جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفنى
الإدارة المركزية لشئون الكتب

الرياضيات

تأليف

أ - عمر فؤاد جاب الله

أد. عفاف أبو الفتوح صالح

د.عصام وصفى روفائيل

أ.محمود ياسر الخطيب

أ.سيرافيم الياس اسكندر

مراجعة

أ / سمير محمد سعداوي

أ / فتحي أحمد شحاته

مراجعة علمية

أ / جمال الشاهد
مستشار الرياضيات

تحرير واخراج مركز تطوير المناهج

طبعة : ٢٠٢١ - ٢٠٢٢

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

كتاب الطالب

بسم الله الرحمن الرحيم

أبناءنا الأعزاء

يسعدنا أن نقدم لكم كتاب الرياضيات للصف الثانى الإعدادى، وقد راعينا أن نجعل من دراستك للرياضيات عملًا ممتعًا ومفيدًا له تطبيقاته فى حياتك العملية وفى دراستك للمواد الدراسية الأخرى، حتى تشعر بأهمية دراسة الرياضيات وقيمتها ،وتقدر دور علمائها، وقد اهتم هذا الكتاب بالأنشطة كعنصر اساسى، كما حاولنا تقديم المادة العلمية بطريقة مبسطة تساعدك على تكوين المعرفة الرياضية وفى نفس الوقت تساعدك على اكتساب أساليب تفكير سليمة تدفعك إلى الإبداع.

وقد روعى فى هذا الكتاب تقسيمه إلى وحدات دراسية ،وتقسيم كل وحدة إلى دروس، كما وظفنا الصور والألوان، لتوضيح المفاهيم الرياضية وخواص الأشكال، مع مراعاة المحصول اللغوى لك وما سبق أن درسته فى الصفوف السابقة، كما راعينا فى مواطن كثيرة تدريبك على أن تصل للمعلومات بنفسك، لتنمية مهارة التعلم الذاتى لديك ، كما تم توظيف الآلة الحاسبة والحاسب الآلى كلما كان ذلك مناسبا داخل المحتوى.

وفى الجزء الخاص بالأنشطة والتدريبات :

يوجد تمارين على كل درس ، وتمارين عامة على الوحدة ، ونشاط خاص بالوحدة ، واختبار فى نهاية كل وحدة ، وفى نهاية الفصل الدراسى يوجد نماذج امتحانات تساعدك على مراجعة المقرر كاملًا .

نرجو أن نكون قد وفقنا فى إنجاز هذا العمل

لما فيه الخير لك ولمصرنا العزيزة.

المؤلفون

المحتويات

الوحدة الأولى: التحليل

الوحدة الثانية: القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الوحدة الثالثة: الاحتمال

