République Arabe d'Égypte
Ministère de l'Éducation et l'Enseignement
et de l'Enseignement technique
secteur des livres

MATHÉMATIQUES

Classe de Sixième Primaire

Deuxième semestre

Rédigé par :

Prof. DR. Mahmoud Ahmed Mohmoud Nasr
Faculté de pédagogie
Université de
Béni souef

DR. Rabiee Mohamed Osman Ahmed
Faculté de pédagogie
Université de
Béni souef

Rédigé par :

M / Gamal Elshahed

Conseiller pour les mathématiques

Révisé par

M. Fathi Ahmed Chehata

M. Adel Mohamed Hamza M. Nasser Saad Zaghloul

2021/2022

Préface

Cher élève de la classe du sixième primaire,

Nous avons le plaisir de te présenter ce manuel de mathématiques dans le cadre de réforme des programmes des mathématiques.

Nous avons pris en compte quelques critères pour que tes études en mathématiques soient un travail intéressant et utile.

Ces critères sont :

- Les sujets du manuel ont été proposés de manière claire et simple avec un langage qui convient à vos expériences et à vos connaissances acquises ce que vous aide à communiquer avec les connaissances et les idées de chacun des sujets de ce manuel.
- Les idées des leçons sont prises dans une évolution qui va de plus simple au plus compliqué.
- La prise en compte de la construction des notions et des idées avant qu'elles soient utilisées dans les activités mathématiques.
- Pour te sentir la valeur et l'utilité des mathématiques dans la vie courante, nous avons donné des multiples applications dans lesquelles on relie les objets mathématiques avec des questions et des problèmes de la vie de tous les jours.
- Nous avons proposé des multiples situations du travail individuel pour développer ton autonomie et ta capacité de recherche à partir de tes connaissances et de tes expériences.
- Nous avons proposé d'autres situations du travail en groupe qui ont pour but de développer ta capacité de travail en équipe et d'arriver, ensemble, à un consensus pour présenter vos idées.
- Par ailleurs, nous avons proposé d'autres situations dans lesquelles tu es invité à vérifier des solutions pour développer ta confiance en toi et pour améliorer ta capacité d'évaluation et de jugement.
- Ce manuel comporte plusieurs unités et chaque unité plusieurs leçons dans lesquelles, on a utilisé les images et les figures pour illustrer les notions mathématiques en terminant les leçons par des exercices et chaque unité par une épreuve ainsi qu'une épreuve semestrielle dont tu peux trouver les réponses à la fin du manuel.

- À la fin de chaque unité tu trouveras une activité pour le portfolio que tu peux faire sous la direction de ton enseignant. Tu trouveras également une activité technologique, motivante et attrayante, pour traiter des informations mathématiques en utilisant l'ordinateur ce qu' améliore ta capacité à l'utilisation de l'ordinateur.

Enfin cher élève,

Essaie, pour que ta participation dans les échanges avec tes camarades et ton enseignant soit efficace, de ne pas hésiter à poser des questions et de t'interroger sur les activités d'apprentissage présenté dans la classe. Soit confiant de l'estimation de ton enseignant de toute participation de ta part.

Rappelle-toi qu'il y a beaucoup des questions, dans les mathématiques, qui ont plus qu'une seule vraie réponse.

Espérons que Dieu aide pour que ce travail soit bénéfique pour notre cher pays.

Les auteurs

Contents

Unité 1 : Nombres entiers relatifs

Unité 2 : Equations et Inéquations

Unité 3 : Géométrie et mesure

Unité 4 : Statistiques et probabilités

Unité 1

Nombres entiers relatifs

Leçon 1 : Ensemble des nombres entiers relatifs

Leçon 2 : Ordre et comparaison des nombres entiers relatifs

Leçon 3 : Addition et soustraction des nombres entiers relatifs

Leçon 4 : Multiplication et division des nombres entiers relatifs

Leçon 5 : Multiplication répétée

Leçon 6 : Modèles numériques

- *Exercices généraux sur l'unité*
- *Activité technologique*
- *Portfolio*
- *Epreuve de l'unité*

1 *Ensemble des nombres entiers relatifs*

Qu'apprends-tu de la leçon ?
A partir de ta participation active, tu peux :

- Savoir la notion de l'ensemble des nombres entiers relatifs
- Distinguer entre l'ensemble des nombres entiers relatifs et l'ensemble des nombres entiers naturels.
- Distinguer entre l'ensemble des nombres entiers relatifs positifs et négatifs.
- Savoir les sous ensembles de l'ensemble des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z}$.

Notions mathématiques

- Ensemble des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z}$.
- Ensemble des nombres entier positifs $\mathbb{Z}_+$.
- Ensemble des nombres entier négatifs $\mathbb{Z}_-$.
- Valeur absolue.

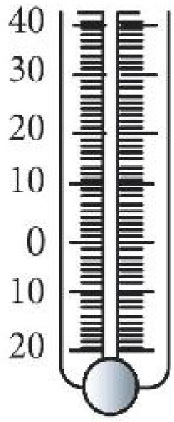
Besoin d'extension des nombres

Réfléchis et discute

Positions opposées :

Dans la vie courante, il y a plusieurs des positions opposées qu'on ne peut pas les exprimer en utilisant les nombres entiers naturels, par exemple :

1- L'expression des températures enregistrées dans quelques villes comme : 6°C, 17°C, 25°C et 35°C au-dessus de zéro est possibles dans $\mathbb{N}$, mais les températures comme : 2°C, 3°C, 4°C et 5°C au-dessous de zéro ne peuvent pas être exprimé dans $\mathbb{N}$.



2- L'expression de la hauteur d'un grand bâtiment de 12 étages au-dessus du sol est possible dans $\mathbb{N}$, mais l'expression de trois étages du grand bâtiment au-dessous du sol n'est pas possible dans $\mathbb{N}$.

3- Dans l'ensemble des nombres entiers naturels :

La solution de l'équation $x + 5 = 7$, est possible dans $\mathbb{N}$.

Mais la solution de l'équation $x + 7 = 5$, n'est pas possible dans $\mathbb{N}$.

4- L'expression de l'altitude d'une ville qui se trouve à 150 mètres au-dessus du niveau de la mer est possible dans $\mathbb{N}$, mais, on ne peut pas exprimer dans $\mathbb{N}$ qu'une autre ville se trouve à 200 mètres au-dessous du niveau de la mer.

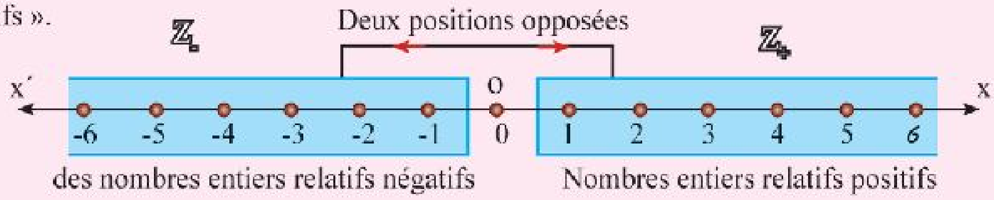
De ce qui précédent, on déduit que :

Dans la vie courante, il y a beaucoup des positions opposées, qu'on peut exprimer quelques unes dans $\mathbb{N}$ et qu'on ne peut pas exprimer les autres dans $\mathbb{N}$.

Cela veut dire que, l'ensemble des nombres entiers naturels est limité et pour pouvoir exprimer les phénomènes opposés de la vie, on a besoin de le prolonger l'ensemble des nombres entiers naturels en ajoutant d'autres nombres dans le sens contraire sur la droite numérique $\overrightarrow{(ox)}$.

Par convention, on représente les nombres positifs (+) à la droite du point d'origine 0 « o » dans le sens $\overrightarrow{(ox)}$ et on représente les nombres négatifs (-) à gauche du point d'origine 0 « o » dans le sens $\overrightarrow{(ox')}$, comme dans la figure ci-dessous.

Les nombres obtenus dans la figure ci-dessus sont appelés « l'ensemble des nombres entiers relatifs ».



L'ensemble des nombres {+1, +2, +3, +4, +5, …} est appelé l'ensemble des nombres entiers relatifs positifs, qui sera noté $\mathbb{Z}_+$.

Et l'ensemble des nombres {-1, -2, -3, -4, -5, ……} est appelé l'ensemble des nombres entiers relatifs négatifs, qui sera noté $\mathbb{Z}_-$.

Alors l'ensemble des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$

Exemple (1) :

Utilise les nombres entiers relatifs pour exprimer les situations suivantes :

(a) Hani a gagné 76 Livres grâce à la caisse d'épargne.

(b) La température à Mosko est 8 degrés au-dessous de zéro.

(c) La construction d'un garage public de quatre étages au-dessous du sol au centre du Caire.

(d) Paris est située à 6 mètres au-dessus du niveau de la mer.

(e) Ahmed a retiré 6000 Livres de son compte bancaire.

(f) Le professeur a ajouté 10 points à Sarah grâce à son excellent dans l'activité artistique.

Solution :

(a) (+76) (b) (-8) (c) (-4)

(d) (+6) (e) (-6000) (f) (+10)

Représentation de l'ensemble des nombres entiers relatifs :

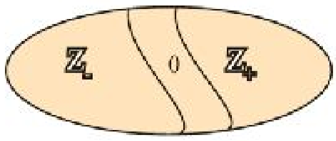
1- On peut représenter l'ensemble des nombres entiers relatifs sur la droite numérique.

Par convention, on ne met pas le signe (+) devant les nombres entiers positifs, mais on met le signe (-) devant les nombres entiers négatifs.

> **Remarque :**
>
> L'ensemble des nombres entiers relatifs est infini
>
> - Le nombre zéro est ni positif ni négatif.
>
> - $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}_{+} \subset \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}_{-} \subset \mathbb{Z}$, $\{0\} \subset \mathbb{Z}$.

2- On peut représenter $\mathbb{Z}$ par le diagramme de Venn ci-contre :

3- On peut représenter l'ensemble $\mathbb{Z}$ par le schéma suivant :



Ensemble des nombres entiers relatifs

Ensemble des nombres entiers relatifs négatifs ($\mathbb{Z}_{-}$)

Ensemble de 0, $\{0\}$

Ensemble des nombres entiers relatifs positifs ($\mathbb{Z}_{+}$)

(Union)

$\cup$

Ensemble des nombres entiers naturels

Exercice (1) :

Mets « vraie » ou « faux » devant chacun des phrases suivantes en justifiant ta réponse :

(a) Le zéro est le plus petit nombre entier positif ( ) car : ………………..

(b) $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_{+} \cup \mathbb{Z}_{-}$ ( ) car : ………………..

(c) $\mathbb{Z}_{+}$ est l'ensemble des nombres qui sert à compter ( ) car : …………

(d) $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}_{-}$ ( ) car : ………………..

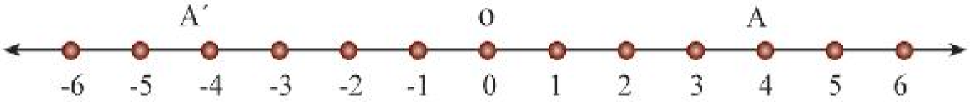
(e) $\mathbb{Z}_{+} \cap \mathbb{Z}_{-} = \{0\}$ ( ) car : ………………..

Valeur absolue d'un nombre entier relatif:

C'est la distance entre la position du nombre (A) et la position du point d'origine sur la droite numérique. On la note |A|.

Réfléchis et discute :

La valeur absolue du nombre entier :



Remarque :

A partir de la droite des nombres entiers relatifs, comme dans la figure ci-dessus :

- Le nombre (4) est représenté par le point A et il se trouve à une distance de quatre unités du point d'origine (o) qui représente le nombre 0.
- Le nombre (-4) est représenté par le point A´ et il distante de quatre unités du point d'origine (o) qui représente le nombre 0.

C'est-à-dire que |4| = 4 et |-4| = 4

On déduit que :

Un nombre et son opposé ont la même valeur absolue car ils sont à la même distance du point d'origine (o).

Exemple (2) :

Détermine la valeur absolue des nombres entiers relatifs suivants : -3, 5, -12, -9, 0 et 12.

Solution : |-3| = 3 ; |5| = 5 ; |-12| = 12

|-9| = 9 ; |0| = 0 ; |12| = 12

Exercice (2) :

Complète ce que suit : (a) |-102| = … (b) - |-15| = …

(c) |-5| + |7| = …

Exercice (3) :

Ecris les ensembles suivants par la liste ; Comme dans l'exemple

(a) *Exemple* L'ensemble des nombres entiers relatifs inférieurs à 3.

Solution A = {2 ; 1 ; 0 ; -1 ; -2 ; -3 ; ………………}

(b) L'ensemble des nombres entiers relatifs supérieurs à -2.

(c) L'ensemble des nombres entiers relatifs inférieurs à 6 et supérieurs à -2.

(d) L'ensemble des nombres entiers relatifs compris entre -4 et 3.

(e) L'ensemble des nombres entiers relatifs pairs et non positifs.

Exercices (1 - 1)

(1) Complète par « positif – négatif – zéro » pour que la phrase soit vraie :

(a) Le déplacement en avance est représenté par un nombre ….., mais le déplacement en recule est représenté par un nombre ……

(b) Le déplacement à droite est représenté par un nombre ….., mais le déplacement à gauche est représenté par un nombre ……

(c) Au dessous du niveau de la mer est représenté par un nombre ….., mais au dessus du niveau de la mer est représenté par un nombre ..… et le niveau de la mer est représenté par ……

(2) Représente les nombres suivants sur la droite des nombres entiers relatifs.

6 ; -3 ; 0 ; -1 ; 3 et 5

(3) Ecris l'opposé de chacun des nombres suivants :

113 ; -9 ; 0 et 7.

(4) En utilisant des couleurs différentes, représente le nombre et son opposé, par une même couleur sur une droite graduée :

(a) 6 (b) -4 (c) -99

(5) Détermine la (les) valeur(s) du nombre (b) dans chacun des cas suivants :

$|b| = 7$; $|b| = 16$; $|-9| = b$

(6) Détermine la (les) valeur(s) du nombre "a" pour que la relation soit vraie :

(a) $-5 \in \{-1 ; 0 ; -3 ; a\}$

(b) $a \in \{2 ; 5 ; -3\} \cap \{-5 ; -2 ; -3\}$

(c) $\{2 ; a\} \cup \{-4 ; 0 ; 4\} = \{0 ; -2 ; 2 ; -4 ; 4\}$

(7) Mets « vraie » ou « faux » devant chacune des phrases suivantes en justifiant ta réponse :

(a) $0 \in \mathbb{Z}_-$ ( ) car ……………………..

(b) $\varphi = \mathbb{Z}_- \cap \mathbb{Z}$ ( ) car ……………………..

(c) $\mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}_+$ ( ) car ……………………..

(d) $\{-17\} \in \mathbb{Z}$ ( ) car ……………………..

2

Ordre et comparaison des nombres entiers relatifs

Qu'apprends-tu dans la leçon ?
A partir de ta participation active, tu peux :

- Savoir la notion de l'ordre des nombres entiers relatifs
- Comparer entre deux nombres entiers relatifs.
- Ranger l'ensemble des nombres entiers relatifs dans l'ordre croissant ou décroissant.

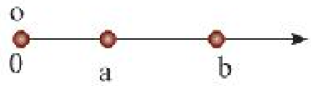
Notions mathématiques

- Ordre croissant des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z}$.
- Ordre décroissant des nombres entiers $\mathbb{Z}$.

Réfléchis et discute :

L'année dernière, on a étudié l'ensemble des nombres entiers naturels. On sait que :

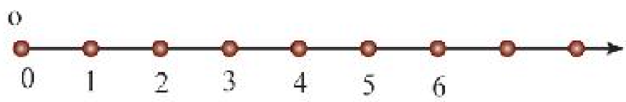
1- Si le point qui représente le nombre (b) se trouve à droite du point qui représente le nombre (a), alors (b) est supérieur à (a). On l'écrit (b > a).



- Si le point qui représente le nombre (a) se trouve à gauche du point qui représente (b), alors (a) est inférieur à (b). On l'écrit (a < b).

Cette propriété est aussi valable dans l'ensemble des nombres entiers relatifs…. (1)

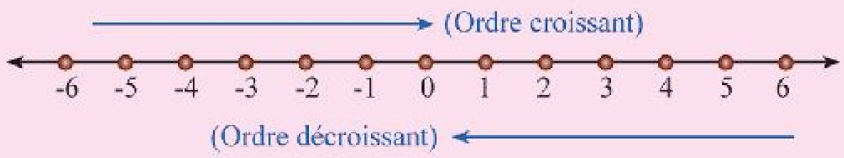
2- Tu remarques que les nombres entiers naturels N représentent une suite des nombres qui sont rangés selon une règle définie qui est :« Chaque nombre augmente de 1, le nombre qui le précède. »



Ces propriétés sont aussi valables dans l'ensemble des nombres entiers relatifs…. (2)

De ce qui précède, on déduit que :

(a) L'ensemble des nombres entiers naturels et l'ensemble des nombres entiers relatifs sont rangés :



1- dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand), si on va de la gauche vers la droite.

2- dans l'ordre décroissant (du plus grand au plus petit), si on va de la droite vers la gauche. Comme il est indiqué sur la droite numérique précédente.

(b) Pour comparer entre deux nombres entiers relatifs, alors le nombre qui se trouve à droite est supérieur à l'autre et réciproquement.

C'est-à-dire que :

(1) … -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 ….. (Ordre croissant).

(2) … 3 > 2 > 1 > 0 > -1 > -2 > -3 ….. (Ordre décroissant).

Exemple (1) :

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant : -1 ; 3 ; 1 ;-5 et 7.

Solution :

Le plus petit de ces nombres est -5 se trouve à gauche des nombres et celui qui est juste à droite est -1 ; puis 1 ; 3 et 7.

Alors l'ordre croissant est : -5 ; -1 ; 1 ; 3 et 7.

Exemple (2) :

Mets le signe convenable > ou < ou =

(a) -7 … -9 (b) 3 … -13 (c) -4 … 0

(d) |-11| … 11 (e) -7 … -|-5| (f) 30 … 103

Solution :

(a) > (b) > (c) < (d) = (e) < (f) <

Exemple (3) :

Écris le nombre entier qui précède et le nombre entier qui suive, chacun des nombres entiers suivants

a) -7 b) 15 c) -23 d) zéro

Solution :

le nombre entier	le nombre qui précède	le nombre qui suive
a) -7	-8	-6
b) 15	14	16
c) -23	-24	-22
d) 0	-1	1

Exercices (1 - 2)

(1) Range les nombres entiers relatifs suivants dans l'ordre indiqué :

(a) 6 ; -60 ; 2 ; -17 ; -22 ; 0 (Ordre croissant).

(b) 1 ; -11 ; 3 ; -1 ; -8 ; 5 (Ordre décroissant).

(2) Complète par l'un des symboles : > ou < ou =

(a) 3 … -6 (b) -7 … 17 (c) |-13| … 3

(d) |-5| … 5 (e) 3 + |-3| … 8 (f) -|-4| … 2

(3) Ecris les nombres entiers : celui qui suit et celui qui précède chacun des nombres suivants :

(a) -9 (b) 13 (c) 23 (d) 0

(4) Ecris les nombres entiers relatifs compris entre les deux nombres :

(a) -4 et 2 (b) -1 et 5 (c) -7 et 0

(5) Observe les suites des nombres suivants, puis complète :

(a) -7 ; -6 ; -5 ; … ; … ; … (b) -2 ; 0 ; 2 ; 4 ; … ; … ; …

(c) -50 ; -40 ; -30 ; … ; … ; …

3

Addition et soustraction des nombres entiers relatifs

Qu'apprends-tu dans la leçon ?
A partir de ta participation active, tu peux :

- Etudier la stabilité de l'addition dans $\mathbb{Z}$.
- Additionner deux nombres entiers relatifs positifs ou négatifs.
- Additionner deux nombres entiers relatifs, l'un est positif et l'autre est négatif.
- Savoir les propriétés de l'addition dans $\mathbb{Z}$.
- Etudier la stabilité de la soustraction dans $\mathbb{Z}$.
- Soustraire deux nombres entiers relatifs .
- Savoir les propriétés de la soustraction dans $\mathbb{Z}$.

Notions mathématiques

- Stabilité
- Commutativité
- Elément neutre de l'addition
- Opposé
- Associativité

1°) Addition des nombres entiers relatifs:

La stabilité de l'addition dans $\mathbb{Z}$.

Réfléchis et discute :

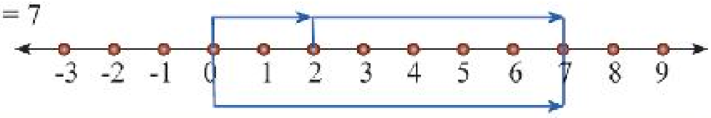
(a) Addition deux nombres entiers relatifs positifs :

Pour additionner 2 et 5, en utilisant la droite numérique, on peut suivre les étapes suivantes :

1- Tu pars du nombre 0, puis tu te déplaces deux unités vers la droite ce qui représente le nombre (2).

2- Tu pars du nombre 2, puis tu te déplaces cinq unités vers la droite ce qui représente le nombre (5).

3- Tu arrive au point (7), ce qui est le résultat de l'addition. Donc $2 + 5 = 7$



C'est-à-dire que :
L'addition de deux nombres entiers relatifs positifs est toujours comme l'addition de deux nombres entiers naturels.

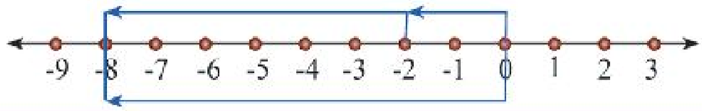
(b) Addition deux nombres entiers relatifs négatifs :

Pour additionner (-2) et (-6) , en utilisant la droite numérique, on peut suivre les étapes suivantes :

1- Tu pars du nombre 0, puis tu te déplaces vers la gauche une distance égale à la valeur absolue du nombre (-2).

2-Tu pars du nombre (-2), puis tu te déplaces vers la gauche une distance égale à la valeur absolue du nombre (-6).

3- Tu arrive au point (-8), ce qui est le résultat de l'addition. Donc $(-2) + (-6) = -8$



C'est-à-dire que : L'addition de deux nombres entiers relatifs négatifs est un nombre négatif.

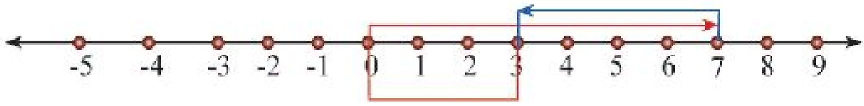
(c) Addition deux nombres, l'un est positif et l'autre est négatif :

En utilisant la droite numérique, pour additionner 7 et (-4), suis les étapes suivants :

1- Tu pars du nombre 0, puis tu te déplaces 7 unités vers la droite ce qui représente le nombre 7.

2- Tu pars du nombre 7, puis tu te déplaces vers la gauche de la valeur absolue du nombre (-4).

3- Tu arrive au point (3), c'est le résultat de l'addition.



Donc:

$7 + (-4) = 3$

C'est-à-dire que : L'addition de deux nombres, l'un est positif et l'autre est négatifs, est un nombre positif ou négatif.

Exemple (1) :

Détermine le résultat :

(a) $-6 + 6$ (b) $4 + (-7)$ (c) $0 + (-4)$

Solution :

(a) $-6 + 6 = 0$ (b) $4 + (-7) = -3$ (c) $0 + (-4) = -4$

Propriétés de l'addition dans $\mathbb{Z}$:

1- Stabilité : L'addition est stable dans $\mathbb{Z}$, c'est-à-dire que la somme de deux nombres entiers relatifs est un nombre entier relatif.

C'est-à-dire que : Si $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$, alors $a + b = c \in \mathbb{Z}$.

Cela veut dire que : L'addition est une opération interne dans $\mathbb{Z}$.

2- Commutativité : L'addition de deux nombres entiers relatifs est commutative dans $\mathbb{Z}$.

Si a et b sont deux nombres entiers relatifs, alors $a + b = b + a$.

Par exemple:

$6 + (-5) = (-5) + 6 = 1$; $-3 + (-2) = (-2) + (-3) = -5$

Tu peux les vérifie en utilisant la droite numérique.

3- Elément neutre de l'addition :

0 est l'élément neutre pour l'addition dans $\mathbb{Z}$.

C'est-à-dire que : Si a est un nombre entier, alors

$$a + 0 = 0 + a = a$$

Par exemple :

$7 + 0 = 0 + 7 = 7$; $-8 + 0 = 0 + (-8) = -8$

4- Opposé : Pour tout nombre entier positif (a) sur la droite des nombres entiers relatifs, il existe un entier opposé à (a), est appelé (-a) tels que leurs somme = 0, c'est-à-dire que

$$a + (-a) = -a + a = 0$$

Remarque que :

L'opposé du nombre 0 est lui-même car $0 + 0 = 0$

L'opposé de (-a) est $-(-a) = a$, par exemple $-(-5) = 5$

Exemple :

$4 + (-4) = -4 + 4 = 0$ (l'opposé de 4 est (-4) ; l'opposé de (-4) est 4)

5- Associativité : L'addition est associative dans $\mathbb{Z}$.

Remarque : pour additionner les nombres (-5 ; 7 et 2), on utilise la propriété de l'associativité comme suit :

$(-5 + 7) + 2 = \ldots + 2 = 4$

$-5 + (7 + 2) = -5 + \ldots = 4$

C'est-à-dire que $-5 + 7 + 2 = (-5 + 7) + 2 = -5 + (7 + 2) = 4$

En général : Si a, b et c sont trois nombres entiers relatifs, alors
$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

Remarque que :

L'existence des parenthèses, veut dire qu'il faut effectuer d'abord les opérations qui se trouvent à l'intérieur des parenthèses.

Cette propriété signifie que les parenthèses ne sont pas utiles.

Exemple (2) :

Utilise les propriétés de l'addition dans $\mathbb{Z}$ pour calculer le résultat :

$-17 + 19 + 17$ en écrivant la propriété utilisée dans chaque étape.

Solution :

$-17 + 19 + 17 = -17 + (19 + 17)$	associativité
$= -17 + (17 + 19)$	commutativité
$= (-17 + 17) + 19$	associativité
$= 0 + 19$	opposé
$= 19$	élément neutre de l'addition

Exemple (3) :

Soit $X = \{-2 ; 4 ; 2 ; -6\}$.

(a) Quelle est la relation entre X et l'ensemble des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z}$?

(b) Est-ce que l'addition, stable dans X ?

Solution :

(a) $X \subset \mathbb{Z}$ car chaque élément de X est un élément de $\mathbb{Z}$.

(b) On additionne chaque deux nombres. Si tous les résultats appartiennent à X, alors l'addition est stable dans X.

$-2 + 4 = 2 \in X$; $-2 + 2 = 0 \notin X$

$4 + (-6) = -2 \in X$; $2 + (-6) = -4 \notin X$

Donc L'addition n'est pas stable dans X.

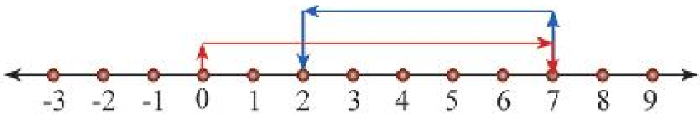
Remarque :

Il suffit qu'on trouve un résultat qui n'appartient pas à X pour montrer que l'addition n'est pas stable dans X.

