٢$
$\left(\frac{١}{٦}\right)^{٤}$	القوة الرابعة للعدد $\frac{١}{٦}$	$\left(\frac{١}{٦}\right)^{٤} = \frac{١}{٦^{٤}}$
٣حـ^{٢}	إذا لم يكن هناك أقواس فإن الأس يشير إلى الأساس مباشرة على يمينه.	٣حـ^{٢} = ٣ × حـ × حـ = ٣ جـ^{٢}
(٣حـ)^{٢}		(٣حـ)^{٢} = ٣حـ × ٣ جـ = ٩ جـ^{٢}

١) أَجْرِ الْعَمَلِيَّاتِ دَاخِلَ الأَقْوَاسِ أَوَّلاً.

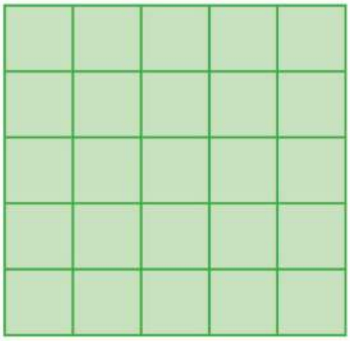
٢) احْسِبْ قُوىَ الْعَدَدِ.

٣) أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّربِ وَالْقِسْمَةِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ الْيَمِينِ إِلَى اليَسَارِ.

٤) أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الْجَمْعِ وَالطَّرْحِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ الْيَمِينِ إِلَى الْيَسَارِ.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ السَّادِسُ الجَذْرُ التَّرْبِيعِيُّ لِعَدَدٍ نِسْبِيٍّ مربع كامل



- نَعْلَمُ أَنَّ: مُرَبَّعَ الْعَدَدِ أ هُوَ حَاصِلُ ضَرْبِ الْعَدَدِ أ فِى نَفْسِهِ فمثلاً:

$٥^{٢} = ٥ \times ٥ = ٢٥$ ، $(-٥)^{٢} = (-٥)\times(-٥) = ٢٥$

أَمَّا إِذَا عُلِمَ مُرَبَّعُ الْعَدَدِ فَالعَمَلِيَّةُ الْعَكْسِيَّةُ لِإِيجَادِ العَدَدِ هِىَ إِيجَادُ الجَذْرِ التَّرْبِيعِيُّ لِلعَدَدِ.

يُسْتَخْدَمُ الرَّمْزُ $\sqrt{}$ لِيَدُلَّ عَلَى الجَذْرِ التَّرْبِيعِيِّ الْمُوجَبِ لِعَدَدٍ نِسْبِيٍّ

$\left\{\begin{array}{l} \sqrt{٢٥} = ٥ \\ -\sqrt{٢٥} = -٥ \end{array}\right. \Leftarrow \sqrt{٢٥}$ ، $-\sqrt{٢٥}$ هما الجذران التربيعيان لِلعَدَدِ ٢٥

ملحوظة $\sqrt{(-٥)^{٢}} = \sqrt{٢٥} = ٥$

- لاَ مَعْنَى لِإِيجَادِ $\sqrt{\frac{أ}{ب}}$ إِذَا كَانَ الْعَدَدُ $\frac{أ}{ب}$ < صِفْرٍ (أَىْ سَالِبًا)، $\sqrt{\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢}} = \left|\frac{أ}{ب}\right|$ حيث $\left|\frac{أ}{ب}\right| \geq$ صِفْر

مثال (١) اختصر إلي أبسط صورة كلاً مما يأتي :

(أ) $\sqrt{٤٠٠}$ (ب) $-\sqrt{\frac{١٤٤}{٤٩}}$ (جـ) $\sqrt{\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}}$

(د) $\sqrt{\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٢}}$ (هـ) $\sqrt{\left(\frac{٣}{٢٥}\right)^{٢}}$ (و) $\sqrt{\left(\frac{-٣}{٢٥}\right)^{٢}}$

الحل

[أ] $\sqrt{٤٠٠} = \sqrt{٢٠^{٢}} = ٢٠$

[ب] $-\sqrt{\frac{١٤٤}{٤٩}} = -\sqrt{\left(\frac{١٢}{٧}\right)^{٢}} = -\frac{١٢}{٧}$

[جـ] $\sqrt{\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}} = \sqrt{\frac{٤}{٩}} = \frac{٢}{٣}$

[د] $\sqrt{\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٢}} = \sqrt{\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}} = \frac{٢}{٣}$

[هـ] $\sqrt{\left(\frac{٣}{٢٥}\right)^{٢}} = \left|\frac{٣}{٢٥}\right| = \frac{٣}{٢٥}$

[و] $\sqrt{\left(\frac{-٣}{٢٥}\right)^{٢}} = \left|\frac{-٣}{٢٥}\right| = \frac{٣}{٢٥}$

مثال (٢) فى △ أب حـ إذا كان $(أب)^{٢} = ١٦$ سم^{٢} ، $(ب\,حـ)^{٢} = ٢٥$ سم^{٢} فاوجد أب + ب حـ

الحَـلُّ

$(أ\,ب)^{٢} = ١٦$ $(ب\,حـ)^{٢} = ٢٥$

∴ أب $= \sqrt{١٦} = ٤$ سم ∴ ب حـ $= \sqrt{٢٥} = ٥$ سم

∴ أب + ب حـ = ٤ + ٥ = ٩ سم

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدرس السابع

حلُّ المعَادلاتِ في ن

سبق لنا دراسة :

حَلُّ المُعَادَلةِ مِنَ الدَّرَجَةِ الأَولَى فِي مَجْهُولٍ وَاحِدٍ فِي ن

مُعَـادَلات الدَّرَجَة الأُولَى فِـي مَجْهُولٍ وَاحِـدٍ التِي لَهَـا نَفْسُ الْحَلِّ تُسَـمَّى مُعَادَلاتٍ مُتكافِئَةً

لَاحِظْ الْمَعَادَلاتِ الآتِيَة:

٢ س + ٢ = ٨ .... (١)

٢ س + ٥ = ١١ .... (٢)

٢ س = ٦ .... (٣)

٦س = ١٨ .... (٤)

٣ س = ٩ .... (٥)

الْمُعادلاتُ السَّابِقَةُ لَهَا نَفْسُ الْحَلِّ أَيْ أَنَّ س = ٣

أَكْمِلْ

١ إذَا أُضِيفَ العَددُ ٣ إلى طَرَفَى الْمُعَادَلةِ (١) ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَةِ (٢)

٢ إذَا طَرَحْنَا العَددَ ٥ من طَرَفَى الْمُعَادَلةِ (٢) ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَةِ (...)

٣ إذَا ضَرَبْنَا طَرَفَى الْمُعَادَلَةِ (٣) فِي العَدَدِ ٣ ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَةِ (...)

٤ إذَا قَسَمْنَا طَرَفَى الْمُعَادَلَةِ (٤) عَلَي العَدَدِ ٢ ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَةِ (...)

لِذَلِكَ يُمْكِنُنَا تَلْخِيصُ الْمُلاحَظَاتِ السَّابِقَةَ كَالآتِي:

تَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَةِ الْمُكَافِئَةِ لِلْمُعَادلةِ الأَصْلِيَّةِ عِنْدَ:

* جَمْعِ عَدَدٍ مَعَ أَوْ طَرْحِ عَدَدٍ مِنْ طَرَفَي المُعَادَلَةِ. (**خاصية الإضافة والحذف**)
* ضَرْبِ عَدَدٍ في طَرَفَى الْمُعَادَلَةِ أَوْ قِسْمَةِ طَرَفَي الْمُعَادَلَةِ عَلَى عَدَدٍ لَا يُسَاوِي الصِّفْر.

وبِصَفَةٍ عَامَّة:

إذَا كَانَ ﺃ ، ب ، ﺣ أَعْدَادًا نِسْبِيَّة وكَانَ ﺃ = ب فَإِنَّ : ﺃ + ﺣ = ب + ﺣ

ﺃ × ﺣ = ب × ﺣ

إذَا كَانَ ﺃ + ﺣ = ب + ﺣ فَإِنَّ ﺃ = ب

إذَا كَانَ ﺃ × ﺣ = ب × ﺣ ، ﺣ ≠ صفر فَإِنَّ ﺃ = ب

مثـــال ١

حُلَّ الْمُعَادَلَةَ س + ٢١ = ٨ فى ص .

مَـا الْعَـدَدُ الَّـذِي يَجِـبُ إضَافَتُهُ لِطَرَفَى الْمُعَادَلَةِ س + ٢١ = ٨ لِتَحْصُـلَ عَلَى قِيمَةِ س؟

الحَـــلُّ

س + ٢١ = ٨ ⟵ اجْمَعْ (-٢١) عَلَى طَرَفِي الْمُعَادَلَةِ

س + ٢١ + (-٢١) = ٨ + (-٢١)

س + صفر = -١٣

س = -١٣ ∈ ص

مثـــال ٢

أوجد مَجْمُوعَةُ حُلَّ الْمُعَادَلَةَ س - $\frac{1}{2}$ ٣ = ٥ فى ن .

نَعْلَـمُ أَنَّ: س - $\frac{1}{2}$ ٣ = س + (- $\frac{1}{2}$ ٣) بِإِضَافَـةِ الْمَعْكُوسِ الْجَمْعِيّ لِلعَدِدِ - $\frac{1}{2}$ ٣ وَهُوَ $\frac{1}{2}$ ٣ إِلَى الطَّرفيْنِ

الحَـــلُّ

س + (- $\frac{1}{2}$ ٣) + $\frac{1}{2}$ ٣ = ٥ + $\frac{1}{2}$ ٣

س = $\frac{1}{2}$ ٨ ∈ ن

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { $\frac{1}{2}$ ٨}

مثـــال ٣

أوجد مَجْمُوعَةُ حلَّ الْمُعَادَلَةَ ٥س + ٨ = ١٣ > ٢س - ٣ > ١- ٥ ، حَيْثُ س ∈ ن

الحَـــلُّ

٥ س + ٨ = ١٣ > ٢س - ٣ > ١- ٥ — باضافة ١ إلى جميع الأطراف

٥ س + ٨ + ٢س = ١٣ + ٢س ... ٠ > ٢س > ٦ ⟵ بِإِضَافَةِ ٢س إلى الطَّرَفَيْنِ

٧ س + ٨ = ١٣ ... ٠ > ٢س > ٦ — بالقسمة على ٣

٧ س + ٨ - ٨ = ١٣ - ٨ ⟵ بِطَرْحِ ٨ مِنَ الطَّرَفَيْنِ

٠ > س > ٢

٧ س = ٥ ⟵ بِقِسْمَةِ الطَّرَفَيْنِ عَلَى ٧

مجموعة الحل = {س : س ∈ ن ، ٠ > س > ٢}

س = $\frac{5}{7}$ ∉ ن ، مَجْمُوعَةُ الحَلِّ = { }

مثــــال ٤

أوجد مَّجْمُوعَةُ حلَّ الْمُعَادَلَة ٣ (٣ - ٢ س) - (١ + س) = ١٠ - ١٣ س ، حَيْثُ س ∋ ن

الحَـــلُّ

٣ (٣ - ٢ س) - (١ + س) = ١٠ - ١٣ س ⟵ بِاسْتِخْدَامِ خَاصِّيَّة التَّوْزِيع

٩ - ٦ س - ١ - س = ١٠ - ١٣س ، ٨ - ٧ س = ١٠ - ١٣ س

٨ - ٧ س + ١٣ س = ١٠ - ١٣س + ١٣ س ⟵ بِإِضَافَةِ ١٣ س إلى الطَّرَفَيْنِ

٨ + ٦ س = ١٠

٨ - ٨+ ٦ س = ١٠ - ٨ ⟵ بِطَرْحِ ٨ مِنَ الطَّرَفَيْنِ

٦ س = ٢ ⟵ بِقِسْمَةِ الطَّرَفَيْنِ عَلَى ٦

س = $\frac{١}{٣}$ ∋ ن ، مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { $\frac{١}{٣}$ }

مثــــال ٥

ملعب كرة قدم على شكل مستطيل طوله يقل ٣ أمتار عن ثلاثة أمثال عرضه ومحيطه ٢١٠ مترا .

أوجد بعدى الملعب

الحـل

نفرض أن عرض الملعب = س مترا،

طول الملعب = (٣س - ٣) متراً

محيطه = ٢١٠ متر

ضعف الطول	زائد	ضعف العرض	يساوى	المحيط
↓	↓ +	↓ ٢س	↓ =	↓ ٢١٠

٦ س - ٦+٢س = ٢١٠

٨س - ٦ = ٢١٠

٨س = ٢١٦

س = ٢٧ ∴ العرض = ٢٧ متراً.

طول المستطيل = ٣س - ٣ = ٣ (٢٧) - ٣ = ٧٨ متراً.

التحقق من الحل: محيط المستطيل = ضعف الطول + ضعف العرض

= ٢×٧٨ + ٢ ×٢٧ = ١٥٦ + ٥٤ = ٢١٠ متر.

عرض الملعب = ٢٧ متراً وطول الملعب = ٧٨ متراً.

مثـــال ٦

ثلاثة أشقاء مجموع أعمارهم الآن ٥٥ سنة. ولد الأكبر قبل الأوسط بثلاث سنوات وولد الأوسط قبل الأصغر بسنتين. ما عمر كل منهم الآن؟

الحل

نفرض أن: عمر الأوسط الآن = س من السنوات

عمر الأكبر الآن = س + ٣ من السنوات

وعمر الأصغر الآن = س − ٢ من السنوات

عمر الأكبر	زائد	عمر أوسط	زائد	عمر الأصغر	يساوى ٥٥
↓	↓	↓	↓	↓	↓
س+ ٣	+	س	+	س − ٢	= ٥٥

٣س + ١ = ٥٥

٣س = ٥٤

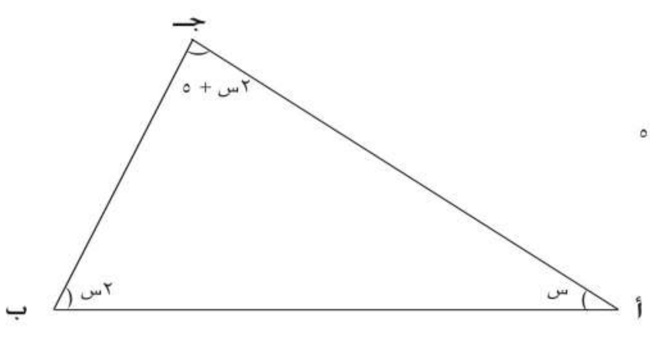
س = ١٨

أعمار الأشقاء الثلاثة: ١٦ ، ١٨ ، ٢١ من السنوات .

مثـــال ٧

فى المثلث ٮب جـ المقابل:

أوجد قياس كل زاوية من زواياه



الحل

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

ق (∠ ٮ) + ق (∠ب) + ق (∠حـ) = ١٨٠°

س + ٢س + ٢س +٥ = ١٨٠°

٥ س+ ٥ = ١٨٠°

٥ س = ١٧٥°

س = ٣٥°

ق (∠ ٮ) = ٣٥°، ق (∠ ب) = ٧٠°، ق (∠ جـ) = ٧٥°

التحقق من الحل: مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ٣٥° +٧٠°+ ٧٥°= ١٨٠°

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدرس الثامن

حلُّ المُتَبَايِنَاتُ فى ن

حل المُتباينات فى ن:

لاحظ أنه:

* عند دراسة حل المتباينة فى ص يتم التعرف على الخواص التالية :

- إِضَافَةُ عَدَدٍ ثَابِتٍ إِلَى طَرَفَيِ الْمُتَبَايِنَةِ لا يُغَيِّرُ اتِّجَاهَهَا.
- ضَرْبُ طَرَفَيِ الْمُتَبَايِنَةِ فِي عَدَدٍ ثَابِتٍ مُوجَبٍ لا يُغَيِّرُ اتِّجَاهَهَا.
- ضَرْبُ طَرَفَيِ الْمُتَبَايِنَةِ فِي عَدَدٍ ثَابِتٍ سَالِبٍ يُغَيِّرُ اتِّجَاهَهَا.

إِذَا كَانَ أ > ب فَإِنَّ أ + جـ > ب + جـ

إِذَا كَانَ أ > ب ، جـ > صفر فَإِنَّ أ جـ > ب جـ

إِذَا كَانَ أ > ب ، جـ < صفر فَإِنَّ أ جـ < ب جـ

وتعتبر هذه الخواص هى نفس خواص علاقة التباين فى ن

مثـــال ١

أوجد مَجْمُوعَةُ حَلِّ الْمُتَبَايِنَةَ س + ٥ > ٣ ، حيث س ∈ ص ، س ∈ ط ومَثِّلْ مَجْمُوعَةَ الْحَلِّ عَلَى خَطِّ الأَعْدادِ.

مَا الْعَدَدُ الَّذِي يُمْكِنُ إِضَافَتُهُ إِلَى س + ٥ لِتَحْصُلَ عَلَى س؟

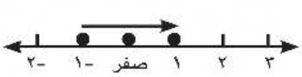
الحَـــلُّ

س + ٥ > ٣

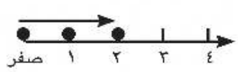
س + ٥ + (-٥) > ٣ + (- ٥) ⟵ إِضَافَةُ (-٥) إِلَى الطَّرَفَيْنِ

س > - ٢

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { - ١ ، صفر ، ١ ، ... } ، س ∈ ص



أَوْ مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ... } ، س ∈ ط



مثـــال ٢

أوجد مَجْمُوعَةَ حُلِّ الْمُتَبَايِنَةَ -٢س ≤ ١ ، حيث س ∈ ن ، س ∈ ط

مَا الْعَدَدُ الَّذِي يُمْكِنُ ضَرْبُهُ في -٢س لِتَحْصُلَ عَلَى س ؟

الحَـــلُّ

-٢س ≤ ١

(-$\frac{١}{٢}$) (-٢س) ≥ (-$\frac{١}{٢}$) (١)

س ≥ -$\frac{١}{٢}$

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { س : س ∈ ن ، س ≥ -$\frac{١}{٢}$ }

أو مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = ∅ ، س ∈ ط

مثـــال ٣

أوجد مَجْمُوعَةَ حُلِّ الْمُتَبَايِنَةَ ٣س - ١ ≤ ٢ س + ٣ حيث س ∈ ن .