الوحدة الرابعة: المساحات

الوحدة الخامسة: التشابه وعكس فيثاغورث واقليدس

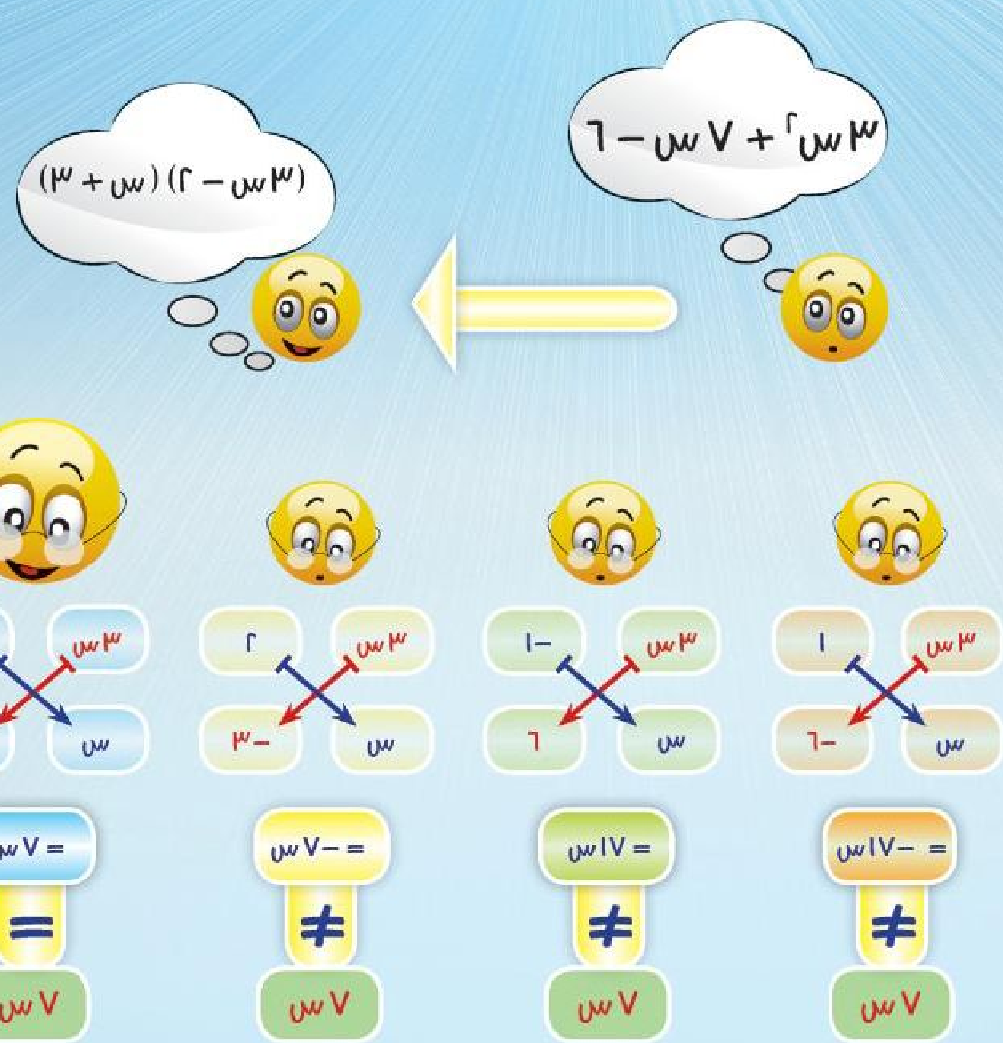
الرموز الرياضية المستخدمة

ط	مجموعة الاعداد الطبيعية	⊥	عمودى على
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة	//	يوازى
ن	مجموعة الأعداد النسبية	$\overline{\text{أب}}$	القطعة المستقيمة أب
نَ	مجموعة الأعداد غير النسبية	$\overleftarrow{\text{أب}}$	الشعاع أب
ح	مجموعة الأعداد الحقيقية	$\overleftrightarrow{\text{أب}}$	المستقيم أب
$\sqrt{\text{أ}}$	الجذر التربيعى للعدد أ	ق (∠ ل)	قياس زاوية ل
$\sqrt[3]{\text{أ}}$	الجذر التكعيبى للعدد أ	~	تشابه
[أ ، ب]	فترة مغلقة	<	اكبر من
]أ ، ب[	فترة مفتوحة	≤	اكبر من أو تساوى
]أ ، ب]	فترة نصف مفتوحة (مغلقة)	>	اقل من
[أ ، ب[	فترة نصف مفتوحة (مغلقة)	≥	اقل من أو تساوى
[أ ، ∞[	فترة غير محدودة	ل(أ)	احتمال وقوع الحدث أ
≡	تطابق		

الوحدة الأولى

١

التحليل



الوحدة الأولى

الدرس الأول

تحليلُ المقدارِ الثلاثيِّ

فكِّر وناقِشْ

سوف تتعلّم

- معنى تحليل مقدار جبرى.
- تحليلُ المقدار الثلاثيّ.

مصطلحات أساسية

- تحليل.
- مقدار جبريّ.
- مقدار ثلاثيّ.

سبق أن تعلمت أنَّ:

تحليلُ أيِّ عددٍ صحيحٍ معناه تحويلُه إلى حاصلِ ضربِ عاملينِ أو أكثر

مثلًا: ١٢ = ٣ × ٤ أو ١٢ = -٣ × -٤ أو ١٢ = ٢ × ٦ ، ...

سبق أن درسنا التَّحليلَ بإخراج العاملِ المشترك الأعلى (ع. م. أ)

مثلًا: ٦س^{٢} ص^{٢} - ٩س^{٣} ص = ٣س^{٢} ص (٢ص - ٣س)

مثال

حلِّل بإخراجِ ع.م.أ:

١ ٢س (م + ٣) - ٤ص (م + ٣)

٢ أ (أ - ب) - ب (ب - أ)

الحل

أ) ع. م. أ = ٢ (م + ٣)

∴ المقدار = ٢ (م + ٣) (س - ٢ص)

ب) المقدار = (أ - ب) - (-ب) (أ - ب)

ع. م. = (أ - ب)

∴ المقدار = (أ - ب) (أ + ب)

نعلم أن: (س + ٣) (س + ٤) = س (س + ٤) + ٣ (س + ٤)

= س^{٢} + ٤س + ٣س + ٣ × ٤

= س^{٢} + (٤ + ٣) س + ١٢

= س^{٢} + ٧س + ١٢

يسمَّى المقدار (س^{٢} + ٧س + ١٢) مقدارًا ثلاثيًّا.

من خلالِ خطواتِ الضَّربِ السّابقة وباستخدام خواصِّ عمليّةِ الضَّرب هل تستطيعُ تحليلَ المقدار ($س^٢ + ٧س + ١٢$) إلى عاملَين؟

حاصل الضرب ١٢	المجموع
١ × ١٢	١٣
-١ × -١٢	-١٣
٢ × ٦	٨
-٢ × -٦	-٨
٣ × ٤	٧
-٣ × -٤	-٧

أولاً : $س^٢$ تحلل إلى س × س

ثانيًا: نحاول البحثَ عن عددينِ حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما = ٧ وهما ٣ ، ٤

$$س^٢ + ٧س + ١٢ = (س + ٣)\ (س + ٤)$$

فكر وناقش :

١ أوجد عددينِ حاصل ضربهما ٢٠ ومجموعهما ٩

٢ أوجد عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما -٨

٣ أوجد عددين حاصل ضربهما -٢٤ ومجموعهما ٥

٤ أوجد عددين حاصل ضربهما -١٥ ومجموعهما -١٤

أولًا: تحليلُ المقدارِ الثلاثيِّ على صورة $س^٢ + ب\ س + جـ$

يحلَّل هذا المقدارَ إلى عاملين.