2°) Soustraction des nombres entiers relatifs :

Stabilité de la soustraction dans $\mathbb{Z}$.

Réfléchis et discute : On sait que : $7 - 5 = 2$.



Remarque que :

On peut représenter cette opération sur la droite numérique comme suit $7 + (-5) = 2$.

Règle :

Soient a et b deux nombres appartenant à $\mathbb{Z}$, alors

a - b = a + l'opposé du nombre (b)

= a + (-b)

Exemple (4) :

Effectue :

(a) 9 - 5 (b) -7 – 4 (c) 6 - 11

Solution :

(a) 9 – 5 = 9 + (-5) = 4 (b) -7 – 4 = -7 + (-4) = -11

(c) 6 - 11 = 6 + (-11) = -5

Exemple (5) :

(a) Effectue : 5 - 8 et 8 – 5. Que remarques-tu ?

(b) Effectue : -9 – (3 – 8) et (-9 – 3) - 8. Que remarques-tu ?

Solution :

(a) 5 - 8 = 5 + (-8) = -3 ; 8 – 5 = 8 + (-5) = 3

Donc 5 - 8 ≠ 8 – 5 La soustraction n'est pas commutative dans $\mathbb{Z}$.

(b) -9 – (3 – 8) = -9 - (-5) = -9 + 5 = -4

Et (-9 – 3) – 8 = -12 – 8 = -12 + (-8) = -20

Donc -9 – (3 – 8) ≠ (-9 – 3) - 8. La soustraction n'est pas associativité dans $\mathbb{Z}$.

Propriétés de la soustraction dans $\mathbb{Z}$:

De ce que précède, on déduit les propriétés suivantes :

1- Stabilité :

La soustraction est stable dans $\mathbb{Z}$, c'est-à-dire que la différence de deux nombres entiers relatifs est un nombre entier relatif.

2- Commutativité :

La soustraction n'est pas commutative dans $\mathbb{Z}$.

Exemple : C'est-à-dire que : a – b ≠ b – a.

3- Associativité :

La soustraction n'est pas associative dans $\mathbb{Z}$.

Exemple : C'est-à-dire que : a – (b – c) ≠ (a – b) - c

Exercices (1 - 3)

(1) En utilisant la droite numérique, représente les opérations suivantes :

(a) $-3 - 3$ (b) $-5 + 7$ (c) $2 - (-3)$

(2) Ecris un ensemble des nombres entiers relatifs dans chacun des cas suivants :

(a) $x < -1$ (b) $x > 7$ (c) $-4 < x < 4$

(3) Complète par le symbole convenable $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

(a) $|-9| + 3 \ldots \mathbb{Z}$ (b) $\{9\} \ldots \mathbb{Z}$ (c) $\frac{3}{5} \ldots \mathbb{Z}$

(d) $\frac{9}{7+7} \ldots \mathbb{Z}$ (e) $\frac{6-6}{8} \ldots \mathbb{Z}$ (f) $\{-3 ; \frac{7}{11}\} \ldots \mathbb{Z}$

(4) Utilise les propriétés de l'addition dans $\mathbb{Z}$, pour déterminer le résultat de ce qui suit :

(a) $-120 + 17 + 131$ (b) $2015 + 180 + (-1015)$

(5) Vérifie la stabilité de l'addition et la soustraction dans les ensembles suivants :

$X = \{-1 ; 0 ; 1\}$; $L = \{-2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2\}$

(6) Rami a déposé 6220 Livres à la banque ; puis il a retiré 1211 Livres et enfin, il a déposé 2110 Livres. Quel est le montant de son compte bancaire ?

(7) Un sous marin se trouve à 90 mètres de profondeur par rapport au niveau de la mer. Si le sou marin monte 60 mètres. Ou se trouve le sous marin par rapport au niveau de la mer ?

(8) Dans la ville de la Sainte Catherine, la température enregistrée à 3 heures du matin est -3°C, et la température enregistré à midi est 11°C. Calcule l'augmentation de la température dans cette ville.

4 *Multiplication et division des nombres entiers relatifs*

Qu'apprends-tu dans la leçon ?

A partir de ta participation active, tu peux :

- Savoir la stabilité de la multiplication dans $\mathbb{Z}$
- Savoir les propriétés de la multiplication dans $\mathbb{Z}$
- Savoir la stabilité de la division dans $\mathbb{Z}$
- Savoir les propriétés de la division dans $\mathbb{Z}$
- Résoudre des exercices différents sur la multiplication et la division dans $\mathbb{Z}$

Notions mathématiques

- Elément neutre de la multiplication
- Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

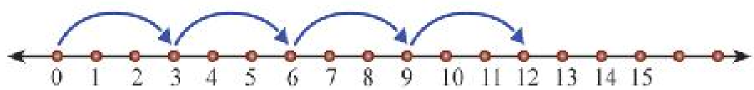
1°) Multiplication des nombres entiers relatifs

Stabilité de la multiplication dans $\mathbb{Z}$.

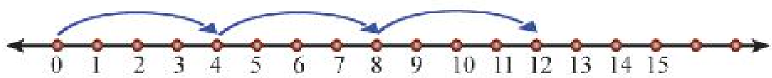
Réfléchis et discute :

On sait que :

$3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12 \in \mathbb{Z}_+$



$4 \times 3 = 4 + 4 + 4 = 12 \in \mathbb{Z}_+$

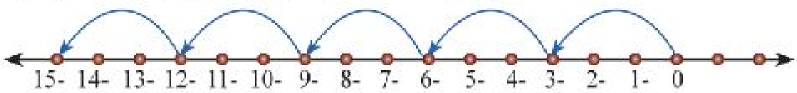


C'est-à-dire que :

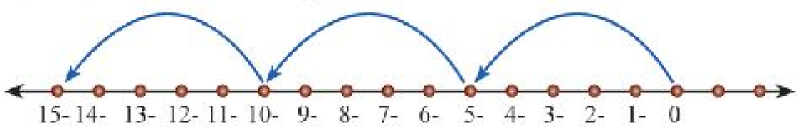
Le produit de deux nombres entiers relatifs positifs est égal à un nombre entier positif.

De la même façon :

(a) $(-3) \times 5 = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -15 \in \mathbb{Z}_-$.



(b) $3 \times (-5) = (-5) + (-5) + (-5) = -15 \in \mathbb{Z}_-$.



C'est-à-dire que :

Le produit de deux nombres entiers relatifs l'un est positif et l'autre négatif est un nombre entier négatif.

(c) $(-3) \times (-5) = -(3 \times -5) = -(-15)$, c'est l'opposé du nombre (-15) qui est

égal à $15 \in \mathbb{Z}_+$

En général :

Le produit de deux nombres entiers relatifs négatifs est un nombre entier positif.

Exemple (1) :

Détermine le résultat de chacun des cas suivants :

(a) -6×3 (b) $-7 \times (-4)$ (c) $9 \times (-(-8))$

Solution :

(a) $-6 \times 3 = -18$ (b) $-7 \times (-4) = 28$ (c) $9 \times (-(-8)) = 9 \times 8 = 72$

Exercice (1) :

Détermine le résultat de chacun des cas suivants :

(a) $51 \times (-4)$ (b) $-100 \times (-31)$ (c) $-(-5) \times (-(-11))$

Propriétés de la multiplication dans $\mathbb{Z}$:

1- Stabilité : La multiplication est stable dans $\mathbb{Z}$, c'est-à-dire que le produit de deux nombres entiers relatifs est un nombre entier relatif. C'est-à-dire que la multiplication est toujours possible dans $\mathbb{Z}$.

Si $a \in \mathbb{Z}$ et b $\mathbb{Z}$, alors $a \times b = c \in \mathbb{Z}$.

2-Commutativité : La multiplication est commutative dans $\mathbb{Z}$.

C'est-à-dire que :

Si $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$, alors $a \times b = b \times a$

3- Elément neutre de la multiplication : 1 est l'élément neutre pour la multiplication dans $\mathbb{Z}$ et aussi dans N, c'est-à-dire que :

Si $a \in \mathbb{Z}$, alors $a \times 1 = 1 \times a = a$

Par exemple : $9 \times 1 = 1 \times 9 = 9$; $-7 \times 1 = 1 \times (-7) = -7$

4- Associativité : La multiplication est associative dans $\mathbb{Z}$, comme dans $\mathbb{N}$.

Remarque : pour calculer le produit des nombres (-6 ; 8 et -5), on utilise la propriété de l'associativité comme suit :

$(-6 \text{ x } 8) \times (-5) = -48 \times (-5) = 240$

$-6 \text{ x } (8 \times (-5)) = -6 \times (-40) = 240$

C'est-à-dire que : $-6 \times 8 \times (-5) = -6 \times (8 \times (-5)) = (-6 \times 8) \times (-5)$

En général : Si a, b et c sont trois nombres entiers relatifs, alors

$$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

(5) Distributivité :

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

Remarque que

$5 \times (-3 + 7)$	et $5 \times (-3) + 5 \times 7$
$= 5 \times 4$	$= -15 + 35$
$= 20$	$= 20$

Donc $5 \times (-3 + 7) = 5 \times (-3) + 5 \times 7 = 20$

C'est-à-dire que : Si a, b et c $\in \mathbb{Z}$, alors $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Exemple (2) :

Détermine le résultat de chacun des cas suivants par deux méthodes, en écrivant la propriété utilisée :

(a) $6 \times (-2 + (-7))$ (b) $112 \times 17 + 112 \times (-17)$

Solution : (a) $6 \times (-2 + (-7)) = 6 \times (-2) + 6 \times (-7)$ propriété de la distributivité

$= -12 + (-42) = -54$

Autre méthode : $6 \times (-2 + (-7)) = 6 \times (-9) = -54$ Addition, puis multiplication

(b) $112 \times 17 + 112 \times (-17) = 112 \times (17 + (-17))$ propriété de la distributivité

$= 112 \times 0$ propriété de l'opposé

$= 0$

Autre méthode : $112 \times 17 + (-112 \times 17) = 0$ Pourquoi ?

2°) Division des nombres entiers relatifs :

La stabilité de la division dans $\mathbb{Z}$.

Réfléchis et discute : On a étudié que : Si $7 \times 5 = 35$, alors $35 : 5 = 7$ et $35 : 7 = 5$

C'est-à-dire que :

De la multiplication de deux nombres, on obtient deux divisions.

Par exemple :

- Si $(-8) \times (-6) = 48$, alors $48 : (-6) = -8$ et $48 : (-8) = -6$
- Si $(-9) \times (+4) = -36$, alors $-36 : 4 = -9$ et $-36 : (-9) = 4$

De ce que précède, on déduit que :

Le quotient de la division de deux nombres de même signe est égal à un nombre positif.

Le quotient de la division de deux nombres de signes contraires est égal à un nombre négatif.

Remarque :

De ce qui précède, le quotient de la division appartient à l'ensemble des nombres entiers relatifs, mais les quotients des divisions suivantes $\frac{8}{3}$, $\frac{35}{9}$, $-22 : 5$, $\frac{-6}{-11} \notin \mathbb{Z}$

Propriétés de la division dans $\mathbb{Z}$:

De ce que précède, on déduit les propriétés suivantes de la division dans $\mathbb{Z}$:

1- Stabilité : La division n'est pas stable dans $\mathbb{Z}$, c'est-à-dire que la division n'est pas nécessairement possible dans $\mathbb{Z}$.

2- Commutativité : La division de deux nombres entiers relatifs n'est pas commutative dans $\mathbb{Z}$,

Remarque :

La division d'un nombre non nul par 0 n'est pas possible dans $\mathbb{Z}$, comme dans $\mathbb{N}$.

Exemple (3) :

Détermine les quotients de ce qui suit :

(a) $54 : 6$ (b) $72 : (-3)$ (c) $(-36) : (-4)$

Solution :

(a) $54 : 6 = 9$ (b) $72 : (-3) = -24$ (c) $(-36) : (-4) = 9$

Exercice (2) :

Détermine les quotients de ce qui suit.

(a) $35 : (5 : 7)$ (b) $(35 : 5) : 7$

Exercice (3) :

Détermine la valeur de x dans chacun des cas suivants :

(a) $5 \times x = 45$ (b) $-3 \times x = 27$

Par conclusion, dans l'ensemble des nombres entiers relatifs :

* L'addition, dans $\mathbb{Z}$, est : stable, commutative et associative.

* La soustraction, dans $\mathbb{Z}$, est : stable, non commutative et non associative.

* La multiplication, dans $\mathbb{Z}$, est : stable, commutative et associative.

* La division, dans $\mathbb{Z}$, est : ni stable, ni commutative et ni associative.

Exercices (1 - 4)

(1) Effectue les opérations suivantes :

(a) $(-131) \times (-3)$ (b) $5 \times (-4)$ (c) -8×1

(d) -9×7 (e) $0 \times (-11)$ (f) $-(-6) \times (-2)$

(2) Détermine si la division est possible dans $\mathbb{Z}$ dans ce qui suit :

(a) $(-32) : 8$ (b) $65 : (-13)$

(c) $420 : (-15)$ (d) $(-1300) : 26$

(3) Détermine le résultat de ce qui suit par deux méthodes :

(a) $(-4) \times [4 + (-1)]$ (b) $[5 + (-3)] \times (-11)$

(c) $6 \times (-6 + 0)$

(4) Détermine la valeur de x sachant que

(a) $8 \times x = -48$ (b) $x \times 9 = -45$

(c) $x \times (5 \times (-13)) = (-9 \times 5) \times (-13)$

5 *Multiplication répétée*

Qu'apprends-tu dans la leçon ?

A partir de ta participation active, tu peux :

- Savoir la notion de la multiplication répétée.
- Savoir additionner les exposants dans la multiplication des nombres de même base.
- Savoir soustraire les exposants dans la division des nombres de même base.
- Résoudre des exercices différents sur la multiplication répétée.

Notions mathématiques

- Multiplication répétée
- Base
- Exposant
- Exposant nième du nombre
- Carré d'un nombre
- Cube d'un nombre

Réfléchis et discute :

La multiplication répétée signifie que :

On multiplie le nombre par lui-même un nombre de fois

Par exemple:

$4 \times 4 \times 4$ est la multiplication du nombre 4 par lui-même trois fois

- On l'écrit sous la forme (4^3) qui se lit (4 exposant 3)
- Le nombre 4 est appelé la base et 3 est appelé la puissance.
- (4^3) qui se lit la puissance 3 du nombre 4.

- Remarque que :

(4^3) = 64, 64 est la puissance 3 du nombre 4.

Par exemple :

$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4 = 81$ et $(-3)^4$ ou 81 est appelé la puissance 4 du nombre (-3).

En général :

Si a est un nombre entier relatif, alors

$a \times a \times a \times a \ldots.$ n fois $= a^n$ où $n \in \mathbb{Z}_+$

Les règles principales de la multiplication répétée :

1°) Règle d'addition des exposants dans le cas d'une multiplication de même base :

Remarque : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$, On peut l'exprimer comme suit :

$$(2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^2 \times 2^5 = 2^{2+5} = 2^7$$

$$(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

$$(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

$$(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times 2 = 2^6 \times 2^1 = 2^{6+1} = 2^7$$

De ce qui précède, on déduit que :

Dans la multiplication des nombres de même base, on additionne les puissances.

C'est-à-dire que :

Si $a \in \mathbb{Z}$ et $a \neq 0$, alors $a^m \times a^n = a^{m+n}$ où $n \in \mathbb{Z}_+$ et $m \in \mathbb{Z}_+$.

2°) Règle de soustraction des exposants dans le cas d'une division de même base :

Remarque

$$3^5 \div 3^3 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = 3 \times 3 = 3^2$$

$$= \frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$$

De ce qui précède, on déduit que :

Dans la division des nombres de même base, on soustrait les puissances.

C'est-à-dire que :

Si $a \in \mathbb{Z}$ et $a \neq 0$, alors $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ où $n \in \mathbb{Z}_+$; $m \in \mathbb{Z}_+$ et $m > n$.

Exemple (1) :

Effectue :

(a) $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5 = 3125$

(b) $\frac{6^4 \times 6^5}{6^7} = \frac{6^{4+5}}{6^7} = \frac{6^9}{6^7} = 6^{9-7} = 6^2 = 36$

Remarque :

(1) La puissance 2 d'un nombre est appelé le carré du nombre, par exemple 8^2 se lit (8 à la puissance 2) ou 8 au carré.

(2) La puissance 3 d'un nombre est appelé le cube du nombre, par exemple 7^3 se lit (7 à la puissance 3) ou 7 au cube.

(3) La puissance 1 d'un nombre est égal le même nombre et on n'écrit pas la puissance 1, par exemple 3^1 et 5^1 sont 3 et 5

(4) par exemple : $(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$

$(-3)^3 = -3 \times -3 \times -3 = -27$

On déduit que :

- Si la base est un nombre négatif et l'exposant est un nombre pair, alors le résultat est un nombre positif.
- Si la base est un nombre négatif et l'exposant est un nombre impair, alors le résultat est un nombre négatif.

Exercice (1) : Complète le tableau suivant comme dans l'exemple :

Nombre	Le carré du nombre	Le cube du nombre	La puissance 5 du nombre
2	$2^2 = 2 \times 2 = 4$	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$	$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
-1	....	....	$(-1)^5 =$ ....
3	....	....	....
-4	....	....	....

Exemple (2) :

Détermine la valeur de $\dfrac{3^4 \times (-3)^5}{3^7}$

Solution :

$$\frac{3^4 \times (-3)^5}{3^7} = \frac{3^4 \times -(3)^5}{3^7}$$

$$= \frac{-(3^4 \times 3^5)}{3^7} = \frac{3^4 \times -(3)^5}{3^7}$$

$$= -(3)^{9-7} = -(3)^2 = -9$$

Idée de la solution :
Les puissances sont différentes (3 et -3).
On essaie de les réduire en même base

Remarque : $\dfrac{4^3 \times 4^4}{4^7} = \dfrac{4^7}{4^7} = 4^{7-7} = 4^0 = 1$

De ce qui précède, on déduit que :

Dans la division de deux nombres de même base et les puissances sont égales

« m = n », alors $\dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 = 1$, où $a \neq 0$

C'est-à-dire que : pour tout $a \in \mathbb{Z}$ et $a \neq 0$, alors $a^0 = 1$

Par exemple :

$5^0 = 1$, $(-17)^0 = 1$, $(19)^0 = 1$, $(-256)^0 = 1$

Exercices (1 - 5)

(1) Détermine la valeur de ce qui suit :

(a) $(-7)^2$ (b) $(-5)^2 \times 2^2$

(c) $(-2)^4 + (-3)^3$ (d) $(-1)^{100} + (-1)^{101}$

(e) $(-4)^3 \times (-1)^5$ (f) $2^3 + 2^2$

(2) Détermine le résultat de ce qui suit :

(a) $3^7 : 3^4$ (b) $(-6)^5 : (-6)^3$ (c) $(-5)^5 : 5^3$

(3) Range les nombres suivants dans l'ordre croissant :

$(-2)^5$; $(-3)^2$; $(-4)^0$ $(-1)^{15}$; 3^2

(4) Détermine le résultat dans chacun des cas suivants :

(a) $\dfrac{2^6 \times 2^5}{2^3 \times 2}$ (b) $\dfrac{(-3)^3 \times (-3)^4}{(-3)^5}$

(c) $\dfrac{(-8)^3 \times 8^4}{(-8)^7}$ (d) $\dfrac{9^6 \times (-9)^6}{(-9)^5 \times 9^2}$

(5) Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

10^2 , $(-1)^5$, 100^2 , $(-10)^3$, 1000000

(6) Complète par l'un des symboles > ou < ou =

(a) 4^2 …………… 8

(b) $(-6)^2$ ………… - 12

(c) $(9)^2$ ………… $(-3)^4$ (d) $\dfrac{1}{7^5} \times 7^5$ ……………1

6 Les modèles numériques

Qu'apprends-tu dans la leçon ?
A partir de ta participation active, tu peux :
- Déduire la notion du modèle numérique.
- Ecrire des exemples des modèles numériques dans l'ensemble N.
- Décrire le triangle Pascal comme une modèle numérique connu.
- Déduire des modèles numériques du triangle Pascal.
- Décrire un modèle numérique de quelques cas variés.

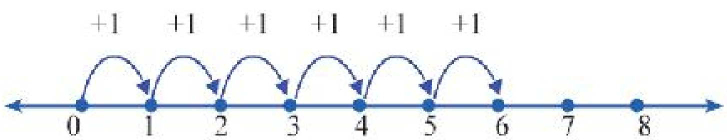
Notions mathématiques
- Modèle numérique
- Triangle Pascal
- Règle du modèle
- Description du modèle.

Remarque et réfléchis

On a étudié dans la classe de cinquième primaire l'ensemble des nombres entiers naturels.

$\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Tu remarques que les nombres entiers naturels $\mathbb{N}$ représentent une suite de nombres qui sont rangés selon une règle définie qui est :
« Chaque nombre augmente de 1, le nombre qui le précède. »
Le diagramme suivant indique cette règle :



Par exemple le premier nombre est 0 et le deuxième nombre est 1 qui est formé de 0 + 1 (suis la flèche). Le troisième nombre est 2 qui est formé de 1 + 1, le quatrième nombre est 3 qui est formé de 2 + 1, le cinquième nombre est 4 qui est formé de 3 + 1 …… etc.
Cette suite de nombres est appelé « modèle numérique »
Tu a étudiés des sous ensembles de l'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$ comme
L'ensemble des nombres impairs I = {1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; …..}
L'ensemble des nombres pairs P = {0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; ….}
Ils sont deux suites. Ces sont aussi suites des nombres rangés selon une règle définie qui est : « Chaque nombre augmente de 2, le nombre qui le précède. » pour cela chacun de ces ensemble est appelé « modèle numérique ».Le modèle numérique est une suite de nombres qui sont rangés selon une règle définie.

Exercice (1) :

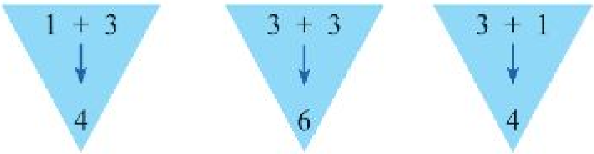
Ecris des autres sous ensembles des nombres naturels $\mathbb{N}$ qui peuvent représenter des modèles numériques

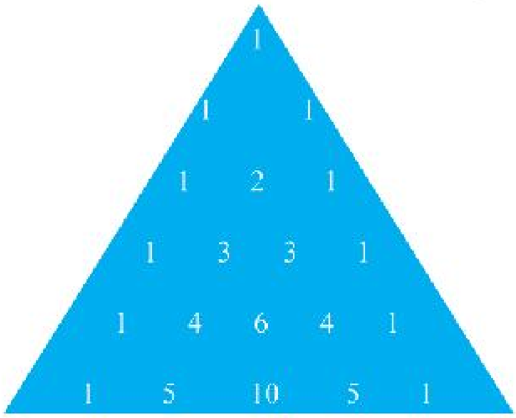
Triangle de Pascal :

Blaise Pascal : est un physicien et mathématicien français
Il est vécu à l'époque (1623 - 1662),
Il a mis les bases de la théorie des probabilités.
Il a inventé la calculette ce qui a mené à l'invention des ordinateurs modernes.
En (1654), il a crée une organisation ternaire qui est appelée Triangle de Pascal
Cette organisation est représentée dans la figure suivante :

Blaise Pascal

Le triangle Pascal est un des modèles célèbres.
Remarque que : Du triangle de Pascal, on a chaque ligne commence et finie par 1.
A partir de la deuxième ligne, on trouve que « Chaque nombre est égal à la somme de deux nombres qui sont au-dessus comme
$1 + 3 = 4$; $3 + 3 = 6$; $3 + 1 = 4$
Qui représentent les triangles suivants





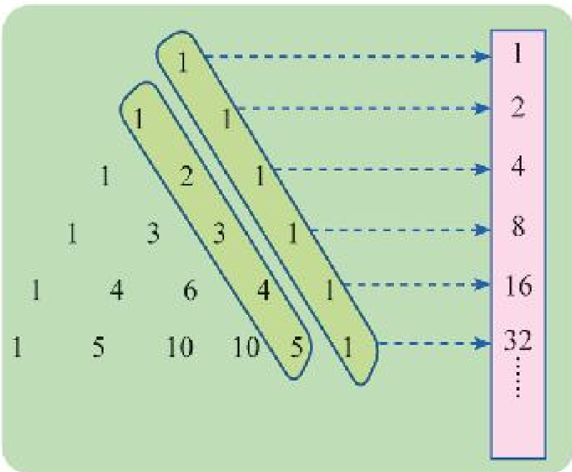
Triangle Pascal

Exercice (2) :

Recopie le triangle Pascal dans ton cahier et complète-le par deux lignes en suivant la même règle.

Remarque que :

Du Triangle Pascal,
On peut trouver plusieurs des modèles numériques par exemple :
-La somme des nombres dans chaque ligne représente un modèle numérique.
- Les diagonales aussi représentent des modèles numériques.



Exercice (3) : Observe le Triangle Pascal précédent et écris le modèle dans chacun des cas :
La somme des nombres dans chaque ligne et les deux diagonales

Description du modèle : C'est-à-dire « découvre la règle du modèle et exprime-le par une phrase.

Remarque et discute :

+3 +3 +3 +3 +3

1 , 4 , 7 , 10 , 13 , 16 , ...

(Description : Chaque nombre augmente 3, le nombre précède.)

×2 ×2 ×2 ×2 ×2

2 , 4 , 8 , 16 , 32 , 16 , ...

(Description : Chaque nombre obtenu par le produit du nombre précède par 2)

Réfléchis et complète :

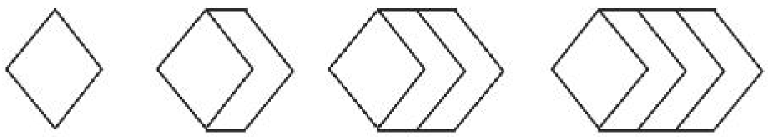
+...... +...... +...... +...... +......

2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , ...

(Description : ....
....

Exercice (4) :

Au dessous de chaque figure, écris le nombre de segments, puis décris le modèle numérique.

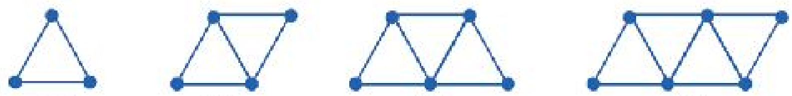


Le nombre de segments : ....

Le modèle numérique : ....

Description du modèle : ....

Exercice (5) : Au dessous de chaque figure, écris le nombre de triangles, puis décris le modèle numérique.



Le nombre de triangles : ....

Le modèle numérique : ....

Description du modèle : ....

En utilisant le nombre de segments, écris un autre modèle et décris-le.

Exercices (1 - 6)

(1) Complète le tableau suivant :

Le modèle numérique	Description du modèle
3 , 7 , 11 , 15 , 19 , 23 , ...	....
....	Chaque nombre dépasse 5, du nombre qui lui précédent
$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}$, ...	....
....	Chaque nombre diminue 4, du nombre qui lui précédent
3 , 9 , 27 , 81 , ...	....