الحَـــلُّ

٣ س - ١ ≤ ٢ س + ٣

- ٢ س + ٣ س - ١ ≤ - ٢ س + ٢ س + ٣ ← إضَافَةُ -٢ س إِلَى الطَّرَفَيْنِ

س - ١ ≤ ٣ ← إضَافَةُ ١ إِلَى الطَّرَفَيْنِ

س ≤ ٤

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { س : س ∈ ن ، س ≤ ٤ }

مثـــال ٤

أوجد مَجْمُوعَةَ حلَّ الْمُتَبَايِنَةَ -١ < ٣س -١ ≤ ٥

الحَـــلُّ

∵ -١ < ٣س -١ ≤ ٥ باضافة ١ إلى جميع الأطراف

-١+١ < ٣س-١+١ ≤ ٥+١

٠ < ٣س ≤ ٦ بالقسمة على ٣

٠ < س ≤ ٢

∴ مجموعة الحل = {س:س∈ ن ، ٠ < س ≤ ٢}

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الوَحْدَةُ الثانية

الإِحْصاءُ وَالاِحْتِمَالُ

بيير سيمون لابلاس
(١٧٤٩-١٨٢٧م)

وُلِـدَ لابلاس في ٢٣ مارس ١٧٤٩ فِي فَرَنْسَـا وَتُوُفِّـيَ في ٥ مارس سَـنَةَ ١٨٢٧ وَهُوَ رِيَاضِيٌّ وَفَلَكِيٌّ فِرنْسِي، مِنْ أَوَائِلِ الْمُؤَلَّفَات الْمَنْشُورَة لَهُ فِي عَام ١٧٧١ م بَادِئًا بِالْمُعَادَلَاتِ التَّفَاضُلِيَّة. إِلَّا أَنَّهُ بَدَأَ بِالْفِعْلِ فِي التَّفْكِيرِ فِي الْمَفَاهِيمِ الْفَلْسَفِيَّة وَالرِّيَاضِيَّة فِي الاحْتِمَالِ وَالْإِحْصَاءِ.

مُحْتَوَيَاتُ الوَحْدَةِ

الـــدَّرْسُ الْأَوَّلُ العَيِّنَاتُ

الـــدَّرْسُ الْأَوَّلُ : العَيِّنَاتُ

الْعَيِّنَةُ المنتظمة

الْعَيِّنَةُ الْمُنْتَظِمَةُ

الْعَيِّنَةُ الْعَشْوَائِيَّةُ

الْعَيِّنَةُ الْعَشْوَائِيَّةُ

الـــدَّرْسُ الثَّانِي الاِحْتِمَالُ

الـــدَّرْسُ الثَّانِي : الاِحْتِمَالُ

الاِحْتِمَالُ التَّجْرِيبِيُّ

الاِحْتِمَالُ التَّجْرِيبِيُّ

الاِحْتِمَالُ النَّظَرِيُّ

الاِحْتِمَالُ النَّظَرِيُّ

الدَّرْسُ الأَوَّلُ

الْعَيِّنَــاتُ

الْعَيِّنَةُ الْمُنْتَظِمَةُ:

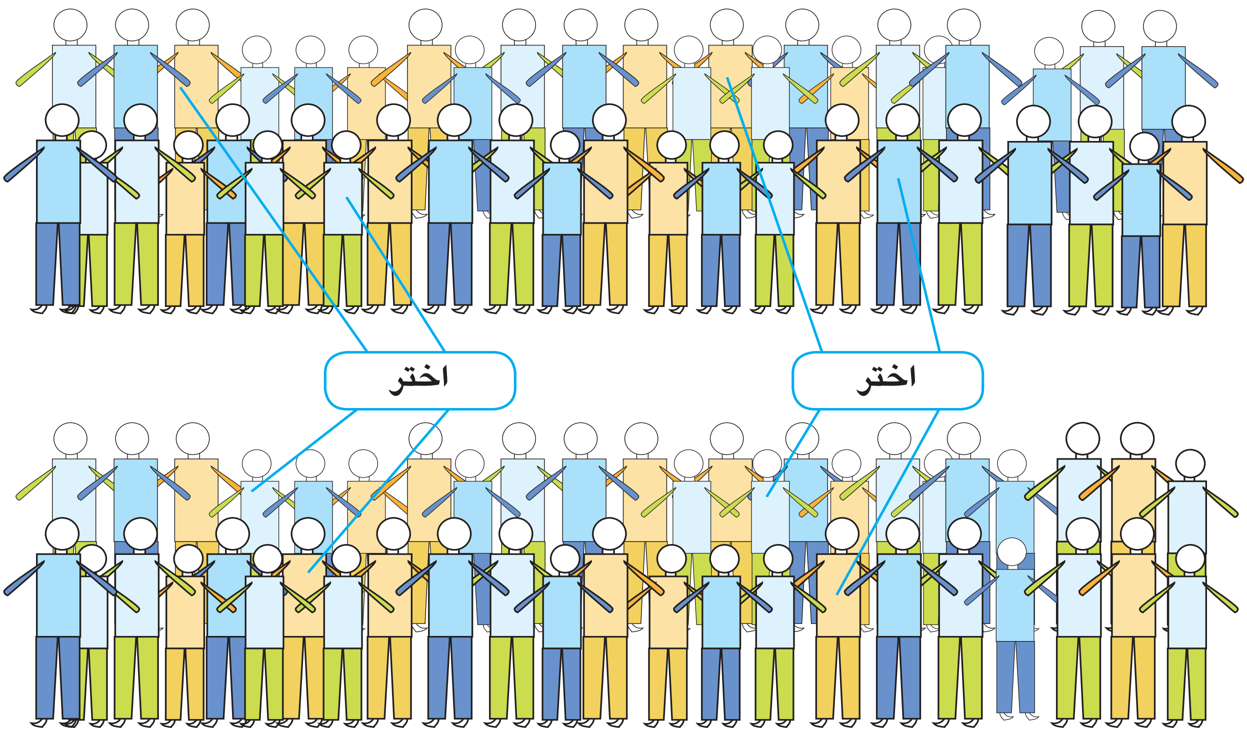
الْعَيِّنَةُ هِيَ جُزْءٌ صَغِيرٌ مِنَ مُجْتَمَعٍ كَبِيرٍ تُشْبِهُ الْمُجْتَمَع وَتُمَثِّلُه، وَتُخْتَار بِطَرِيقَةٍ عَشْوَائِيَّةٍ.

تُسْتَخْدَم الْعَيِّنَات لِتَسْهِيلِ جَمْع الْبَيَانَات عَنِ الْمُجْتَمَعِ، وَالَّتِي تَكُونُ أَقْرَب مِنَ الْوَاقِعِ وَيُمْكِنُ اتِّخَاذ قَرَارَات فِي ضَوْئِهَا وَتَعْمِيمهَا عَلَى الْمُجْتَمَع.

كَيْفِيَّة اخْتِيَار عَيِّنَة مُنْتَظِمَة:

لِكَيْ يَتِمُّ اخْتِيَار عَيِّنَة مُنْتَظِمَة مِنْ مُجْتَمَعٍ لَابُدّ أَنْ يَكُون مُوَزَّعًا تَوْزِيعًا عَشْوَائِيًّا، فَلَا يَجُوز مَثَلًا اخْتِيَار عَيِّنَة مِنْ مَدْرَسَةٍ مَنْ فَصْلِ الْفَائِقِين؛ لِأَنَّ الْعَيِّنَة الْمُخْتَارَة لَا تُمَثِّلُ تَلَامِيذ الْمَدْرَسَة.

وَالشَّكْل التَّالِي يُوَضِّح اخْتِيَار عَيِّنَة ١٠٪ على سبيل المثال بِاخْتِيَارِ وَاحِدٍ مِنْ كُلِّ عَشْرَة:



تَدْرِيب:

[أ] كَيْفَ يُمْكِنُ تَنْظِيم تَلَامِيذ المدرسة لِلْحُصُولِ عَلَى عَيِّنَةٍ منتظمة ؟

[ب] هَلْ عَدَد تَلَامِيذ الْفَصْل كَافٍ لِلْحُصُولِ عَلَى عَيِّنَةٍ منتظمة؟

[جـ] إِذَا كَان عَدَد تلاميذ المدرسة ٦٠٠، كَمْ تلميذًا يَتِمُّ اخْتِيَاره بنسبة ١٢ ٪ لِتَكُون عَيِّنَة مُنْتَظِمَة؟

لمزيد من التدريبات يُرجي الدخول علي موقع الوزارة الالكتروني

الْعَيِّنَةُ الْعَشْوَائِيَّةُ

عِنْدَ اخْتِيَارِ عَيِّنَةٍ عَشْوَائِيَّةٍ لَابُدَّ أَنْ يَحْصُلَ كُلُّ فَرْدٍ عَلَى فُرْصَةٍ فِي الِاخْتِيَارِ وَيُمْكِنُ اخْتِيَارُ أَعْضَاءِ الْعَيِّنَةِ الْعَشْوَائِيَّةِ عَلَى أَسَاسِ:

- إِعْطَاءِ كُلِّ فَرْدٍ فِي الْمُجْتَمَعِ رَقَم.
- اسْتِخْدَامِ خَاصِّيَّةِ الرَّقْمِ الْعَشْوَائِيِّ الْمَوْجُودِ بِالْآلَةِ الْحَاسِبَةِ.

نَفْرِضُ أَنْ ٢١٢ عَامِلًا مِيكَانِيكِيًّا يَعْمَلُونَ فِي صِيَانَةِ الْمَرْكَبَاتِ وَيَجْرِي عَلَيْهِمُ اسْتِبْيَانٌ عَنْ شَرِكَةٍ كُبْرَى لِتَأْجِيرِ السَّيَّارَاتِ وَتُرِيدُ الشَّرِكَةُ مَعْرِفَةَ آرَائِهِمْ فِي:

- تَفَادِي تَأْخِيرِ الْوَرَشِ فِي الْإِصْلَاحِ بِسَبَبِ عَدَمِ تَوَافُرِ قِطَعِ الْغِيَارِ.
- زِيَادَةِ ضَمَانِ الْمَرْكَبَاتِ بِاسْتِخْدَامِهَا لِمَسَافَةِ ١٠٠٠ كم.
- زِيَادَةِ كَفَاءَةِ السَّيَّارَاتِ عَنْ طَرِيقِ الْفَحْصِ خَارِجَ الْوَرَشِ.

نَفْرِضُ أَنَّنَا نُرِيدُ إِبْرَازَ أَرْقَامٍ عَشْوَائِيَّةٍ فِي نِطَاقِ الصِّفْرِ إِلَى ٢١٢ وَتُعْتَبَرُ عَيِّنَةُ ١٠٪ كَافِيَةً لِلْحُصُولِ عَلَى مَعْلُومَاتٍ مُوَثَّقَةٍ وَبِذَلِكَ يَجِبُ الْحُصُولُ عَلَى ٢١ رَقَمًا عَشْوَائِيًّا.

استخدم الآلة الحاسبة فِي إِنْتَاجِ أَرْقَامٍ عَشْوَائِيَّةٍ فِي النِّطَاقِ من ٠,٠٠٠ إِلَى ٠,٩٩٩ وَبِذَلِكَ يُمْكِنُ الْحُصُولُ عَلَى نِطَاقٍ مُؤَثِّرٍ لِلْعَيِّنَةِ يَتَرَاوَحُ مَا بَيْنَ الصِّفْرِ و٩٩٩

بِالنِّسْبَةِ لِلْأَرْقَامِ مِنْ صِفْرٍ إِلَى ٢١٢ يَتِمَّ تَجَاهُلُ الْأَرْقَامِ الْعَشْوَائِيَّةِ الَّتِي تَزِيدُ عَنْ ٢١٢ وَلَابُدَّ مِنَ اسْتِمْرَارِ تَوَالُدِ الْأَرْقَامِ الْعَشْوَائِيَّةِ حَتَّى نَصِلَ إِلَى ١٠٪ مِنْ ٢١٢ وَهِيَ ٢١ رَقْمًا عَشْوَائِيًّا وَهَذَا وَاضِحٌ فِي الْجُزْءِ الْمُخَصَّصِ لِلنَّشَاطِ بَعْدَ شَرْحِ الدَّرْسِ فِي هَذِهِ الْوَاحْدَةِ.

لِنَفْرِضَ أَنَّ الآلَةَ الحَاسِبَةَ قَدْ أَخْرَجت هَذِهِ الْأَرْقَامَ الْعَشْوَائِيَّةَ بِاسْتِخْدَامِ :

لِكُلِّ رَقْمٍ: SHIFT RAN# =

١٧٢	٣٢	١١٧	١٦	١٣٣	٥٥	٨٧	١٧٨	٣	١٩٤
٧٦	١٩٣	٥٨	١٣٨	٩٤	١٥٤	٤٨	١٩٥	١٧٧	١٥٦
٢٠٥									

بِهَذَا يُصْبِحُ الْعُمَّالُ الَّذِينَ يَحْمِلُونَ هَذِهِ الْأَرْقَامَ مِنْ بَيْنِ ٢١٢ عَامِلاً هُمُ الْعَيِّنَةُ الْمُخْتَارَةُ لِإِجْرَاءِ هَذَا الِاسْتِبْيَانِ.

كَمَا يُمْكِنُ تَوْلِيدُ الْأَرْقَامِ الْعَشْوَائِيَّةِ عَنْ طَرِيقِ «الْعَشْوَائِيَّةِ» فِي بَرْنَامِجِ إِكْسِيل وَهَذَا أَيْضًا سَيَتِمُّ دِرَاسَتُهُ فِي جُزْءِ النَّشَاطِ مِنْ هَذِهِ الْوَحْدَةِ.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثاني الاحتمال

مثـــال ٣

من مجموعة الأرقام {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} كوّن عددًا من رقمين مختلفين. آحـاد عشرات

أولاً : الاِحْتِمَالُ التَّجْرِيبِيُّ

ما الاحتمال وقوع كل من الأحداث الآتية:

أَنْشِطَةُ رَمْيِ قِطْعَةِ نُقُودٍ وَإِلْقَاءِ حَجَرِ نَرْدٍ وَدَوَرَانِ مُؤَشِّرِ لُعْبَةٍ ... تُسَمَّى تَجَارِبَ

حدث أن يكون العدد زوجيًا ... حدث أن يكون كلا الرقمين زوجيين

تُسَمَّى نَتَائِجُ التَّجْرِبَةِ أَحْدَاثًا أَوْ نَوَاتِج.

الْحَـــلّ

لأى ناتج حدث معين:

الاحْتِمَالُ التجريبى = عَدَدُ النَّوَاتِجِ الَّتِي حَصَلْتَ عَلَيْهَا / عَــدَدِ النَّوَاتِــجِ الْمُمْكِنَةِ

ف = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤} ، ن (ف) = ١٢

أ = {٢١ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ٢٤} ، ل (أ) = $\frac{٦}{١٢}$ = $\frac{١}{٢}$

ب = {٤٢ ، ٢٤} ، ل (ب) = $\frac{٢}{١٢}$ = $\frac{١}{٦}$

تَجْرِبَةُ إِلْقَاءِ قِطْعَةِ نُقُودٍ

١. أَلْقِ قِطْعَةَ نقود ٣٠ مَرَّةً.
٢. سَجِّلِ النَّوَاتِجَ فِي الْجَدْوَلِ
٣. مَثِّلِ الْبَيَانَاتِ بِالْأَعْمِدَةِ.
٤. اكْتُبْ نِسْبَةَ عَدَدِ مَرَّاتِ ظُهُورِ الصُّورَةِ إِلَى عَدَدِ مَرَّاتِ ظُهُورِ الْكِتَابَةِ.
٥. اسْتَنْتِجِ احْتِمَالَ ظُهُورِ صُورَةٍ مِنْ ٣٠ محاولة.

	صُورَةٌ	كِتَابَةٌ	الْمَجْمُوعُ
الْعَلَامَةُ الإِحْصَائِيةُ			
التَّكْرَارُ			٣٠

مثال ٤: مجموعة مكونة من ١٠٠ تلميذ نجح منهم ٥٤ تلميذًا في اللغة الإنجليزية، ٦٩ تلميذًا في التاريخ، فإذا اختير تلميذ عشوائيًا، فأوجد احتمال وقوع كل من الأحداث التالية:

أ = حدث أن يكون التلميذ المختار ناجحًا في اللغة الإنجليزية
ب = حدث أن يكون التلميذ المختار ناجحًا في التاريخ
جـ = حدث أن يكون التلميذ المختار راسبًا في التاريخ.

تَجْرِبَةُ إِلْقَاءِ حَجَرِ نَرْدٍ مُنْتَظِمٍ

١. أَلْقِ حَجَرَ نَرْدٍ مُنْتَظِمٍ ٦٠ مَرَّةً.
٢. سَجِّلِ النَّوَاتِجَ الَّتِي تَظْهَرُ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ.
٣. مَثِّلِ الْبَيَانَاتِ بِالأَعْمِدَةِ.
٤. اكْتُبْ نِسْبَةَ ظُهُورِ «١» وَعَدَدِ ظُهُورِ «٦» عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ.
٥. اسْتَنْتِجِ احْتِمَالَ ظُهُورِ الرَّقْمِ «٥» مِنْ ٦٠ مُحَاوَلَةً.

	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
الْعَلَامَةُ الإِحْصَائِيَّةُ							
التَّكْرَارُ							٦٠

الْحَـــلّ

ل (أ) = عدد التلاميذ الناجحين في اللغة الإنجليزية / عَدَدُ جميع التلاميذ في المجموعة = $\frac{٥٤}{١٠٠}$

ل (ب) = عَدَدُ التَّلَامِيذِ النَّاجِحِينَ فِي التَّارِيخِ / عَدَدُ جميع التلاميذ في المجموعة = $\frac{٦٩}{١٠٠}$

ل (جـ) = عَدَدُ التَّلَامِيذِ الرَّاسِبِينَ فِي التَّارِيخِ / عَدَدُ جَمِيعِ التلاميذ في المجموعة = $\frac{١٠٠ - ٦٩}{١٠٠}$ = $\frac{٣١}{١٠٠}$

تَجْرِبَةُ لُعْبَةِ الدَّوَّارَةِ

١. دَوِّرِ الْقُرْصَ ٣٠ مَرَّةً.
٢. سَجِّلِ النَّوَاتِجَ فِي الْجَدْوَلِ
٣. مَثِّلِ الْبَيَانَاتِ بِالأَعْمِدَةِ.
٤. مَا احْتِمَالُ أَنْ يَتَوَقَّفَ الْقُرْصُ عِنْدَ «٢»؟

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	المجموع
الْعَلَامَةُ الإِحْصَائِيةُ									
التَّكْـرَارُ									٣٠

ثانيًا :الاحْتِمَالُ النَّظَرِيُّ

الاحْتِمَـالُ التَّجْرِيبِيُّ وَالنَّظَرِيُّ مُرْتَبِطَانِ بَعْضُهُمَا بِبَعْـضٍ فَكُلَّمَا زَادَ عَدَدُ التَّجَارِبِ كُلَّمَا تَقَارَبَت نَتَائِجُهَا .