- الحدُّ الأوَّل في كلٍّ منهما س .
- الحدانِ الآخرانِ هما عددان حاصل ضربهما جـ ومجموعهما ب .

أمثلة

١ **حلِّل المقدار:** $س^٢ - ٥س + ٦$

الحل

نبحثُ عن عددينِ حاصل ضربهما ٦ ومجموعهما -٥ وهما -٢ ، -٣

$$س^٢ - ٥س + ٦ = (س - ٢)\ (س - ٣)$$

٢ **حلِّل المقدار:** $س^٢ - ٥س - ٦$

الحل

نبحث عن عددين حاصل ضربهما -٦ ومجموعهما -٥ وهما ١ ، -٦

$$س^٢ - ٥س - ٦ = (س + ١)\ (س - ٦)$$

٣ **حلِّل المقدار:** $٣ص^{٢} - ٤٨ + ١٨ص$

الحل

١ يجب ترتيبُ حدودِ المقدار حسبَ قوى ص تنازليًّا، فيكون المقدار $= ٣ص^{٢} + ١٨ص - ٤٨$

٢ نلاحظُ وجودَ عاملٍ مشتركٍ بين حدودِ المقدار وهو ٣، فيكون المقدار $= ٣(ص^{٢} + ٦ص - ١٦)$

٣ نبحثُ عن عددينِ حاصل ضربهما ‎-١٦ ومجموعهما ٦ وهما ‎-٢، ٨

∴ المقدار $= ٣(ص - ٢)(ص + ٨)$

٤ **حلِّل المقدار:** $م^{٤} - ٦م^{٢}ن + ٥ن^{٢}$

الحل

١ $م^{٤}$ تحلل إلى $م^{٢} \times م^{٢}$

٢ نبحثُ عن عددينِ حاصل ضربهما $(٥ن^{٢})$ ومجموعهما $(-٦ن)$ وهما ‎-ن ، ‎-٥ن

المقدار $= (م^{٢} - ن)(م^{٢} - ٥ن)$

ثانيًا: تحليلُ المقدارِ الثلاثيِّ على صورةِ $أس^{٢} + ب س + جـ$ عندما $أ \neq \pm ١$

نعلم أن:

$$(٢س - ٣)(٥س + ٤) = \underbrace{١٠س^{٢}}_{٢س \times ٥س} + \underbrace{(٨س + (-١٥س))}_{\text{حاصلُ ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين}} + \underbrace{(-١٢)}_{-٣ \times ٤}$$

أى أن $(٢س - ٣)(٥س + ٤) = ١٠س^{٢} - ٧س - ١٢$

وبالعكس لتحليلِ المقدار الثلاثى $١٠س^{٢} - ٧س - ١٢$ نجرى عدةَ محاولاتٍ للوصولِ إلى التَّحليلِ الصَّحيح ، ويمكن الاستعانةُ بالشَّكلِ المقابل.

٢س	‎-٣
٥س	‎+٤

الحد الأوسط $= ٢س \times ٤ + (-٣) \times ٥س$

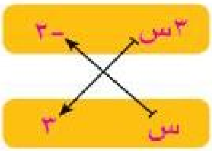
$= -٧س$

∴ $١٠س^{٢} - ٧س - ١٢ = (٢س - ٣)(٥س + ٤)$

مثال ١ **حلِّل المقدار** $٣س^{٢} + ٧س - ٦$

الحل

نلاحظ أن $٣س^{٢} = ٣س \times س$ بينما (‎-٦) تحلل إلى ١ × (‎-٦) أو (‎-١) × ٦ أو ٢ × (‎-٣) أو (‎-٢) × ٣ ونلاحظ المحاولاتِ الآتيةَ للوصولِ إلى الحلِّ الصَّحيح:



شكل (٤)

شكل (٣)

شكل (٢)

شكل (١)

في شكل (١): ٣س × (-٦) + س × ١ = -١٧س ≠ الحد الأوسط.

في شكل (٢): ٣س × ٦ + س × (-١) = ١٧س ≠ الحد الأوسط.

في شكل (٣): ٣س × (-٣) + س × ٢ = -٧س ≠ الحد الأوسط.

في شكل (٤): ٣س × ٣ + س × (-٢) = ٧س = الحد الأوسط.

∴ ٣س^{2} + ٧س - ٦ = (٣س - ٢) (س + ٣)

مثال ٢

حلّل المقدارَ ١٥س^{4} - ٢١ ع^{2} - ٦س^{2}ع

الحل

١ المقدارُ بعد ترتيبه، هو: ١٥س^{4} - ٦س^{2}ع - ٢١ع^{2} نلاحظ وجود ٣ عامل مشترك أعلى.

∴ المقدار = ٣ (٥س^{4} - ٢س^{2}ع - ٧ ع^{2}).

٢ ∵ الحدُّ الثالث سالبًا. ∴ إشارتا عاملي العدد -٧ ع^{2} مختلفتان.

∴ المقدار = ٣ (٥س^{2} - ٧ ع) (س^{2} + ع)

مثال (٣)

حلّل المقدارَ ٦م^{2} + ن (٢ ن -٧م)

الحل

المقدار = ٦م^{2} + ٢ن^{2} - ٧ن م = ٦م^{2} - ٧ن م + ٢ن^{2}

= (٢م - ن) (٣م - ٢ن)

لاحظ أن: يمكن التحققُ من صحةِ الحلِّ بضربِ القوسينِ بمجردِ النَّظرِ للحصُولِ على المقدارِ الأصليِّ قبل التَّحليل.