(2) Observe et complète :

(a) 6 , 14 , 22 , 30 , 38 , ..., ... , ...

(b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, ..., ..., ...

(c) 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , ... , ..., ...

(d) 1 , 4 , 9 , 16 , 25 , ..., ... , ...

(3) Dans chacun des modèles numériques suivants, découvre la règle du modèle numérique et écris les nombres manquants :

(a) 4 , 7 , ... , 13 , 16 , ..., ...

(b) 7 , ... , 15 , 19 , 23 , ..., ...

(c) 0,5 ; 1 ; .... ; 2 ; 2,5 ; .... ; ....

(d) 128 , 64 , ... , 16 , 8 , ... , ...

(e) .... , 15 , 12 , 9 , ..., ...

(4) Une société pour l'amélioration des terrains prépare 6 feddans par un jour pour être cultivé. Combien de jours, à peu près faut-il pour améliorer 50 feddans ? Ecris le modèle numérique qui l'exprime ce modèle.

Exercices généraux sur l'unité

(1) Ecris les nombres entiers relatifs représentants les points a, b, c et d sur la droite numérique :

(2) Détermine la valeur absolue des nombres entiers relatifs suivants :

-321 , 78 , -56 , -10 , 0 , 21

(3) Complète ce qui suit :

(a) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$ = ……….. (b) $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_-$ = …………

(c) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$ = ……….. (d) $\mathbb{Z} - \mathbb{Z}_-$ = ……………

(e) $\mathbb{Z}_+ \cup \{ 0 \}$ = ……… (f) $-|-45|$ = …………

(g) Le complément de $\mathbb{Z}_-$ par rapport à $\mathbb{Z}_-$ = …………

(h) Le complément de $\mathbb{Z}_-$ par rapport à $\mathbb{Z}$ = …………

(i) Le complément de $\mathbb{N}$ par rapport à $\mathbb{Z}$ = …………

(j) $\mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_-$ = ………….

(4) Ecris le nombre entier le plus proche pour que les phrases suivantes soient vraies :

(a) -4 > ………. (b) 2 < ………. (c) zéro > ……

(d) -6 < ……… (e) | -6 | > ……… (f) zéro < ……

(5) Complète avec la même règle :

(a) -20 , -18 , -16 , ………. , ……….. , ……..

(b) -15 , -10 , -5 , ………… , ……….. , ………

(c) -4 , 0 , 4 , ……….. , ……….. , ………..

(6) Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

(a) -9 , 17 , | -9 | , -15 , 16

(b) 3 , -30 , - | 8 | , 0 , 11

(7) Ecris chacun des ensembles suivants par la propriété caractéristique :

a) Ensemble des nombres entiers relatifs négatifs.

(b) Ensemble des nombres entiers relatifs impairs.

(c) Ensemble des nombres entiers relatifs pairs négatifs.

(d) Ensemble des nombres entiers relatifs compris entre -3 et 13.

(8) Détermine le résultat de ce qui suit :

(a) -12 + 7 (b) 19 – (-11) (c) -77 + (-3 + 77)

(9) Détermine le résultat de ce qui suit :

(a) $-2 + 8$ (b) $-5 + 5$ (c) $-5 + (-2)$

(10) Complète en écrivant la propriété utilisé dans chaque étape :

$116 + 190 + (-116) = 116 + (\ldots\ldots + -116)$ Propriété : ………………

$= 116 + (\ldots\ldots + 190)$ Propriété : ………………

$= (116 + \ldots\ldots) + 190$ Propriété : ………………

$= \ldots\ldots + 190$ Propriété : ………………

$= 190$

11-Vérifie la stabilité de l'addition et de la soustraction dans l'ensemble suivant :

$$X = \{-5 , 8 , 6 , -2 \}$$

(12) Détermine le résultat par deux méthodes :

(a) $(-6) \times [(-3) + 2]$ (b) $[7 + (-4)] \times 9$

(13) (a) Détermine la valeur de "m" sachant que $-7 \times m = 42$.

(b) Détermine la valeur de $x - 2y + 4$ sachant que $x = 8$ et $y = -2$.

(14) Détermine la valeur de ce qui suit :

(a) $(-4)^2 \times 3^3$ (b) $(-1)^{30} + (-1)^{13}$ (c) $(-5)^3 \times (-1)^{17}$

(d) $2^{11} : 2^8$ (e) $(-4)^9 : (-4)^7$ (f) $(-3)^7 : 3^4$

(15) Complète le tableau suivant :

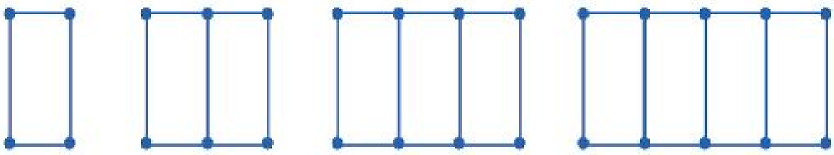
Description du modèle	Le modèle numérique
75 , 70 , 65 , 60 , 55 , …….	…………………………….
……………………..	Chaque nombre diminue 4, du nombre qui lui précédent.
1 , 10 , 100 , 1000 , ………	……………………………….
…………………………..	Chaque nombre est égal au produit du nombre qui lui précédent par 2.

(16) Détermine le résultat de ce qui suit :

(a) $\frac{(-5)^3 \times (-5)^2}{(-5)^4}$

(b) $\frac{(2)^5 \times (-2)^3}{(-2) \times 2^4}$

(17) Au dessous de chaque figure, écris le nombre de segments, puis décris le modèle numérique.



Le nombre de segments : ....

Le modèle numérique : ....

Description du modèle : ....

(18) chérif économise 51 Livres par mois. Combien de mois, à peu près faut-il pour économiser 160 Livres ? Ecris et décris ce modèle numérique.

Activité technologique :

Calcul la somme et le produit de deux nombres en utilisant le programme Excel.

Qu'apprends-t-on de l'activité ?

En utilisant le programme Excel pour

- insérer un ensemble des données (nombres entiers relatifs) dans les cellules du programme Excel.
- calculer la somme et le produit de deux nombres entiers relatifs en utilisant les propriétés du programme Excel.

Exemple :

Détermine la somme et le produit de deux nombres de ce qui suit, puis vérifie des propriétés de l'addition et de la multiplication des nombres entiers relatifs :

(a) 8 et 9 (b) -6 et 7 (c) -12 et 12

(d) -23 et -5 (e) 0 et 34

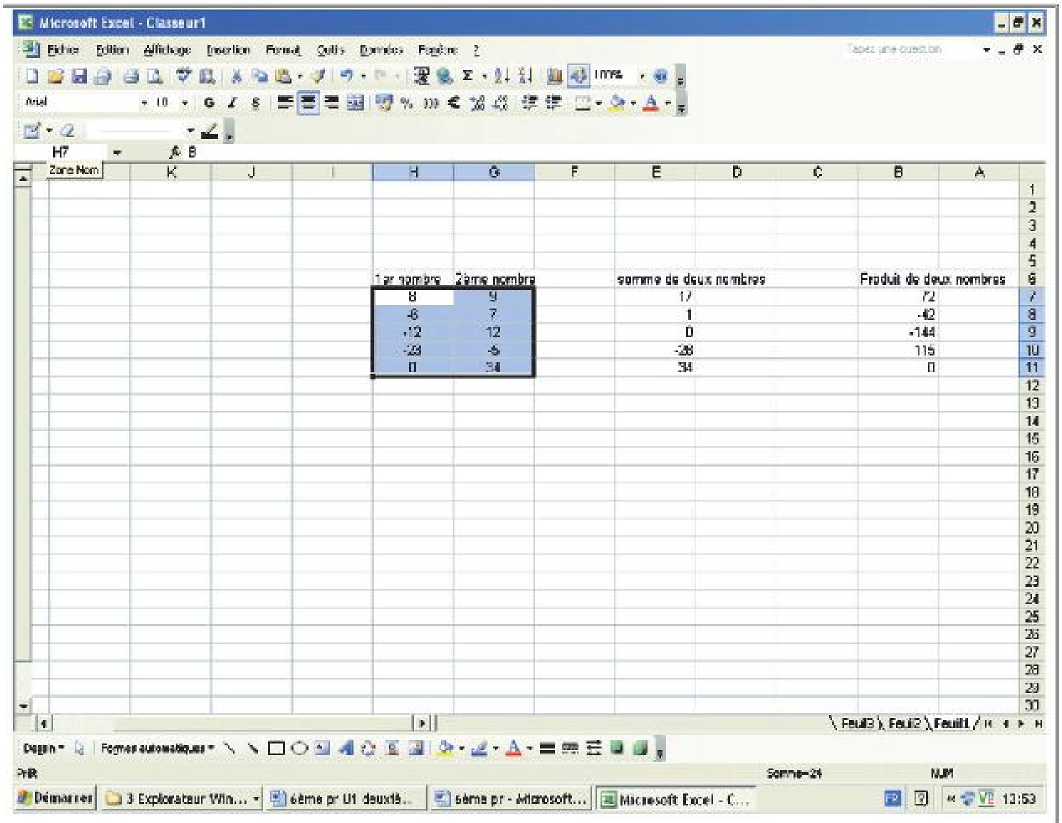
Les étapes pratiques :

1- Appuie sur "Démarrer", choisis «programmes», puis choisis "Microsoft Excel".

2- Ecris les données dans les cellules définis sur l'écran du programme Excel.

3- Pour calculer la somme de deux nombres qui se trouvent dans le 7ème ligne, détermine la cellule E et écris ce qui suit (= H7 + G7). Détermine la cellule B, écris (= H7*G7), puis appuie sur la touche (Entrer).

4- Pour calculer la somme des autres lignes, détermine les deux cellules E et B, En tirant le coin en bas à la fin des lignes, les résultats apparus dans les cellules en appliquant les propriétés de deux cellules E et B, comme dans la figure suivante à l'autre page



Regarde le bulletin météorologique qui décrit l'état de la météo de quelques villes. Enregistre, dans le tableau suivant, des villes dont la température inférieure à zéro et d'autres dont la température supérieure à zéro.

Ville						
Température						

Combien de villes ont la température inférieure à zéro?

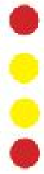
- Considère-toi comme un résident de l'une des villes où la température est supérieure à zéro et tu vas Voyager à une ville où la température est inférieure à zéro.

(a) Calcule la différence entre les degrés des températures dans les deux villes.

(b) Décris comment tu te prépares pour le voyage dans cette ville

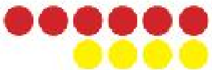
2- La figure ci-contre représente les balles des comptages.
Utilise la figure pour répondre aux questions suivantes :

La balle rouge = +1
La balle jaune = -1
Les deux balles = 0



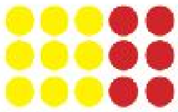
1°) Ecris le résultat de chacune des opérations suivantes :

(a)



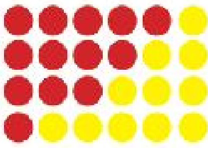
....

(b)



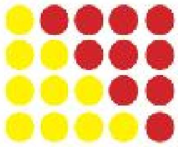
....

(c)



....

(d)



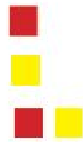
....

2°) Exprime les cas suivants à l'aide des balles des comptages.

(a) -7 (b) 9 – 5 (c) -8 – 3 (d) 4 x -4

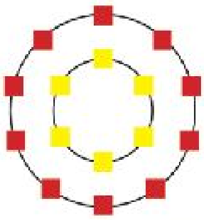
3- La figure ci-contre représente les carrés des comptages.
Utilise la figure pour répondre aux questions suivantes :

Le carré rouge = +1
Le carré jaune = -1
Les deux carrés = 0



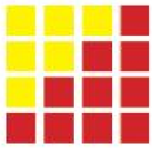
Dans chacun des cas suivants, exprime-le, puis écris le résultat de chaque opération :

(a)



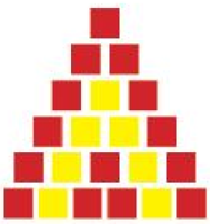
....

(b)



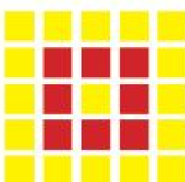
....

(c)



....

(d)



....

Epreuve de l'unité

(1) Complète ce qui suit :

(a) Ensemble des nombres impairs $\cup$ ensemble des nombres pairs = ...

(b) $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_+ \cup$ .... $\cup$ ....   (c) .... est le plus petit nombre positif.

(d) $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup$ ....   (e) $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- =$ ....   (f) -| -54 | = ...

(g) $\mathbb{Z}_-$ .... $\mathbb{N}$ (h){ 15 } .... $\mathbb{Z}_-$

(2) Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

-9 , 0 , 7 , -15

(3) Représente les opérations suivantes sur une droite numérique :

(a) 19 - | -9 | (b) 4 – 6

(4) Utilise les propriétés de l'addition et de la soustraction pour déterminer le résultat de ce qui suit :

(a) -5 + 8 – 15 = ...   (b) -1 + 4 + 41 = ...

(5) Dans une nuit d'hiver, le présentateur du bulletin météorologique a fait remarquer que la température au Caire est de 18 degrés et la température à Moscou est de – 4 degrés. Calcule la différence entre les degrés des températures dans les deux villes.

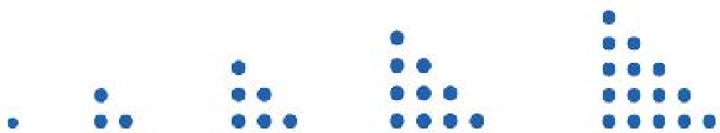
(6) Détermine le résultat de ce qui suit :

(a) (-36) : (-4)   (b) $2^3 \times (-1)^2 : 8$ (c) $\dfrac{(-4)^{11} \times 4^5}{4^{12}}$

(7) Khaled a décidé de diminuer son poids par un taux égal à 3 kg par mois. Si son poids actuel est 90 kg, combien de mois faut-il pour arriver a 69 kg ?

Ecris un modèle numérique qui représente cette situation. Décris-le.

(8) Au dessous chaque figure, écris le nombre de points, décris le modèle numérique par une description.



Le nombre de points :   ....

Le modèle numérique : ....

Description du modèle : ....

Unité 2

Equations et inéquations

1 Equation et inéquation du premier degré

Qu'apprends-tu dans la leçon ?
A partir de ta participation active, tu peux :
- Savoir la notion de l'équation.
- Savoir la notion de l'inéquation.
- Résoudre une équation du premier degré à une inconnue par la substitution.
- Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue par la substitution.

Notions mathématiques
Proposition Mathématique.
Proposition Mathématique fermée.
Proposition Mathématique ouverte.
Inconnue.
Degré de l'équation.
Inéquation.
Ensemble de substitution.
Ensemble solution.

Notion d'une équation :

Réfléchis et discute

- L'année dernière, tu as étudié les expressions mathématiques qui sont divisé en deux sortes :

a) Expressions numériques :

Par exemple : $3 + 9 = 12$; $13 - 7 = 6$; $3 \times 8 = 24$

b) Expressions symboliques :

Par exemple:$9 - \square = 7$; $8 + x = 17$; $4 \times y = 24$

Remarque que :

- Les expressions mathématiques sont appelées propositions mathématiques fermées, car on peut dire si elles sont « vraies ou fausses ». Les expressions numériques sont appelées propositions mathématiques ouvertes car on ne peut pas dire si elles sont « vraies ou fausses », en raison de l'existence d'un symbole comme ($\square$ ou x ou y) dont la valeur est inconnue.
- Quand on remplace le symbole par une valeur numérique dans la proposition mathématique ouverte, elle devient une proposition mathématique fermée.

Par exemple :

Dans la proposition $8 + x = 17$, si on remplace x par 9, on obtient $8 + 9 = 17$ qui est une proposition mathématique fermée.

La proposition mathématique ouverte est appelée (équation).

Equation :

C'est une proposition mathématique ouverte qui contient une relation d'égalité entre deux propositions mathématiques.

De la définition, on déduit que :

1) Une équation a deux membres entre lesquels il existe la relation « = » par exemple $x + 1 = 7$, son membre gauche est une expression mathématique symbolique qui est $(x + 1)$

Son membre droit est une expression mathématique numérique qui est (7).

2) Dans l'équation :

x + 1 = 7, le symbole (x) est appelé « inconnue », c'est le symbole dont on veut savoir sa valeur.

Exemple (1) :

Détermine laquelle parmi les propositions suivantes qui représente une équation. Pourquoi ?

(a) x + 5 (b) 9 – 5 = 4 (c) x + 7 = 12

Solution :

(a) x + 5 (ce n'est pas une équation) car il n'y a pas deux propositions mathématiques.

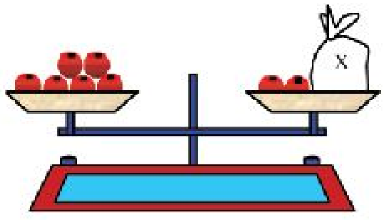
(b) 9 – 5 = 4 (ce n'est pas une équation) car c'est une proposition mathématique fermée.

(c) x + 7 = 12 (c'est une équation) car elle a deux propositions mathématiques et c'est une proposition mathématique fermée.

Notion d'une inéquation :

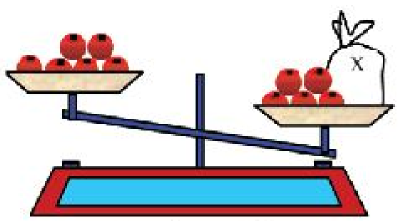
Remarque et réfléchis

1- La figure (1) représente les deux plateaux d'une balance qui sont dans un état d'équilibre. Dans un plateau, il y a un sac qui a un nombre inconnue de pomme (x) plus deux pommes et dans l'autre plateau, il y a 6 pommes, on peut exprimer ce cas par une équation qui est x + 2 = 6.



La figure (1)

2- Dans la figure (2), On ajoute 3 pommes au membre gauche, il sera donc (x + 5) qui est plus grand que l'autre membre (6 pommes), on peut exprimer cette situation par une inéquation qui est x + 5 > 6.

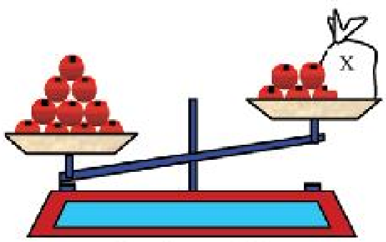


La figure (2)

3- Dans la figure (3), On ajoute 4 pommes au membre droite, la position de la balance sera comme dans la figure ci-contre, on peut exprimer cette situation par une inéquation qui est x + 5 < 10.

De 2 et 3, on trouve que chacune des propositions mathématiques :

x + 5 > 6 et x + 5 < 10 est appelée une inéquation car elles sont deux propositions ouvertes dont il y a l'inégalité entre les deux membres.



La figure (3)

L'inéquation est une proposition mathématique ouverte qui contient le symbole de l'inégalité.

Exemple (2) : Détermine la proposition qui représente une équation et celle qui représente une inéquation en justifiant ta réponse :

(a) $x - 5 > 3$ (b) $x - 17$ (c) $2x < 7$

Solution :

(a) $x - 5 > 3$ C'est une inéquation car c'est une proposition ouverte dont il y a le signe ' entre les deux propositions.

(b) $x - 17$ Ce n'est pas une inéquation ni inéquation car il n'y pas ni égalité et ni inégalité de deux expressions mathématiques.

(c) $2x < 7$ C'est une inéquation car c'est une proposition ouverte dont il y a le signe = entre les deux propositions.

Le degré de l'équation :

Le degré d'une équation, c'est la plus grande puissance de l'inconnue de l'équation après la simplification.

Par exemple :

$x + 5 = 7$, est une équation du premier degré à une inconnue.

, $x^2 + 3 = 8$, est une équation du deuxième degré à une inconnue.

, $4x^3 - x = 29$, est une équation du troisième degré à une inconnue.

Cette année, on va se limiter á l'étude des équations et des inéquations du premier degré à une inconnue.

Exercice (1) :

Détermine le degré et les inconnues dans les équations et les inéquations suivantes :

(a) $x - 7 = 1$ (b) $x + 3 > 2$ (c) $2x^2 - 2 = 14$

(d) $x - 2y = 5$ (e) $3x - 2 < -2$ (f) $x^3 - 4x^2 = 0$

Résolution d'une équation ou d'une inéquation :

La solution de l'équation ou de l'inéquation, c'est la détermination la valeur de l'inconnue de l'équation ou de l'inéquation. Pour cela on a besoin á ce qu'on appelle l'ensemble de substitution qui est l'ensemble des nombres entiers relatifs ou un de ses sous ensembles. On remplace l'inconnue par ses éléments dans les deux membres de l'équation ou l'inéquation pour étudier les éléments qui les vérifient.

- Les éléments de l'ensemble substitution qui vérifient l'équation (pour que les deux membres soient égaux), représentent l'ensemble solution de l'équation.

Exemple (3) :

Soit L = {0 ; 1 ; 2 ; 3} l'ensemble de substitution, détermine l'ensemble solution de l'équation $x + 3 = 5$ et de l'inéquation $x + 3 < 5$.

Solution :

1) Résolution de l'équation $x + 3 = 5$

On remplace l'inconnue par les éléments de l'ensemble substitution dans le membre gauche $(x + 3)$ pour déterminer les éléments qui vérifient l'équation comme suit :

Si $x = 0$, alors $0 + 3 = 3 \neq 5$, c'est-à-dire le nombre (0) ne vérifie pas l'équation.

Si $x = 1$, alors $1 + 3 = 4 \neq 5$, c'est-à-dire le nombre (1) ne vérifie pas l'équation.

Si $x = 2$, alors $2 + 3 = 5 = 5$, c'est-à-dire le nombre (2) vérifie l'équation.

Si $x = 3$, alors $3 + 3 = 6 \neq 5$, c'est-à-dire le nombre (3) ne vérifie pas l'équation.

On déduit que L'ensemble solution = {2}

Remarque que : $\{2\} \subset \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$,

2) Résous l'inéquation $x + 3 < 5$.

Si $x = 0$, alors $0 + 3 = 3 < 5$, c'est-à-dire le nombre (0) vérifie l'inéquation.

Si $x = 1$, alors $1 + 3 = 4 < 5$, c'est-à-dire le nombre (1) vérifie l'inéquation.

Quand $x = 2$, alors $2 + 3 = 5 < 5$, c'est-à-dire le nombre (2) ne vérifie pas l'inéquation.

Si $x = 3$, alors $3 + 3 = 6 < 5$, c'est-à-dire le nombre (3) ne vérifie pas l'inéquation.

On déduit que l'ensemble solution = {0 ; 1}

Remarque que : $\{0 ; 1\} \subset \{0 ; 1 ; 2 ; 3\}$,

De ce qui précède, On déduit que :

- Dans le cas d'une équation du premier degré d'une inconnue : Il y a au plus une seule valeur de l'ensemble substitution qui vérifie l'équation.
- Dans le cas d'une inéquation du premier degré d'une inconnue : Il y a au moins une seule valeur de l'ensemble substitution qui vérifie l'inéquation. On peut trouver des cas dans lesquels de valeurs qui vérifient l'inéquation.

L'ensemble substitution est l'ensemble auquel appartenant la valeur de l'inconnu (le symbole) de l'équation ou de l'inéquation.

L'ensemble solution est un sous ensemble de l'ensemble de substitution.

Exercice (2) :

Soit M = {-1 ; -2 ; 0 ; 2} l'ensemble substitution.

(a) Détermine l'ensemble solution de l'équation $2x + 1 = 5$.

(b) Détermine l'ensemble solution de l'inéquation $x - 3 < -1$.

Exercices (2 - 1)

Détermine l'ensemble solution des équations et des inéquations suivantes :

(1) $x + 5 = 12$ sachant que l'ensemble substitution est {3 ; 5 ; 7 ; 8}.

(2) $2x + 4 = 14$ sachant que l'ensemble substitution est {-2 ; 2 ; 3 ; 5}.

(3) $4x - 3 = 9$ sachant que l'ensemble substitution est {2 ; 3 ; 4}.

(4) $2(x - 3) = x + 1$ sachant que l'ensemble substitution est {4 ; 5 ; 6 ; 7}.

(5) $x + 3 < 5$ sachant que l'ensemble substitution est {4 ; 3 ; 2 ; 1 ; 0}.

(6) $3x - 1 > -2$ sachant que l'ensemble substitution est {-2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2}.

(7) $-x + 1 < 4$ sachant que l'ensemble substitution est {-3 ; -2 ; 0 ; 2 ; 3}.

(8) $2x + 5 > 2$ sachant que l'ensemble substitution est {-3 -2 ; -1 0 ;1}2 Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue

2 Résolution d'une équation du premier degré à une inconnue

Qu'apprends-tu dans la leçon ?
A partir de ta participation active, tu peux :
Savoir les propriétés des égalités dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$
Savoir la propriété de l'addition ou l'élimination dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$
Savoir la propriété de la multiplication ou la division dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$
Résoudre des inéquations du premier degré à une inconnue en utilisant les propriétés des inéquations dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$

Notions mathématiques
Aditionner ou élimination
Multiplication ou division.

Tu as déjà étudié que :

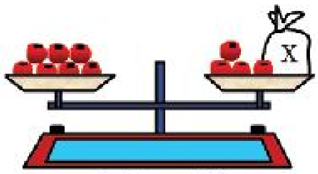
La solution de l'équation est la détermination de la valeur de l'inconnue de l'équation ou de l'inéquation.

Dans la leçon dernière, on a utilisé l'ensemble substitution pour déterminer l'ensemble solution de l'équation qui est une méthode longue et ardue surtout si le nombre d'éléments de l'ensemble de la substitution est nombreux et peut être impossible quand l'ensemble de la substitution est infini comme dans le cas de $\mathbb{N}$ ou de $\mathbb{Z}$.

C'est pour cela qu'il a été convaincu d'utiliser d'autres méthodes plus simples et faciles en utilisant les propriétés de l'égalité dans $\mathbb{N}$ et dans $\mathbb{Z}$.

Propriétés de l'égalité dans $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$:

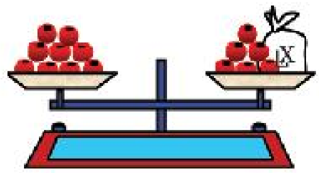
(1) La propriété de l'addition ou de l'élimination :



la figure(1)

La figure (1) représente une balance.
Dans l'un de deux plateaux de la balance, il y a un nombre de pommes inconnue ajouté á 4 pommes de même poids.
Dans l'autre plateau, il y a 7 pommes de mêmes poids que les autres.
On peut exprimer cette situation par l'équation :

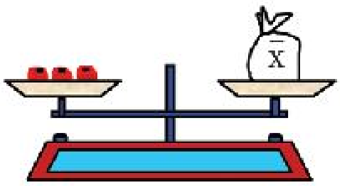
$x + 4 = 7$



la figure (2)

Si on ajoute 2 pommes de même poids aux deux plateaux comme dans la figure (2), on trouve que les deux plateaux sont dans l'état équilibre.