- فِفي تَجْرِبَةِ إِلْقَاءِ قِطْعَـةِ نُقُودٍ مَرَّةً وَاحِدَةً وَمُلَاحَظَةِ الْوَجْهِ الظَّاهِرِ فَالنَّوَاتِجُ مَعْرُوفَةٌ مُقَدَّمًـا وَهِـيَ صُـورَةٌ وَكِتَابَةٌ وَيُلاحَـظُ أَنَّ نَاتِجَ التَّجْرِبَـةِ عنصر وَاحِد مِـنَ عَنَاصِرِ الْمَجْمُوعَةِ الَّتِي تَتَضَمَّنُ جَمِيعَ نَوَاتِجِ التَّجْرِبَةِ وَهِيَ الَّتِي تُسَمَّى فَضَاءَ الْعَيِّنَةِ «ف»

فَضَاءُ الْعَيِّنَةِ = { صُورَةٌ، كِتَابَةٌ}
ف = { ص ، ك }

فَضَـاءُ الْعَيِّنَـةِ هُـوَ مُجْمُوعَـةُ كُلِّ النَّوَاتِجِ الْمُمْكِنَةِ لِلتَّجْرِبَةِ الْعَشْوَائِيَّةِ

- عِنْـدَ إِلْقَـاءِ حَجَرِ نَرْدٍ مَرَّةً وَاحِـدَةً وَمُلاحَظَةِ الْعَدَدِ الَّذِي يَظْهَرُ عَلَى الْوَجْـهِ الْعُلْوِيِّ فَجَمِيعُ النَّوَاتِجِ الْمُمْكِنَةِ هِيَ: ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ فإن:

فَضَاءُ الْعَيِّنَةِ «ف» = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكل ناتج هو عُنْصُر أَوْ مَجْمُوعَة جُزْئِيَّة من ف.

احْتِمَال وُقُوع أَي حَدَث «أ ⊃ ف» يَرْمُز لَه بالرَّمْز ل (أ) ويعطي بالعلاقة:

$$ل\,(أ) = \frac{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ الْحَدَثِ (أ)}}{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ فَضَاءِ الْعَيِّنَةِ}}$$

$$ل\,(أ) = \frac{ن\,(أ)}{ن\,(ف)}$$

مثـــال ١

عِنْدَ إِلْقَـاءِ قِطْعَةِ نُقُودٍ مَرَّةً وَاحِدَةً احْسِـبِ احْتِمَالَ ظُهُورِ صُورَةٍ.

الْحَـــــلُّ

ف = { ص، ك} ، أ = {ص}

ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥

مثـــال ٢

أُلْقِيَ حَجَرُ نَرْدٍ مُنْتَظِمٍ مَرَّةً وَاحِدَةً وَلُوحِظَ الْعَدَدُ الظَّاهِرُ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ أَوْجِدِ احْتِمَالَ كُلٍّ مِنَ الأَحْدَاثِ الْآتِيَةِ:

[أ] أ هُوَ حَدَثُ ظُهُورِ عَدَدٍ فَرْدِيّ.

[ب] ب هُوَ حَدَثُ ظُهُور عدد أَقَلَّ مِنْ ٣

[جـ] حـ هُوَ حَدَثُ ظُهُور عدد يُسَاوِي ٧

الْحَـــــلُّ

[أ] أ = {١، ٣، ٥} ، ل (أ) = $\frac{٣}{٦}$ = ٠,٥

[ب] ب = {١، ٢} ، ل (ب) = $\frac{٢}{٦}$ = ٠,٣٣ لأَقْرَبِ جُزْءٍ مِنْ مِائَة

[جـ] حـ = { } = ∅ ، ل (حـ) = $\frac{٠}{٦}$ = ٠ (حَدَثٌ مُسْتَحِيلٌ)

مثـــال ٣

من مجموعة الأرقام {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} كوّن عددًا من رقمين مختلفين.

ما احتمال وقوع كل من الأحداث الآتية:

أ = حدث أن يكون رقم العشرات زوجيًا.

ب = حدث أن يكون كلا الرقمين زوجيًّا.

عشرات	آحـاد

الْحَـــلّ

ف = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤} ، ن (ف) = ١٢

أ = {٢١ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ٢٤} ، ل (أ) = $\frac{٦}{١٢}$ = $\frac{١}{٢}$

ب = {٤٢ ، ٢٤} ، ل (ب) = $\frac{٢}{١٢}$ = $\frac{١}{٦}$

مثـــال ٤

مَجْمُوعَـةٌ مُكَوَنَة مِـنْ ١٠٠ تِلْمِيذ نَجَح مِنْهُمْ ٥٤ تِلْمِيذًا فِي اللُّغَة الإِنْجلِيزِيَّة، ٦٩ تِلْمِيذًا فِي التَّارِيخِ،فَإذا اخْتِيرَ تِلْمِيذٌ عشوائيًّا.فأَوْجِدْ احْتِمَالَ وقوع كُلٍّ مِنْ الْأَحْدَاثِ التَّالِية:

أ = حدث أَنْ يَكُونَ التِلْمِيذ الْمُخْتَار نَاجِحًا فِي اللُّغَةِ الانْجلِيزِيَّة.

ب = حدث أَنْ يَكُونَ التِلْمِيذ الْمُخْتَار نَاجِحًا فِي التَّارِيخ.

ج =حدث أَنْ يَكُونَ التِلْمِيذ الْمُخْتَار راسبًا فِي التَّاريخ.

الْحَـــلّ

ل (أ) = $\frac{\text{عَدَدُ التّلَامِيذ النَّاجِحِينَ فِي اللُّغَةِ الإِنْجلِيزيَّة}}{\text{عَدَدُ جَمِيع التلاميذ فِي المَجْمُوعَة}}$ = $\frac{٥٤}{١٠٠}$

ل (ب) = $\frac{\text{عَدَدُ التّلَامِيذ النَّاجِحِينَ فِي التَّاريخ}}{\text{عَدَدُ جَمِيع التلاميذ فِي المَجْمُوعَة}}$ = $\frac{٦٩}{١٠٠}$

ل (ج) = $\frac{\text{عَدَدُ التّلَامِيذ الرَّاسِبين فِي التَّاريخ}}{\text{عَدَدُ جَمِيع التلاميذ فِي المَجْمُوعَة}}$ = $\frac{١٠٠-٦٩}{١٠٠}$ = $\frac{٣١}{١٠٠}$

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الوَحدَةُ الثالثة

الْهَنْدَسَــةُ والْقِيَاسُ

إقليدس

(٣٢٥-٢٦٥ ق.م)

وَضَــعَ إِقْلِيدِسُ نِظَــامَ الْبَدَهِيَّاتِ وَجَمَعَ عَمَلَهُ فِي الْهَنْدَسَــةِ فِي كِتَابٍ أَسْمَاهُ «الأُصُولُ» وَاعْتُبِرَتْ هَنْدَسَةُ إِقْلِيدِسَ مُنْذُ ذَلِكَ الْعَهْدِ نُمُوذَجًا لِلْبُرْهَانِ الْمَنْطِقِيِّ.

بَدَهِيَّاتُ إِقْلِيدِسَ:

- الْأَشْيَاءُ الَّتِي تُسَاوِي شَيْئًا وَاحِدًا تَكُونُ مُتَسَاوِيَةً.
- إِذَا أُضِيفَــتْ مُتَسَــاوِيَاتٌ إِلَــى مُتَسَــاوِيَاتٍ فَالْمَجْمُــوعُ يَكُونُ مُتَسَاوِيًا.
- الْأَشْيَاءُ الَّتِي تَنْطَبِقُ بَعْضُهَا عَلَى بَعْضٍ تَكُونُ مُتَسَاوِيَةً.
- الْكُلُّ أَكْبَرُ مِنَ الْجُزْءِ.

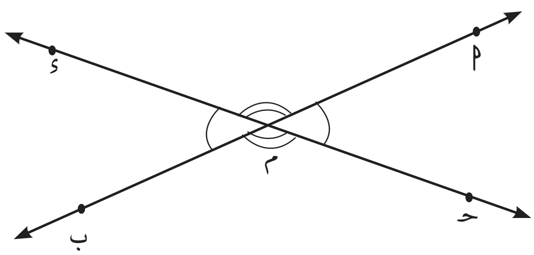
مُحْتَوَيَاتُ الوَحدَةِ

الدَّرسُ الأول

الْبُرْهَانُ الاسْتِدْلَالِيُّ

سَبَقَ أَنْ تَدَرَّبْت عَمَلِيًّا عَلَى اسْتِنْتَاجِ بَعْضِ الْخَوَاصِّ الْهَنْدَسِيَّة، وَالْآنَ نَسْتَخْدِمُ هَذِهِ الْخَوَاصَّ وَالْمَفَاهِيمِ الْهَنْدَسِيَّةَ فِي الْبُرْهَانِ وَالِاسْتِدْلَالِ الْمَنْطِقِيِّ فِي دِرَاسَةِ الْهَنْدَسَةِ.

(١) إذَا تَقَاطَعَ مُسْتَقِيمَانِ فَإِنَّ كُلَّ زَاوِيَتَيْنِ مُتَقَابِلَتَيْنِ بِالرَّأْسِ تَكُونَانِ مُتَسَاوِيَتَيْنِ فِي الْقِيَاسِ



الْمُعْطَيَاتُ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ مُسْتَقِيمَانِ مُتَقَاطِعَانِ فى م

الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ: ق (∠ أ م د) = ق (∠ ب م جـ)

الْبُرْهَانُ: ∵ ∠ أ م د ، ∠ أ م جـ زَاوِيَتَانِ مُتَجَاوِرَتَانِ حيث $\overrightarrow{\text{م جـ}}$ ∪ $\overrightarrow{\text{م د}}$ = $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

∴ ق (∠ أ م د) + ق (∠ أ م جـ) = ١٨٠°

∵ ∠ أ م جـ ، ∠ ب م جـ زَاوِيَتَانِ مُتَجَاوِرَتَانِ حيث $\overrightarrow{\text{م أ}}$ ∪ $\overrightarrow{\text{م ب}}$ = $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

∴ ق (∠ أ م جـ) + ق (∠ ب م جـ) = ١٨٠°

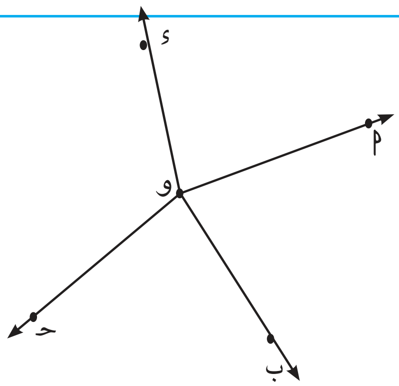
∵ ق (∠ أ م د) + ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ م جـ) + ق (∠ ب م جـ)

∴ ق (∠ أ م د) = ق (∠ ب م جـ) **وَهُوَ الْمَطْلُوبُ**

أَثْبِتْ أَنَّ:
ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ ب م د)

(٢)

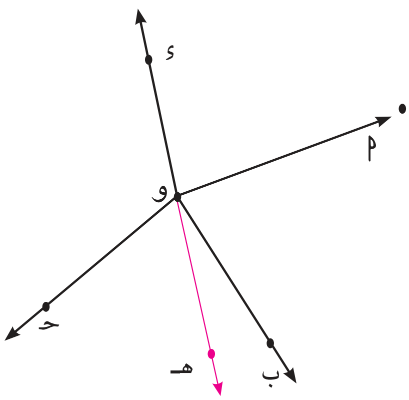
مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا المتجاورة الْمُتَجَّمِعَةِ حَوْلَ نُقْطَةٍ يُسَاوِي ٣٦٠°



الْمُعْطَيَات: $\overrightarrow{\text{و أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{و ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{و حـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{و ء}}$ أَشِعَّةٌ

نُقْطَةُ الْبِدَايَةِ لِكُلٍّ مِنْها «و»

الْمَطْلُــوبُ: إِثْبَــاتُ أَنَّ مَجْمُوعِ قِيَاسَــاتِ الزَّوَايَا الْمُتَجَمِّعَةِ حَوْلَ «و» تُسَاوِي ٣٦٠°



العَمَلُ: نَرْسُمُ الْمُسْتَقِيمَ $\overleftrightarrow{\text{ء و}}$

الْبُرْهَانُ: ∵ ق (∠ هـ و ب) + ق (∠ ب و أ) + ق (∠ أ و ء) = ١٨٠° ،

ق (∠ هـ و حـ) + ق (∠ حـ و ء) = ١٨٠°

∴ ق (∠ هـ و ب) + ق (∠ ب و أ) + ق (∠ أ و ء) + ق (∠ ء و حـ) + ق (∠ حـ و هـ) =

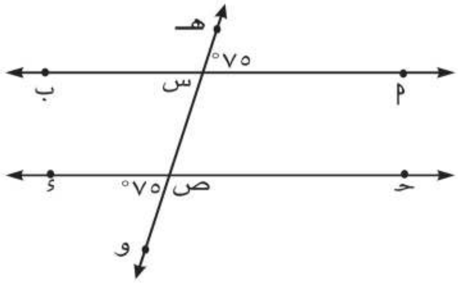
١٨٠° + ١٨٠° = ٣٦٠°

∴ ق (∠ أ و ب) + ق (∠ ب و حـ) + ق (∠ حـ و ء) + ق (∠ ء و أ) = ٣٦٠°

وَهُوَ الْمَطْلُوب

مِثَــالُ ١

فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



هـ و يَقْطَعُ ؠ ب ، حـ ء فِي س ، ص

، ق (∠ ؠ س هـ) = ق (∠ ء ص و) = ٧٥°

أَثْبِتْ أَنَّ: ؠ ب // حـ ء

الْحَــــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: ق (∠ ؠ س هـ) = ق (∠ ء ص و) = ٧٥°

الْمَطْلُوبُ: ؠ ب // حـ ء

الْبُرْهَانُ: ∵ ق (∠ ب س ص) = ق (∠ ؠ س هـ) = ٧٥° بِالتَّقَابُلِ بِالرَّأْسِ ، ق (∠ ء ص و) = ٧٥°

∴ ق (∠ ب س ص) = ق (∠ ء ص و) وَهُمَا فى وضع تناظر .

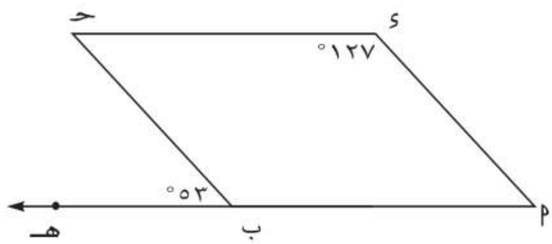
∵ ∠ ب س ص ، ∠ ء ص و زَاوِيَتَانِ مُتَنَاظِرَتَانِ وَمُتَسَاوِيَتَانِ فِي الْقِيَاسِ.

∴ ؠ ب // حـ ء

وَهُوَ الْمَطْلُوبُ

مِثَــالُ ٢

فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



ء حـ // ؠ ب ، هـ ∈ ؠ ب ،

ق (∠ حـ ب هـ) = ٥٣° ، ق (∠ ء) = ١٢٧°

أَثْبِتْ أَنَّ: ؠ ء // ب حـ

الْحَــــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: ء حـ // ؠ ب ، ق (∠ حـ ب هـ) = ٥٣° ، ق (∠ ء) =١٢٧°

الْمَطْلُوبُ: ؠ ء // ب حـ

الْبُرْهَانُ: ∵ ء حـ // ؠ ب ، ؠ ء قَاطِع لَهُمَا

∴ ق (∠ ؠ) + ق (∠ ء) = ١٨٠° دَاخِلَتَانِ فِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنَ الْقَاطِعِ

∴ ق (∠ ؠ) = ١٨٠° - ١٢٧° = ٥٣°

∵ ∠ ؠ ، ∠ حـ ب هـ زَاوِيَتَانِ مُتَنَاظِرَتَانِ وَمُتَسَاوِيَتَانِ فِي الْقِيَاسِ

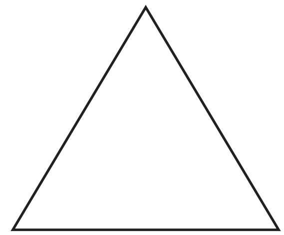
∴ ؠ ء // ب حـ

وَهُوَ الْمَطْلُوبُ

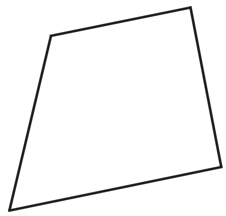
توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثانى المُضَلَّــعُ

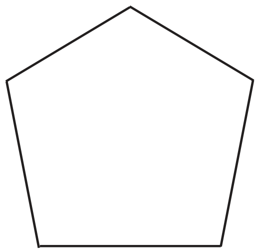
كُلُّ شَكْلٍ مِنَ الأَشْكَالِ الآتِيَةِ هُوَ خَطٌ مُغْلَقٌ بَسِيطٌ مُكَوَّنٌ مِنَ اتِّحَادِ قِطَعٍ مُسْتَقِيمَةٍ