الوحدة الأولى

الدرس الثانى

تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل

فكّر وناقِشْ

سوف تتعلم

- تحليلُ المقدارِ الثلاثيّ على صورة المربع الكامل.

مصطلحات أساسية

- مربع كامل.

سبق ان تعلمت ان:

$(٢س - ٣)^{٢} = ٤س^{٢} - ١٢س + ٩$

$(٥ص + ٧س)^{٢} = ٢٥ص^{٢} + ٧٠س ص + ٤٩س^{٢}$

$(ل^{٢} - ٥م)^{٢} = ل^{٤} - ١٠ل^{٢}م + ٢٥م^{٢}$

تسمى كلٌّ من المقادير $٤س^{٢} - ١٢س + ٩$ ، $٢٥ص^{٢} + ٧٠س ص + ٤٩س^{٢}$ ، $ل^{٤} - ١٠ل^{٢}م + ٢٥م^{٢}$ **مربعًا كاملاً**

ونلاحظ أن

1. كلًّا من الحدينِ الأول والثالث مربع كامل.
2. الحد الأوسط = ± ٢ × الجذر التربيعيّ للحدِّ الأول × الجذر التربيعى للحد الثالث

ويكون تحليلُ المقدارِ الثلاثيِّ المربع الكامل على الصورة:

المقدار الثلاثى المربع الكامل =

$(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}})^{٢}$

إشارة الحد الأوسط

مثلا: $٩س^{٢} - ٣٠س + ٢٥ = (\sqrt{٩س^{٢}} - \sqrt{٢٥})^{٢} = (٣س - ٥)^{٢}$

$ل^{٤} + ١٤ل^{٢}م + ٤٩م^{٢} = (\sqrt{ل^{٤}} + \sqrt{٤٩م^{٢}})^{٢} = (ل^{٢} + ٧م)^{٢}$

لاحظ:

1. إخراج العاملِ المشتركِ الأعلى بين حدودِ المقدار إن وجد.
2. ترتيب حدود المقدار تنازليًّا حسب قوى أحد الرموز.

مثال ١

بين أيًّا من المقادير الآتية يكون مربعًا كاملًا، ثم حلِّل المقدارَ الذى على صورةِ مربعٍ كاملٍ:

أ $٢٥س^{٢} - ٣٠س + ٩$ ب $م^{٢} + ٤م - ٤$ جـ $٤٩أ^{٢} + ٧٠أب^{٢} + ٢٥ب^{٤}$

الحل

أ $٢٥س^{٢} = (٥س)^{٢}$ ، $٩ = (٣)^{٢}$ كل من الحدين الأول والثالث مربع كامل

$٢ \times ٥س \times ٣ = ٣٠س$ = الحد الأوسط

∴ المقدار $٢٥س^{٢} - ٣٠س + ٩$ مربع كامل ويكون المقدار $= (٥س - ٣)^{٢}$

ب المقدار $م^{٢} + ٤م - ٤$ ليس مربعًا كاملًا لأن الحدَّ الثالثَ سالبٌ.

جـ الحدُّ الأولُ $= ٤٩أ^{٢} = (٧أ)^{٢}$ مربعٌ كاملٌ ، الحد الثالث $= ٢٥ب^{٤} = (٥ب^{٢})^{٢}$ مربعٌ كاملٌ

$٢ \times ٧أ \times ٥ب^{٢} = ٧٠أب^{٢}$ = الحد الأوسط.

∴ المقدار $٤٩أ^{٢} + ٧٠أب^{٢} + ٢٥ب^{٤}$ مربع كامل، ويكون المقدار $= (٧أ + ٥ب^{٢})^{٢}$

مثال ٢

أكمل الحدَّ الناقصَ فى كلٍّ من المقاديرِ الآتية ليكون المقدارُ مربعًا كاملًا ثم حلِّل المقدار.

أ $٤ص^{٢} + ... + ١٢١$ ب $٢٥أ^{٢} - ٣٠أب$ ......

الحل

أ الحدُّ الأوسط $= \pm ٢ (\sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}) = \pm ٢ \times ٢ص \times ١١ = \pm ٤٤ص$

∴ المقدار $= ٤ص^{٢} \pm ٤٤ص + ١٢١$ ويكون المقدار $= (٢ص \pm ١١)^{٢}$

ب $٢٥أ^{٢} = (٥أ)^{٢}$

الحدُّ الأوسط $= -٣٠أب = ٢ \times ٥أ \times$ الجذر التربيعى للحد الثالث

الجذر التربيعىُّ للحدِّ الثالث $= \dfrac{-٣٠أب}{٢ \times ٥أ} = -٣ب$

الحد الثالث $= (-٣ب)^{٢} = ٩ب^{٢}$

∴ المقدار $= ٢٥أ^{٢} - ٣٠أب + ٩ب^{٢}$ ويكون المقدار $= (٥أ - ٣ب)^{٢}$

مثال ٣

استخدم التَّحليلَ لتسهيلِ حساب قيمة: $(٧,٣)^٢ + ٢ \times ٧,٣ \times ٢,٧ + (٢,٧)^٢$