On peut exprimer l'état de la balance par l'équation : $x + 4 + 2 = 7 + 2$, alors $x + 6 = 9$



la figure (3)

Si on élimine 6 pommes de deux plateaux de la figure (2), les deux plateaux sont dans l'état équilibre comme dans la figure (3). On peut exprimer cette situation par : $x + 6 - 6 = 9 - 6$, donc $x = 3$

De ce qui précède, on déduit que :

Soient a, b, c trois nombres entiers relatifs entiers ou naturels.

Si $a = b$, alors $a + c = b + c$

Si $a = b$, alors $a - c = b - c$

Question :

Comment on peut utiliser les propriétés de l'addition et de la soustraction pour résoudre l'équation du premier degré à une inconnue dans $\mathbb{N}$ et dans $\mathbb{Z}$?

La repense á cette question sera indiqué dans ce qui suit :

Exemple (1) :

Résous l'équation $x - 2 = 3$, dans $\mathbb{Z}$.

Solution :

$\therefore\ x - 2 = 3$ (en ajoutant 2 aux deux membres)

$\therefore\ x - 2 + 2 = 3 + 2$ (la propriété de l'opposé)

$\therefore\ x + 0 = 5$ (la propriété de l'élément neutre de l'addition)

$x = 5$ donc Ensemble solution = {5}. On la note E.S = {5}

Vérification de la solution :

Pour vérifier la solution, on remplace x par 5 dans l'équation $x - 2 = 3$.

On obtient $5 - 2 = 3$ donc $3 = 3$

Exercice (1) :

Résous les équations suivantes :

(a) $x + 3 = 9$ dans $\mathbb{N}$ (b) $x - 22 = 18$ dans $\mathbb{Z}$.

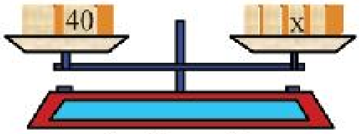
(2) Propriétés de la multiplication et de la division :

- La figure (1) représente les deux plateaux d'une balance qui sont dans un état d'équilibre. Dans un plateau, il y a 4 pièces métalliques de même poids (x) et dans l'autre plateau, il y a 2 pièces métalliques chacune pèse 40 grammes.

On peut exprimer cette situation par une équation :

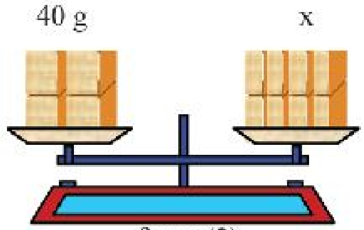
$$4x = 40 + 40$$

C'est-à-dire que : $4x = 80$.



La figure (1)

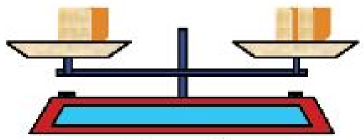
Si on double les poids dans chacun de plateaux de la balance, on aura dans le premier plateau 8 pièces de même poids (x) et dans l'autre plateau 4 pièces chacune pèse 40 grammes.



figure(2)

Dans ce cas, On peut exprimer la position de la balance par l'équation : $8x = 160$ qui signifie $2 \times 4x = 2 \times 80$.

Si on élimine trois quarts de poids de chaque plateau, On obtient une seule pièce de 40 grammes dans un plateau et deux boites de même poids (x) dans l'autre plateau comme dans la figure (3). Dans ce cas, on peut exprimer la position de la balance par l'équation :


figure(3)

$2x = 40$, c'est-à-dire que $\frac{8x}{4} = \frac{160}{4} =$ donc $2x = 40$ d'où $x = 20$

De ce qui précède, on déduit que :

Soient a, b, c sont trois nombres entiers relatifs et $c \neq 0$.

Si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$

Si $a = b$, alors $a : c = b : c$

Question : Comment on peut utiliser les propriétés de la multiplication et de la division pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue dans $\mathbb{N}$ et dans $\mathbb{Z}$?

La repense à cette question sera indiqué dans ce qui suit :

Exemple (1) :

Résous l'équation $4x = 24$, dans $\mathbb{N}$.

Solution :

$\frac{4x}{4} = \frac{24}{4} =$ (en divisant les deux membres de l'équation par 4)

$\therefore x = 6$

donc E.S = {6}

Exemple (2) :

Résous l'équation $\frac{x}{5} = 4$, dans $\mathbb{N}$.

Solution :

$\frac{x}{5} \times 5 = 4 \times 5$ (en multipliant les deux membres de l'équation par 5)

$x = 20$

Donc l'ensemble solution ES = 20

Solution :

L'idée de la solution c'est déterminer la valeur de x.

On utilise les propriétés de l'addition et de la soustraction, puis les propriétés de la multiplication et de la division.

1) On utilise les propriétés de l'addition et de la soustraction

$2x + 9 = -23$

(On élimine le nombre 9 de deux membres de l'équation, en ajoutant (-9) aux deux membres)

$2x + 9 + (-9) = -23 + (-9)$ (la propriété de l'élément neutre de l'addition)

$2x = -32$

2) On utilise les propriétés de la multiplication et de la division.

$2x = -32$ (On divise les deux membres par 2)

$2x : 2 = -32 : 2$

Donc $x = -16 \notin \mathbb{N}$, d'où l'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{N}$.

C'est-à-dire que E.S. dans $\mathbb{N} = \varphi$

$x = -16 \in \mathbb{Z}$ Donc E.S. dans $\mathbb{Z} = \{-16\}$

Résous l'équation : $2(x - 1) + 5 = 15$ dans $\mathbb{N}$ et dans $\mathbb{Z}$

Solution :

L'idée de la solution c'est le développement des parenthèses et la simplification en appliquant les propriétés précédentes.

$2(x - 1) + 5 = 15$	(on développe les parenthèses)
$2x - 2 + 5 = 15$	(la définition de la soustraction)
$2x + (-2) + 5 = 15$	(on simplifie)
$2x + 3 = 15$	(on soustrait 3 de deux membres de l'équation)
$2x + 3 - 3 = 15 - 3$	(la propriété de l'opposé)
$2x = 12$	(on divise par 2)
$x = 6$	
$6 \in \mathbb{N}$ et $6 \in \mathbb{Z}$	Donc E.S = $\{6\}$

Exercices (2 - 2)

(1) Détermine l'ensemble solution des équations suivantes dans $\mathbb{N}$.

(a) $x + 8 = 19$

(b) $4x + 1 = 17$

(c) $6x + 7 = 25$

(2) Détermine l'ensemble solution des équations suivantes dans $\mathbb{Z}$.

(a) $x - 12 = 40$

(b) $3x - 2 = -19$

(3) Etudie l'existence de la solution des équations suivantes dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$.

(a) $3x = 8$

(b) $3M + 12 = 6$

(c) $2L - 15 = 8$

3

Résolution des inéquations du premier degré à une inconnue

Qu'apprends-tu dans la leçon ?
A partir de ta participation active, tu peux :
Savoir les propriétés des inéquations dans ℕ et ℤ
Savoir la propriété de l'addition ou l'élimination dans ℕ et ℤ
Savoir la propriété de la multiplication ou la division dans ℕ et ℤ
Résoudre des inéquations du premier degré à une inconnue en utilisant les propriétés des inéquations dans ℕ et ℤ

- Notions mathématiques
- Addition ou élimination
- Multiplication ou division.

Tu as étudié des leçons précédentes la résolution d'une équation en utilisant les propriétés de l'égalité dans (ℕ ou ℤ). Cela pour éviter les difficultés de la méthode de substitution.

Pour cette raison dans cette leçon, on va étudier la résolution d'une inéquation du premier degré á une inconnue en utilisant les propriétés des inéquations (ℕ ou ℤ). Où la méthode de substitution longue et ardue surtout si le nombre d'éléments de l'ensemble de la substitution est nombreux et peut être impossible quand l'ensemble de la substitution est infini.

Propriétés des inéquations dans ℕ ou ℤ :

(a) Propriété de l'addition ou de l'élimination :

Remarque et discute :

L'addition : La figure (1) représente une balance dont les plateaux ne sont pas en équilibre.

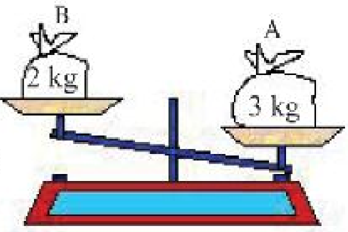


Figure (1)

Dans l'un de deux plateaux, il y a un sac de riz (a) de 3 kilogrammes de poids.

Dans l'autre, il y a un sac de riz (b) de 3 kilogrammes de poids.

Il est claire que le sac (a) est plus lords que le sac (b) car la quantité de riz dans le sac (a) est plus grand que la quantité de riz dans le sac (b).

On peut exprimer cette situation par l'inéquation $(3 > 2)$ ou $(a > b)$.

Si on ajoute un autre sac du riz (c) d'un kilogramme de poids aux deux plateaux, on remarque que la position de la balance reste telle qu'elle est comme dans la figure (2).

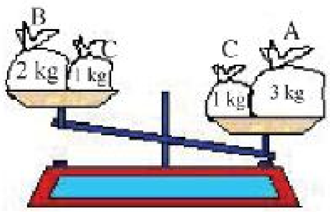


Figure (2)

On peut exprimer l'état de la balance dans la figure (2) par l'inéquation $(3 + 1 > 2 + 1)$ ou $(a + c > b + c)$.

Elimination :

Si on élimine le sac (c) de deux plateaux de la figure (3), on remarque que le plateau devient dans le premier cas de la figure (1).

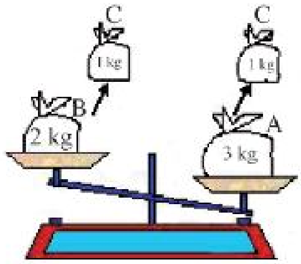


Figure (3)

De ce que précède, on déduit que :

Si a, b, c sont trois nombres entiers naturels ou relatifs tels que $a > b$, alors $a + c > b + c$ où c est un nombre entier relatif.

b) Propriété de la multiplication ou de la division.

La multiplication :

La figure (1) représente les deux plateaux d'une balance qui sont dans un état d'équilibre.

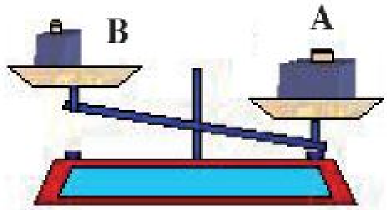


Figure (1)

Dans l'une de deux plateaux, un poids (a) de 2 kilogrammes.

Dans l'autre, un poids (b) de 1 kilogramme.

On peut exprimer la position de la balance par l'inéquation ($a > b$).

Si on double les poids dans chaque plateau, que prévois-tu ?

Remarque que:

les deux plateaux restent dans la même position comme il est indiqué dans la figure (2).

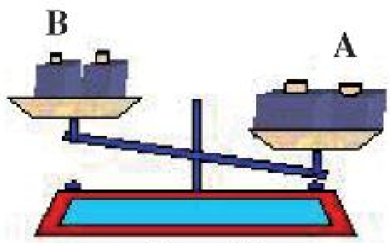


Figure (2)

$2 + 2 > 1 + 1$

C'est-à-dire ($2 \times 2 > 2\times1$) ou $2 \times a > 2 \times b$.

Par exemple :

1) Si $7 > 5$ et en multipliant les deux membres par 3, on obtient

$3 \times 7 > 3 \times 5$, donc $21 > 15$ (c'est une relation vraie)

2) Si $4 > 3$ et en multipliant les deux membres par -2, on obtient

$-2 \times 4 < -2 \times 3$, donc $-8 < -6$ (c'est une relation vraie)

Remarque :

On a changé le symbole de l'inéquation $>$ par $<$ quand on a multiplié par (-2). (-8) devient à gauche (-6) sur la droite numérique.

De ce que précède, on déduit que :

Soient a, b, c sont trois nombres entiers naturels ou relatifs.

Si $a > b$ et $c > 0$, alors $a \times c > a \times b$

Si $a > b$ et $c < 0$, alors $a \times c < a \times b$

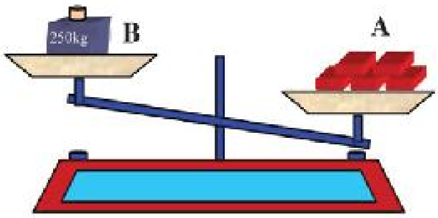
Division :

La figure ci-contre représente une balance.

Dans l'une de deux plateaux, il y a cinq morceaux de chocolats de même poids (x).

Dans l'autre, il y a un poids de 250 grammes.

On peut exprimer la position de la balance par l'inéquation ($5x > 250$)



C'est-à-dire que $5 \times x > 5 \times 50$

On divise les deux membres de l'inéquation par 5,

On obtient $x > 50$ (c'est une relation vraie)

Remarque :

Si on divise par un nombre négatif, on change le sens du symbole de l'inéquation.

Par exemple :

$-3x < 30$

C'est-à-dire que $-3 \times x < 3 \times 10$(en divisant les deux membres par (-3))

On obtient $x >-10$ (c'est une relation vraie) De ce qui précède, on déduit que :

Soient a, b, c trois nombres entiers naturels ou relatifs.

Si $a.c < b.c$ et $c > 0$, alors $a < b$

Si $a.c < b.c$ et $c < 0$, alors $a > b$

Remarques :

On peut résumer les quatre propriétés sur les inéquations dans $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{Z}$ comme suit :

(a) Si on ajoute un nombre aux membres de l'inéquation, on ne change pas le sens de l'inéquation.

(b) A condition de la possibilité de la soustraction, si on soustrait un nombre aux membres de l'inéquation, on ne change pas le sens de l'inéquation.

(c) Si on multiplie ou divise les membres de l'inéquation par un nombre positif, on ne change pas le sens de l'inéquation.

(d) Si on multiplie ou divise les membres de l'inéquation par un nombre négatif, on change le sens de l'inéquation.

Exemple (1) :

Détermine l'ensemble solution de l'équation $x + 4 < 7$ dans $\mathbb{N}$, puis représente-le sur une droite numérique.

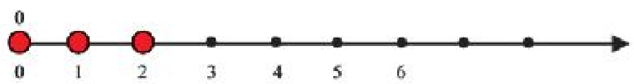
Solution :

$x + 4 < 7$ (on soustrait le nombre 4 aux membres de l'inéquation)

$x + 4 - 4 < 7 - 4$

C'est-à-dire $x < 3$

Donc, l'ensemble solution (E.S) = $\{0 ; 1 ; 2\}$



Exemple (2) :

Détermine l'ensemble solution de l'équation $2x + 9 < 1$ dans $\mathbb{N}$, puis représente-le sur une droite numérique où

(a) $x \in \mathbb{N}$ (b) $x \in \mathbb{Z}$

Solution :

(a) Dans $\mathbb{N}$: $2x + 9 < 1$ (on soustrait le nombre 9 aux membres de l'inéquation)

$2x + 9 - 9 < 1 - 9$

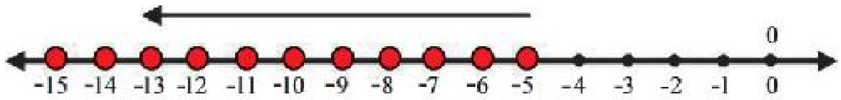
$2x < -8$ (on Divise pr2x < -4 c'est impossible dans $\mathbb{N}$?

Donc, l'ensemble solution dans $\mathbb{N} = \varnothing$

b) Dans $\mathbb{Z}$: Puisque $x < -4$ c'est possible dans $\mathbb{Z}$.

Donc, l'ensemble solution dans $\mathbb{Z}$ = {-5 ; -6 ; -7 ; ………………..}

(La représentation sur la droite numérique est :

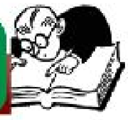


Exercices (2 - 4)

Détermine l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes et représente son ensemble solution sur une droite numérique :

(1) $x - 3 < 1$	où $x \in \mathbb{N}$
(2) $2x - 5 \leq -7$	où $x \in \mathbb{Z}$
(3) $3x + 2 \leq 11$	où $x \in \mathbb{N}$
(4) $3x - 7 \leq 5$	où $x \in \mathbb{N}$
(5) $2x - 3 \geq 1$	où $x \in \mathbb{Z}$

Exercices généraux de l'unité



(1) Détermine laquelle parmi les expressions suivantes représente une équation. Pourquoi ?

(a) $x - 21$ (b) $10 - 12 = -2$ (c) $2x - 3 = 5$

(2) Détermine laquelle parmi les expressions suivantes représente une inéquation. Pourquoi ?

(a) $x > 7 - 5$ (b) $3x + 2 = 11$
(c) $x < -35$ (d) $2x = 24$

(3) Détermine le degré de chacune des équations suivantes.

(a) $3x - 9 = 2$ (b) $3x^2 - 6 = 14$

(4) Soit M ={0 ; 1 ; 2 ; 3} l'ensemble de substitution.

(a) Détermine l'ensemble solution de l'équation $2x - 7 = -1$
(b) Détermine l'ensemble solution de l'inéquation $x + 4 > 5$

(5) Résous chacune des équations suivantes.

1) Dans $\mathbb{N}$ (a) $x + 7 = 22$ (b) $8x = 32$
(c) $(4x + 3) = 23$
2) Dans $\mathbb{Z}$ (a) $x - 12 = 6$ (b) $\frac{x-3}{4} = -2$
(c) $3 - 2x = 9$

(6) Résous chacune des inéquations suivantes.

1) Dans $\mathbb{N}$ (a) $x + 3 < 7$ (b) $2x + 1 \leq 5$
2) Dans $\mathbb{Z}$ (a) $1 - 8x < 33$ (b) $2x - 3 < 5$

Activité technologique :

Détermine la solution d'une équation du premier degré à une inconnue en utilisant le programme Excel.

Qu'apprends-t-on de l'activité ?

En utilisant le programme Excel pour

- Insérer un ensemble de nombres entiers relatifs dans les cellules du programme Excel.
- Détermine la solution d'une équation du premier degré à une inconnue en utilisant les propriétés du programme Excel.

Exemple :

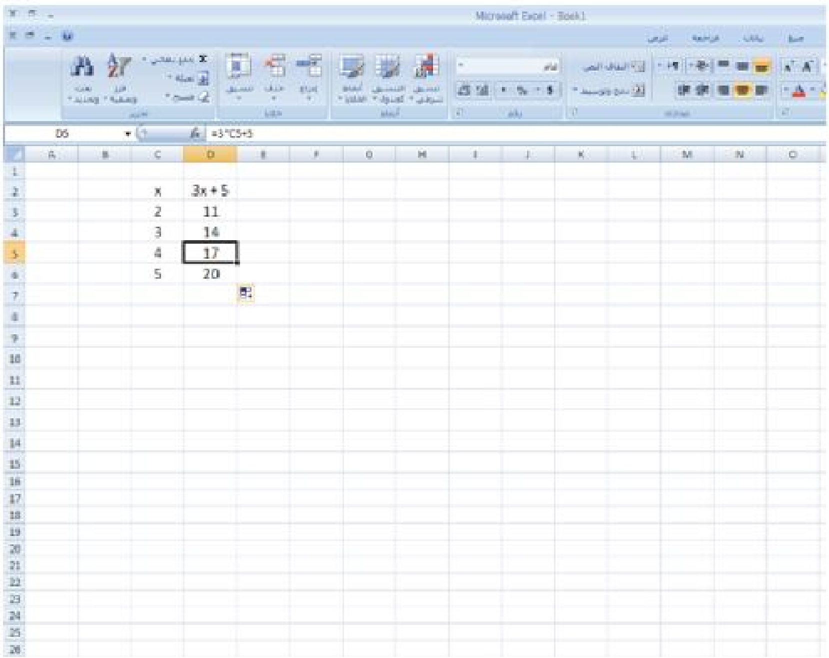
Détermine la solution de l'équation $3x + 5 = 17$ si l'ensemble substitution $L = \{2 ; 3 ; 4 ; 5\}$

Les étapes pratiques :

1- Appuie sur "Démarrer", choisis «programmes», puis choisis "Microsoft Excel".

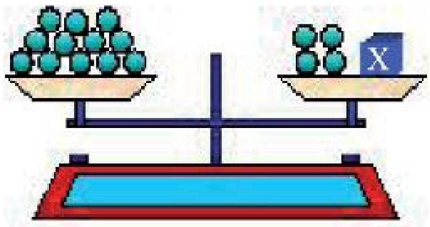
2- Ecris les nombres de la substitution dans les cellules sous « x » à la page du programme Excel.

3- Pour calculer la valeur x qui vérifie l'équation, détermine la cellule D et écris ce qui suit (= 3*C + 5), puis appuie sur la touche (Entrer), il apparaît « 11 ». En tirant le coin en bas de la cellule D à la fin des lignes, les résultats apparus dans les cellules en appliquant les propriétés de deux cellules D, comme dans la figure suivante.



4- De données de l'écran, il est clair que la valeur de $x = 4$ qu'il vérifie le résultat 17, c'est-à-dire que l'ensemble solution est $\{4\}$.

Dans chaque balance, écris la phrase mathématique convenable, puis détermine son ensemble solution.

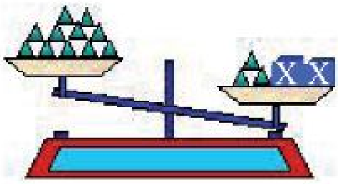


La phrase mathématique :

……......................................

La solution :

………………...................

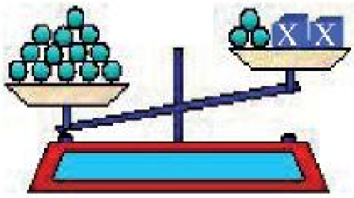


La phrase mathématique :

……......................................

La solution :

………………...................

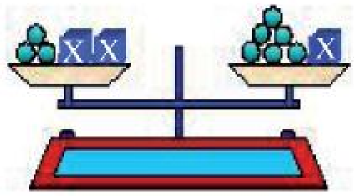


La phrase mathématique :

……......................................

La solution :

………………...................



La phrase mathématique :

……......................................

La solution :

………………...................

Epreuve de l'unité

1- Complète pour obtenir des phrases vraies

a) Une équation est une proposition mathématique ……………
b) Une inéquation est une proposition mathématique ……………
c) L'ensemble de substitution est ………………………………
d) L'ensemble solution est ……………………………………..

2- Choisis la bonne réponse :

a) $3x + 1 = -5$	Ensemble de substitution = $\{0 ; -1 ; 1 ; -2\}$
b) $x - 1 = -2$	Ensemble de substitution = $\{3 ; 0 ; -1 ; 1\}$
c) $x - 2 > 3$	Ensemble de substitution = $\{3 ; 4 ; 5 ; 6\}$
d) $2x + 1 \leq -1$	Ensemble de substitution = $\{4 ; 2 ; 0 ; -1\}$

3- Résous les inéquations suivantes et représente son ensemble solution sur une droite numérique :

a) $3x + 2 \geq 11$ où $x \in \mathbb{N}$
b) $4x + 1 < 13$ où $x \in \mathbb{Z}$

4- Résous les équations suivantes dans Z :

a) $6x - 2 = 14$
b) $2x + 1 = -9$
c) $7x + 5 = 26$
d) $4 - 2x = 24$

Unité 3

Géométrie et Mesure

Leçon 1 : Distance entre deux points dans le plan cartésien
Leçon 2 : Transformations géométriques
Leçon 3 : Aire du cercle
Leçon 4 : Aire latérale et aire totale de :
- **Cube**
- **Parallélépipède rectangle**

- **Exercices généraux sur l'unité**
- **Activité technologie**
- **Portfolio**
- **Epreuve de l'unité**

1 Distance entre deux points dans le plan cartésien

Qu'apprends- tu de la leçon?

- À partir de ta participation active, tu peux :
- Calculer la distance entre deux points sur une demi-droite graduée.
- Calculer la distance entre deux points dans le plan des entiers naturels.
- Calculer la distance entre deux points sur une droite graduée.
- Calculer distance entre deux points dans le plan des coordonnées des nombres entiers relatifs.
- Déterminer des points dans le plan des entiers relatifs.

Notions mathématiques

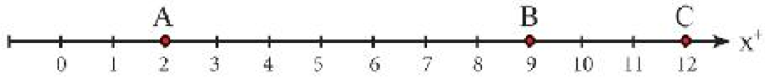
- Droite horizontale
- Droite verticale
- Plan des coordonnées $\mathbb{Z}$

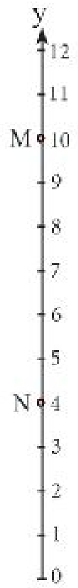
Réfléchis et discute :

a) Distance entre deux points sur une demi-droite graduée :

Dans l'année précédente, tu as étudié la distance entre deux points sur une demi-droite horizontale ou verticale.

Remarque la figure suivante :





Les points A, B et C sont représentés par les nombres 2 ; 9 et 12 respectivement.

La distance entre les points A et B :

AB = abscisse du point du fin - abscisse du point du début

AB = 9 – 2 = 7 unités de longueur

Complète :

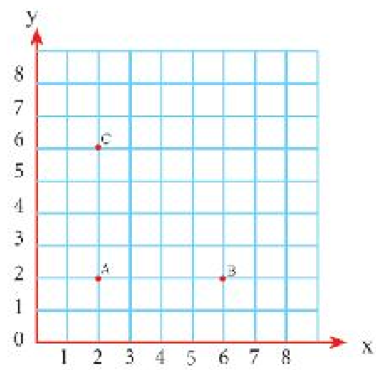
AC = …… - …… = ……

BC = …… - …… = ……

NM = …… - …… = ……

b) Distance entre deux points dans le plan des coordonnés des nombres naturels :

Dans l'année précédente, tu as étudié le plan des coordonnées des nombres naturels, c'est l'union de deux demi-droites $\overrightarrow{ox}$ et $\overrightarrow{oy}$ comme il est indiquée dans la figure ci-contre. On détermine la position d'un point dans le plan par un courle ordonné unique.



Remarque :

D'après la figure :

A (2 ; 2), B (6 ; 2) et C (2 ; 6)

Pour calculer la distance entre deux points :

1- Détermine le segment joignant les deux points.

1- Détermine si le segment est parallèle à $\overrightarrow{ox}$ ou $\overrightarrow{oy}$.

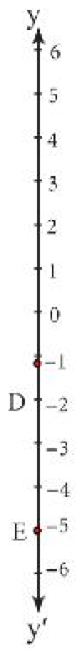
3- Si le segment est parallèle à $\overrightarrow{ox}$, on calcule la distance comme si elle appartient à une demi-droite horizontale. Si le segment est parallèle à $\overrightarrow{oy}$, on calcule la distance comme si elle appartient à une demi-droite verticale.