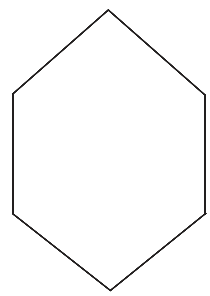
مُثَلَّثٌ ٣ أَضْلَاعٍ



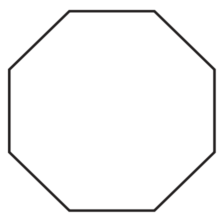
شَكْلٌ رُبَاعِيٌّ ٤ أَضْلَاعٍ



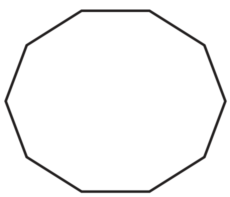
خُماسِيٌّ ٥ أَضْلَاعٍ



سُدَاسِيٌّ ٦ أَضْلَاعٍ



ثُمَانِيٌّ ٨ أَضْلَاعٍ

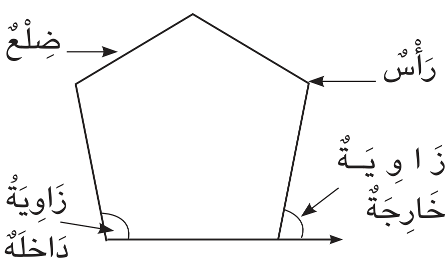


عُشَارِيٌّ ١٠ أَضْلَاعٍ

الأَشْكَالُ الْهَنْدَسِيَّةُ الْمُسْتَوِيَةُ الْمُغْلَقَةُ الَّتِي لَهَا ثَلَاثَةُ أَضْلَاعٍ أَوْ أَكْثَرُ تُسَمَّى مُضَلَّعَاتٌ

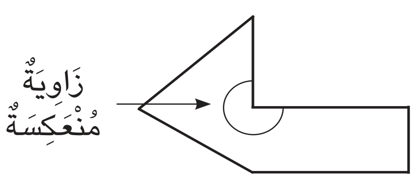
الْمُضَلَّعُ الْمُحَدَّبُ

فِي الْمُضَلَّعِ الْمُحَدَّبِ أَيُّ مُسْــتَقِيمٍ يَتَعَيَّنُ بِرَأْسَيْنِ مُتَتَالِيَيْنِ تَكُونُ بَقِيَّةُ رُءُوسِ الْمُضَلَّعِ وَاقِعَةٌ فِي أَحَدِ جَانِبَي هَذَا الْمُسْتَقِيمِ

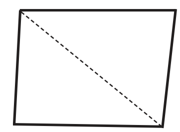


الْمُضَلَّعُ الْمُقَعَّرُ

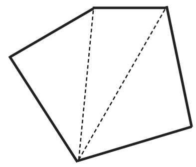
فِي الْمُضَلَّعِ الْمُقَعَّرِ تُوجَدُ مُسْــتَقِيمَاتٌ تَتَعَيَّنُ بِرَأْسَــيْنِ مُتَتَالِيَيْنِ وَتَقَعُ بَقِيَّةُ الرُّءُوسِ عَلَى جَانِبَي هَذِهِ الْمُسْتَقِيمَاتِ



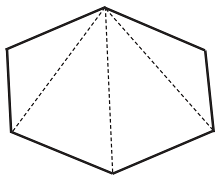
١ فــي كُلِّ مُضَلَّعٍ مِنَ الْمُضَلَّعَاتِ الآتِيَة، رُســمَتِ الأَقْطَارُ الْخَارِجَــةُ مِنْ أيِّ رَأْسٍ مِنْ رُءُوسِ كُلِّ مُضَلَّعٍ، نلاحظ أن:



مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَه
= ٢ × ١٨٠° = ٣٦٠°



مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَه
= ٣ × ١٨٠ ° = ٥٤٠°



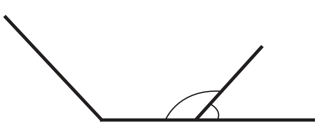
مَجْمُوعُ قِيَاسَــاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَه
= ٤ × ١٨٠° =٧٢٠°

٢ لاحظ ثم أَكْمِلِ الْجَدْوَلَ التَّالِي:

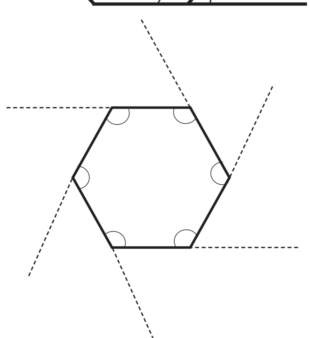
اسْمُ الْمُضَلَّعِ	عَدَدَ الأَضْلَاعِ	عَدَدُ الْمُثَلَّثَاتِ النَّاتِجَةِ فِي كُلِّ مُضَلَّعٍ	مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ
رُبَاعِيٌّ	٤	٢	٢ × ١٨٠° = ٣٦٠°
خُمَاسِيٌّ	٥	٣	٣ × ١٨٠° = ٥٤٠°
سُدَاسِيٌّ	٦	....	....
سُبَاعِيٌّ	٧	٥	٥ × ١٨٠° = ٩٠٠°
ثُمَانِيٌّ	٨	٦	....
تُسَاعِيٌّ	٩	....	٧ × ١٨٠° = ١٢٦٠°
عُشَارِيٌّ	١٠	....	....
نُونِيٌّ	ن	(ن - ٢)	(ن - ٢) × ١٨٠°

عِنْدَ أَيِّ رَأْسٍ مِنْ رُءُوسِ الْمُضَلَّعِ نَجِدُ أَنَّ:

مَجْمُوعُ قِيَاسي الزَّاوِيَتَيْنِ الدَّاخِلَةِ والْخَارِجَةِ يساوي ١٨٠°



مِثَالُ:



مَجْمُــوعُ قِيَاسَــاتِ الزَّوَايَــا السِّــتِ الدَّاخِلَــةِ وَقِيَاسَــاتِ الزَّوَايَا السِّــتِ الْخَارِجَةِ لِلْمُضَلَّعِ السُّدَاسِــي تُسَــاوِي ٦ × ١٨٠°، بَيْنَمَا مَجْمُوعَ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةَ يُسَــاوِي ٤ × ١٨٠°، لِذَلِكَ يَكُونُ مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الْخَارِجَةِ يُسَــاوِي ٢ × ١٨٠° =٣٦٠°

- مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ لِمُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن$ يُسَاوِي $(ن - ٢) \times ١٨٠°$
- مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الخَارِجَةِ لِمُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن$ يُسَاوِي $٣٦٠°$
- قِيَاسُ كُلِّ زَاوِيَةٍ مِنْ زَوَايَا مُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ مُنْتَظِمٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن$ يُسَاوِي $\frac{(ن-٢) \times ١٨٠°}{ن}$

مثـــال ١

أَوْجِدْ عَدَدَ أَضْلَاعِ مُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ مُنْتَظِمٍ قِيَاسُ إِحْدَى زَوَايَاهُ $١٢٠°$

الحَـــــلُّ

$\because$ قِيَاسُ كُلِّ زَاوِيَةٍ مِنْ زَوَايَا مُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ مُنْتَظِمٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن = \frac{(ن-٢) \times ١٨٠°}{ن}$

$\therefore \frac{(ن-٢) \times ١٨٠°}{ن} = ١٢٠°$

$١٨٠ ن - ٣٦٠° = ١٢٠ ن$

$٦٠ ن = ٣٦٠$

$ن = ٦$

حــــلٌ آخـــــر

قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الْخَارِجَةِ $= ١٨٠°$ - قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الدَّاخِلَةِ

$= ١٨٠° - ١٢٠° = ٦٠°$

، لَكِنَّ مَجْمُوعَ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الْخَارِجَةِ $= ٣٦٠°$

$\therefore$ عَدَدُ الأَضْلَاعِ $= ٣٦٠° \div ٦٠° = ٦$

مثـــال ٢

النِّسْبَةُ بَيْنَ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ لِشَكْلٍ رُبَاعِيٍّ هِيَ ٢ :٢ :٣ :٥

أَوْجِدْ قِيَاسَ أَكْبَرِ زَاوِيَةٍ فِي الشَّكْلِ الرُّبَاعِيِّ

الحَـــــلُّ

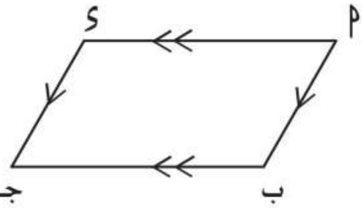
$\because$ مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ $= (٤ - ٢) \times ١٨٠°$

$= ٣٦٠°$

قِيَاسُ أَكْبَرِ زَاوِيَةٍ $= \frac{٥}{٢+٢+٣+٥} \times ٣٦٠° = ١٥٠°$

متوازى الأضلاع :

هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان



خواص متوازى الأضلاع

(١) كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

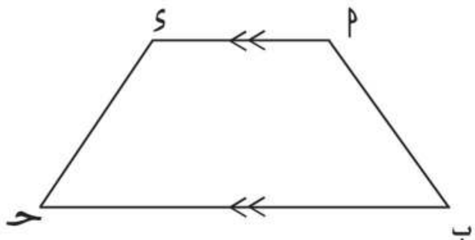
(٢) كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول .

(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر.

(٤) مجموع قياسى أى زاويتين متتاليتين = ١٨٠°

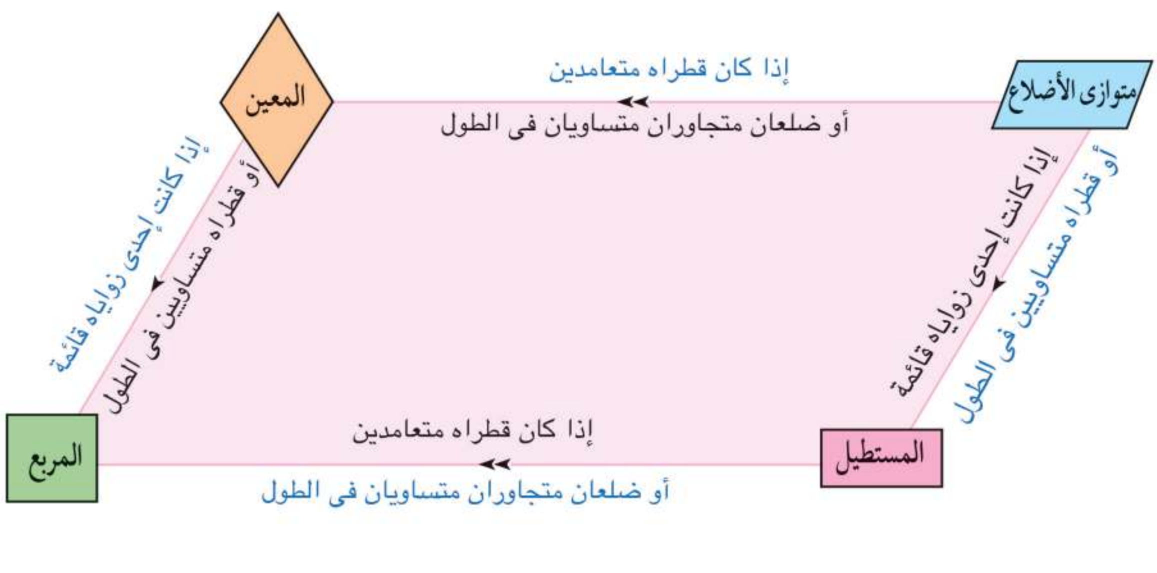
ملاحظة

الشكل الرباعى الذى فيه ضلعان فقط متوازيان يسمى « شبه المنحرف »



متوازى الأضلاع وحالاته الخاصة

المخطط التالى يلخص الحالات المختلفة لمتوازى الأضلاع:

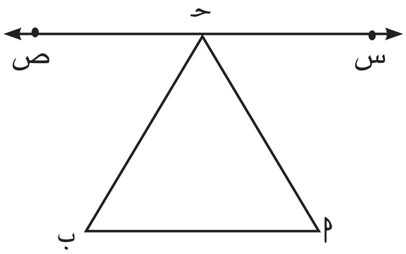


توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ الثالث الْمُثَلَّث

نظرية (١)

مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةُ للمُثَلَّثِ يُسَاوِي ١٨٠°



الْمُعْطَيَاتُ: ٵ ب حـ مُثَلَّثٌ

الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ: ق (∠ ٵ) + ق (∠ ب) + ق (∠ ٵ حـ ب) = ١٨٠°

العَمَلُ: نَرْسُمُ $\overleftrightarrow{\text{حـ س}}$ // $\overline{\text{ٵ ب}}$

الْبُرْهَانُ: ∵ ∠ س حـ ص زَاوِيَةٌ مُسْتَقِيمَةٌ

∴ ق (∠ س حـ ٵ) + ق (∠ ٵ حـ ب) + ق (∠ ب حـ ص) = ١٨٠°

∵ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ٵ ب}}$ ∴ ق (∠ س حـ ٵ) = ق (∠ ٵ) بِالتَّبَادُلِ

ق (∠ ص حـ ب) = ق (∠ ب) بِالتَّبَادُلِ

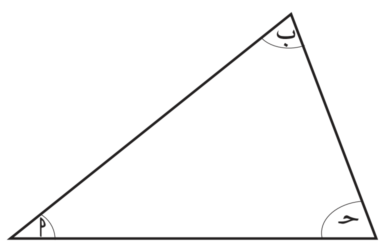
بإضافة ق (∠ ٵ حـ ب)

∴ ق (∠ ٵ) + ق (∠ ٵ حـ ب) + ق (∠ ب) = ١٨٠° وَهُوَ الْمَطْلُوبُ

- **الزاوية الخارجة للمثلث :**

نَعْلَمْ أَنَّ:

الْمُثَلَّثُ لَهُ ثَلَاثُ زَوَايَا دَاخِلَةٌ قياساتها ٵ ، ب ، حـ

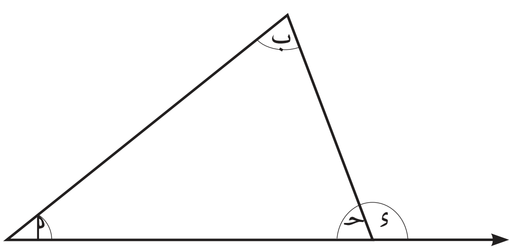


∵ ٵ + ب + حـ = ١٨٠°

∴ ٵ + ب + حـ = حـ + ؏

∴ ٵ + ب = ؏

، إِذَا مُدَّ ضِلْعٌ مِنْ أَضْلَاعِهِ يُنْتِجُ زَاوِيَةً خَارِجَةً لِلْمُثَلَّثِ قياسها ؏



حـ + ؏ = ١٨٠° (زاوية مستقيمة)

- مما سبق نجد أن :

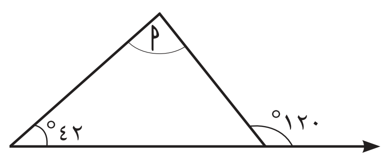
> قِيَـاسَ أَيِّ زَاوِيَـةٍ خَارِجَـةٍ لِلْمُثَلَّثِ
> يُسَاوِي مَجْمُوعَ قِيَاسِي الزَّاوِيَتَيْنِ
> الْدَاخِلَتَيْنِ عَدَا الْمُجَاوِرَةِ لَهَا

مِثَـــالُ ١

في الأشكال الآتية :

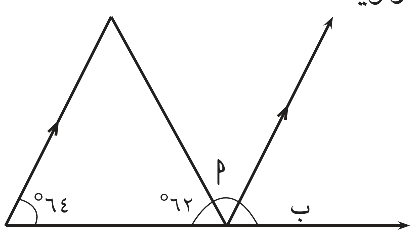
أوجد بالدرجات قيمة كل من: ؏، ب ، حـ ، س ، ص ، ع بِدُونِ قِيَاسِ الزَّاوِيَا:

١



الحل : ؏ = °١٢٠ - °٤٢ = °٧٨

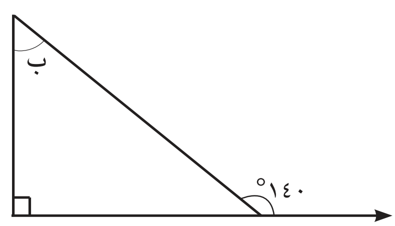
٣



الحل : ب =°٦٤ بِالتَنَاظُرِ

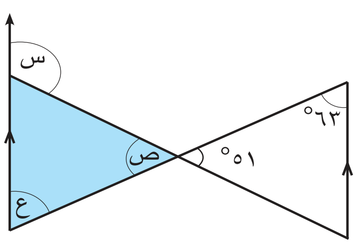
؏ = °١٨٠ - (°٦٢ + °٦٤) =°٥٤

٢



الحل : ب = °١٤٠ - °٩٠ = °٥٠

٤



الحل : ص = °٥١ بالتَقَابُلِ بِالْرَّأْسِ

ع = °٦٣ بِالْتَبَادُلِ

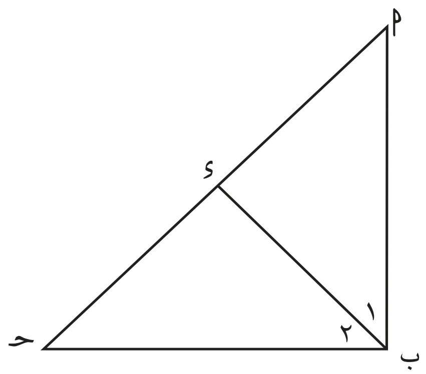
س = °١١٤ زَاوِيَةٌ خَارِجَةٌ لِلْمُثَلَّثِ الْمُظَلَّل

مِثَـــالٌ ٢

ٯ ب حـ مُثَلَّثٌ فِيهِ ء ∈ $\overline{ٯ حـ}$ ،

ٯ (∠ ١) = ٯ (∠ ٯ) ، ٯ (∠ ٢) = ٯ (∠ حـ)

أَثْبِتْ أَنَّ: ∠ ٯ ب حـ قَائِمَةٌ.



الحَـــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: ٯ (∠ ١) = ٯ (∠ ٯ) ، ٯ (∠ ٢) = ٯ (∠ حـ)

الْمَطْلُوبُ: ٯ ب حـ قَائِمَةٌ.

الْبُرْهَانُ: ∵ ٯ (∠ ١) = ٯ (∠ ٯ) ،

ٯ (∠ ٢) = ٯ (∠ حـ) بِالْجَمْعِ

∴ ٯ (∠ ١) + ٯ (∠ ٢) = ٯ (∠ ٯ) + ٯ (∠ حـ)

∵ مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةُ لِلْمُثَلَّثِ يُسَاوِي ١٨٠°

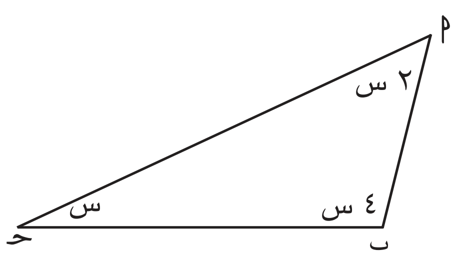
∴ ٯ (∠ ٯ ب حـ) = ٯ (∠ ٯ) + ٯ (∠ حـ) = ١٨٠° ÷ ٢ = ٩٠°

∴ ∠ ٯ ب حـ قَائِمَةٌ **وَهُوَ الْمَطْلُوبُ**

مِثَـــالٌ ٣

ٯ ب حـ مُثَلَّثٌ فِيهِ ٯ (∠ ٯ) = ٢ ٯ (∠ حـ) ، ٯ (∠ ب) = ٤ ٯ (∠ حـ)

أَثْبِتْ أَنَّ: ∠ ب مُنْفَرِجَةٌ.



الحَـــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: ٯ (∠ ٯ) = ٢ ٯ (∠ حـ) = ٢ س ،

ٯ (∠ ب) = ٤ ٯ (∠ حـ) = ٤ س

الْمَطْلُوبُ: ∠ ب مُنْفَرِجَةٌ.

الْبُرْهَانُ: ∵ ٯ (∠ ٯ) + ٯ (∠ حـ) = س + ٢ س = ٣ س ، ٯ (∠ ب) = ٤ س

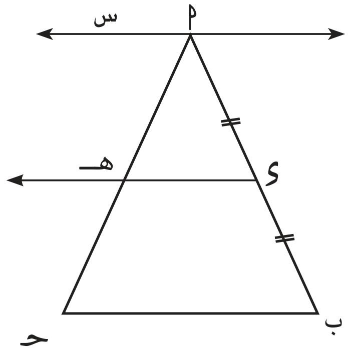
، ٯ (∠ ب) + ٯ (∠ ٯ) + ٯ (∠ حـ) = ١٨٠° نَظَرِيَّة

∴ ٯ (∠ ب) > ٯ (∠ ٯ) + ٯ (∠ حـ)

∴ ∠ ب مُنْفَرِجَةٌ. **وَهُوَ الْمَطْلُوبُ**

نظرية (٢)

الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى المثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث .



المعطيات : ء منتصف $\overline{\text{ٮ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ: هـ منتصف $\overline{\text{ٮ حـ}}$

العَمَلُ: نَرْسُمُ $\overleftrightarrow{\text{ٮ س}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الْبُرْهَانُ: ∵ $\overleftrightarrow{\text{ٮ س}}$ // $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

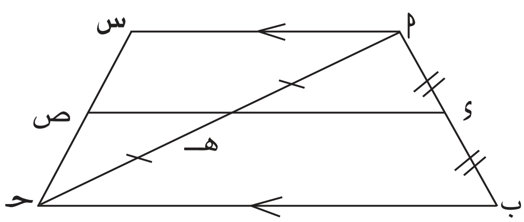
$\overleftrightarrow{\text{ٮ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ٮ حـ}}$ قاطعان لهما فى ء ، هـ على الترتيب

، ∵ ٮ ء = ء ب ∴ ٮ هـ = هـ حـ

نتيجة : **القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث**

مِثَـــالٌ

فى الشكل المقابل :



ٮ ء = ء ب ، ٮ هـ = هـ حـ ،

$\overline{\text{ٮ س}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ ∩ $\overline{\text{س حـ}}$ = {ص}

أثبت أن : ص منتصف $\overline{\text{س حـ}}$

البرهان : فى Δ ٮ ب حـ

∵ ء منتصف $\overline{\text{ٮ ب}}$
، هـ منتصف $\overline{\text{ٮ حـ}}$
∴ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∵ $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$
، $\overline{\text{ٮ س}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$
∴ $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ٮ س}}$

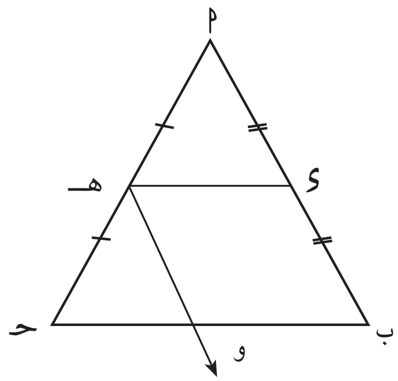
فى Δ حـ ٮ س

∵ هـ منتصف $\overline{\text{ٮ حـ}}$
، $\overleftarrow{\text{هـ ص}}$ // $\overline{\text{ٮ س}}$
∴ $\overleftarrow{\text{هـ ص}}$ ينصف $\overline{\text{حـ س}}$
∴ ص منتصف $\overline{\text{حـ س}}$

نظرية (٣)

طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى نصف طول الضلع الثالث.

المعطيات : ء منتصف $\overline{\text{م ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{م حـ}}$



الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ:

ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

العَمَلُ: نَرْسُمُ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{م ب}}$ ويقطع $\overline{\text{ب حـ}}$ فى و

الْبُرْهَانُ: فى Δ م ب حـ

∵ ء منتصف $\overline{\text{م ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{م حـ}}$ ∴ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∵ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{م ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{م حـ}}$ ∵ و منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ب و = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

∵ **الشكل ب ء هـ و متوازى الأضلاع**

∴ ء هـ = ب و = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

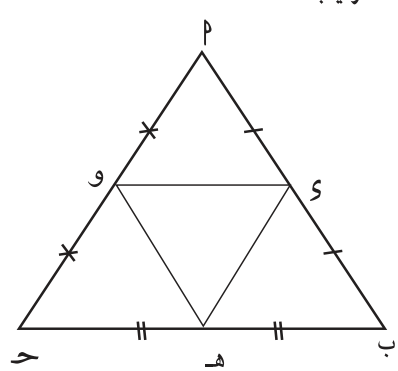
مِثَـــالٌ ١

فى الشكل المقابل :

م ب = ٥ سم ، ب حـ = ٨ سم ، حـ م = ٧سم ،

ء ، هـ ، و منتصفات $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ م}}$ على الترتيب

احسب محيط Δ ء هـ و



البرهان : فى Δ م ب حـ

∵ ء منتصف $\overline{\text{م ب}}$ ، و منتصف $\overline{\text{م حـ}}$

∴ ء و = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = ٤سم

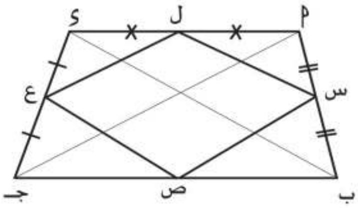
بالمثل ء هـ = $\frac{١}{٢}$ م حـ = ٣,٥سم

، هـ و = $\frac{١}{٢}$ م ب = ٢,٥ سم

∴ **محيط** Δ ء هـ و = ٤ + ٣,٥ + ٢,٥ = ١٠ سم

مِثَـــالٌ ٢

في الشكل المقابل :



أ ب جـ د شكل رباعي فيه

س ، ص ، ع ، ل منتصفات $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ ، $\overline{\text{د أ}}$
على الترتيب

أثبت أن : الشكل س ص ع ل متوازي الأضلاع

العمل : نرسم $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$

البرهان : في Δ أ ب د

∵ س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ل منتصف $\overline{\text{أ د}}$ ∴ $\overline{\text{س ل}} \,//\, \overline{\text{ب د}}$

بالمثل في Δ جـ ب د

$\overline{\text{ص ع}} \,//\, \overline{\text{ب د}}$

∴ $\overline{\text{س ل}} \,//\, \overline{\text{ص ع}}$ ———————— (١)

بالمثل $\overline{\text{س ص}} \,//\, \overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ل ع}} \,//\, \overline{\text{أ جـ}}$

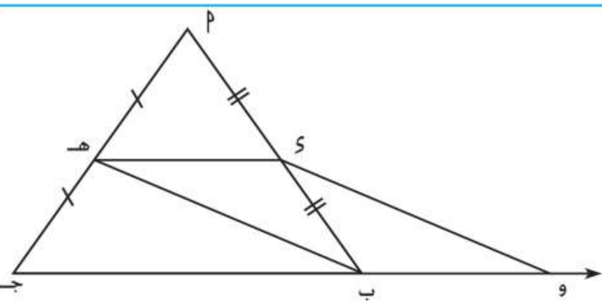
∴ $\overline{\text{س ص}} \,//\, \overline{\text{ل ع}}$ ———————— (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الشكل س ص ع ل متوازي الأضلاع

تدريب :
في المثال السابق : حاول بطريقة أخرى إثبات أن الشكل س ص ع ل **متوازي الأضلاع**

مِثَـــالٌ ٣

في الشكل المقابل :



د ، هـ منتصفي $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ على الترتيب ،

و $\in$ $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$ حيث **ب و** $= \frac{1}{2}$ ب جـ

أثبت أن الشكل ب هـ د و **متوازي الأضلاع**

البرهان : في Δ أ ب جـ

∵ د منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ∴ $\overline{\text{هـ د}} \,//\, \overleftarrow{\text{جـ ب}}$ ، هـ د $= \frac{1}{2}$ جـ ب

∵ ب و $= \frac{1}{2}$ ب جـ ∴ هـ د = ب و

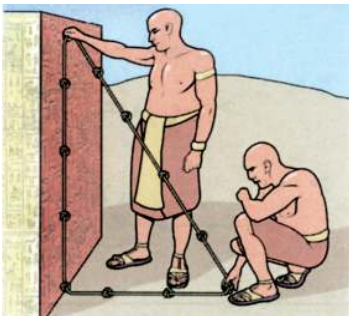
ولكن $\overline{\text{هـ د}} \,//\, \overline{\text{ب و}}$

∴ **الشكل** ب هـ د و **متوازي الأضلاع .**

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

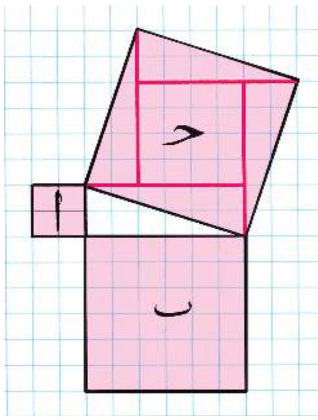
الدَّرْسُ الرابع

نظرية فيثاغورث



استـخدم قدماء المصريـيـن مثلثًا مصنوعًا من حبـل أطواله ٣ ، ٤ ، ٥ من وحدات الطول للحصول علي زاوية قائمة يسـتخدمونها في بناء الحوائط الرأسية .

مـن ذلك يتضـح أن هذه النظرية كان المصريـون القدماء يعرفونها قبل فيثاغورث بزمن طويل .



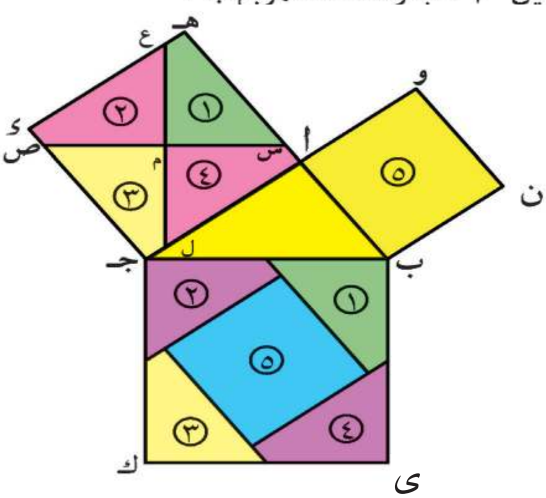
* في الشكل المقابل :

احسب ، ثم أكمل الجدول التالى :

مساحة المربع أ	مساحة المربع ب	مجموع مساحتى المربعين أ ، ب	مساحة المربع جـ
....	....	....	....

ما العلاقة بين مجموع مساحتى المربعين أ ، ب ومساحة المربع جـ ؟

نشاط (١)



١ ارسم أى مثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ثـم أنـشـئ عـلـى أضـلاعـه مربعات كما بالشكل

٢ عـيـن مـركـز الـمـربـع أ جـ ء هـ ولـيـكـن م نقطة تقاطع القطرين .

٣ **ارسم** م س // ب جـ ويقطع أ هـ فى س ، جـ ى فى ص

٤ **ارسم** م ع ⊥ س ص فيقطع أ جـ فى ل ، هـ ى فى ع

٥ **افصل** المنطقتين المربعتين أ ب ن و ، أ جـ د هـ وجزئ المنطقة أ جـ د هـ إلى المناطق (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) ثم حاول لصقها على المناطق ذات الأرقام المناظرة لها فى المربع ب جـ ك ى .

٦ فاذا كان رسمك وعملك دقيقًا فسوف تجد أنها تنطبق عليها تمامًا كما فى الشكل .

فنستنتج أن :

مساحة المنطقة المربعة ب جـ ك ى = مساحة المنطقة المربعة أ ب ن و

+ مساحة المنطقة المربعة أ جـ د هـ

أى أن مساحة المربع المنشأ على ب جـ = مساحة المربع المنشأ على أ ب +

مساحة المربع المنشأ على أ جـ

كرر المحاولة تصل إلى الاستنتاج السابق.

٧ **هل** يمكنك صياغة ما توصلت اليه فى صورة لفظية ؟

نشاط (٢)

أ ب جـ ى مربع قسم اطوال اضلاعه

أ ب ، ب جـ ، جـ ى ، ى أ حسب ماهو موضح بالرسم

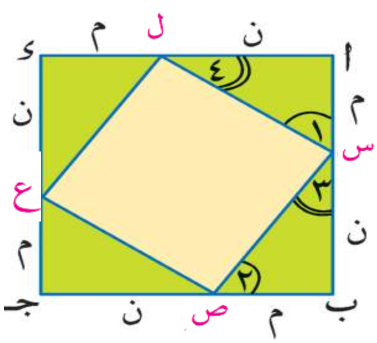
حيث أ س = م وحدة ، س ب = ن وحدة .

أولاً: أثبت أن الأربع مثلثات فى الشكل متطابقة (ضلعين والزاوية المحصورة)

ثانيًا: أثبت أن الشكل س ص ع ل مربع

ثالثًا: فيكون مساحة المربع س ص ع ل = مساحة المربع أ ب جـ د

- ٤ مساحة المثلث س ب م



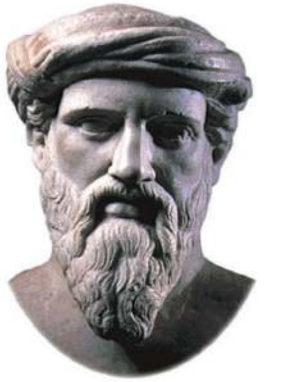
فيكون $(\text{س ص})^2 = (\text{م} + \text{ن})^2 - ٤ \times \frac{1}{2}$ م ن

$(\text{س ص})^2 = \text{م}^2 + ٢ \text{ م ن} + \text{ن}^2 - ٢ \text{ م ن}$

$\therefore (\text{س ص})^2 = \text{م}^2 + \text{ن}^2$

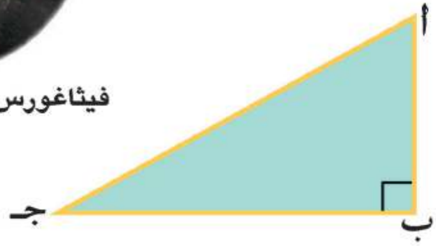
وبذلك نتوصل إلى نظرية فيثاغورث

نظرية فيثاغورث:



فيثاغورس (٥٨٢ - ٥٠١ ق.م)

فى المثلث القائم الزاوية مساحة المربع المنشأ علي الوتر يساوى مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعى القائمة.



أى أن: فى المثلث أ ب جـ :

إذا كان ق(∠ب) = ٩٠

فإن: (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢}

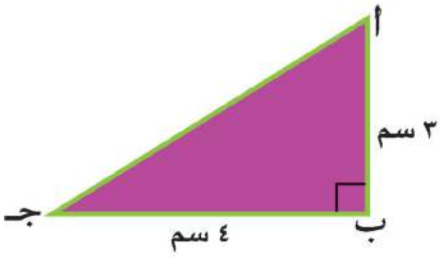
مثـــال

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب أوجد طول الضلع الثالث فى △أ ب جـ

إذا كان: **أولاً:** أ ب = ٣سم ، ب جـ = ٤سم

ثانيًا: أ ب = ٥سم ، أ جـ = ١٣ سم

الحَـــلُّ

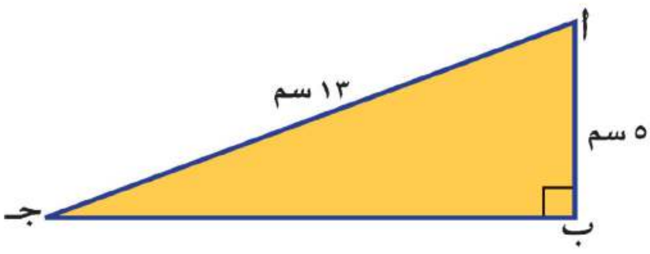


أولاً: ∵ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

= ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ أ جـ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم



ثانيًا: ∵△أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

∴ (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} - (أ ب)^{٢}

= ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤

∴ ب جـ = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

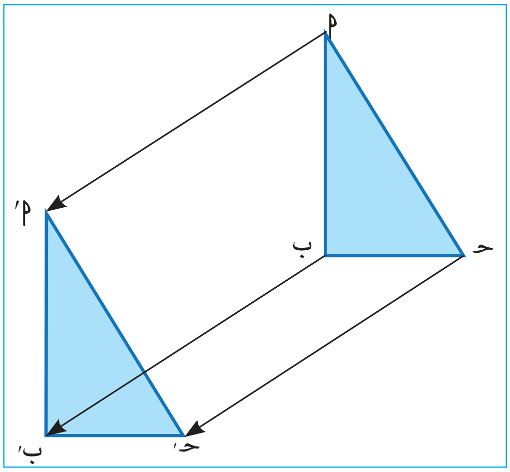
التَّحوِيلاتُ الْهَنْدَسِيَّةُ

* سبق لنا دراسة:

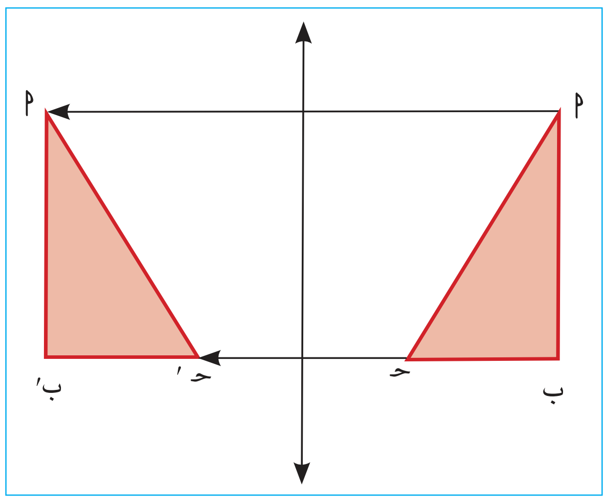
عِنْدَمَا يُحَوَّلُ شَكْلٌ هَنْدَسِيٌّ إِلَى شَكْلٍ هَنْدَسِيّ آخَر يُقَالُ إِنَّهُ تَحْتَ تَأْثِيرِ تَحْوِيلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ.