الحل

نلاحظُ أن المقدارَ المعطى على صورةِ مقدارٍ ثلاثيٍّ مربع كاملٍ، ولذلك يمكنُ كتابتُه بالصورةِ

المقدار = $(٧,٣ + ٢,٧)^٢ = (١٠)^٢ = ١٠٠$

مثال ٤

حلِّل كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ) $٥س^٣ + ٥٠س^٢ + ١٢٥س$ ب) $٤٠أ^٢ب - ٥٠أ^٤ - ٨ب^٢$ جـ) $٢٤ص + ٢٤ص^٢ + ٦ص^٣$

الحل

أ) بإخراج ع.م.أ

$\therefore$ المقدار = $٥س (س^٢ + ١٠س + ٢٥) = ٥س (س + ٥)^٢$

ب) المقدار = $٢(٢٠أ^٢ب - ٢٥أ^٤ - ٤ب^٢)$ وبترتيب المقدارِ حسبَ قوى أ التنازلية

$= -٢(٢٥أ^٤ - ٢٠أ^٢ب + ٤ب^٢)$

$= -٢(٥أ^٢ - ٢ب)^٢$

جـ) المقدار = $٦ص (٤ + ٤ص + ص^٢)$ وبترتيب المقدار حسب قوى س التنازلية

$= ٦ص (ص^٢ + ٤ص + ٤)$

$= ٦ص (ص + ٢)^٢$

الوحدة الأولى

الدرس الثالث

تحليلُ الفرقِ بين المربَّعين

فكّر وناقِش

سبق أن تعلمت أن:

(س + ص) (س - ص) = س^{٢} - ص^{٢}

يسمى المقدار س^{٢} - ص^{٢} فرقًا بين مربعين

الفرق بين مربعي كميتين = مجموعُ الكميتين × الفرق بينهما.

س^{٢} - ص^{٢} = (س + ص) (س - ص)

سوف تتعلم

- تحليلُ الفرق بين مربعين.

مصطلحات أساسية

- الفرقُ بين مربعين.

مثال ١

حلِّل كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ ٤٩س^{٢} - ٢٥

ب (٢ص - ٣)^{٢} - ١

جـ ٢٧م^{٣} - ٤٨م ن^{٦}

د (س + ص)^{٢} - (س - ص)^{٢}

الحل

أ ٤٩س^{٢} - ٢٥ = (٧س + ٥) (٧س - ٥)

ب (٢ص - ٣)^{٢} - ١ = [(٢ص - ٣) + ١] [(٢ص - ٣) - ١]

= (٢ص - ٢) (٢ص - ٤)

= ٢(ص - ١) × ٢ (ص - ٢) = ٤ (ص - ١) (ص - ٢)

جـ ٢٧م^{٣} - ٤٨م ن^{٦} = ٣م (٩م^{٢} - ١٦ن^{٦})

= ٣م (٣م + ٤ن^{٣}) (٣م - ٤ن^{٣})

د (س + ص)^{٢} - (س - ص)^{٢} = [(س + ص) + (س - ص)] [(س + ص) - (س - ص)]

= ٢س × ٢ص

= ٤س ص

أمثلة

٢ استخدم التَّحليلَ لتسهيلِ إيجاد قيمة كلٍّ من:

أ $(٧٦٣)^٢ - (٢٣٧)^٢$ ب $(٩٩٩)^٢ - ١$

الحل

أ المقدار = (٧٦٣ + ٢٣٧) (٧٦٣ - ٢٣٧) = ١٠٠٠ × ٥٢٦ = ٥٢٦٠٠٠

ب المقدار = (٩٩٩ + ١) (٩٩٩ - ١) = ١٠٠٠ × ٩٩٨ = ٩٩٨٠٠٠

٣ حلِّل المقدار ٨١س^٤ - ١٦ص^٤

الحل

٨١س^٤ - ١٦ص^٤ = (٩س^٢ + ٤ص^٢) (٩س^٢ - ٤ص^٢)

= (٩س^٢ + ٤ص^٢) (٣س + ٢ص) (٣س - ٢ص)

٤ استخدم التحليل فى إيجاد ناتج المقدار:

٢× $(٢٦,١٨)^٢$ - ٢ × $(٢٣,٨٢)^٢$

الحل

المقدار = ٢ $[(٢٦,١٨)^٢ - (٢٣,٨٢)^٢]$

= ٢(٢٦,١٨ - ٢٣,٨٢) (٢٦,١٨ + ٢٣,٨٢)

= ٢(٢,٣٦) (٥٠)

= ١٠٠ × ٢,٣٦ = ٢٣٦

الوحدة الأولى
الدرس الرابع

تحليلُ مجموع المكعبين والفرق بينهما

فكّر وناقِش

سوف تتعلم
- تحليل مجموع المكعبين.
- تحليل الفرق بين مكعبين.

مصطلحات أساسية
- مجموع مكعبين.
- الفرق بين مكعبين.