Complète à l'aide de la figure précédente :

AB = …… unités de longueur ; AC = …… unités de longueur

La nature du triangle ABC par rapport à ses côtés est …………

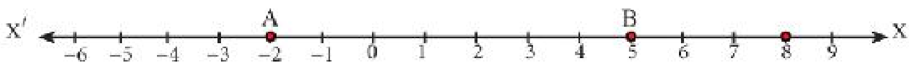
C) Distance entre deux points sur une droite graduée :



- La droite graduée ici, c'est la droite des nombres entiers relatifs, que ce soit horizontale ou verticale. C'est une extension de la demi-droite graduée des nombres naturels en ajoutant $\mathbb{Z}$.
- Pour calculer la distance entre deux points sur la droite graduée des nombres entiers relatifs, on prend en compte :

1- La valeur absolue = |le nombre du fin – le nombre du début|

2- Les propriétés de l'addition et de la soustraction dans $\mathbb{Z}$



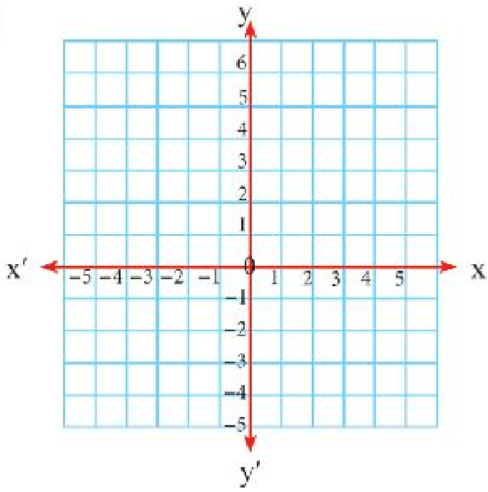
Remarque : Dans la figure ci-dessus, le point A représente le nombre -2 et le point B représente le nombre 5.On a alors :

AB = |B – A| = |5 – (-2)| = 7 unités

Complète : AO = |…………| = |…………| = |…………|

DE = ………… = ………… = …………

d) Distance entre deux points dans le plan des coordonnées des nombres entiers relatifs :



La figure ci-contre est le plan des coordonnées des nombres entiers relatifs :

Remarque : On détermine la position d'un point par un couple ordonné (x ; y).

Le calcul de la distance entre deux points se fait comme dans le cas de nombres entiers naturels en tenant en compte :

1 - L'extension des nombres naturels en ajoutant $\mathbb{Z}$

2 – Les propriétés de l'addition et de la soustraction dans $\mathbb{Z}$

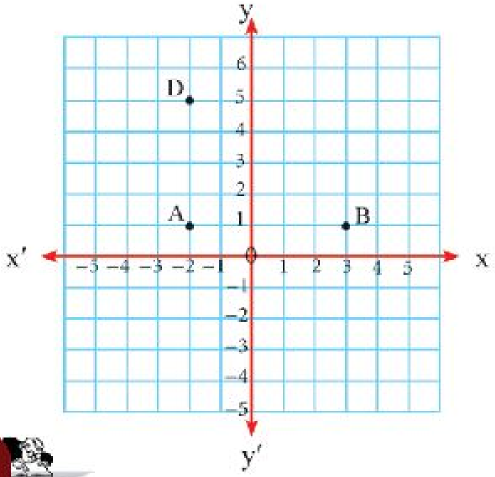
(1) Dans la figure : A(-2 ; 1), B(3 ; 1) et D(-2 ; 5)

$\overline{AB} // \overleftrightarrow{xx'}$

AB = |B – A| = |3 – (-2)| = 5 unités

AD = ………… = ………… = …………

- Place le point C(3 ; 5), vérifie que la figure ABCD est un parallélogramme, puis calcule son périmètre et son aire.



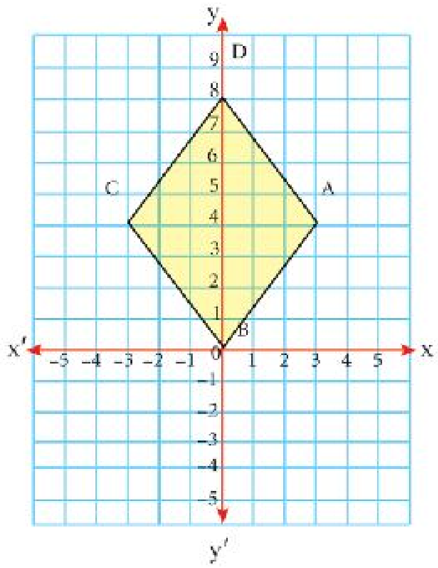
Exercices (3 - 1)

Dans la figure ci-contre :
ABCD est un losange.

(a) Complète les coordonnées des points suivants :

A (…… ; ……), B (…… ; ……)
C (…… ; ……) et D (…… ; ……)

(b) On peut calculer l'aire du losange ABCD en utilisant les longueurs de ses diagonales qui sont perpendiculaire où :
AC = …………
BD = …………
L'aire du losange = …………

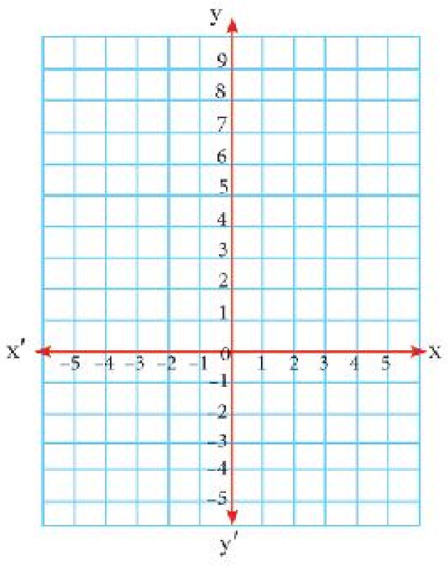


(2) Dans le plan cartésien ci-contre :

(a) Détermine la position des points suivants :
L (-1 ; 1), M (1 ; 1)
N (1 ; 8) et H (-1 ; 8)

(b) Détermine l'aire et le périmètre de figure LMNH.

(c) La figure a-t-elle symétrique ? Pourquoi ?



2 *Transformations géométriques : Translation*

Qu'apprends- tu de la leçon?

À partir de ta participation active, tu peux :

- Savoir la notion d'une transformation géométrique.
- Savoir la notion de la translation.
- Trouver l'image d'un point par la translation dans le plan de la page.
- Trouver l'image d'un segment par la translation dans le plan des coordonnées.
- Distinguer : la symétrie et la translation dans des exemples de la vie courante.

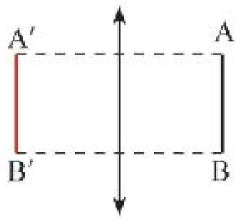
- Notions mathématiques
- Transformation géométrique
- Translation
- Plan de la page
- Plan des coordonnées

Réfléchis et discute :

Dans l'année précédente, tu as étudié les transformations géométriques.
On sait que, la transformation géométrique transforme tout point A du plan en un point A′ dans le même plan.
tu as également étudié la symétrie.

Dans la figure ci-contre $\overline{A'B'}$ est l'image de $\overline{AB}$ par la symétrie par rapport à la droite L Remarque : L est l'axe de la symétrie

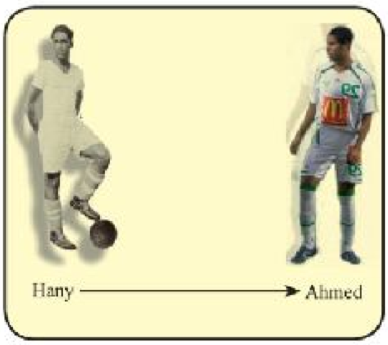
- $A'B' = AB$
- $\overline{A'B'} \;//\; \overline{AB}$



Quelle est la nature de la figure ABB′A′ ? Pourquoi ?
Existe –t-il d'autres axes de symétries de la figure ?
Cite-les s'il existe.
Maintenant, on va étudier la translation.
Dans la figure ci-dessous : Hani veut passer le ballon à Ahmed.

Remarque :
Afin de se déplacer le ballon à Ahmed, il devrait y avoir deux choses :

1- Le ballon se fait circuler toute la distance de Hani à Ahmed
2- Le ballon va dans la direction d'Ahmed
Cela signifie que : Pour déterminer la translation, tu dois savoir deux choses :
- L'amplitude de la translation,
- La direction de la transition.



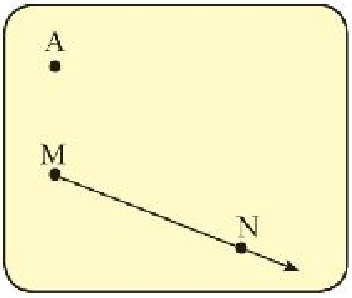
Dans l'image :
-L'amplitude de la translation (la distance entre Hani et Ahmad)
- La direction de la translation (la direction de Hani à Ahmad)

Nous abordons dans ce qui suit les différents cas de la translation :

1°) Translation d'un point dans un plan

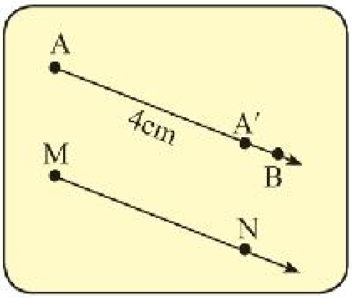
(a) Dans le plan de la page

Travaille et discute



Activité (1) : Dans le plan de la page, trace $\overrightarrow{MN}$, puis place le point A $\notin \overrightarrow{MN}$ comme il est indiqué dans la figure :

Conclusion : déplacement du point A, une distance de 4cm dans le sens de $\overrightarrow{MN}$

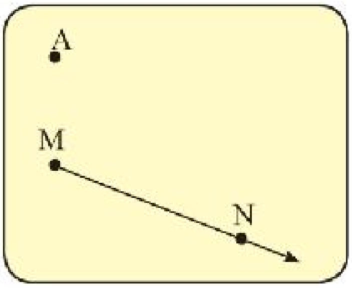


Solution :

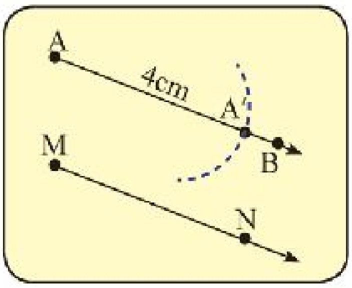
1- Du point A, trace une demie - droite $\overrightarrow{AB}$ dans le même sens que $\overrightarrow{MN}$ comme il est indiqué dans la figure ci-contre :

2- Détermine le point A′ sur la demi droite $\overrightarrow{AB}$ tel que AA′ = 4 cm

> **Remarque :** Le point A′ est l'image du point A par une translation d'amplitude 4 cm dans le sens $\overrightarrow{MN}$
>
> Dans l'exemple précédent : L'amplitude de la translation est 4cm et le sens de la translation est le sens de la demi droite $\overrightarrow{MN}$.



Activité (2) : Que peut-on faire s'il est demandé de trouver l'image du point A par la translation MN dans la direction de $\overrightarrow{MN}$.



Solution :

- Dans ce cas, l'amplitude MN de la translation est connue mais n'est pas déterminé.
- C'est pourquoi nous utilisons le compas comme il est indiqué dans les étapes suivantes :
- Du point A, trace une demie - droite $\overrightarrow{AB}$ parallèle à $\overrightarrow{MN}$ qui est dans la même direction.
- Mets la pointe sèche du compas en M et le crayon en N.
- Par la même ouverture, Mets la pointe sèche du compas en A et trace un arc du cercle dont la longueur est MN
- Le point d'intersection de l'arc et $\overrightarrow{AB}$ est A′

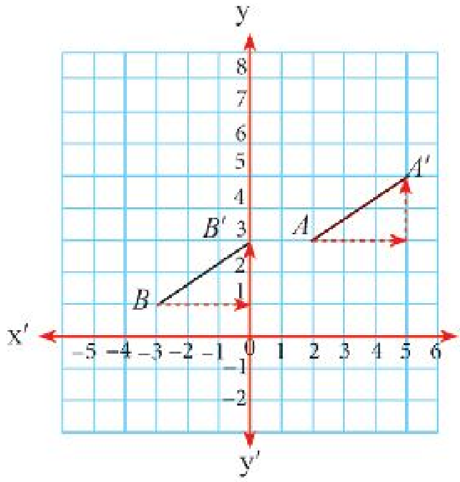
> **Remarque :** Le point A′ est l'image du point A par une translation d'amplitude MN dans le sens $\overrightarrow{MN}$
>
> A′ B′ = MN , $\overline{A'B'} \,//\, \overline{MN}$

(b)Dans le plan des coordonnées des nombres entiers relatifs:

La translation dans le plan des coordonnées transforme tout point A du plan par deux déplacement, un déplacement horizontal (c) suivi d'un déplacement vertical (d), alors l'image du point A(x ; y) est le point A′ (x + c ; y + d)

1°) Translation d'un point dans le plan

Exemple (1) : Dans la figure ci-contre, trouve les images de A (3 ; 2) et de B (-3 ; 1) par la translation (x + 3 ; y + 2)



Solution :

- On détermine l'amplitude et la direction de la translation, c'est un déplacement de 3 unités dans la direction de $\overrightarrow{ox}$ suivi par un déplacement de 2 unités dans la direction de $\overrightarrow{oy'}$
- On obtient l'image de chacun de deux points :

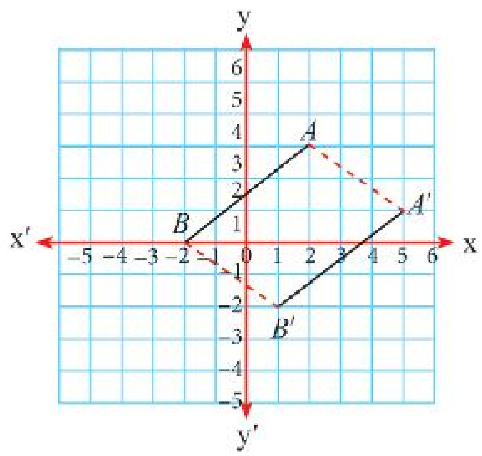
A′ = (2 + 3 ; 3 + 2) = (5 ; 5)

B′ = (-3 + 3 ; 1 + 2) = (0 ; 3)

Remarque : les points et les flèches sur le dessin montrent l'amplitude et la direction de la translation dans chaque cas,

2°) Translation d'un segment dans le plan

Exemple (2) : Dans la figure ci-contre ; trouve l'image du segment $\overline{AB}$ tel que A(2 , 3) et B(-2 ; 0) par la translation (x + 3 ; y - 2).



Solution :

- On détermine l'amplitude et la direction de la translation, c'est un déplacement de 3 unités dans la direction de $\overrightarrow{ox}$ suivi par un déplacement de 2 unités dans la direction de $\overrightarrow{oy'}$
- On obtient l'image de chacun de deux points :

A′ = (2 + 3 ; 3 - 2) = (5 ; 1)

B′ = (-2 + 3 ; 0 - 2) = (1 ; -2)

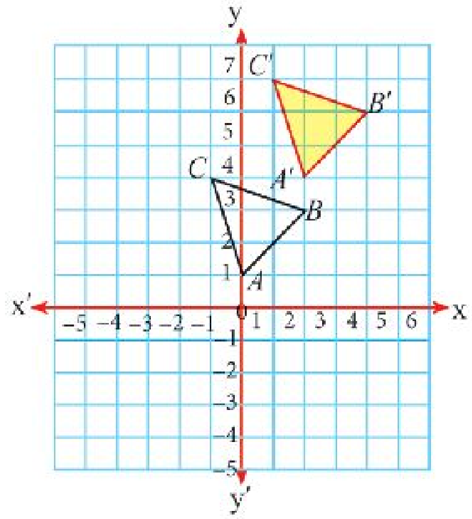
Remarque :

- Le segment $\overline{A'B'}$ est l'image du segment $\overline{AB}$ par la translation (x + 3 ; y - 2)
- A′ B′ = AB • $\overline{A'B'}$ // $\overline{AB}$

3°) Translation d'une figure géométrique dans le plan

Exemple (3) : Dans la figure ci-contre :

Soit ΔABC tel que A (0 ; 1) , B (2 , 3) et C (-1 ; 4).
Trouve l'image de ΔABC par la translation (x + 2 ; y + 3).



Solution :

- On détermine l'amplitude et la direction de la translation, c'est un déplacement de 2 unités dans la direction de $\overrightarrow{ox}$ suivi par un déplacement de 3 unités dans la direction de $\overrightarrow{oy}$

- On obtient l'image de chacun de deux points :

A′ = (0 + 2 ; 1 + 3) = (2 ; 4)
B′ = (2 + 2 ; 3 + 3) = (4 ; 6)
C′ = (-1 + 2 ; 4 + 3) = (1 ; 7)

- On détermine les points A′ , B′ et C′, on les joint pour obtenir Δ A′ B′C′ qui est l'image ΔABC par la translation (x + 2 ; y + 3).

Exercice (1) :

D'après la figure précédente, complète :

(1) A′B′ = ………… (2) AC = ………… (3) $\overline{A'C'}$ // …………

(4) m(∠ B′) = m(∠……) (5) m(∠C) = m(∠……) (6) $\overline{BC}$ // ……

Exercice (2) :

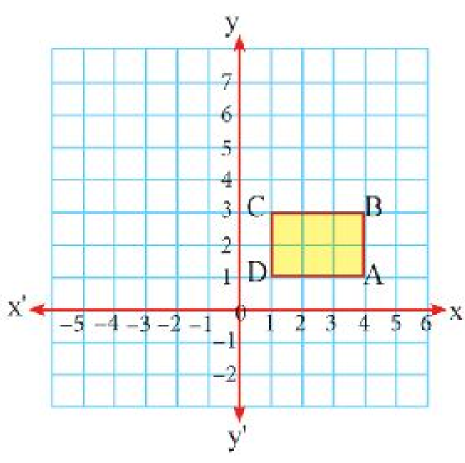
Dans la figure ci-contre :

ABCD est un rectangle dans lequel

A(4 ; 1) , B(4 ; 3) , C (1 ; 3) et D(1 ; 1)

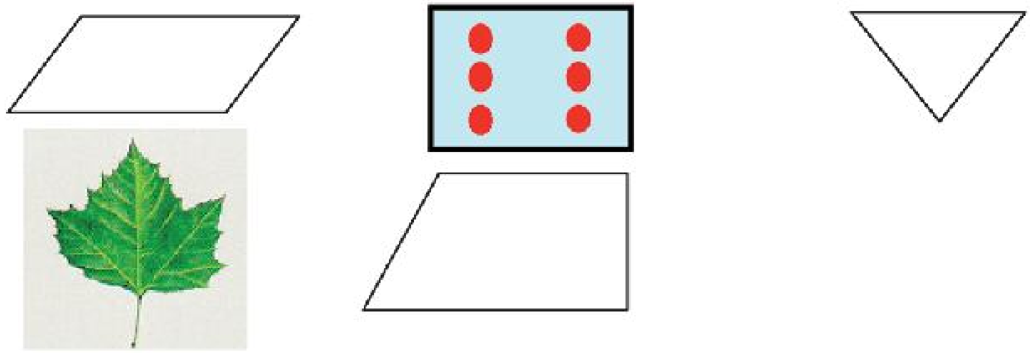
Trouve l'image du rectangle

par la translation (x + 3 ; y + 3)

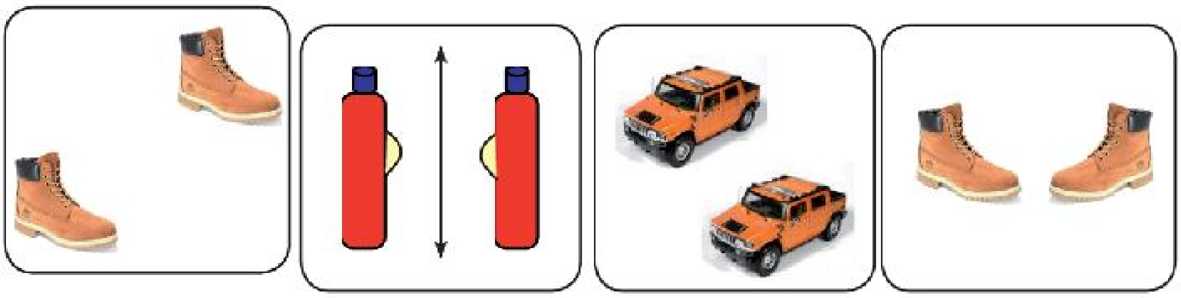


Exercices (3 – 2)

(1) Détermine les figures symétriques et les figures qui ne sont pas symétriques parmi les figures suivantes, puis trace les axes des symétries s'ils existent :



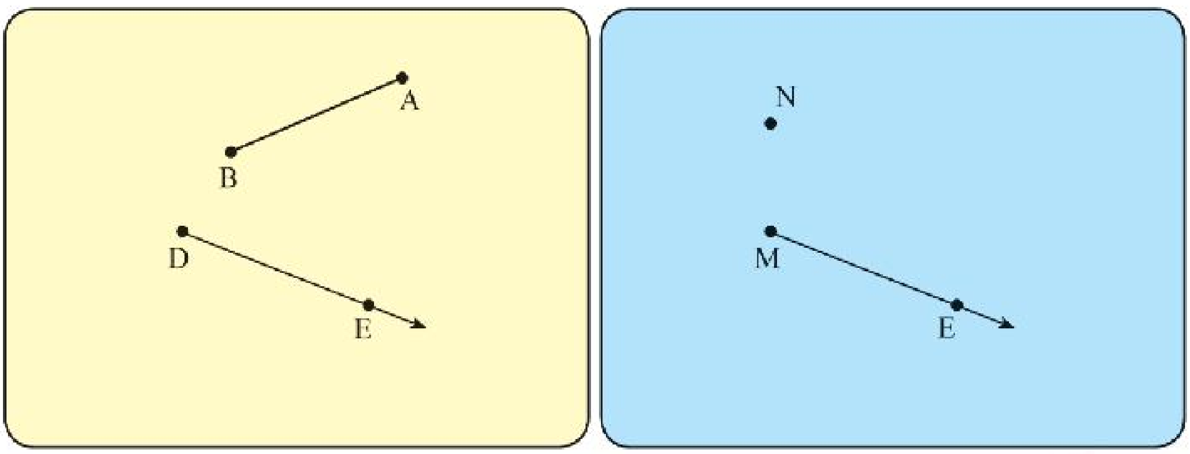
(2) Dans ce qui suit, détermine la transformation géométrique (Symétrie ou translation) :



(3) Dans les cas suivants, trouve l'image :

(a) Du point N par la translation ME et dans le sens de $\overrightarrow{ME}$

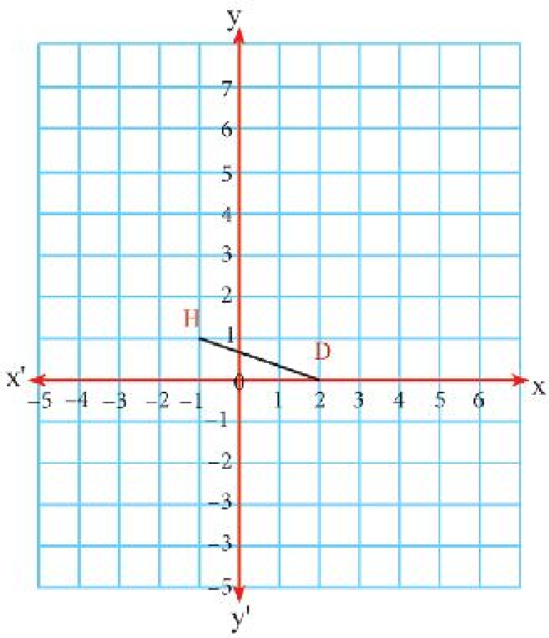
(b) Du segment $\overline{AB}$ par la translation d'amplitude 3cm et dans le sens de $\overrightarrow{DH}$



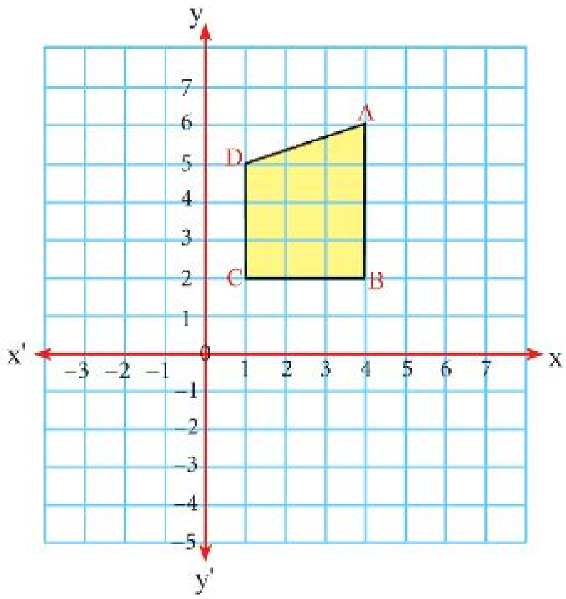
(4) Détermine dans ce qui suit dans le plan des coordonnées :

(a) L'image du segment $\overline{DH}$, où D = (2 ; 0) et H = (-1 ; 1) par la translation (x + 3 ; y + 2).

Quelle est la nature de la figure DD'H'H ? Pourquoi ?



(b) L'image du quadrilatère ABCD par la translation (3 ; -4).



3 *Aire d'un cercle*

Qu'apprends- tu de la leçon

Á partir de ta participation active, tu peux :
- Définir le secteur circulaire.
- Partager la surface du cercle en secteurs superposable.
- Dédire la formule de l'aire du cercle par une méthode pratique en utilisant les secteurs circulaires.
- Résoudre des exercices variés sur l'aire du cercle.

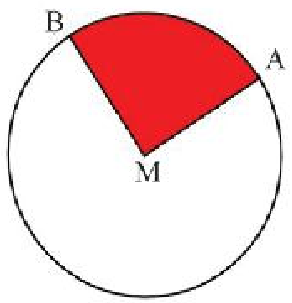
Notions mathématiques

Secteurs circulaires

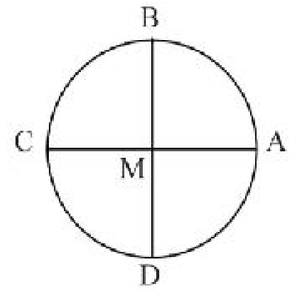
Remarque et discute

L'année précédente, tu as étudié les secteurs circulaires.

Dans la figure ci-contre :
La partie colorée,
représente le secteur circulaire (MAB) ou (AMB)



Le secteur circulaire est une partie de la surface du cercle limitée par un arc et les deux rayons passants par les extrémités de l'arc



Activité (1) :

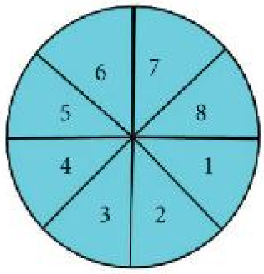
Dans la figure ci-contre, un cercle du centre M dans lequel $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$ sont deux diamètres.

Observe bien la figure, puis complète :

La surface du cercle est partagée en …… secteurs circulaires.

La relation entre les aires de secteurs circulaires ainsi obtenues est une relation ……

Le rapport entre l'aire de chacun des secteurs et l'aire du cercle est ……

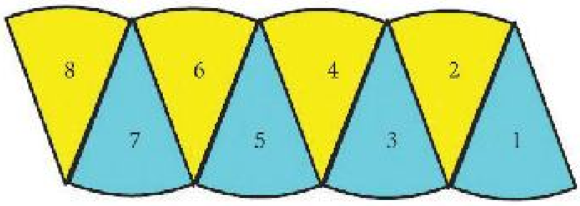


Activité (2) :

Trace le cercle précédent, puis partage-le en 8 secteurs circulaires superposables en traçant deux autres diamètres et en gardant les égalités des arcs obtenues. Numérote les secteurs de 1à 8 comme dans la figure ci-contre

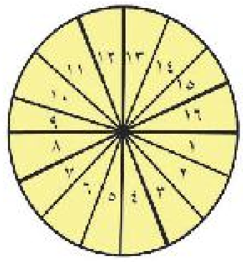
- Trace le même cercle sur une feuille cartonnée en gardant la même numérotation des secteurs.
- Découpe le cercle du carton, puis découpe les 8 secteurs.