وَالتَّحْوِيلَاتُ الْهَنْدَسِيَّةُ مُتَعَدِّدَةٌ وَمِنْ أَمْثِلَتِهَا:

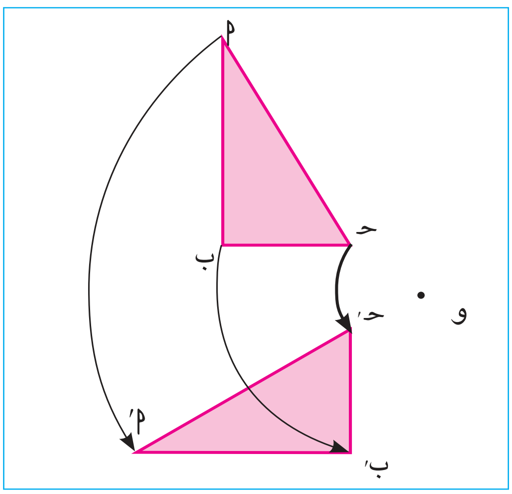
الِانْتِقَالُ



الِانْعِكَاسُ



الدَّوَرَانُ



فِي كُلِّ شَكْلٍ مِنْ الأَشْكَالِ الثَّلَاثَةِ تُوجَدُ عَلَاقَةٌ بَيْنَ النُّقَطِ وَنَظَائِرِهَا فِي الْمُثَلَّثَيْنِ

النُّقْطَةُ أ تَتَحَوَّلُ إِلَى أ′ : أ ⟵ أ′

النُّقْطَةُ ب تَتَحَوَّلُ إِلَى ب′ : ب ⟵ ب′

النُّقْطَةُ حـ تَتَحَوَّلُ إِلَى حـ′ : حـ ⟵ حـ′

النُّقَطُ أ′ ، ب′ ، حـ′ هِيَ صُوَرُ النُّقَطِ أ ، ب ، حـ

التَّحْوِيلَةُ الْهَنْدَسِيَّةُ تُحَوِّلُ كُلَّ نُقْطَةٍ ن فِي الْمُسْتَوَى إِلَى نُقْطَةٍ ن′ فِي الْمُسْتَوَى نَفْسِهِ .

مثـــال ١

أوجد صورة Δ أ ب حـ

حيث أ (١ ، ٢) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (٣ ، ٥)

بالتحويلات الهندسية الآتية :

(١) (س ، ص) ⟵ (س ، -ص)

(٢) (س ، ص) ⟵ (س + ١ ، ص - ٣)

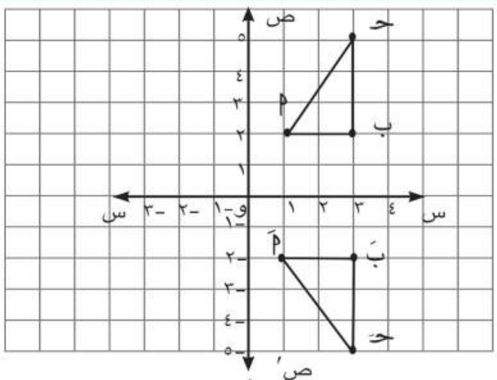
(٣) (س ، ص) ⟵ (-ص ، س)

(١) ∵ (س ، ص) ⟵ (س ، - ص)

∴ أ (١ ، ٢) ⟵ أَ (١ ، -٢) ،

ب (٣ ، ٢) ⟵ بَ (٣ ، -٢) ،

حـ (٣ ، ٥) ⟵ حـَ (٣ ، -٥)

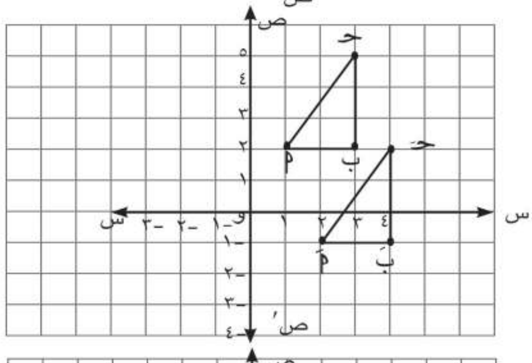


(٢) ∵ (س ، ص) ⟵ (س + ١ ، ص - ٣)

∴ أ (١ ، ٢) ⟵ أَ (٢ ، -١) ،

ب (٣ ، ٢) ⟵ بَ (٤ ، -١) ،

حـ (٣ ، ٥) ⟵ حـَ (٤ ، ٢)

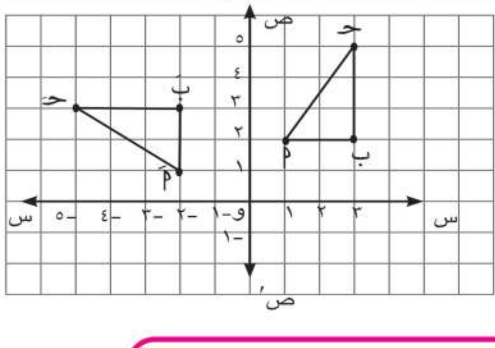


(٣) ∵ (س ، ص) ⟵ (- ص ، س)

∵ أ (١ ، ٢) ⟵ أَ (-٢ ، ١) ،

ب (٣ ، ٢) ⟵ بَ (-٢ ، ٣) ،

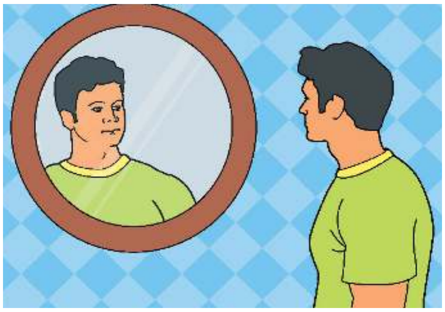
حـ (٣ ، ٥) ⟵ حـَ (-٥ ، ٣)



توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّرْسُ السادس

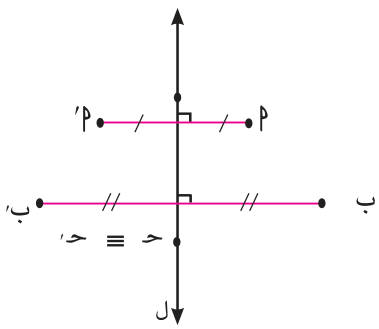
الاِنْعِكَاسُ



عِنْدَمَا تَقِفُ أَمَامَ الْمِرْآةِ وتَظْهَرُ صُورَتُكَ فيها فَأَنْتَ تَبْعُدُ عَنِ الْمِرْآةِ نَفْسَ بُعْدِ صُورَتِكَ عَنْهَا.

يُوَضِّحُ الشَّكْلُ تَحْوِيلَةً هَنْدَسِيَّةً تُسَمَّى انْعِكَاسًا، وَيُعَبَّرُ عَنِ الْمِرْآةِ بِخَطِّ الانْعِكَاس.

الإِنْعِكَاسُ فِي مُسْتَقِيم



الاِنْعِكَاسُ فِي مُسْتَقِيم ل يُحَوِّلُ كُلَّ نُقْطَةٍ أ إِلَى أ′ ، ب إِلَى ب′ ، حـ إِلَى حـ′ بِحَيْثُ :

١) إِذَا كَانَت أ ∉ ل ، فَإِنَّ ل هُوَ الْعَمُودُ الذي ينصف $\overline{\text{أ أ′}}$

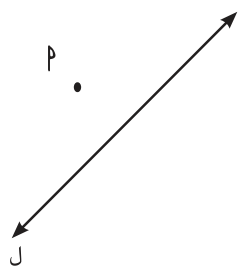
٢) إِذَا كَانَتِ ب ∉ ل فَإِنَّ ل هو العمود الذى ينصف $\overline{\text{ب ب′}}$

٣) إِذَا كَانَتِ جـ ∈ ل فإن الصورة هى نفسها .

مثال ١

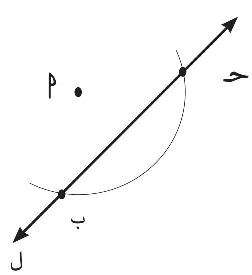
فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ :

أَوْجِدْ أ′ صُورَةَ النُّقْطَةِ أ بِالإِنْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل

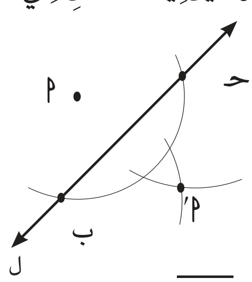


الحَــــلُّ

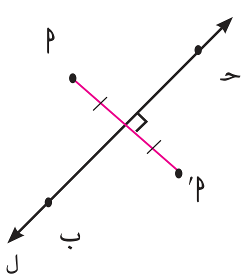
ارْسُمْ قَوْسًا مِنْ دَائِرَةٍ مَرْكَزُهَا أ يَقْطَعُ ل فِي ب ، حـ



اركز فِي ب ، حـ بِنَفْسِ الْفَتْحَةِ ارْسُمْ قَوْسَيْنِ يَتَقَاطَعَانِ فِي أ′

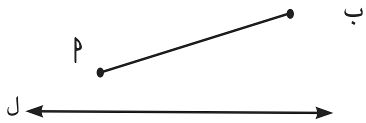


أ′هِي صُورَة أ بِالاِنْعِكَاسِ فِي ل



تَحَقَّقْ بِالْقِيَاسِ أَنَّ ل ⊥ $\overline{\text{أ أ′}}$ ، ل يُنَصِّفُ $\overline{\text{أ أ′}}$

مثـــال ٢

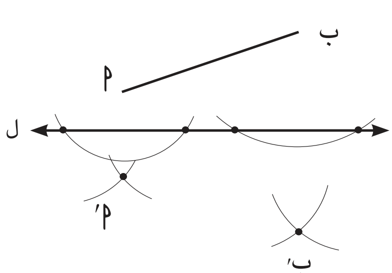


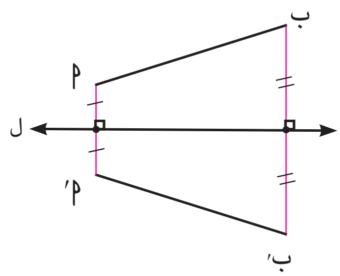
فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ :

أَوْجِدْ صُورَةَ $\overline{\text{أ ب}}$ بِالِانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل

الحَـــــلُّ

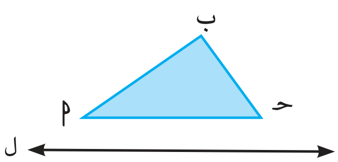
أَوْجِدْ صُورَةَ أ ، ب بِالِانْعِكَاسِ فِي ل   ارسم $\overline{\text{أ′ ب′}}$





$\overline{\text{أ′ ب′}}$ هِيَ صُورَةُ $\overline{\text{أ ب}}$ بِالِانْعِكَاسِ فِي ل.
تَحَقَّقْ بِالْقِيَاسِ أَنَّ ل هُوَ الْعَمُودُ الْمُنَصِّفُ لِكُلٍّ مِنْ $\overline{\text{أ أ′}}$ ، $\overline{\text{ب ب′}}$
وَأَنَّ $\overline{\text{أ ب}}$ ≡ $\overline{\text{أ′ ب′}}$

مثـــال ٣

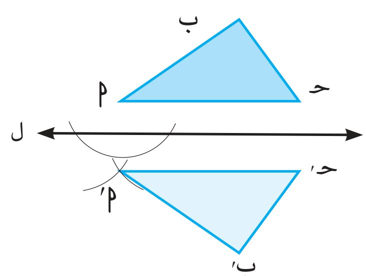


فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ :

أَوْجِدْ صُورَةَ الْمُثَلَّثِ أ ب حـ بِالِانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل

الحَـــــلُّ

أَوْجِدْ صُورَةَ كُلٍّ مِنْ أ ، ب ، حـ بِالِانْعِكَاسِ فِي ل



Δ أ′ ب′ حـ′ هُوَ صُورَةُ Δ أ ب حـ بِالِانْعِكَاسِ فِي ل

قَارِنْ بِالْقِيَاسِ عَنَاصِرَ الْمُثَلَّثِ أ ب حـ وَعَنَاصِرَ الْمُثَلَّثِ أ′ ب′ حـ′ ثُمَّ أَكْمِلْ مَا يَلِي:

١) الْمُسْتَقِيمُ ل هُوَ الْعَمُودُ الْمُنَصِّفُ لِكُلٍّ مِنْ ...... ، ...... ، ......

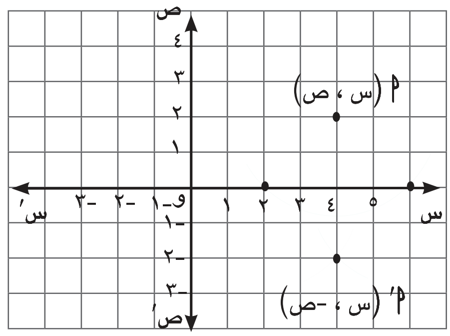
٢) قِرَاءَةُ الْمُثَلَّثِ أ ب حـ مَعَ دَوَرَانِ عَقَارِبِ السَّاعَةِ ، بَيْنَمَا قِرَاءَةُ الْمُثَلَّثِ أ′ ب′ حـ′ ...... عَقَارِبِ السَّاعَةِ.

٣) أ ب = ... ، ب حـ = ... ، حـ أ = ...

٤) ق (∠ أ) = ق (∠ ......) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ......) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ......)

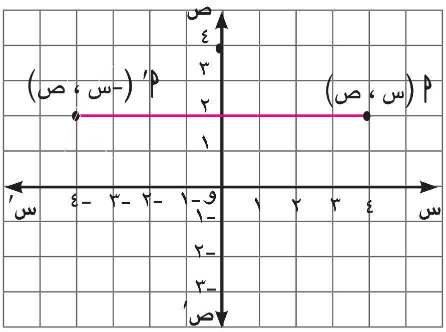
٥) الِانْعِكَاسُ هُوَ تَحْوِيلَة هَنْدَسِيَّة تُحَوِّلُ الشَّكْلَ الْهَنْدَسِيَّ إِلَي شَكْلٍ آخَرَ ...... لَهُ.

الإنْعِكَاسُ فِي الْمُسْتَوَي الإِحْدَاثِيِّ



الانْعِكَاسُ فِي مِحْوَرِ س يُحَوِّلُ :

أ (س ، ص) ⟵ أ' (س ، −ص)



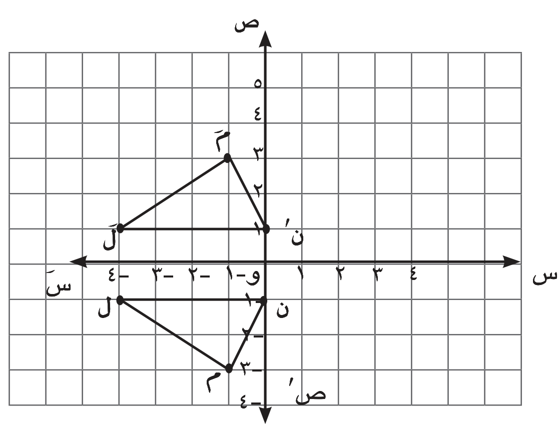
الانْعِكَاسُ فِي مِحْوَرَ ص يُحَوِّلُ :

أ (س ، ص) ⟵ أ' (− س ، ص)

مثـــال ١

بِاسْـتِخْدَامِ الشَّـبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ الْمُتَعَامِدَةِ أَوْجِدْ صُورَةَ الْمُثَلَّثِ ل م ن حَيْثُ ل (−٤ ، −١) ، م (−١ ، −٣) ، ن (٠ ، −١) بِالانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ س

الحَــــلُّ



خواص الانعكاس فى المستوى

سبق أن درست الانعكاس كتحويل هندسي يحول الشكل الهندسي إلى شكل هندسي آخر مطابق له

والآن سوف نعرض خواص الانعكاس في المستوى من خلال المثال التالي

مثال ٢

في نظام إحداثي متعامد أ ب جـ ء مستطيل حيث:

أ (١، ١)، ب (٥، ١)، جـ (٥، ٤)، ء (١، ٤)

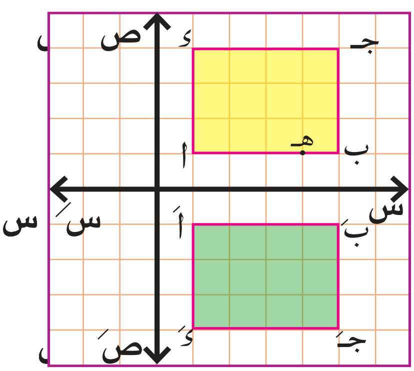
أوجد بالرسم:

أولاً: صورة المستطيل أ ب جـ ء بالانعكاس في محور السينات.

ثانيًا: صورة المستطيل أ ب جـ ء بالانعكاس في محور الصادات.

الحل

أولاً: الانعكاس في محور السينات:



لتكن: أ′ صورة أ (١، ١)

∴ أ′ = (١، -١)

ب′ صورة ب (٥، ١)

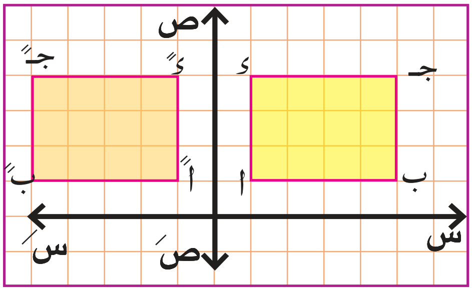
∴ ب′ = (٥، -١)

جـ′ صورة جـ (٥، ٤)

∴ جـ′ = (٥، -٤)

ء′ صورة ء (١، ٤) ∴ ء′ = (١، -٤)

∴ المستطيل أ′ ب′ جـ′ ء′ هو صورة المستطيل أ ب جـ ء بالانعكاس في محور السينات.