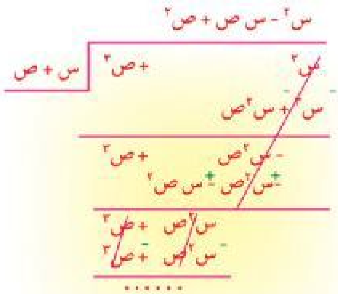
تحليلُ مجموع المكعبين

سأل المعلم الطالب: هل نستطيع تحليل $س^٣ + ص^٣$؟

فكر الطالب وأجاب: أتوقع أن يكون أحد العاملين (س + ص)

قال المعلمُ: هل يمكنك معرفةُ العامل الآخر فى $س^٣ + ص^٣$

أجاب الطالب: لمعرفة العامل الآخر فى $س^٣ + ص^٣$
نقسِّم $(س^٣ + ص^٣) \div (س + ص)$ باستخدام القسمة المطولة السابق دراستها.
ويكون خارج القسمة $س^٢ - س ص + ص^٢$



المقدار $س^٣ + ص^٣$ يسمى مجموع مكعبين ويحلل كالآتى:

$$س^٣ + ص^٣ = (س + ص)(س^٢ - س ص + ص^٢)$$

مثلاً:

$$٨س^٣ + ٢٧ = (٢س)^٣ + (٣)^٣ = (٢س + ٣)\left((٢س)^٢ - ٢س \times ٣ + (٣)^٢\right)$$
$$= (٢س + ٣)(٤س^٢ - ٦س + ٩)$$

تحليلُ الفرقِ بين المكعبينِ

المقدار $س^٣ - ص^٣$ يسمى فرقًا بين مكعبين، ويمكن استنتاجُ تحليلِهِ:

$$س^٣ - ص^٣ = س^٣ + (-ص)^٣$$
$$= \left(س + (-ص)\right)\left(س^٢ - س(-ص) + (-ص)^٢\right)$$

$$\therefore س^٣ - ص^٣ = (س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)$$

مثلاً: ١٢٥ أ^{3} - ب^{6} = (٥أ)^{3} - (ب^{2})^{3}

= (٥أ - ب^{2}) (٢٥أ^{2} + ٥ أب^{2} + ب^{4})

أمثلة

١ حلّل كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ س^{3} + ٣٤٣ص^{3} ب ٤٠أ^{3} + ١٣٥ب^{3}

ج (س + ع)^{3} - س^{3} د س^{6} - ٦٤ص^{6}

الحل

أ س^{3} + ٣٤٣ص^{3} = (س)^{3} + (٧ص)^{3}

= (س + ٧ص) (س^{2} - ٧س ص + ٤٩ص^{2})

ب ٤٠أ^{3} + ١٣٥ب^{3} = ٥ (٨أ^{3} + ٢٧ب^{3}) = ٥ [(٢أ)^{3} + (٣ب)^{3}]

= ٥ (٢أ + ٣ب) (٤أ^{2} - ٦ أب + ٩ب^{2})

ج (س + ع)^{3} - س^{3} = [(س + ع) - س][(س + ع)^{2} + س(س + ع) + س^{2}]

= ع [س^{2} + ٢ س ع + ع^{2} + س^{2} + س ع + س^{2}]

= ع (٣س^{2} + ٣س ع + ع^{2})

د س^{6} - ٦٤ص^{6}

نلاحظ أن هذا المقدارُ يمكن تحليلُه كفرق بين مربعين، ويمكن تحليلُه كفرقٍ بين مكعبين، ويجب تحليلُه أولاً كفرقٍ بين مربعين، ثم تحليل كلٍّ من العاملَينِ الناتجين.

س^{6} - ٦٤ص^{6} = (س^{3} + ٨ص^{3}) (س^{3} - ٨ص^{3})

= (س + ٢ص) (س^{2} - ٢س ص + ٤ص^{2}) (س - ٢ص) (س^{2} + ٢س ص + ٤ص^{2})

٢ إذا كان س^{2} - ص^{2} = ٢٠ ، س - ص = ٢، س^{2} - س ص + ص^{2} = ٢٨، **أوجد قيمة** س^{3} + ص^{3}

الحل

س^{2} - ص^{2} = ٢٠ ∴ (س - ص) (س + ص) = ٢٠

لكن س - ص = ٢ ∴ ٢(س + ص) = ٢٠ ∴ س + ص = ١٠ (١)

س^{3} + ص^{3} = (س + ص) (س^{2} - س ص + ص^{2})

= ١٠ × ٢٨ = ٢٨٠

الوحدة الأولى

الدرس الخامس

التحليل بالتقسيم

فكّر وناقش

لتحليلِ مقدارٍ جبريٍّ مكونٍ من أكثر من ثلاثةِ حدود مثل:

٢اس + اص + ٢ب س + ب ص

نلاحظُ عدمَ وجود عاملٍ مشتركٍ بين جميع حدوده، وأنه ليس على إحدى الصور السابقة، ولذلك نحاولُ تقسيمه إلى مجموعاتٍ بين كلٍّ منها عاملٌ مشتركٌ.

المقدار = ٢أس + أص + ٢ب س + ب ص   تم تقسيم المقدار إلى مجموعتين

= أ (٢س + ص) + ب(٢س + ص)   أخرجنا ع.م.أ من كل مجموعة

= (٢س + ص) (أ + ب)   أخرجنا (٢س + ص) ع.م.أ للمجموعتين

لاحظ أن:

يمكن إجراءُ التقسيم بطريقةٍ أخرى كمايلى:

المقدار = ٢أس + ٢ب س + أص + ب ص   خاصية الإبدال

= ٢س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب) (٢س + ص)

مثال (١)

حلِّل كلًّا من المقادير الآتية:

أ س^{٣} + ٢س^{٢} - س - ٢

ب ١٦س^{٢} - أ^{٢} + ٦ أ ب - ٩ب^{٢}

جـ ١ - س^{٢} - ٤س ص - ٤ص^{٢}

الحل

أ المقدار = س^{٣} + ٢س^{٢} + (- س - ٢)

= س^{٢} (س + ٢) - (س + ٢)

مصطلحات أساسية

- التحليل بالتقسيم.