● Range les secteurs obtenus et colle les sur la page de ton cahier de sorte que les sommets des secteurs impairs soient vers le haut et les sommets des secteurs pairs soient vers le bas, comme il est indiqué dans la figure ci-contre.

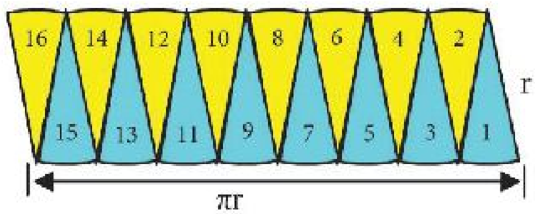


Peut-être que tu as remarqué que la forme de la figure obtenue est aussi proche que possible de la forme d'un rectangle.

Trace le cercle précédent, puis partage-le en 16 secteurs circulaires superposables en traçant deux autres diamètres et en gardant le égalités des arcs obtenus.
Numérote les secteurs de 1à 16 comme dans la figure ci-contre



Découpe les secteurs circulaires, range-les et colle-les sur la page de ton cahier comme il est indiqué précédemment pour obtenir la figure ci-contre :



Remarque :

● La figure ainsi obtenue admet une forme plus rectangulaire que dans le cas précédent.
● Plus le nombre de secteurs augmente, la figure obtenue s'approche de plus en plus de la forme d'un rectangle.
● La longueur du rectangle obtenue = la moitié du périmètre du cercle = πr
● La largeur du rectangle = le rayon du cercle = r

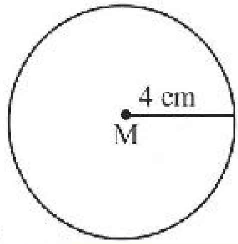
Cela veut dire que l'aire du cercle = l'aire du rectangle obtenu
= longueur × largeur
= $\pi r \times r = \pi r^2$

Par conclusion l'aire la surface du cercle = πr^2

Exemple (1) :

Dans la figure ci-contre :

Calcule l'aire de la surface du cercle M



Solution :

L'aire de la surface du cercle = πr^2 = $3{,}14 \times 4 \times 4 = 50{,}24$ cm^2

> **Remarque :** π est le rapport approché entre le périmètre du cercle et son diamètre $\pi \approx \frac{22}{7}$ ou 3,14, mais r est une abréviation de la phrase (rayon du cercle) r, exprime la longueur du rayon du cercle.
>
> - Tu peux utiliser une calculatrice pour faire les approximations nécessaires

Exemple (2) :

Soit un cercle de 14 cm de diamètre. Calcule son aire sachant que $\pi \cong \frac{22}{7}$.

Solution :

L'aire de la surface du cercle = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times \frac{14}{2} \times \frac{14}{2}$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154 \text{cm}^2$$

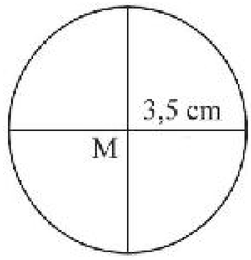
Exemple (3) :

Dans la figure ci-contre :

Soit un cercle de centre M et de 3,5 cm de rayon.

On a partagé la surface du cercle en quatre secteurs superposables.

Calcule l'aire de la surface de chaque secteur.



Solution :

L'aire de la surface du cercle = $\frac{22}{7} \times \frac{35}{10} \times \frac{35}{10} = 38{,}5$ cm^2

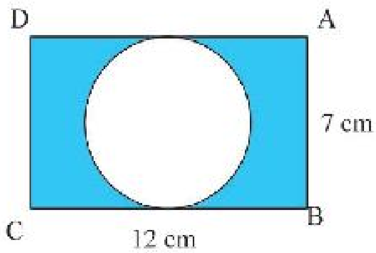
L'aire de la surface d'un secteur = $\frac{38{,}5}{4} = 9{,}625$ cm^2

Exemple (4) :

Dans la figure ci-contre :

ABCD est un rectangle de 12 cm de longueur et 7 cm de largeur.

Calcule l'aire de la partie colorée. ($\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,14)



Solution :

L'aire de la surface du rectangle = $12 \times 7 = 84$ cm^2

L'aire de la surface du cercle $= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

$= 38{,}5$ cm^2

L'aire de la partie colorée = L'aire du rectangle - L'aire du cercle

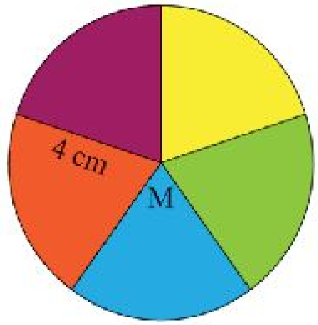
L'aire de la partie colorée = $84 - 38{,}5 = 45{,}5$ cm^2

Exercices (3 – 3)

Dans les exercices suivants (prends $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,14)

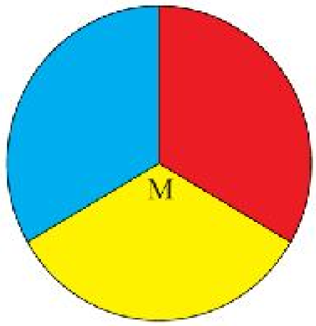
(1) Soit un cercle de 14 cm de diamètre. Calcule son aire.

(2) Dans la figure ci-contre :
Soit un cercle de centre M et de 4 cm de rayon.
On a partagé la surface du cercle en cinq secteurs superposables. Calcule l'aire de la surface de chaque secteur.



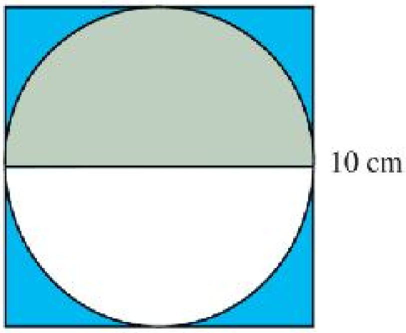
(3) Le périmètre d'un cercle est 62.8 cm. Calcule son aire.

(4) Dans la figure ci-contre :
Soit un cercle de centre M.
On a partagé la surface du cercle en trois secteurs superposables.
Si la longueur d'un arc du secteur est 44 cm
et la périmètre d'un secteur est 86 cm.
Calcule
(1) La langueur du rayon.
(2) L'aire d'un secteur (prends $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,14).



(5) Dans la figure ci-contre :

Un cercle est dessiné dans un carré de 10 cm de côté
Calcule l'aire de la partie Colorée.



(6) Une table à manger dont la forme de la surface supérieure est un disque de 1,5 m de diamètre.
On veut la couvrir par de verre dont le prix d'un mètre carré est 60 L.E.
Calcule le coût de verre utilisé.

(7) Le périmètre d'un cercle est 44 cm.
Calcule son aire. (prends $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,14)

4 Aire latérale et aire totale d'un cube et d'un parallélépipède

Qu'apprends- tu de la leçon ?

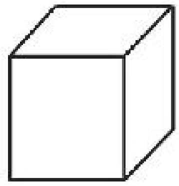
À partir de ta participation active, tu peux :

- Calculer l'aire latérale d'un cube
- Calculer l'aire totale d'un cube
- Calculer l'aire latérale d'un parallélépipède
- Calculer l'aire totale d'un parallélépipède
- Résoudre des exercices variés sur l'aire latérale, l'aire totale d'un cube et d'un parallélépipède

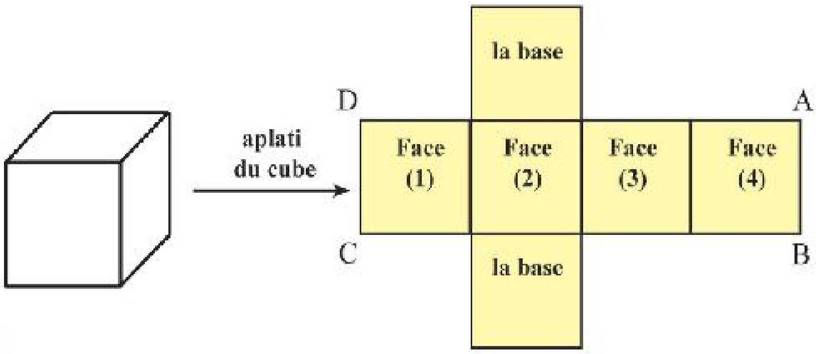
Notions mathématiques
Aire latérale
Aire totale

1°) Cube :

Remarque et réfléchis :
D'après tes études précédentes,
tu sais qu'un cube possède 6 faces superposables et 12 arêtes de mêmes longueurs.



(a) Aire latérale d'un cube :
On considère une boîte cartonnée dont la forme d'un cube.
Aplatis verticalement les faces de la boîte, tu obtiens le patron adjacent dan la figure suivant :



Remarque : Les faces (1), (2), (3) et (4) sont les faces latérales, on a donc l'aire latérale du cube est égale à la somme des aires de ces faces latérales

> Aire latérale d'un cube = aire d'une face × 4

Une autre méthode

Remarque : Quand on a Aplati les faces du cube, on a obtenu le rectangle ABCD qui se compose des quatre faces latérales.

Alors la longueur du rectangle = la somme des arêtes des faces (1), (2), (3) et (4)
Et la largeur du rectangle = la longueur de l'arête $\overline{AB}$ qui est la hauteur de cube

> Aire latérale d'un cube = périmètre de la base × hauteur

(b) Aire totale d'un cube :

Dans le cas de l'aire totale, on ajoute l'aire de deux bases à l'aire latérale

$$\text{Aire totale d'un cube} = \text{aire d'une face} \times 6$$

Exemple (1) :

Soit un cube de 6 cm d'arête, calcule son aire latérale et son aire totale.

Solution :

Aire latérale d'un cube $=$ aire d'une face $\times 4$

$= (6 \times 6) \times 4 = 36 \times 4 = 144\ cm^2$

Par une autre méthode :

Aire latérale d'un cube $=$ périmètre de la base $\times$ hauteur

$= (6 \times 4) \times 4 = 24 \times 6 = 144\ cm^2$

Aire totale d'un cube $=$ aire d'une face $\times 6$

$= 6 \times 6 \times 6 = 36 \times 6 = 216\ cm^2$

Exemple (2) :

L'aire totale d'un cube est $486\ cm^2$.

Calcule l'aire d'une face et aire latérale.

Solution :

Aire totale d'un cube $=$ aire d'une face $\times 6$

$486 =$ aire d'une face $\times 6$

Aire d'une face $= \dfrac{486}{6} = 81\ cm^2$

Aire latérale d'un cube $=$ aire d'une face $\times 4$

$= 81 \times 4 = 324\ cm^2$

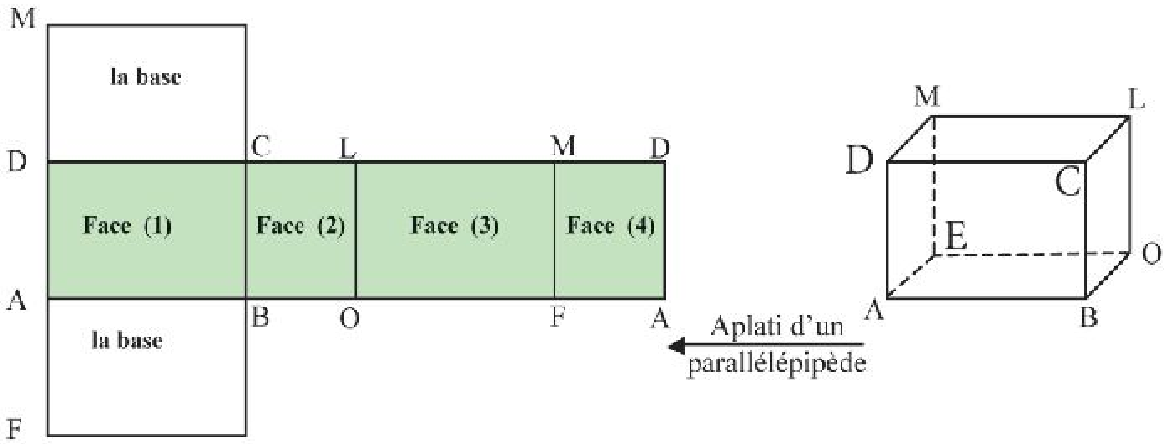
Activité (1) :

La somme des longueurs des arêtes d'un cube est égale à 84 cm. Calcule son aire latérale et son aire totale.

2°) parallélépipède rectangle:

Remarque et discute :

D'après tes études précédentes, tu sais qu'un parallélépipède rectangle possède 6 faces dont la forme rectangulaire et que les faces opposées sont superposables.



Activité :

On considère une boîte cartonnée dont la forme d'un parallélépipède.

Aplatis verticalement les faces de la boîte, tu obtiens le patron au dessus dans la figure rectangle :

L'aire latérale d'un parallélépipède rectangle = la somme des aires des faces latérales (1), (2), (3) et (4) qui sont des rectangles perpendiculaires à la base, la largeur de chacun d'eux = La hauteur du parallélépipède (h)

L'aire latérale d'un parallélépipède rectangle = $AB \times h + OB \times h + OE \times h + EA \times h$

$= (AB + OB + OE + EA) \times h$

= périmètre de la base × hauteur

On déduit que :

Aire latérale d'un parallélépipède = périmètre de la base × hauteur

Aire totale = aire latérale + la somme des aires de deux bases

Exemple (3) :

Un parallélépipède rectangle de 6 cm de long, de 4 cm de large et de 8 cm de haut. Calcule son aire latérale et son aire totale.

Solution :

Aire latérale d'un parallélépipède rectangle = périmètre de la base × hauteur

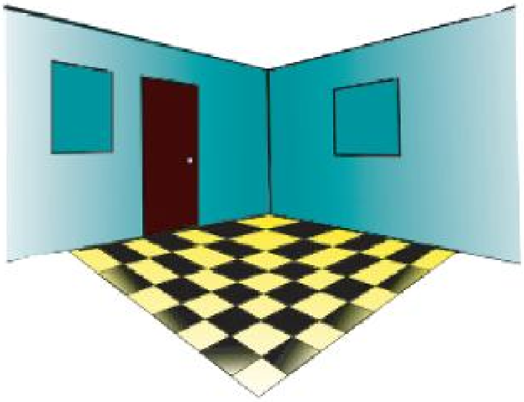
Aire latérale d'un parallélépipède rectangle = (longueur + largeur) × 2 × hauteur

Aire latérale d'un parallélépipède rectangle = $2 \times (6 + 4) \times 8 = 20 \times 8 = 160$ cm^2

Aire totale = aire latérale + la somme des aires de deux bases

$= 160 + 2 \times (6 \times 4)$

$= 160 + 2 \times 24 = 160 + 48 = 208$ cm^2



Exemple (4) :

Une pièce a la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions intérieures sont 5 m ; 3,5 m et 3m.
On veut peindre les murs.
La peinture coûte 9 Livres le mètre carré.
Calcule le coût de la peinture.

Solution :

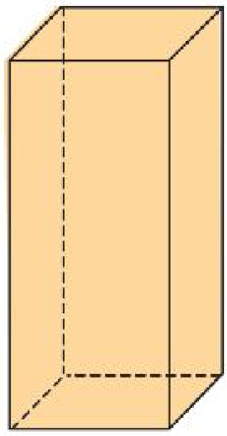
Aire latérale d'un parallélépipède rectangle = périmètre de la base × hauteur

Aire latérale d'un parallélépipède rectangle = $2 \times (5 + 3,5) \times 3$

$= 2 \times 8,5 \times 3 = 6 \times 8,5 = 51 m^2$

Le coût de la peinture = $51 \times 9 = 459$ L.E.

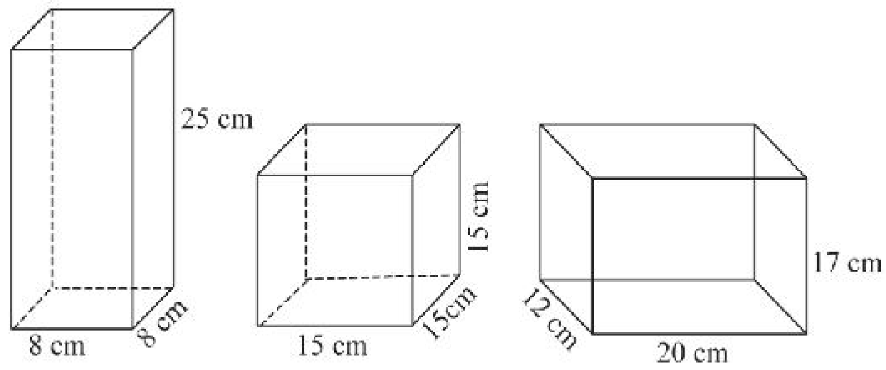
Activité (2) :



Une boîte en forme d'un parallélépipède
qui a la base sous la forme d'un carré
de 9 cm de côté et la hauteur est égale à 9 cm.
Calcule son aire latérale et son aire totale.

Exercices (3 – 4)

(1) Calcule l'aire latérale et l'aire totale de chacun des solides suivants :



(2) Complète le tableau suivant :

Solide	Longueur	largeur	Hauteur	Aire latérale	Aire totale
Parallélépipède rectangle	9,5	6	8	....	....
Cube	8	....	....	....	....
Parallélépipède rectangle	8,5		12	168	....
Cube	....	....	....	100	....

(3) L'aire latérale d'un cube est 36 cm². Calcule son aire totale.

(4) Soit un cube de 8 cm d'arête, calcule le rapport entre son aire latérale et son aire totale.

(5) L'aire totale d'un cube est 726 cm². Calcule son aire latérale.

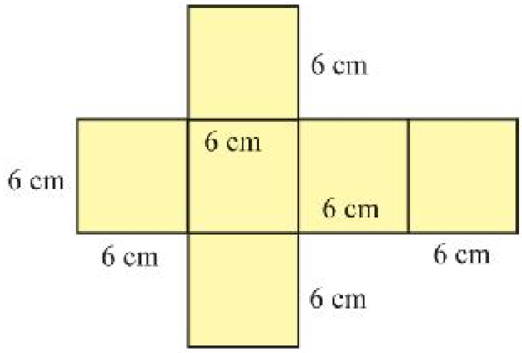
(6) La longueur d'une arête d'un cube est de 10 cm rectangle et les dimensions d'un parallélépipède sont 8 cm, 5cm et de 17cm.
Calcule la différence entre l'aire latérale du parallélépipède rectangle et l'aire latérale du cube.

(7) une boîte sans couvercle a la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions 16 cm, 7 cm et 19 cm. Calcule son aire latérale et son aire totale.

(8) La remorque d'un camion a la forme d'un parallélépipède rectangle de 5 m, 2,5 m et 1,6 m de dimensions intérieures.
On veut la peindre intérieurement.
Un mètre carré de la peinture coûte 12 L.E.
Calcule le coût de la peinture.

(9) Si on plie la figure ci-contre :

- Le solide obtenu est ………..
- L'aire latérale du solide obtenu = ………..
- L'aire totale du solide obtenu = ………..



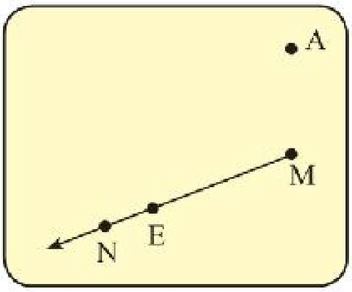
(10) Une pièce dont les dimensions intérieures sont 5 m ; 4 m et 3,2 m.
Il y a une porte et deux fenêtres de 8 m^2 d'aire. On veut peindre les murs et le plafond. La peinture coûte 8 Livres le mètre carré.
Calcule le coût de la peinture.

(11) Pour faire la maquette d'une boîte cubique de 30 cm d'arête, Youssef a utilisé une feuille cartonnée rectangulaire dont les dimensions sont 1,2 m et 80 cm.
Calcule l'aire de la feuille cartonnée restante après avoir fait la maquette.

(12) Les dimensions intérieures d'une piscine sont 30 m ; 10 m et 1,5 m.
On veut couvrir les murs et le fond avec des carrelages carrés de 20 cm de côté. Si le prix d'un mètre carré de carrelages est 32 L.E.
Calcule le coût total pour couvrir les murs et le fond.

(13) Un conteneur pour le transport des marchandises a la forme d'un parallélépipède rectangle de 4 m, 2,5 m et 1,5 m de dimensions intérieures.
On veut couvrir ses faces latérales et son plafond de métal qui coûte 15 L.E l' mètre carré. Calcule le coût du métal.

Exercices généraux sur l'unité



(1) Dans la figure ci-contre :

(a) Trouve l'image du point A par la translation ME et dans le sens de $\overrightarrow{MN}$.

(2) Dans le plan cartésien ci-contre :

(a) Détermine la position des points suivants :

A(2 ; -2), B(1 ; 1) et C(1 ; 6).

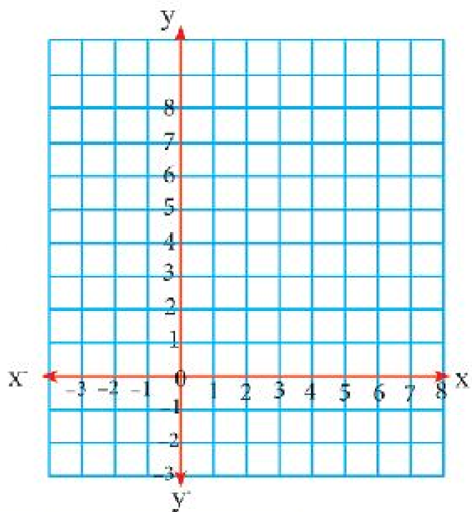
(b) Trouve A′ l'image de A par la translation (2 ; -1).

(c) Trouve $\overline{B'C'}$ l'image de $\overline{BC}$ par la translation (3 ; 1).

(d) Trouve B′C′ et BC.

(e) Détermine l'aire et le périmètre de figure BB′C′C.

(e) La figure, BB′C′C, a-t-elle un axe de symétrie ? Pourquoi ?



(3) Complète le tableau suivant :

Image	Translation	Point
(… ; …)	(x + 3 ; y + 1)	(3 ; 2)
(-3 ; 3)	(x + 2 ; y - 1)	(… ; …)
(0 ; 0)	(x + … ; y + …)	(0 ; -3)
(… ; …)	(x + 3 ; y + 1)	(-4 ; -1)

(4) Le périmètre d'un cercle est 75 cm. Calcule son aire.

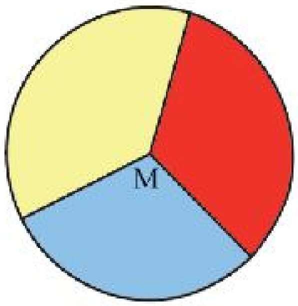
(5) Dans la figure ci-contre :

Soit un cercle de centre M.

On a partagé la surface du cercle en trois secteurs superposables.

Si l'aire de la surface de chaque secteur est 7,7 cm^2 calcule la longueur de son rayon à une unité près.

(Prends $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,14)



(6) On a partagé un gâteau d'anniversaire de 25 cm de diamètre en 8 parties égales. Calcule l'aire de chacune des parties à une unité près.

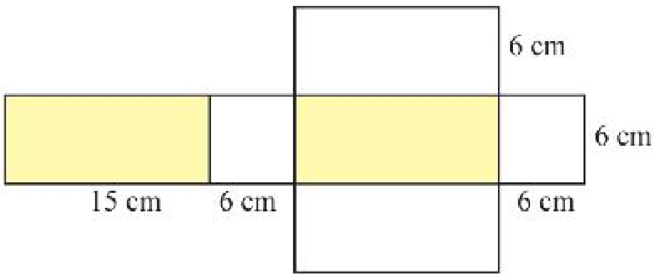
(Prends $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,14)

(7) Le périmètre de la base d'un cube est égal à 28 cm, calcule son aire latérale et son aire totale.

(8) Un réservoir d'eau a la forme d'un cube, la longueur de son arête intérieure est égale à 1,5 m. On veut le peindre pour le protéger contre la rouille. La peinture coûte 15 Livres le mètre carré. Calcule le coût de la peinture.

(9) Si on plie la figure ci-contre :

- Le solide obtenu est ....
- L'aire latérale du solide obtenu = ...
- L'aire totale du solide obtenu = ...



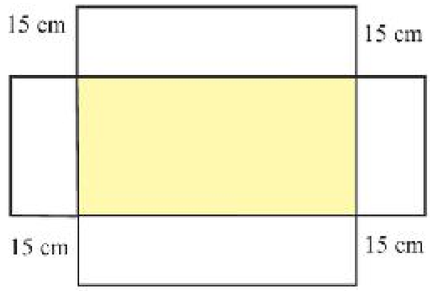
(10) Le sol d'une pièce est un carré de 4 m de côté et la pièce a 3 mètres de haut. Il y a une porte de 90 cm de large et de 2 m de haut ainsi que deux fenêtres de 61 cm et 100 cm de dimensions. . On veut peindre les murs. La peinture coûte 9 Livres le mètre carré.
Calcule le coût de la peinture.

- Apporte une feuille cartonnée rectangulaire

- Découpe de chacun de ses quatre coins un carré de 15 cm de côté pour obtenir la figure ci-contre.

- Plie la figure et utilise la colle pour obtenir un parallélépipède rectangle.

- Utilise les instruments géométriques pour calculer son aire latérale et son aire totale.



Activité technologique

Objet de l'activité : Calcul l'aire latérale et l'aire totale d'un parallélépipède rectangle en utilisant le programme Excel.

Qu'apprends-tu de l'activité ?
- Insertion d'un ensemble des données : longueur, largeur et hauteur d'un parallélépipède rectangle dans les cellules du programme Excel.

- Calcul l'aire latérale et l'aire totale d'un parallélépipède rectangle en utilisant les propriétés du programme Excel.