ثانيًا: الانعكاسُ فى محور الصادات:

لتكن: أً صورة أ (١، ١) ∴ أً = (-١، ١)

بً صورة ب (٥، ١) ∴ بً = (-٥، ١)

جـً صورة جـ (٥، ٤) ∴ جـً = (-٥، ٤)

ىً صورة ى (١، ٤) ∴ ىً = (-١، ٤)

∴ المستطيلُ أً بً جـً ىً هو صورة المستطيل أ ب جـ ى بالانعكاس فى محور الصادات.

قس واستنتج قس طولَ كلِّ ضلع من أضلاع المستطيل وصورته بالانعكاس وقارن بينهما ، ماذا تلاحظ؟
هل قياسُ كل زاوية من زوايا المستطيل مساوٍ لقياس صورتها؟

تعلم أن: فى المستطيل أ ب جـ ى $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ى جـ}}$، $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{أ ى}}$

هل $\overline{\text{أَ بَ}}$ // $\overline{\text{ىَ جـَ}}$، $\overline{\text{بَ جـَ}}$ // $\overline{\text{أَ ىَ}}$؟

هل $\overline{\text{أً بً}}$ // $\overline{\text{ىً جـً}}$، $\overline{\text{بً جـً}}$ // $\overline{\text{أً ىً}}$ ؟ ماذا تستنتج ؟

هل المستطيل أ ب جـ ى يطابق المستطيل أَ بَ جـَ ىَ؟

هل المستطيل أ ب جـ ى يطابق المستطيل أً بً جـً ىً؟

لتكن النقطة هـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ عين النقطة هـَ صورة النقطة هـ بالانعكاس فى محور السينات هل هـَ ∈ $\overline{\text{أَ بَ}}$؟

خواص الانعكاس فى مستقيم:

١ الانعكاسُ يحافظُ على أطوالِ القطع المستقيمة.

٢ الانعكاسُ يحافظُ على البينية.

٣ الانعكاسُ يحافظُ على قياسات الزوايا.

٤ الانعكاسُ يحافظُ على التَّوازى.

هل يحافظُ الانعكاسُ على التَّرتيبِ الدورانىِّ لرؤوس الشكل؟

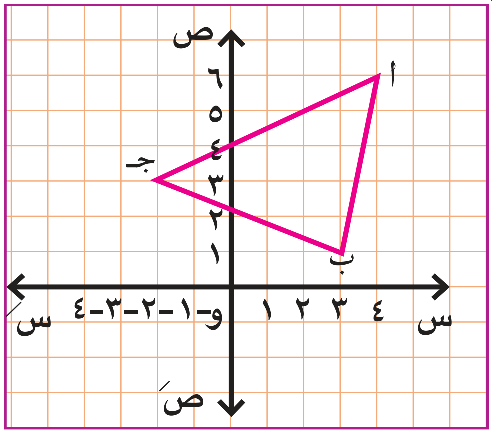
هل ترتيبُ حروف المستطيل أ ب جـ ى وصورته بالانعكاس فى ل هى نفس ترتيبِ حروف صورته؟

مثال ٣

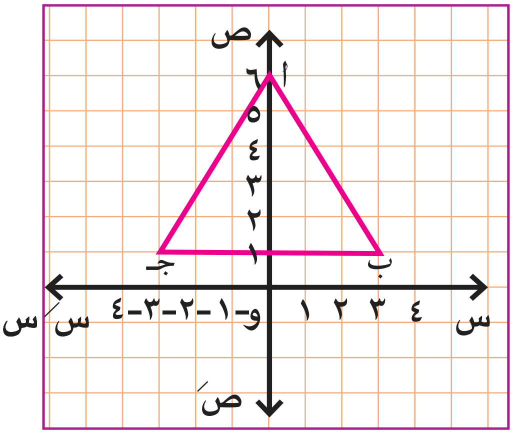
على الشبكة التربيعية في كل من الشكلين التاليين:

ارسم صورة △ أ ب جـ بالانعكاس في محور الصادات.

١



٢

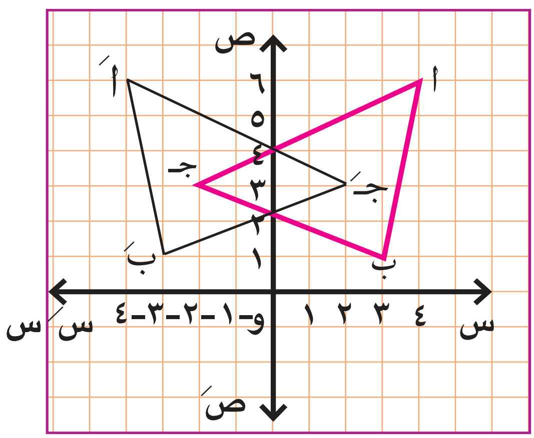


الحل: نعين الأزواج المرتبة التي تمثل صورة رؤوس المثلث بالانعكاس في محور الصادات كالتالي:

أ (٤، ٦) ← أَ (-٤، ٦)

ب (٣، ١) ← بَ (-٣، ١)

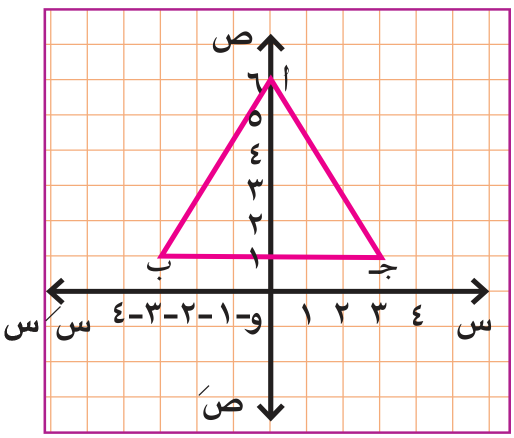
جـ (-٢، ٣) ← جـَ (٢، ٣)



أ (٠، ٦) ← أَ (٠، ٦) = أ

ب (٣، ١) ← بَ (-٣، ١) = جـ

جـ (-٣، ١) ← جـَ (٣، ١) = ب

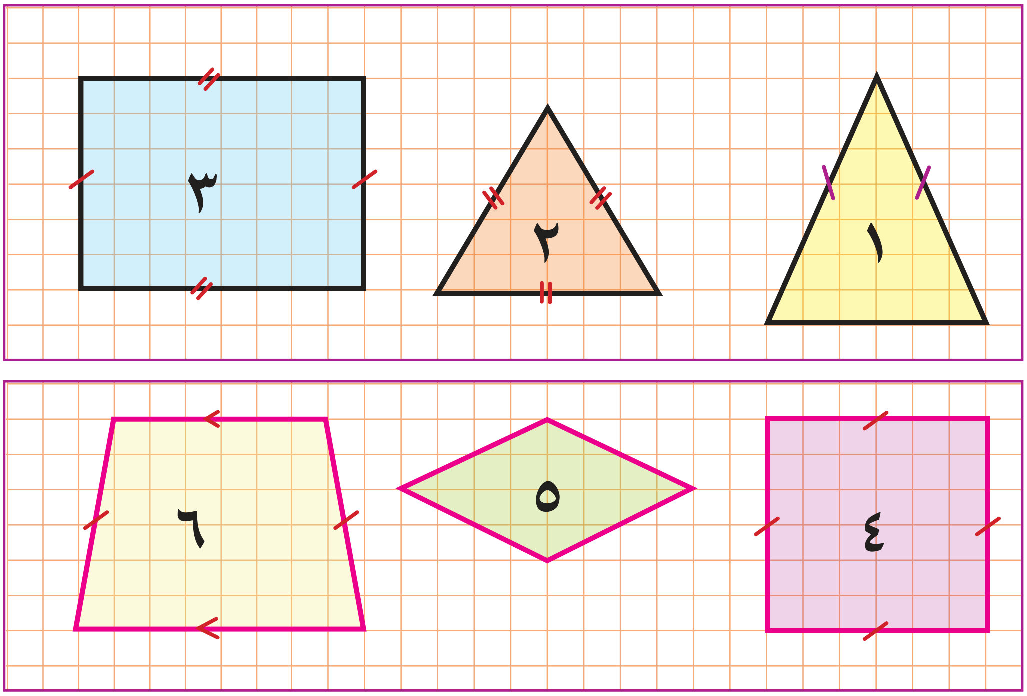


لاحظ أن: إذا كان لكل نقطة على الشكل صورة بالانعكاس في مستقيم ل تقع على الشكل نفسه فإن هذا المستقيم يسمى محور تماثل للشكل.

ففي الشكل الثاني محور الصادات $\overleftrightarrow{ص ص َ}$ هو محور تماثل للمثلث أ ب جـ.

هيا نفكر

باستخدامِ الأشكالِ التالية ، وضح عدد محاور التَّماثل لكلٍّ من:



(١) المثلث المتساوى الساقين.

(٢) المثلث المتساوى الأضلاع.

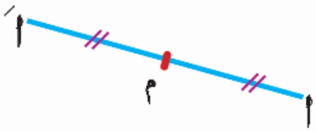
(٣) المستطيل .

(٤) المربع.

(٥) المعين.

(٦) شبه المنحرف المتساوى الساقين.

الانعكاسُ فى نقطة

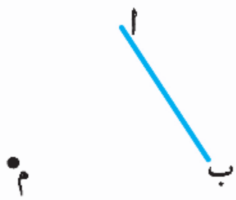


الانعكاسُ فى نقطة م يحولُ كلَّ نقطة أ فى المستوى إلى النقطة أ َ فى نفس المستوى بحيث تكون م منتصف القطعة المستقيمة أأ َ

وتسمى النقطةُ م **مركز الانعكاس** وتكون صورة م بالانعكاس فى م هى نفسها.

لذلك فإن الانعكاس فى نقطة هو تساوى قياسى.

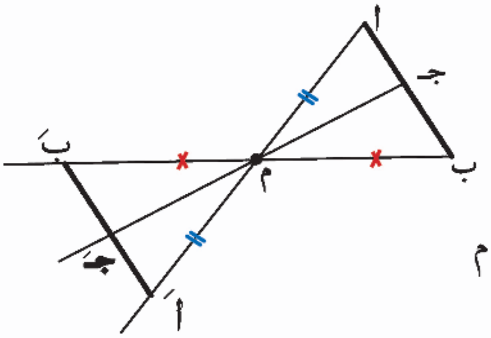
مثـــال ١



فى الشكل المقابل:

م ∌ أ ب أوجد صورة أ ب بالانعكاس فى النقطة م.

الحل



١ نرسم أ م ونعين أ َ على أ م بحيث أ َ م = أ م

٢ نرسم ب م ونعين ب َ على ب م بحيث ب َ م = ب م

٣ ارسم أ َ ب َ

٤ لكل جـ ∈ أ ب عين جـ َ على جـ م بحيث جـ َ م = جـ م

هل جـ َ ∈ أ َ ب َ؟

∴ أ َ ب َ هى صورة أ ب بالانعكاس فى النقطة م.

الانعكاسُ فى نقطة

١ يحافظُ على أطوال القطع المستقيمة.

٢ يحافظُ على قياسات الزوايا.

٣ يحافظُ على توازى المستقيمات.

الانعكاس فى نقطة الأصل فى مستوى إحداثى متعامد

فى المستوى الإحداثى المتعامد ذى البعدين:

الانعكاس فى نقطة الأصل و (٠، ٠) يحول:

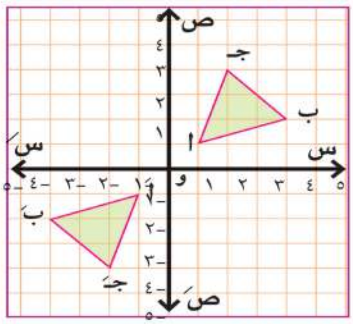
أ (س، ص) ← أَ (-س، -ص)

مثلاً:

صورة النقطة أ (-٣، ٢) بالانعكاس فى نقطة الأصل هى النقطة أَ (٣، -٢)

مثـــال ٢

فى الشكل المقابل المثلث أَ بَ جَـ صورة المثلث أ ب جـ بالانعكاس فى و حيث أ (١، ١) ، ب(٤، ٢) ، جـ (٢، ٤)



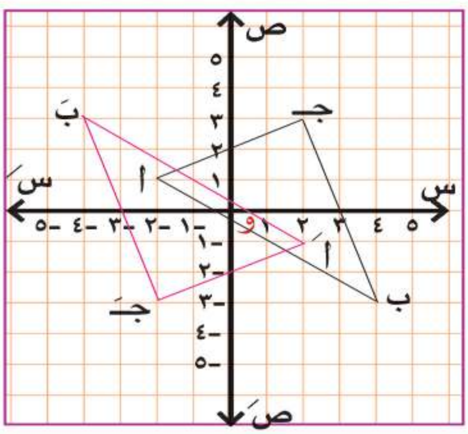
مثـــال ٣

١ ارسم على الشبكة البيانية المتعامدة

ثم اكتب الأزواج المرتبة التي تمثل صورة رؤوس △أ ب جـ بالانعكاس في نقطة الأصل .

△ أ ب جـ حيث: أ(-٢، ١)، ب(٤، -٣)، جـ(٢، ٣)

ثم أكمل:	أ	(-٢، ١)	بالانعكاس ← فى (٠،٠)	أَ	(٢، -١)
	ب	(٤، -٣)	←	بَ	(-٤، ٣)
	جـ	(٢، ٣)	←	جَـ	(-٢، -٣)



ارسم △ أَ بَ جَـ صورة △ أ ب جـ بالانعكاس فى نقطة الأصل و.

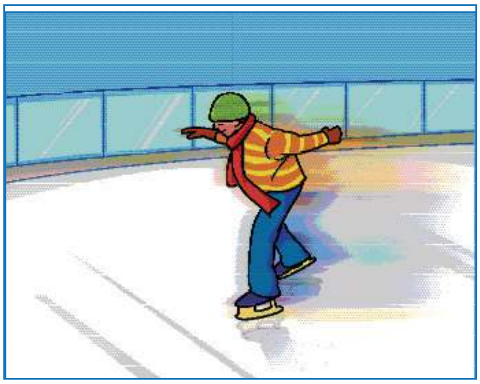
لاحظ أن: الانعكاسُ فى نقطةٍ يحافظُ على الاتجاهِ الدورانيِّ لترتيب رؤوس الشكل.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الِانْتِقَــالُ

* سبق لنا دراسة:

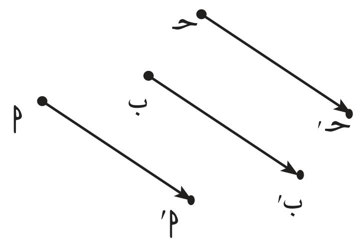
تُوَضِّحُ الصُّورَةُ انْتِقَالًا مِنْ مَكَانٍ إِلَي مَكَانٍ آخَرَ فِي اتِّجَاهٍ مُعَيَّنٍ.



الِانْتِقَـالُ هُوَ تَحْوِيلَةٌ هَنْدَسِـيَّةٌ تُحَـوِّلُ كُلَّ نُقَطِ الْمُسْـتَوَي: أ ، ب ، حـ ، ... مَسَـافَةً ثَابِتَةً فِي اتِّجَاهٍ مُعَيَّنٍ بِحَيْثُ:

أ أ′ = ب ب′ = حـ حـ′،

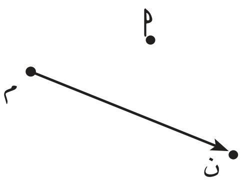
أ أ′ // ب ب′ // حـ حـ′ (قِطَع مستقيمة)



مثـــال ١

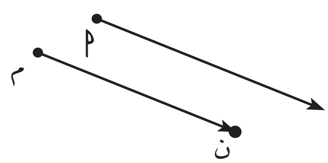
فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ارْسُمْ صُورَةَ النُّقْطَةِ أ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ $\overrightarrow{م ن}$

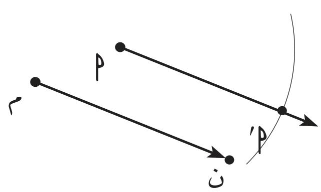


الحَـــلُّ

ارْسُــمْ مِنْ أ شُـعَاعًا يُوَازِي الشُّـعَاعَ م ن وَفِي نَفْسِ اتِّجَاهِهِ



ارْكُـزْ سـن الفرجار فِي أ وَارْسُـمْ قَوْسًـا مِنْ دَائِرَةٍ طُول نِصْفُ قُطْرِهَا يُسَاوِي م ن

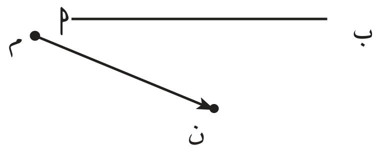


تُسَمَّي النُّقْطَةُ أ′ صُورَةَ النُّقْطَةِ أ بِالِانْتِقَالِ مَسَافَةَ م ن فِي اتِّجَاهِ $\overrightarrow{م ن}$

أ أ′ = م ن ،

أ أ′ // م ن (قِطَع مستقيمة)

مثـــال ٢

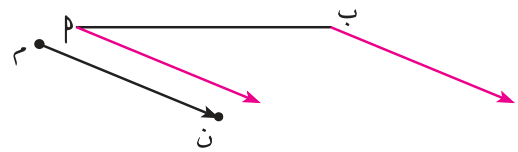


فِي الْشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

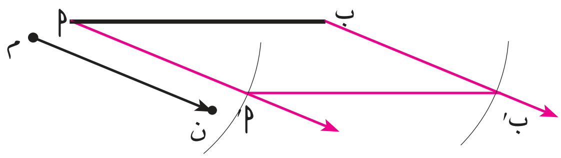
ارسم صورة أ ب بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ م ن

الحَـــلُّ

ارْسُمْ شُعَاعَيْنِ مِنْ أ ، ب يُوازِيَانِ م ن وَفِي نَفْسِ الاتِّجَاهِ.