∴ المقدار = (س + ٢) (س^{٢} - ١)

= (س + ٢) (س + ١) (س - ١)

ب نلاحظ عدم وجود علاقة بين الحد الأول وباقي الحدود؛ ولذا يمكن تقسيمها كالآتي:

المقدار = ١٦س^{٢} - (أ^{٢} - ٦أب + ٩ب^{٢})

= ١٦س^{٢} - (أ - ٣ب)^{٢}

= [٤س + (أ - ٣ب)][٤س - (أ -٣ب)] = (٤س + أ - ٣ب) (٤س - أ + ٣ب)

جـ المقدار = (١) - (س^{٢} + ٤س ص + ٤ص^{٢})

= ١ - (س + ٢ص)^{٢}

= (١ - س - ٢ص) (١ + س + ٢ص)

مثال (٢)

(٢) حلل كلاً ممايأتي تحليلاً كاملاً:

أ س(ع – ص) + ل (ص – ع)

ب س^{٣} – س^{٢} + س – ١

الحل

أ المقدار = س(ع – ص) – ل (ع – ص)

= (ع – ص) (س – ل)

ب المقدار = (س^{٣} – س^{٢}) + (س – ١)

= س^{٢} (س – ١) + (س – ١)

= (س – ١) (س^{٢} + ١)

حل آخر :

المقدار= (س^{٣} – ١) – (س^{٢} – س)

= (س – ١) (س^{٢} + س + ١) – س (س – ١)

= (س –١) (س^{٢} + س + ١ – س)

= (س – ١) (س^{٢} + ١)

الوحدة الأولى

الدرس السادس

التحليل بإكمال المربع

فكّر وناقِش

سوف تتعلم

- التحليل باكمال المربع.

مصطلحات أساسية

- إكمال المربع.

سبق أن تعلّمت أن:

المربعُ الكاملُ يكون على الصورة $أ^{٢} \pm ٢أب + ب^{٢}$ ويحلّل بالصورة $(أ \pm ب)^{٢}$ وتوجد بعضُ المقادير لاتكون على صورة مربعٍ كاملٍ، يمكن إكمالُ المقدار ليكون مربعًا كاملًا.

مثال ١

حلِّل المقدارَ: $س^{٤} + ٤ص^{٤}$

الحل

هذا المقدارُ لانستطيع تحليلَه بما سبق دراسته من طرق التحليل، ولكى تحصلَ على مربعٍ كاملٍ يجب إضافة الحد $٢ \times \sqrt{س^{٤}} \times \sqrt{٤ص^{٤}}$ أى $٤س^{٢}ص^{٢}$

المقدار $= س^{٤} + ٤س^{٢}ص^{٢} + ٤ص^{٤} - ٤س^{٢}ص^{٢}$

$= (س^{٢} + ٢ص^{٢})^{٢} - ٤س^{٢}ص^{٢}$

$= [(س^{٢} + ٢ص^{٢}) - ٢س ص] \; [(س^{٢} + ٢ص^{٢}) + ٢س ص]$

$= (س^{٢} - ٢س ص + ٢ص^{٢}) \; (س^{٢} + ٢س ص + ٢ص^{٢})$

مثال ٢

حلِّل المقدار: $٩أ^{٤} - ١٣أ^{٢}ب^{٢} + ٤ب^{٤}$

الحل

المقدار $= (٣أ^{٢})^{٢} - ١٣أ^{٢}ب^{٢} + (٢ب^{٢})^{٢}$ ليكون مربعًا كاملًا يجب أن يكون:

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times ٣أ^{٢} \times ٢ب^{٢} = \pm ١٢أ^{٢}ب^{٢}$

المقدار = (٣أ^{٢})^{٢} - ١٢أ^{٢}ب^{٢} + (٢ب^{٢})^{٢} - أ^{٢}ب^{٢}

= (٣أ^{٢} - ٢ب^{٢})^{٢} - أ^{٢}ب^{٢}

= (٣أ^{٢} - ٢ب^{٢} - أب) (٣أ^{٢} - ٢ب^{٢} + أب)

= (٣أ^{٢} - أب - ٢ب^{٢}) (٣أ^{٢} + أب - ٢ب^{٢})

= (٣أ + ٢ب) (أ - ب) (٣أ - ٢ب) (أ + ب)

حل آخر

نلاحظُ أن المقدارَ ٩أ^{٤} - ١٣أ^{٢} ب^{٢} + ٤ب^{٤} يمكن تحليلُه كمقدارٍ ثلاثيٍّ.

المقدار = (٩أ^{٢} - ٤ب^{٢}) (أ^{٢} - ب^{٢})

=(٣أ + ٢ب) (٣أ - ٢ب) (أ + ب) (أ - ب)

وهو نفس التحليلِ السابق مع استخدام خاصيَّة الإبدال.

مثال (٣)

أوجد قيمة ك إذا كان ٦٤أ^{٢} - ٣٢أ + ك مربع كامل.