Exemple : Complète le tableau suivant :

Dimensions du parallélépipède			Aire latérale	Aire totale
Longueur	Largeur	Hauteur		
8	6	10		
10	10	3,5		
15	12,5	7		

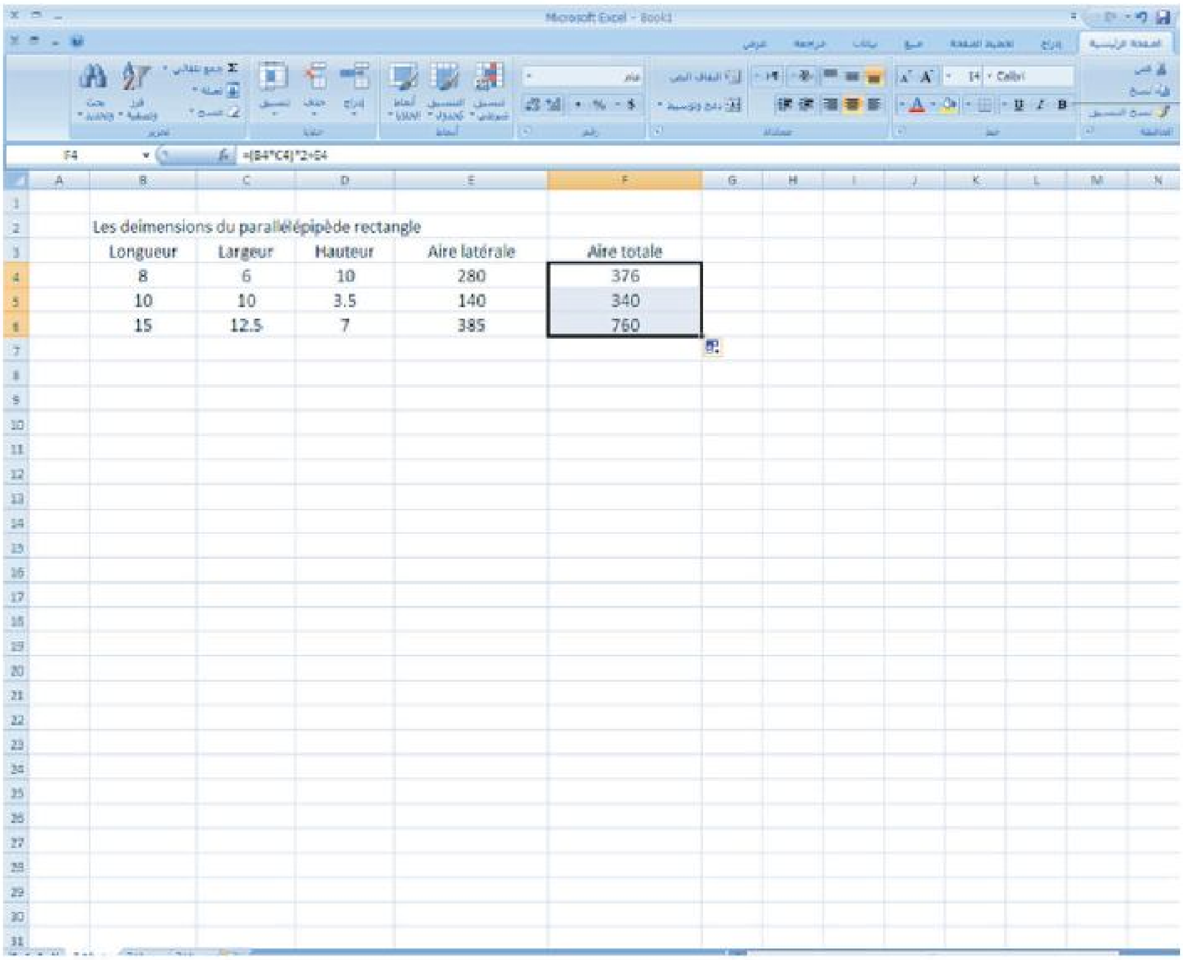
Les étapes pratiques :

1- Appuie sur “Démarrer”, choisis «programmes», puis choisis “Microsoft Excel”.

2- Ecris les dimensions de chacun des parallélépipèdes rectangle dans les cellules du programme Excel.

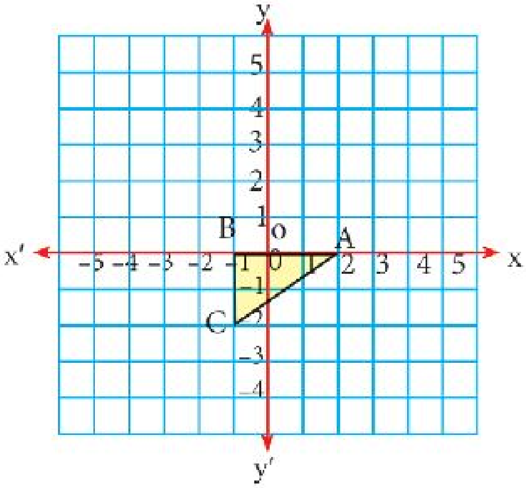
3-Pour calculer l’aire latérale, écris les dimensions de chacun des parallélépipèdes rectangle dans les cellules déterminées (3) et pour Calculer l’aire totale de chacun des parallélépipèdes rectangles, sélectionne la cellule E3 et écris $=(B_4 + C_4)*D_4*2$, puis sélectionne la cellule F3 et écris $=(B_4 * C_4)*2+E_4$ puis appuie sur la touche (Entrer)

4- Détermine les deux cellules E_3 et F_3, En tirant le coin en bas à la fin des lignes, les résultats apparus dans les cellules en appliquant les propriétés de deux cellules E_3 et F_3, comme dans la figure suivante.



Epreuve de l'unité

(1) Dans le plan cartésien ci-contre :



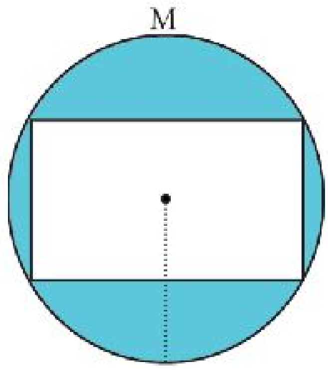
(a) Détermine les coordonnées des points suivants :
A(… ; …), B(… ; …) et C(… ; …).

(b) Trouve l'image de ΔABC par la translation
(x + 2 ; y + 3).

(c) La longueur de $\overline{BC}$ = …………
La longueur de $\overline{AB}$ = …………

(d) Le triangle ΔABC, a-t-il un axe de symétrie ? Pourquoi ?

(2) Dans la figure ci-contre :
Un rectangle de 8 cm de longueur et 6 cm de largeur est inscrit dans un cercle de 5 cm de rayon .
Calcule l'aire de la partie colorée. (prends $\pi = \frac{22}{7}$ ou 3,14)



(3) La somme des arêtes d'un cube est égale à 72 cm, calcule son aire latérale et son aire totale.

(4) Une pièce a la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions intérieures sont 7 m ; 5 m et 3,5 m.
On veut peindre les murs et le plafond. La peinture coûte 11 Livres le mètre carré.
Calcule le coût de la peinture.

Unité 4

Statistiques et probabilités

Leçon 1 : Représentation des données statistiques par un diagramme circulaire

Leçon 2 : Expérience aléatoire

Leçon 3 : Probabilité

- *Exercices généraux sur l'unité*
- *Activité technologique*
- *Portfolio*
- *Epreuve de l'unité*

1 Représentation des données statistiques par un diagramme circulaire

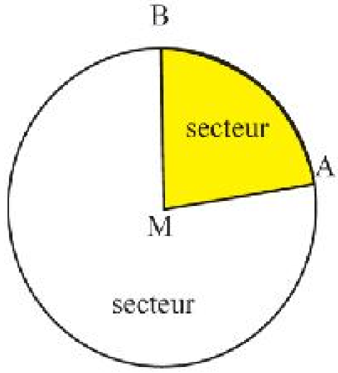
Qu'apprends- tu de la leçon?
À partir de ta participation active, tu peux :
- Partager la surface du cercle en secteurs circulaires
- Calculer la mesure de l'angle du secteur circulaire
- Représenter des données statistiques par les secteurs circulaires

- Notions mathématiques
- Secteurs circulaires
- Angle du secteur circulaire

1°) Partager la surface du cercle en secteurs circulaires :

Remarque et discute :

Tu sais que la partie colorée, représente le secteur circulaire AMB.
La partie colorée AMB, est appelée le petit secteur circulaire car l'aire de sa surface est inférieure á la moitié de l'aire de la surface du cercle.



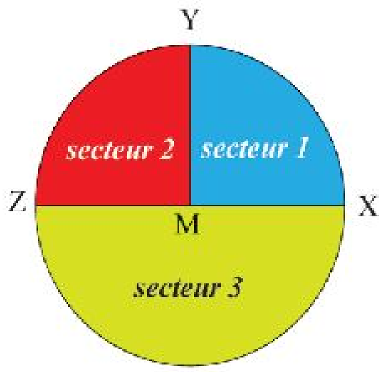
La partie non colorée AMB, est appelée le grand secteur circulaire car l'aire de sa surface est supérieure à la moitié de l'aire de la surface du cercle.

Remarque :

L'angle du secteur circulaire :
Pour tout secteur circulaire est associé un angle qui est appelé "L'angle du secteur circulaire". C'est un angle au centre, car son sommet est le centre du cercle

Activité (1) : Etudie la figure ci-contre puis complète **avec la solution :**

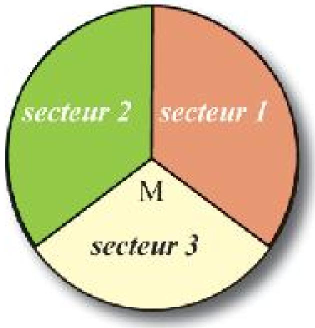
- L'aire de la surface du secteur (1) = $\frac{1}{4}$ de l'aire du cercle
- L'angle du secteur (1) est $\angle$ XMY, sa mesure = 90°
- L'aire de la surface du secteur (2) = $\frac{1}{4}$ de l'aire du cercle
- L'angle du secteur (2) est **LYMZ** , sa mesure = 90°
- L'aire de la surface du secteur (3) = $\frac{1}{2}$ de l'aire du cercle
- L'angle du secteur (3) est **LXMZ** , sa mesure = 180°



Cela veut dire que la somme des mesures des angles des secteurs circulaires autour du centre du cercle est égale à 360°

Rappel :
la somme des mesures des angles des secteurs circulaires autour d'un point est égale à 360°

Dans la figure ci-contre :
On a partagé la surface du cercle en trois secteurs circulaires superposables.

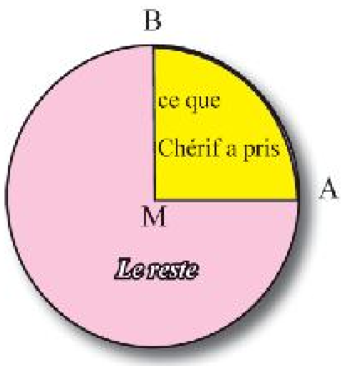


-Complète :
- L'aire de la surface d'un secteur = …… de l'aire du cercle
- La mesure de l'angle d'un secteur = ……

Exemple (1) :

Chérif a pris 25% du gâteau de son anniversaire et il a distribué le reste entre les membres de sa famille. Représente cela par un diagramme circulaire.

Solution :
Le pourcentage de ce que Chérif a pris, est 25% du gâteau
Ce qui représente $\frac{1}{4}$ du gâteau et qu'on peut le représenter par $\frac{1}{4}$ du cercle comme il est indiqué dans la figure ci-contre



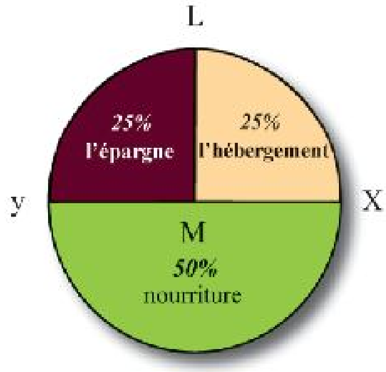
Remarque :
- Tout le gâteau représente 100% de la surface du cercle.
- La part de Chérif est représentée par le petit secteur AMB
- La part de la famille est représentée par le grand secteur AMB qui a l'aire est $\frac{3}{4}$ de la surface du cercle, c'est-à-dire 75% du gâteau

Exemple (2) :

Nahed est une employée dans une société, elle contribue par son salaire mensuel avec son mari. La distribution des dépenses du salaire est comme suivant :
25% pour l'hébergement, 50% pour la nourriture et les frais, 25% pour l'épargne.
Représente ces données par un diagramme circulaire.

Solution :

Dans la figure ci-contre :



- Tout le salaire représente 100% de la surface du cercle.
- Le secteur XML représente l'hébergement,

c'est $\frac{1}{4}$ de la surface du cercle.

Il représente 50% du salaire.

- Le secteur YML représente l'épargne,

c'est 50% de la surface du cercle.

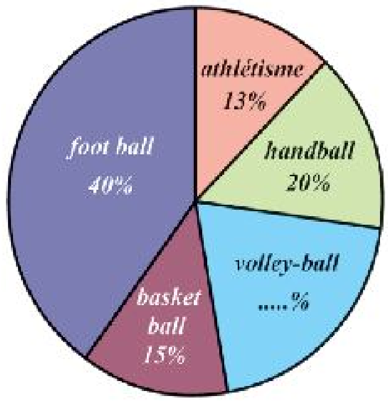
Il représente 25% du salaire.

- Le secteur XMY représente la nourriture et les frais, c'est $\frac{1}{2}$ de la surface du cercle. Il représente 50% du salaire.

Activité (3) :

Dans le cadre d'une enquête sur les sports préférés par les membres d'un club sportif.

Le diagramme circulaire ci-contre indique les pourcentages des sports préférés par les membres de ce club sportif.



Observe bien la figure, puis complète :

- Le pourcentage des membres qui préfèrent le football est …………
- Le pourcentage des membres qui préfèrent le handball est …………
- Le pourcentage des membres qui préfèrent le basket-ball est …………
- Le pourcentage des membres qui préfèrent le volley-ball est …………
- Le pourcentage des membres qui préfèrent l'athlétisme est …………
- Ecris un conseille pour le conseil de la gestion du club

…………………………………………………………………………………

- Si le nombre des membres du club est 2000, quel est le nombre des membres qui préfèrent le handball ?

Remarque que :

Dans les exemples (1) et (2), il est facile de représenter les pourcentages 25% et 50% par des secteurs circulaires, car cela représente soit $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ ce qui facilite la détermination de les angles des secteurs, ce sont 90° et 180° respectivement

Que faire s'il nous a demandé de représenter des pourcentages qui sont différents de 25% et 50% comme dans le cas de l'exercice (3) ?

Cela ce qu'on va apprendre dans ce qui suit :

2°) Représentation des données par un diagramme circulaire :

Participe et discute :

Exemple (1) :

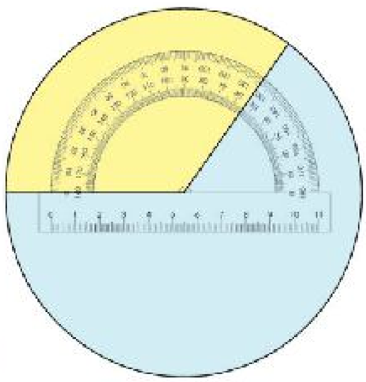
Dans le cadre d'une enquête sur les matières scolaires préférées par les élèves de la classe de sixième d'une école.

Le tableau suivant indique les pourcentages obtenus :

Etudes sociales	Arabe	Maths	Sciences	Etudes Sociale
Le pourcentage	35%	25%	22%	18%

Représente ces données par un diagramme circulaire.

Solution :



On partage la surface du cercle en quatre secteurs de sorte que la mesure de l'angle du secteur soit proportionnelle à l'effectif correspondant et chaque secteur représente une matière scolaire en prenant en compte que la somme des mesures des angles des secteurs circulaires autour du centre du cercle = 360°

1- Trace un cercle de rayon convenable

2- Calcule la mesure de l'angle au centre correspondant à chaque secteur comme il est indiqué dans ce qui suit :

- La mesure de l'angle du secteur correspondant à la langue arabe =

$\frac{35}{100} \times 360° = 126°$

- La mesure de l'angle du secteur correspondant aux mathématiques =

$\frac{25}{100} \times 360° = 90°$

- La mesure de l'angle du secteur correspondant aux sciences =

$= \frac{22}{100} \times 360° = 79°$

- La mesure de l'angle du secteur correspondant aux Etudes Sociales =

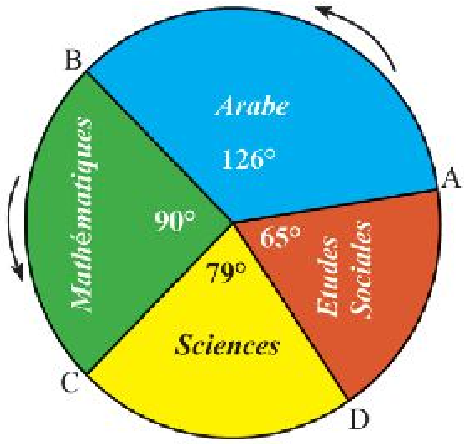
$= \frac{18}{100} \times 360° = 65°$

3- Trace $\overline{MA}$ le rayon du cercle M. En le considérant comme la ligne initiale, utilise le rapporteur pour tracer l'angle AMB, du secteur qui représente la langue arabe, de 126° de mesure.

4- En considérant $\overline{MB}$ comme la ligne initiale, utilise le rapporteur pour tracer l'angle BMC, du secteur qui représente les mathématiques, de 90° de mesure.

5- En considérant $\overline{MC}$ comme la ligne initiale, utilise le rapporteur pour tracer l'angle CMD, du secteur qui représente les mathématiques, de 79° de mesure.

6- Enfin, tu obtiens le secteur restant DMA qui représente les Etudes Sociales. Vérifie que la mesure de l'angle $\angle$ DMA = 65°



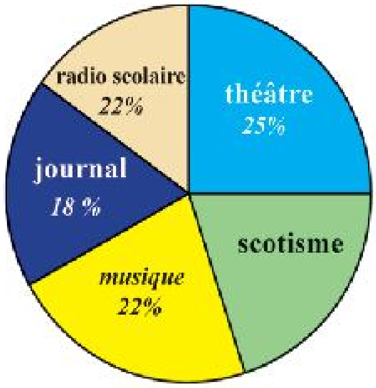
Remarque :
Les angles sont tracés dans le même sens comme l'indiquent les flèches.

Activité (4) : Le tableau suivant indique les pourcentages de production de trois types chauffe-eau électriques dans une usine :

Type	Premier	Deuxième	Troisième
Pourcentage de production	55%	30%	15%

- Représente ces données par un diagramme circulaire.
- Si la production totale de chauffe-eau électriques est 2000, quel est le nombre de chauffe-eau électriques de deuxième type produits par l'usine ?

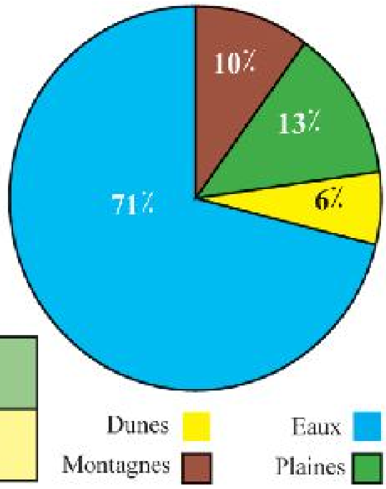
Exercices (4 - 1)



(1) Le diagramme circulaire ci-contre représente les loisirs des élèves d'une classe de sixième.

Etudie bien la figure, puis réponds aux questions :

- Quel est le pourcentage des élèves qui préfèrent le théâtre ?
- Quel est le pourcentage des élèves qui préfèrent le radio scolaire ?
- Quel est le pourcentage des élèves qui préfèrent le scotisme?
- Quel est le mesure de l'angle du secteur représentant les élèves qui préfèrent le musique ?
- Quel est le loisir la moins préférée par les élèves ?
- Quel est le loisir la plus préférée par les élèves ?



(2) Le diagramme circulaire ci-contre représente les compositions naturelles de la surface de la terre.

Etudie le diagramme, puis complète le tableau :

Composition	Eaux	Plaines	Montagnes	Dunes
Pourcentage	....	....	....	....

- Quel est le composition le moins préférée par les élèves ?
- Quel est le loisir le plus préférée par les élèves ?
- Quel est le mesure de l'angle du secteur représentant les plaines ?

(3) Cinq personnes se sont associées pour fonder un projet commercial dont le capital est 60000 L.E. La première a payé 12000 L.E., la deuxième a payé 6000 L.E., La troisième a payé 15000 L.E., la quatrième a payé 9000 L.E. et la cinquième a payé le reste du capital.

- Représente ces informations par un diagramme circulaire.

(4) Une personne recueillit la production d'œufs de trois fermes pour y distribuer sur les magasins commerciaux.

Le tableau suivant indique les pourcentages de production d'œufs de trois fermes :

Ferme	Première	Deuxième	Troisième
Pourcentage de production	25%	35%	40%

- Représente ces données par un diagramme circulaire.

(5) Une famille dépense son salaire mensuel comme suivant : 40% pour la nourriture, 20% pour le logement, 30% pour les autres dépenses et elle économise le reste.

Représente ces données par un diagramme circulaire, puis réponds aux questions.

Si le revenu mensuel de la famille est 900 Livres, quelle est la somme économisé par la famille pendant une année ?

Si une autre famille dépense son salaire mensuel par les mêmes pourcentages et elle économise 70 Livres par mois, quel est le salaire mensuel de cette famille ?

(6) Dans le cadre d'une enquête sur les programmes télévisés préférées par les élèves de la classe de sixième d'une école.

Le tableau suivant indique le nombre d'élèves selon leurs préférences :

Programmes	Des loisirs	Culturels	Des informations	Des drames	Sportifs
Nombre d'élèves	9	5	4	7	11

Représente ces données par un diagramme circulaire.

Quels sont les programmes les plus préférés ?

Quels sont les programmes les moins préférés ?

2 Expérience aléatoire

- Qu'apprends- tu de la leçon?
- À partir de ta participation active, tu peux :
- - Savoir la notion de l'expérience aléatoire.
- - Calculer le cardinal de l'espace des éventualités.
- - Résoudre des exercices variés sur l'espace des éventualités.

- Notions mathématiques
- Expérience aléatoire
- Espace des éventualités

Réfléchis et discute :

Le professeur de mathématiques a montré une pièce de monnaie de une Livre á ses élèves du sixième.
Le dialogue suivant a eu lieu entre le professeur et ses élèves :

- Le professeur : Si on jette la pièce de monnaie sur la table ou par terre qu'est-ce qu'on aura ?
- Adel : Soit pile soit face.
- Le professeur : Bravo, mais pourquoi ?
- Adel : Je suis sure des résultats, soit pile soit face et n'est pas autrement.

- Le professeur : Qui peut donner le résultat exact sans jeter la pièce ?

Hanan : Personne, on doit lancer la pièce pour savoir le résultat.

- Le professeur : Cela veut dire qu'on ne peut pas savoir si le résultat exacte est pile ou face sauf si on a fait l'expérience.

Une telle expérience est appelée l'expérience aléatoire.

Expérience aléatoire

C'est une expérience dont on peut savoir d'avance tous les résultats possibles, mais on ne peut pas préciser lequel parmi ces résultats aura lieu.

Les résultats possibles d'une Expérience aléatoire

Les résultats possibles	Expérience aléatoire
Jeter une pièce de monnaie une seule fois	Face (F) ; Pile (P)J
Jeter un dé une seule fois et observer le nombre apparu sur la face supérieure	1, 2, 3, 4, 5, 6
Tirer une boule d'une boîte contenant trois boules identiques de couleurs rouge, jaune et verte	Rouge ; Jaune ; verte
Jouer un match de football entre ton équipe et l'équipe d'une autre école.	Gain de ton équipe ; perte de ton équipe ; égalité de deux équipes

Espace des éventualités:

L'espace des éventualités d'une expérience aléatoire est l'ensemble de tous les résultats possibles.

Par exemple :

- L'espace des éventualités de l'expérience " Jeter une pièce de monnaie une seule fois" = {F ; P}

- L'espace des éventualités de l'expérience " Jeter un dé une seule fois" = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}

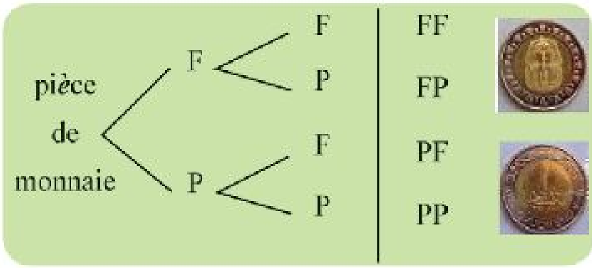
Voici quelques exemples des expériences aléatoires et les espaces des éventualités correspondantes:

Exemple (1) :

Soit l'expérience aléatoire "on lance deux pièces de monnaies différentes à la fois".

Trouve l'espace des éventualités.

Solution :



D'après la figure ci-contre :

L'espace des éventualités = {FF ; FP ; PF ; PP}

Où le résultat de lancement de deux pièces est :

FF veut dire que la première pièce est une face et la deuxième pièce est une face, FP veut dire que la première pièce est une face et la deuxième pièce est une pile ………… etc.

Remarque :

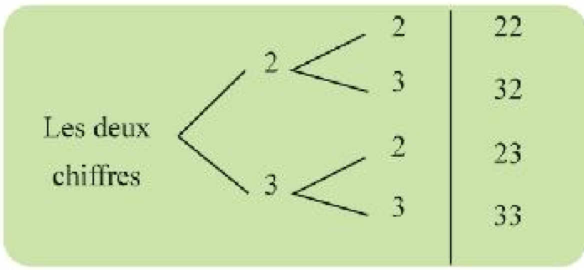
- Lancer deux pièces de monnaies à la fois est équivalente à lancer une pièce de monnaie deux fois de suite ………… etc.
- Lancer deux dés à la fois est équivalente à lancer un dé deux fois de suite ………… etc.

Exemple (2) :

Soit l'expérience aléatoire "Obtenir un nombre qui se compose des chiffres 2 et 3".

Trouve l'espace des éventualités.

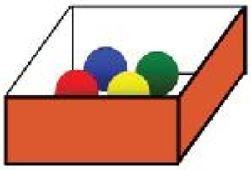
Solution :



D'après la figure ci-contre :

L'espace des éventualités = {22 ; 32 ; 23 ; 33}

Exemple (3) :



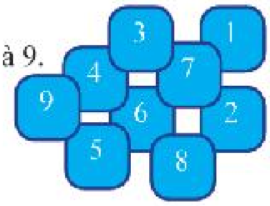
Soit l'expérience aléatoire " Tirer une boule d'une boîte contenant quatre boules identiques de couleurs "rouge, jaune, verte et bleu".

Trouve l'espace des éventualités.

Solution :

L'espace des éventualités = {rouge ; jaune ; verte ; bleu}

Activité (1) :



Une boîte contient 9 cartes de même couleur et identiques numérotées de 1 à 9.

On tire au hasard une carte de ces cartes. Ecris l'espace des éventualités.

Activité (2) :

Soit l'expérience aléatoire "on lance une pièce de monnaie deux fois de suite à condition d'apparaître des piles seulement".

Trouve l'espace des éventualités.

Quel est le nombre de piles dans ce cas ?

Exercices (4 – 2)

(1) Compète :- L'expérience aléatoire est ……………………………….

- L'espace des éventualités est ……………………………….

(2) Soit l'expérience aléatoire "on lance une pièce de monnaie deux fois de suite à condition d'apparaître des faces seulement".

Trouve l'espace des éventualités.

(3) Soit l'expérience aléatoire "Savoir le sexe de nouveau-né d'une famille de tes proches".

Ecris l'espace des éventualités.

(4) Soit l'expérience aléatoire "Lancer une pièce de monnaie deux fois de suite".

Ecris l'espace des éventualités.

(5) Soit l'expérience aléatoire "Tirer une boule d'une boîte contenant quatre boules identiques : trois rouge et quatre jaune et l'observation de la couleur de la boule tirée".

Ecris l'espace des éventualités.