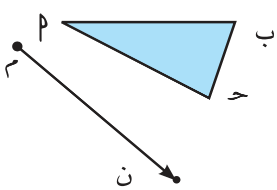
ارْكُزْ سن الفرجار في كل من أ ، ب وَارْسُمْ قَوْسَيْنِ مِنْ دَائِرَةِ نِصْفُ قُطْرِهَا يُسَـاوِي م ن فَيَقْطَعَانِ الشُـعَاعَيْنِ فِي أ′ ، ب′ ، ارسم أ′ ب′



تَحَقَّقْ مِنْ أَنَّ: أ ب = أ′ ب′ ، أ ب // أ′ ب′

أ′ ب′ هِيَ صُورَةُ أ ب بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ م ن

مثـــال ٣



فِي الْشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ارسم صُورَةَ Δ أ ب حـ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ م ن

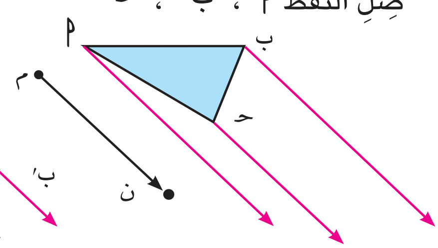
الحَـــلُّ

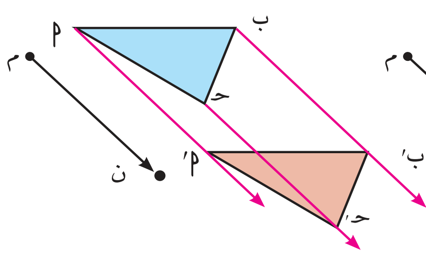
مِنْ النقط أ ، ب ، حـ ارْسُمْ أَشِعَّةً تُوَازِي م ن

عَيِّنْ أ′ ، ب′ ، حـ′ بِحَيْثُ

أ أ′ = ب ب′ = حـ حـ′ = م ن

صِلِ النُّقَطَ أ′ ، ب′ ، حـ′





Δ أ′ ب′ حـ′ هُوَ صُورَةُ Δ أ ب حـ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ م ن

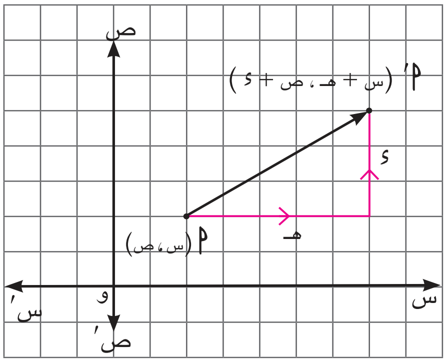
لاحظ أن:

١) أ ب = أ′ ب′ ، ب حـ = ب′ حـ′ ، حـ أ = حـ′ أ′

٢) ق (∠ أ) = ق (∠ أ′) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ب′) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ حـ′)

ملحوظة: الانْتِقَـالُ هُـوَ تَحْوِيلَـةٌ هَنْدَسِيَّةٌ تُحَوِّلُ الْشَّكْلَ الْهَنْدَسِيَّ إِلَى شَكْلٍ آخَر مطابق لَهُ.

الِانْتِقَالُ فِي الْمُسْتَوَي الإِحْدَاثِيُّ

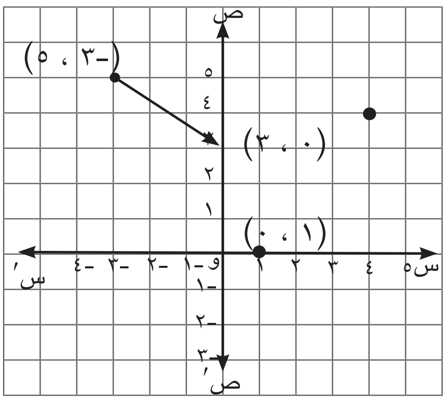


❋ سبق لنا دراسة:

الِانْتِقَالُ يُحَوِّلُ كُلَّ نُقْطَةٍ إِزَاحَةً سِينِيَّةً هـ يَتْبَعُهَا إِزَاحَةٌ صَادِيَّةٌ ى

أ (س ، ص) ⟵ أ′ (س + هـ ، ص + ى)

١ [أ] أَوْجِدْ صُوَرَ النُّقَطِ الْمُوَضَّحَةِ فِي الْجَدْوَلِ التَّالِي بِانْتِقَالِ: (س ، ص) ⟵ (س + ٣ ، ص −٢)



(س ، ص)	(س + ٣ ، ص −٢)
(−٣ ، ٥)	(٠ ، ٣)
(١ ، ٠)	(،)
(٤ ، ٤)	(،)

[ب] صِلْ كُلَّ نُقْطَةٍ بِصُورَتِهَا عَلَى الرَّسْمِ. مَاذَا تُلَاحِظُ؟

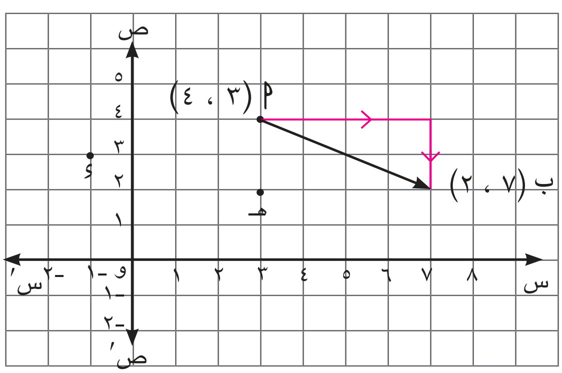
نُلَاحِظُ أَنَّ:

- الِانْتِقَالُ يُحَوِّلُ كُلَّ نُقْطَةٍ إِزَاحَةً أُفُقِيَّةً ... وَحَدَاتٍ إِلَى الْيَمِينِ وَإِزَاحَةً رَأْسِيَّةً ... إِلَى أَسْفَلَ.
- الْقِطَعُ الْمُسْتَقِيمَةُ ..... فِي الطُّولِ و .....

٢ **فِي الشَّكْلِ التَّالِي:**

أَوْجِدْ صُورَةَ كُلٍّ مِنَ النّقَطِ الآتِيَةِ بِالِانْتِقَالِ مَسَافَةَ أ ب فِي الِاتِّجَاهِ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ حَيْثُ أ (٣ ، ٤) ، ب (٧ ، ٢)

[أ] حـ (٣ ، ٢) [ب] ى (−١ ، ٣) [جـ] هـ (س ، ص)



الِانْتِقَالُ مَسَافَةَ أ ب فِي اتِّجَاهِ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ يُكَافِئُ إِزَاحَةً أُفُقِيَّةً مِنْ ٣ إلى ٧ تساوي ٤ وَحَدَاتٍ.

إِزَاحَةً رَأْسِيَّةً مِنْ ٤ إلى ٢ تساوي −٢وَحَدَةً

حـ (٣ ، ٢) ⟵ حـ′ (... ، ...)

ى (−١ ، ٣) ⟵ ى′ (... ، ...)

هـ (س ، ص) ⟵ هـ′ (س + ٤ ، ص − ٢)

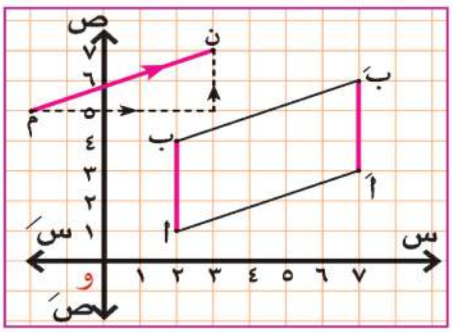
خواص الانتقال فى المستوى

1. الانتقالُ يحافظُ على أطوالِ القطعِ المستقيمة ، والبعد بين النقط.
2. الانتقالُ يحافظُ على قياسات الزوايا.
3. الانتقالُ يحافظُ على توزاى المستقيمات.

مثـــال

أوجد $\overline{أ َ ب َ}$ صورة $\overline{أ ب}$ حيث أ (٢، ١)، ب (٢، ٤) بانتقال م ن فى اتجاه $\overrightarrow{م ن}$ حيث:

م (-٢، ٥)، ن (٣، ٧).



الحل

الانتقالُ مسافة م ن فى اتجاه $\overrightarrow{م ن}$ يكافئ:

إزاحة أفقية من -٢ إلى ٣ = ٣ -(-٢) = ٥ وحدات.

إزاحة رأسية من ٥ إلى ٧ = ٧ - ٥ = ٢ وحدة .

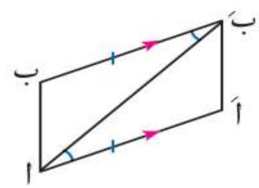
∴ الانتقال = (٥، ٢)

∴ أ َ = (٢ + ٥، ١ + ٢) = (٧، ٣)

ب َ = (٢ + ٥، ٤ + ٢) = (٧، ٦)

نرسم $\overline{أ َ ب َ}$ فتكون هى صورة $\overline{أ ب}$. هل $\overline{أ َ ب َ}$ // $\overline{أ ب}$ ؟

هيا نفكّر



فى المثال السابق: اذا رسم $\overline{أ ب َ}$:

هل ق (∠ أ َ أ ب َ) = ق (∠ ب ب َ أ)؟ لماذا؟

هل △ أ َ أ ب َ ≡ △ ب َ ب أ؟ لماذا؟

هل $\overline{أ َ ب َ}$ // $\overline{أ ب}$ ؟

هل الشكل أ ب ب َ أ َ متوازى أضلاع؟

مما سبق نستنتج أن:

فى أىِّ شكلٍ رباعىٍّ إذا توازى ضلعانِ متقابلان فيه وتساويا فى الطول كان الشكلُ متوازى أضلاع.

لاحظ أن:

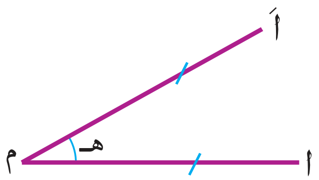
صورةُ القطعةِ المستقيمة بانتقال ما، هى قطعةٌ مستقيمةٌ أخرى موازية لها ومساوية لها فى الطول.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

الدَّوَرَانُ

الدوران حول نقطة فى المستوى

الدورانُ حولَ النقطة م بزاويةٍ قياسها هــ هو تحويلةٌ هندسيةٌ تحول كلَّ نقطةٍ أ فى المستوى إلى نقطةٍ أخرى أَ فى نفس المستوى بحيث:



- و (∠ أ م أَ) = هــ
- م أَ = م أ

ويرمز له بالرمز د (م ، هــ) حيث:

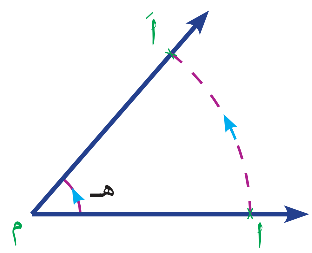
١ م مركز الدوران.

٢ هــ قياس زاوية الدوران.

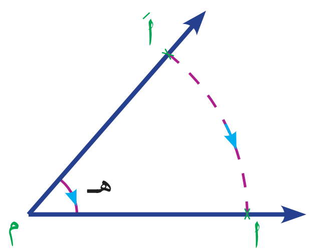
لاحظ أن:

١ الدوران يتحدَّدُ تمامًا عند تحديدِ مركز الدوران ، قياس زاويته، اتِّجاه الدوران.

٢ يكون قياسُ زاويةِ الدوران موجبًا إذا كان الدوران مخالفًا لحركةِ عقارب الساعة ، وسالبًا إذا كان الدورانُ فى اتجاهِ حركةِ عقارب الساعة.



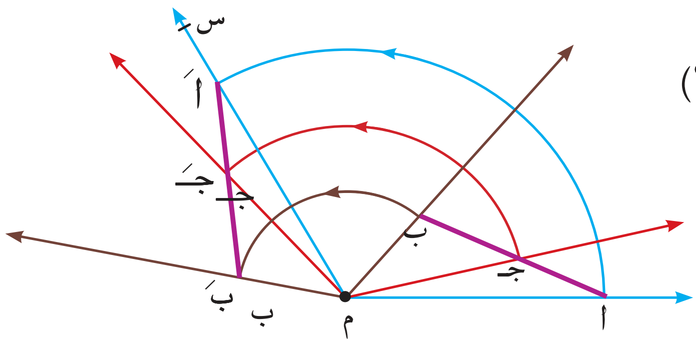
أَ هى صورة أ بـدوران حول م بزاوية قياسها (هــ)



أ هى صورة أَ بـدوران حول م بزاوية قياسها (-هــ)

رسم صورة قطعة مستقيمة بدوران معلوم

مثال ١



ارسم أَ بَ صورة أ ب بالدوران د (م ، ١٢٠°)

لرسم أ ب نتبع مايلى:

١ نرسم م أ .

٢ نرسم ∠ أ م س قياسها = ١٢٠°.

(لاحظ اتجاه الدوران)

٣ نركز بالفرجارِ عند م ونرسم قوسًا من دائرةٍ طولِ نصف قطرها م أ فيقطع م س فى أَ فتكون أَ صورة النقطة أ بالدوران د (م ، ١٢٠°) .

٤ نجرى نفسَ الخطواتِ السابقة لتعين بَ صورة ب بالدوران د (م ، ١٢٠°) .

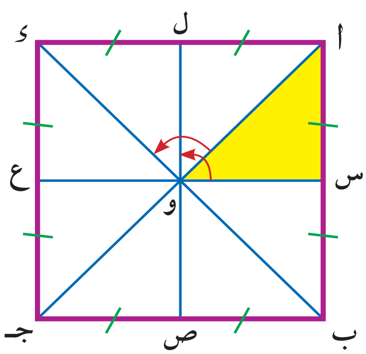
٥ لكل جـ ∈ أ ب عين جَـ صورة جـ بالدوران د (م ، ١٢٠°)

٦ ارسم أَ بَ ولاحظ أن جَـ ∈ أَ بَ

٧ قس أطوال كل من: أ ب ، أَ بَ ، أ جـ ، أَ جَـ ، جـ ب ، جَـ بَ،

هل الدورانُ يحافظُ على الأبعادِ بين النُّقط؟ هل الدورانُ يحافظُ على استقامةِ النقط؟

مثال ٢



فى الشكلِ المقابل : أ ب جـ ى مربع ، و نقطةُ تقاطع قطريه،

س، ص، ع، ل منتصفات أضلاعه أ ب ، ب جـ، جـ ى ، ى أ

على التَّرتيب: **أوجد:**

أ صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و

أ

يتبعه انعكاسًا آخر فى ل و

يتبعه انعكاسًا آخر فى

ب صورة △ أ س و بالدوران د (و، ٩٠°)

ب صورة △ أ س و بالدوران د (و

الحل

الحل

صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و △ أ ل و

صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و

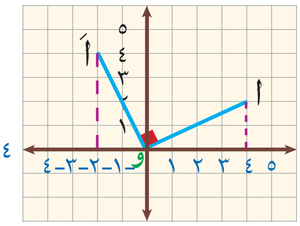
صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و ويتبعه انعكاس آخر فى ل و △ ى ل و

صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و ويتبعه انعكاس آخر فى ل و

ب - صورة △ أ س و بالدوران د (و، ٩٠°) △ ى ل و

ب - صورة △ أ س و بالدوران د (و

الدورانُ فى المستوى الإحداثىِّ حول نقطةِ الأصل (و)



فى الشكلِ المقابل

١ أ(٤، ٢) نقطة فى المستوى الإحداثى المتعامد

أَ صورة أ بالدوران د(و، ٩٠°) لاحظ أن و أ = و أَ ، ق(∠ أ و أَ) = ٩٠°

من الرسم نجد أن أَ(-٢، ٤)

أى أن: أ(س، ص) $\xrightarrow{\text{بالدوران } د(و، ٩٠°)}$ أَ(-ص، س)

فكر هل الدوران د(و، ٩٠°) يكافئ د(و، -٢٧٠°)؟ ولماذا؟

٢ ارسم ب(٣، ٤)، وارسم بَ صورة ب بالدوران د(و، ١٨٠°)

لاحظ أن و ب = و بَ ، ق(∠ ب و بَ) = ١٨٠° والدورانُ فى اتجاهٍ مخالفٍ لدورانِ عقاربِ الساعة.

من الرسمِ نجد أن بَ(-٣، -٤)

أى أن: ب(س، ص) $\xrightarrow{\text{بالدوران } د(و، ١٨٠°)}$ بَ(-س، -ص)

فكر هل الدورانُ د(و، ١٨٠°) يكافئ د(و، -١٨٠°)؟ ولماذا؟

ما هو الدورانُ الذى يكافئ د(و، ٢٧٠°)؟

ما صورةُ أ بالدورانِ د(و، ٣٦٠°)، وما صورةُ ب بالدوران د(و، -٣٦٠°)

الدورانُ المُحايد

هو الدورانُ بزاويةٍ قياسها ٣٦٠° أو -٣٦٠° وتكون صورةُ كلِّ نقطةٍ منطبقةً على نفسها، ويسمى بالدورانِ المحايد لأنه يحول الشكل إلى وضعه الأصلىِّ.

مثال

لاحظ النقط التالية و صورة كل منها حول نقطة الأصل (و) بقياسات الزوايا المبينة .

النقطة	صورةُ النقطة بالدوران حول و بزاوية قياسها				
	٩٠°	١٨٠° أو -١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°	-٩٠°
أ (٢ ، ٥)	(-٥، ٢)	(-٢، -٥)	(٥، -٢)	(٢، ٥)	(٥، -٢)
ب (-١، ٣)	(-٣، -١)	(١، -٣)	(٣، ١)	(-١، ٣)	(٣ ، ١)
جـ (-٢ ، ٣)	(-٣، -٢)	(٢، -٣)	(٣، ٢)	(-٢، ٣)	(٣ ، ٢)
د (١ ، -٤)	(٤، ١)	(-١، ٤)	(-٤ ، -١)	(١، -٤)	(-٤، -١)
هـ (-٥، -٣)	(٣، -٥)	(٥، ٣)	(-٣، ٥)	(-٥، -٣)	(-٣، ٥)

هيا نفكّر

١ هل الدورانُ يحافظُ على الأبعاد بين النُّقطِ واستقامةِ النقط؟

٢ هل الدورانُ يحافظُ على قياساتِ الزوايا ؟

٣ هل الدورانُ يحافظ على توازى المستقيماتِ ؟

الدوران فى المستوى هو تحويلةٌ هندسيةٌ تحوِّل الشكلَ إلى شكلٍ مطابقٍ له ولذلك يُسمّى (تساوى قياسى)، كما أنه يحافظُ على التَّرتيب الدورانىِّ لرؤوس الشكلِ.

توجه إلى الموقع الالكتروني للوزارة لحل الأنشطة و التدريبات على الدرس

المواصفات الفنية

مقاس الكتاب	٨/١ (٥٧ x ٨٢) سم
طبع المتن	٤ لون
طبع الغلاف	٤ لون
ورق المتن	٧٠ جم ابيض
ورق الغلاف	١٨٠ جم كوشيه
عدد الصفحات	١٣٦ صفحة
رقم الكتاب	٢٠٨/١١/٢/٣٣/١/٢٠

http://elearning.moe.gov.eg

مطابع
دار الكتب الجامعية