(6) Soit l'expérience aléatoire "Jeter un dé une seule fois à condition que le nombre apparu sur la face supérieure soit un nombre impair"

Ecris l'espace des éventualités.

(7) Soit l'expérience aléatoire "Jeter deux dés à la fois à condition que la somme des nombres apparus sur les faces supérieures soit égale à 7"

Ecris l'espace des éventualités.

3 la Probabilité

Qu'apprends- tu de la leçon?

À partir de la participation active, tu peux :

- Ecrire l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire.
- Déterminer les éléments de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire.
- Savoir la notion de l'événement.
- Calculer la probabilité d'un événement d'une expérience aléatoire.

Notions mathématiques

- Espace des éventualités
- Evénement
- Probabilité d'un événement

Observe et discute :

Nous avons étudié dans la leçon précédente, l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire.

On a su que :

L'espace des éventualités d'une expérience aléatoire est l'ensemble de tous les résultats possibles.

● On va noter l'espace des éventualités par E et le nombre d'élément de l'espace des éventualités par n(E).

Exemple (1) :

Dans l'expérience " Jeter une pièce de monnaie une seule fois"

E = {F ; P} et n(E) = 2

Exemple (2) : Dans l'expérience " Jeter un dé une seule fois"

E = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6} et n(E) = 6

Exemple (3) :

On tire sans voir une carte de cinq cartes identiques numérotées de 1 à 5.

E = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5} et n(E) = 5

L'événement est une partie de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire

Exemple (4) :

On jette un dé régulier et on observe le nombre apparu sur la face supérieure.

On considère les événements suivants :

A : est l'événement "apparaître un nombre pair".

B : est l'événement "apparaître un nombre impair".

Solution :

E = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6} et n(E) = 6

A = {2 ; 4 ; 6} et n(A) = 3

B = {1 ; 3 ; 5} et n(B) = 3

Remarque : $A \subset E$ et $B \subset E$, alors on déduit que :

L'événement est une partie de l'espace des éventualités d'une expérience aléatoire.

Probabilité d'un événement :

La probabilité d'un événement (P) est le rapport entre le nombre d'éléments de l'ensemble qui représente l'événement et le nombre d'élément de l'espace des éventualités.

Dans l'exemple précédent :

$$P(A) = \frac{\text{le nombre d'éléments de (A)}}{\text{le nombre d'éléments de (E)}}$$

$$= \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

$$P(B) = \frac{\text{le nombre d'éléments de (B)}}{\text{le nombre d'éléments de (E)}}$$

$$= \frac{n(B)}{n(E)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

Remarque :

On peut étudier les probabilités d'autres événements dans l'exemple précédent :

C : est l'événement "apparaître un nombre inférieur à 3".

$C = \{1 ; 2\}$ et $n(B) = 2$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(E)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \simeq 0{,}33 = 33\%$$

D : est l'événement "apparaître un nombre supérieur à 6".

C'est événement est un événement impossible. Pourquoi ?

$D = \Phi$ et $n(D) = 0$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(E)} = \frac{0}{6} = 0$$

H : est l'événement "apparaître un nombre inférieur à 7".

C'est événement est l'événement certain.

$H = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ et $n(H) = 6$

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(E)} = \frac{6}{6} = 1$$

De ce qui précède, on peut classifier un événement (A) en trois types d'événements :

1-Événement impossible qui ne se réalise jamais, alors A = Φ et p(Φ) = 0

2- Événement certain qui est tous les résultat de l'expérience,

alors A = E et p(E) = 1

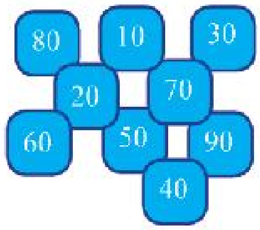
3- Événement possible qui est quelques résultats possibles de l'expérience, alors A ⊂ E et p(A) = une fraction inférieure à 1.

Cela veut dire que la probabilité d'un événement est de 0 à 1.

C'est-à-dire que : $0 \leq p(A) \leq 1$

Exemple (4) :

On tirer une carte d'une boîte contenant neuf cartes identiques bien mélangées et numérotées de 10 à 90".



Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement "apparaître un nombre divisible par 5".
- B : est l'événement "apparaître un nombre divisible par 3".
- C : est l'événement "apparaître un nombre impair".

Solution :

L'espace des éventualités :

E = {10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90} et n(E) = 9

- A = {10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90} et n(A) = 9

$$P(A) = \frac{\text{le nombre d'éléments de (A)}}{\text{le nombre d'éléments de (E)}}$$

$$= \frac{n\,(A)}{n\,(E)} = \frac{9}{9} = 1 \qquad \text{(L'événement certain)}$$

- B = {30 ; 60 ; 90}⊂ E et n(B) = 3

$$P(B) = \frac{\text{le nombre d'éléments de (B)}}{\text{le nombre d'éléments de (E)}}$$

$$= \frac{n\,(B)}{n\,(E)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \simeq 0{,}33 = 33\%$$

- C = Φ (L'événement impossible) et n(C) = 0

$$P(C) = \frac{n\,(C)}{n\,(E)} = \frac{0}{9} = 0$$

Exemple (5) :

Une école a organisé un concours pour choisir l'élève exemplaire.

63 élèves se sont présentés à ce concours. Si la probabilité de choisir une fille est $\frac{4}{9}$, calcule le nombre de filles qui ont participé au concours.

Solution :

Le nombre total d'élèves se présentant au concours = 63

Soit A : est l'événement "L'élève choisit est une fille".

Alors $P(A) = \frac{4}{9}$ (hypothèse)

Mais $P(A) = \frac{\text{nombre de filles}}{\text{nombre total d'élèves}} = \frac{4}{9}$

Donc $\frac{\text{nombre de filles}}{63} = \frac{4}{9}$

On a donc le nombre de filles $\frac{63 \times 4}{9} =$ 28filles.

> Remarque :
>
> 1- On peut écrire la probabilité sous forme d'une fraction ordinaire ou décimale ou d'un pourcentage.
>
> 2- Les expériences dont on connait leurs résultats en avance ne sont pas des expériences aléatoires.

Exemples des expériences aléatoires :

* Tirer une boule d'une boîte contenant trois boules identiques de couleurs rouges.

* Tirer une carte d'une boîte contenant cinq cartes identiques portant toutes le nombre 10.

* Tirer un T-shirt d'une boîte contenant 20 T-shirt identiques, tous sont de même taille et même couleurs.

Activité (1) :

On veut choisir au hasard un nombre qui se compose de deux chiffres de l'ensemble $\{2 ; 3\}$.

Ecris l'espace des éventualités, puis trouve la probabilité des événements suivants :

A : est l'événement "le chiffre des unités du nombre choisit est égale au chiffre des dizaines ".

B : est l'événement "le chiffre des dizaines de nombre choisit est impair ".

C : est l'événement "le chiffre des unités de nombre choisit est pair ".

Activité (2) :

On lance un dé une seule fois et on observe le nombre apparu sur la face supérieure.

Ecris l'espace des éventualités, puis trouve la probabilité de l'événement suivant :

A : est l'événement " Le nombre apparu a est tel que $a \leq 3$"

Exercices (4 – 3)

(1) On tire au hasard une carte d'une boîte contenant 7 cartes identiques bien mélangées et numérotées de 1 à 7.

Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement " Obtenir un nombre inférieur à 4".
- B : est l'événement " Obtenir un nombre impair ".
- C : est l'événement " Obtenir un nombre supérieur à 5".

(2) Une classe comprend 40 élèves, 20 parmi eux ont réussit à l'examen de mathématiques et 35 ont réussit en arabe.

On choisit au hasard un élève de cette classe.

Calcule la probabilité des événements suivant :

- A : est l'événement "L'élève a réussit en arabe".
- B : est l'événement "L'élève a réussit en mathématiques".
- C : est l'événement "L'élève a échoué en mathématiques".

(3) On lance un dé régulier une seule fois et on observe le nombre apparu sur la face supérieure.

Calcule la probabilité des événements suivant :

- A : est l'événement " Le nombre obtenu a est inférieur à 5"
- B : est l'événement " Le nombre obtenu b vérifie l'inéquation $b \geq 3$"

(4) Dans un centre de maigrisse, 10 femme qui subissent la grossesse sont assises à l'accueil du centre pour rencontrer le médecin spécialisé.

Le poids de 4 parmi elles est compris entre 100 kg et 110 kg et le poids des autres est compris entre 110 kg et 120 kg.

Calcule la probabilité des événements suivant :

- A: est l'événement "Le médecin examine une de poids inférieur à 110 kg".
- B : est l'événement "Le médecin examine une de poids supérieur à 110 kg".
- C : est l'événement "Le médecin examine une de poids égale à 90 kg".

(5) On tire au hasard une boule d'une urne qui contient 8 boules blanches et 12 boules rouges identiques.

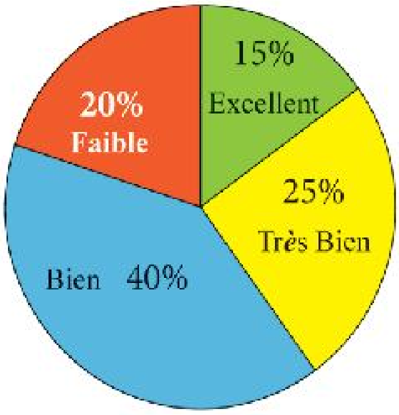
Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement "Obtenir une boule blanche".
- B : est l'événement "Obtenir une boule rouge".
- C : est l'événement "Obtenir une boule bleue".

Exercices généraux sur l'unité

(1) Le diagramme circulaire suivant indique les mentions de 40 élèves à l'examen de mathématiques. Inscris ces données dans le tableau ci-contre, puis calcule la mesure de l'angle du secteur de chacune des mentions :

Mentions	Le pourcentage	Nombre d'élèves	la mesure de l'angle au centre
Excellent			
Très Bien			
Bien			
Faible			
Total			



(2) Le tableau suivant indique les pourcentages des éléments alimentaires d'une pizza :

Composition	Protéine	Sucre	Amidon	Matières grasses	vitamines
Pourcentage	11%	14%	37%	13%	25%

Représente ces données par un diagramme circulaire.

(3) Le tableau suivant indique les durées hebdomadaires passées par Nahed pour réviser ses leçons :

Matière	Arabe	Anglais	Maths	Sciences	Etudes sociales	Autres
Durée	9	6	7	5	6	8

- Représente ces données par un diagramme circulaire.
- Quelle est la matière scolaire qui prend plus de temps pour la révision ?
- Quelle est la matière scolaire qui prend moins de temps pour la révision ?
- Quel conseil peux-tu présenter pour Nahed ?

(4) On a visité une famille qui a deux enfants pour savoir le sexe des enfants.

Ecris l'espace des éventualités.

(5) On veut choisir au hasard un nombre qui se compose de deux chiffres de l'ensemble $\{5 ; 6\}$.

Ecris l'espace des éventualités, puis trouve la probabilité des événements suivants :

A : est l'événement "le chiffre des unités du nombre choisit est impair".

B : est l'événement "la somme de deux chiffres du nombre choisit est 11".

C : est l'événement "les deux chiffres du nombre choisit sont égaux".

(6) On tire au hasard une carte d'une boîte contenant 10 cartes identiques bien mélangées et numérotées par des nombres pairs de 2 à 20.

Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement "Obtenir un multiple de 4".
- B : est l'événement " Obtenir un nombre pair ".
- C : est l'événement " Obtenir un nombre divisible par 3".

(7) Une urne contient 25 boules identiques : 13 boules rouges ,12 boules jaunes. On tire au hasard une boule de l'urne.

Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement "Obtenir une boule rouge".
- B : est l'événement "Obtenir une boule jaune ".

Activité technologique:

Objet de l'activité : Représenter des données par un diagramme circulaire en utilisant le programme Excel.

Qu'apprends-tu de l'activité ?

- Insertion d'un ensemble des données dans les cellules du programme Excel.
- Représenter des données par un diagramme circulaire en utilisant le programme Excel.

Activité :

Le tableau suivant indique les pourcentages des élèves d'une classe selon les activités préférées par les élèves :

Activité	Informatique	Anglais	Lecture	Musique
Pourcentage	35%	25%	27%	18%

Les étapes pratiques :

1- Appuie sur "Démarrer", choisis «programmes», puis choisis "Microsoft Excel".

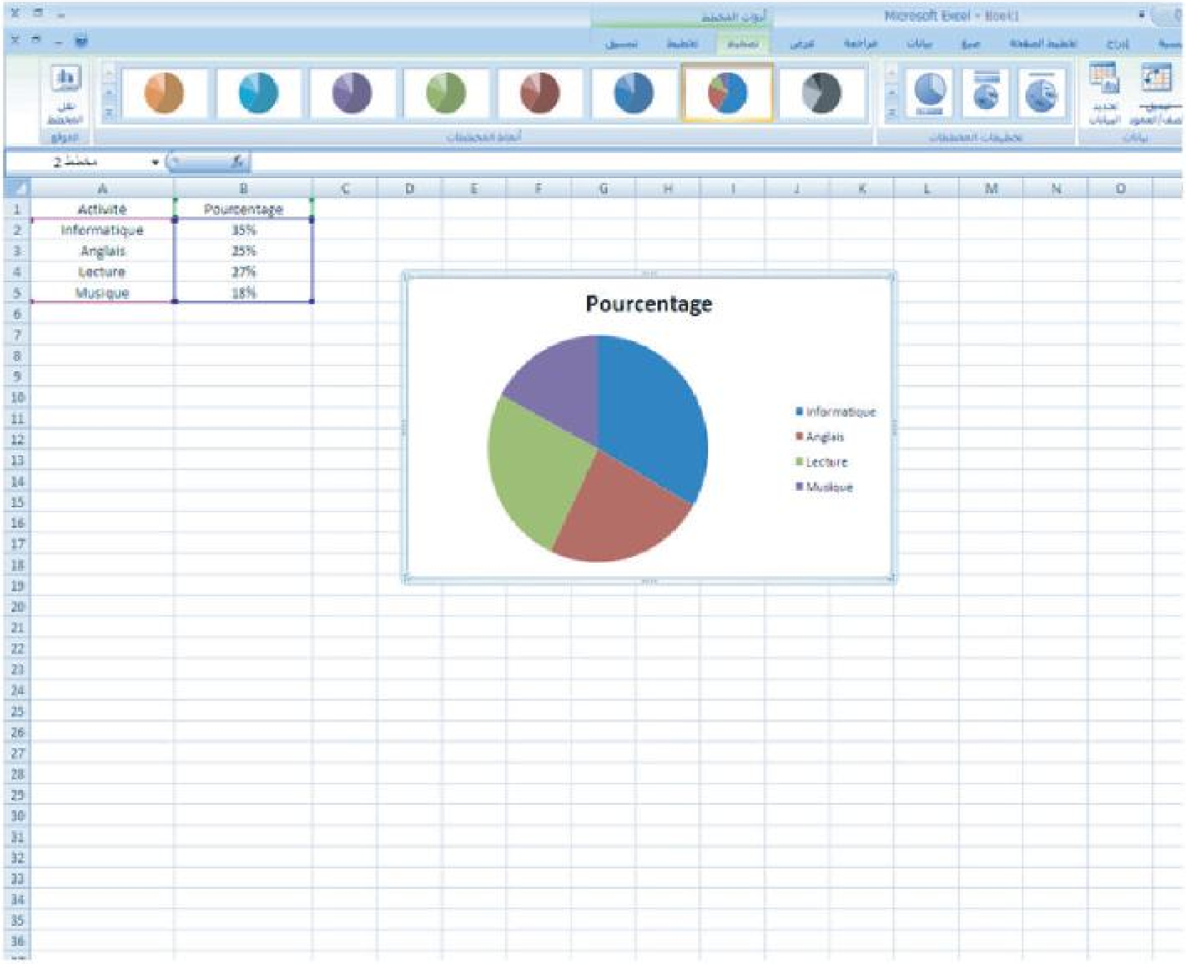
2- Ecris les données de la première ligne du tableau (Activité) dans la colonne A.

3- Ecris les données de la deuxième ligne du tableau (Pourcentage) dans la colonne B.

4- En utilisant le souris sélectionne les deux colonnes A et B.

5- De la liste Insert, choisis Chart, puis appuie en utilisant le souris.

6- Choisis Pie et appuie, puis appuie sur Finish.


Microsoft Excel - Book1
Activité
Pourcentage
Informatique
35%
Anglais
25%
Lecture
27%
Musique
18%
Pourcentage
Informatique
Anglais
Lecture
Musique

1- Fais une enquête adressée à tes camarades de classe pour savoir leur fruit préférable (Orange – Goyave- Datte- Pastèques)

Regroupe les informations recueillies dans un tableau simple d'effectifs.

Représente ces données par un diagramme circulaire.

2- Lance une pièce de monnaie 30 fois de suite et inscris les résultats dans le tableau ci-contre :

Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement "Obtenir une face ".
- B : est l'événement "Obtenir une pile".

Résultat	Marques	Effectif
Face		
Pile		
Total	30	

Que prévois-tu si on a répété l'expérience :

100 fois – 500 fois – 1000 fois ?

3- Apporte une feuille cartonnée rectangulaire.

Découpe-la en 10 cartes rectangulaires et numérote les de 1 à 10.

Mélange les biens et mets-les dans un sac, puis tire une carte sans la voir.

Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement "Obtenir un nombre supérieur à 7".
- B : est l'événement " Obtenir un nombre impair ".
- C : est l'événement " Obtenir un nombre c qui vérifie l'inéquation : $b \leq 10$ ".
- D : est l'événement " Obtenir un nombre d qui vérifie l'équation : $d - 4 = 2$ ".

Epreuve de l'unité

(1) Le tableau suivant indique les pourcentages concernant les sports préférés pour les élèves de ta classe :

Sport	Football	Basket-ball	Volley-ball	Natation	Tennis
Pourcentage	45%	9%	24%	10%	12%

Représente ces données par un diagramme circulaire.

(2) Dans une réunion pour discuter les problèmes des ouvriers d'une usine, 100 ouvriers, hommes et femmes se sont présentées. La probabilité qu'un homme propose les problèmes des ouvriers est $\frac{3}{5}$.
Calcule le nombre d'homme et de femme dans cette usine.

(3) Le professeur de mathématiques de la classe de sixième a classifié ses 40 élèves selon leurs niveaux en mathématiques.
Le tableau ci-contre indique cette classification
On choisit au hasard un élève de cette classe.
Calcule les probabilités des événements suivants :

- A : est l'événement "Obtenir un élève faible ".
- B : est l'événement " Obtenir un élève bien".
- C : est l'événement " Obtenir un élève qui n'est pas Moyen ".

Niveau	N. d'élèves
Faible	5
Moyen	25
Bien	10
Total	40

(4) On lance un dé régulier une seule fois et on observe le nombre apparu sur la face supérieure.
Calcule la probabilité des événements suivant :

- A : est l'événement "Le nombre obtenu est inférieur à 4"
- B : est l'événement "Le nombre obtenu b vérifie l'inéquation $1 < b < 6$"

(5) Une classe comprend 40 élèves. Dans un examen de mathématiques sur 50.
30 élèves ont obtenu une note inférieure à 40 et 10 élèves ont obtenu une note de 10 à 40.
On choisit au hasard un élève de cette classe.
Calcule la probabilité des événements suivants :

- A : est l'événement "L'élève a obtenu une note inférieure à 40".
- B : est l'événement "La note b de l'élève vérifie l'inéquation : $b \geq 40$".

Modèle (1)

Répondez aux questions suivantes :

Première question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

1) $(-1)^8 + (-1)^9 =$ .... $(0\ ; -1;\ 1\ ;2)$

2) L'image du point $(-3\ ;\ 4)$ par la translation $(x\ ;\ y-4)$ est ....

$((-3\ ;\ 0);\ (-7\ ;\ 4);\ (-3\ ;\ 8);\ (-1\ ;\ 4))$

3) $\{0\}$ .... $\mathbb{N}$ $(\in\ ;\ \notin;\ \subset\ ;\ \not\subset)$

4) On lance un dé une fois et on observe le nombre apparu sur la face supérieur, alors

La probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 6 = ... $(\phi;\ 0 : \frac{1}{6}\ ;\ \frac{1}{3}\ )$

Deuxième question : Complète :

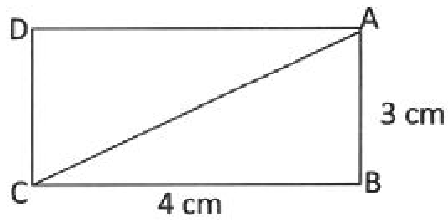
1) $\left|\frac{5-11}{3}\right|$ .... $\mathbb{Z}$

2) Si $x + 6 = 2$ où $x \in \mathbb{Z}$, alors $x =$ ....

3) Dans la figure ci – contre :

ABCD est un rectangle,

alors l'aire du triangle ABC = ... cm^2



4) Une boite contient 5 boules blanches, 3 boules bleues, 8 boules rouges sont tous identiques. Si on tire une boule au hasard, alors la probabilité que la boule tirée soit rouge = ...

Troisième question :

a) Effectue : $2^3 \div 4 \times 3^4 - 7 \times 3$

b) Détermine l'ensemble solution de $x - 2 \geq 3$ où $x \in \mathbb{Z}$.

Quatrième question :

a) Une boite à la forme d'un parallélépipède rectangle de base carré de 10 cm de côté et

de 7 cm de hauteur. Détermine son aire latérale.

b) Un cercle de périmètre 88 cm, détermine son aire.

Cinquième question :

a) Détermine l'ensemble solution de $2x + 9 = 3$ où $x \in \mathbb{Z}$.

b) Le tableau suivant représente le pourcentage du produit d'une usine d'électroménager:

Appareil	Machine à laver	chauffage	cuisinière	mixeur électrique
Pourcentage	30 %	15 %	40 %	15 %

Représente ces données par des secteurs circulaires.

Modèle (2)

Répondez aux questions suivantes :

Première question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

1) Si $2x = -6$ alors $x \in$ .... $(\mathbb{N};\ \phi;\ \mathbb{Z}_+;\ \mathbb{Z}_-)$

2) Le périmètre d'un cercle =..................... $\times \pi$ $(r\ ;\ 2r\ ;\ r^2\ ;\ r + c)$

3) On lance un dé une fois, alors la probabilité d'obtenir le nombre 5 = ... $(0;\ \frac{1}{6} :\ \frac{5}{6}\ ;\ 1)$

4) Un nombre vérifie l'inéquation $x > -2$ est .... $(-1\ ;\ -2;\ -3\ ;\ -4)$

Deuxième question : Complète :

1) $\frac{2^3 \times 2^5}{2^2}$ = ...

2) L'ensemble des nombre à compter est ....

3) Si l'aire totale d'un cube est 150 cm^2, alors la longueur de son arête est .... cm

4) Le résultat d'un contrôle du mois d'Octobre en mathématiques d'une classe de sixième primaire est inscrite dans le tableau selon les mentions comme ce que suit.

Excellent	Très bien	Bien	Faible
8	18	16	6

Alors la probabilité qu'un élève obtient la mention bien = ...

Troisième question :

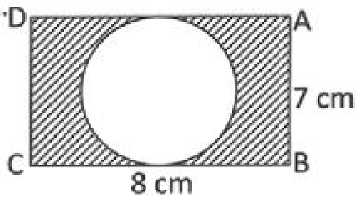
a) Effectue : $6 \times -5 - (2 \times 3) \div 3$

b) Détermine l'ensemble solution de l'inéquation $x - 2 \leq 3$ où $x \in \mathbb{Z}$.puis représente – le sur une droite numérique.

Quatrième question :

a) Détermine l'ensemble solution de l'équation $2x + 9 = 5$ où $x \in \mathbb{Z}$.

b) Dans la figure ci – contre : ABCD est un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 7 cm. Détermine l'aire de la partie hachurée.



Cinquième question :

a) Dans un repère cartésien, placer les points A (2 ; 3) ; B (4 ; 3) ; C (4 ; 7) puis détermine :

1) la longueur de $\overline{BC}$ = ... unités de longueur

2) L'image du Δ ABC par la translation (0 ; 4)

b) Le tableau suivant représente le pourcentage d'élèves participant les activités scolaires

Activités	Culturel	Sportif	Sociale	Art
pourcentage d'élèves	5 %	45 %	15 %	35 %

Représente ces données par des secteurs circulaires.

Modèle (3)

Pour les élèves intégrés

Répondez aux questions suivantes :

Première question : Complète :

1) $|3|$ = ...

2) la probabilité d'un événement impossible = ...

3) Si $x + 2 = 3$ où $x \in \mathbb{N}$, alors x = ...

4) Un parallélépipède rectangle dont le périmètre de sa base est 10 cm et sa hauteur est 4 cm,

alors son aire latérale = ... cm^2

Deuxième question : Choisis la bonne réponse d'entre parenthèses :

1) $2^5 \times 2^2$ = ...: $(1 \;;\; 4^7 \;;\; 2^7)$

2) L'aire d'un cercle = ...$\times \pi$. $(r^2 \;;\; 2r \;;\; r)$

3) $\mathbb{Z}_+ \cup \{0\}$ $(\mathbb{Z}_- \;;\; \mathbb{N} \;;\; \mathbb{Z})$

4) Si on jette un dé une fois, alors la probabilité d'obtenir un nombre impaire = ...

$(\frac{1}{6} \;;\; \frac{1}{3} \;;\; \frac{1}{2})$

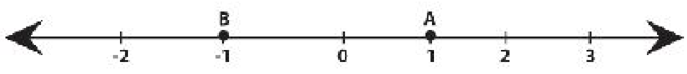
Troisième question : **mets le signe (√) devant la phrase juste et le signe (×) devant la phrase fausse :**

1) $|-5| + 5 = 10$ ( )

2) Si $3x = 9$, alors $x = -3$ ( )

3) La probabilité de l'événement certain = 0 ( )

4) Dans la figure ci – contre :



La distance entre A et B = 2 unités ( )

Quatrième question : Relie de (A) à ce qui convient de (B) :

(A)	(B)
1) La somme des mesure des angles former autour un point est égale à …………	a) $\in$
	b) 360°
2) 2 ……………$\mathbb{Z}_+$	
3) L'ensemble solution de l'inéquation $x + 2 > 5$ où $x \in \mathbb{N}$ est ………..	c) (4 ; 4)
4) L'image du point (3 ;2) par la translation (1 ; 2) est …………..	d) {0 ; 1 ; 2}

Cinquième question : Complète :

A) Un cube de 4 cm d'arête, calcule son aire.

aire latérale = 4 × ……….. = …………. cm²

aire totale = 6 × ……….. = …………. cm²

B) Effectue :

$$\frac{2^3 \times (-2)^4}{2^5} = \frac{2^3 \times (2)^4}{2^5}$$

$$= \frac{2^{3+4}}{2^5} = 2^{\dots\dots} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

Les questions sont finies

Technical Specifications:

Book Size	$\frac{1}{8}$ (82 x 57) cm
Book Color	4 Color
Cover Color	4 Color
Weight of Book Paper	80 gsm
Weight of Cover Paper	200 gsm Coated
Number of Page	120 Pages
Registration Number	25/6/22/15/10/1548

http://elearning.moe.gov.eg