الحل

∵ ٦٤أ^{٢} - ٣٢أ + ك مربع كامل (١)

∴ المقدار = (٨أ - $\sqrt{}$ك)^{٢}

= ٦٤أ^{٢} - ١٦أ $\sqrt{}$ك + ك (٢)

من (١) ، (٢)

١٦أ $\sqrt{}$ك = ٣٢أ

بقسمة الطرفين علي ١٦أ

∴ $\sqrt{}$ك = ٢

بتربيع الطرفين

∴ ك = ٤

الوحدة الأولى
الدرس السابع

حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا

فكِّر وناقِش

سوف تتعلم
- حلَّ معادلةٍ من الدرجة الثانية في متغير واحد.

مصطلحات أساسية
- معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- جذور المعادلة.
- حل معادلة.

سبق أن تعلمت أنَّ:

إذا كان أ، ب عددين حقيقيين وكان أ × ب = صفر فإن:
أ = صفر أو ب = صفر

مثلاً: إذا كان (س - ٥) (س + ٢) = ٠ (١)

فإن: س - ٥ = ٠ أو س + ٢ = ٠
∴ س = ٥ أو س = -٢

لاحظ أن:

١ كلًّا من س = ٥ ، س = -٢ يسمى جذرًا للمعادلة (١)

٢ مجموعة حل المعادلة هى {٥، -٢}

مثال ١

أوجد مجموعةَ الحل للمعادلة ٢س^{٢} - ٥س - ٣ = ٠ فى ح

الحل

بتحليلِ الطرفِ الأيمن، تكون المعادلة بالصورة الآتية:

(٢س + ١) (س - ٣) = ٠
٢س + ١ = ٠ أو س - ٣ = ٠
٢س = -١ أو س - ٣ = ٠
س = $\frac{-١}{٢}$ أو س = ٣
∴ مجموعة الحل هى {$\frac{-١}{٢}$، ٣}

لاحظ أن:

يمكن التحقُّقُ من صحَّةِ الحلِّ بالتَّعويض عن قيمةِ س فى المعادلة الأصلية:

عند س = $\frac{-١}{٢}$ ∴ الطرف الأيمن = ٢ $(\frac{-١}{٢})^{٢}$ - ٥ $(\frac{-١}{٢})$ - ٣

= ٢ × $\frac{١}{٤}$ + $\frac{٥}{٢}$ - ٣ = ٣ - ٣ = ٠ = الطرف الأيسر

عند س = ٣ ∴ الطرف الأيمن = ٢ $(٣)^{٢}$ - ٥ (٣) - ٣

= ١٨ - ١٥ - ٣ = ٠ = الطرف الأيسر

∴ كلٌّ من $\frac{-١}{٢}$، ٣ تحقق المعادلة

مثال ٢

أوجد فى ح مجموعةِ حل المعادلة ٢س^{٣} = ١٨س

الحل

نكتب المعادلةَ بالصُّورة ٢س^{٣} - ١٨س = ٠ و يمكن تحليلُها.

٢س (س^{٢} - ٩) = ٠ **أى** ٢س (س - ٣) (س + ٣) = ٠

∴ ٢س = ٠ **أو** س - ٣ = ٠ **أو** س + ٣ = ٠

س = ٠ **أو** س = ٣ **أو** س = -٣

∴ **مجموعة الحل فى ح هى {٠، ٣، -٣}، تحقق من صحة الحل.**

مثال ٣

أوجد العددَ الحقيقيَّ الذى ضعفه يزيد عن معكوسه الضَّربى بمقدارِ الواحد الصحيح.

الحل

نفرض أن العدد = س (س ≠ ٠)

ضعف العدد = ٢ س

المعكوس الضربى للعدد = $\frac{١}{س}$

∵ ضعف العدد يزيد عن المعكوس الضربى بمقدار الواحد الصحيح.

∴ ٢ س - $\frac{١}{س}$ = ١

بضرب طرفى المعادلة فى س

$٢س^٢ - ١ = س$

$٢س^٢ - س - ١ = ٠$

$(٢س + ١)\ (س - ١) = ٠$

$٢س + ١ = ٠$ أو $س - ١ = ٠$

$٢س = -١$

$س = \frac{-١}{٢}$ أو $س = ١$

التحقق:

ضعف العدد = -١

المعكوس الضربى = -٢

التحقق:

ضعف العدد ٢

المعكوس الضربى = ١

واضح أنه فى الحالتينِ ضعف العدد يزيد عن المعكوس الضربى بمقدار ١

مثال ٤

مستطيل يزيدُ طولُه عن عرضه بمقدار ٤سم فإذا كانت مساحتُه ٢١سم² فأوجد بعديه.

الحل

نفرض أن عرض المستطيل = س سم

$\therefore$ الطول = (س + ٤) سم

$س\ (س + ٤) = ٢١$

$س^٢ + ٤س - ٢١ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٧) = ٠$

$س - ٣ = ٠$ أو $س + ٧ = ٠$

$س = ٣$ أو $س = -٧$ (وهو مرفوض لأنه سالب)

$\therefore$ عرض المستطيل = ٣سم ، طوله = ٣ + ٤ = ٧سم

التحقق: مساحة المستطيل = ٣ × ٧ = ٢١سم²

الوحدة الثانية

٢

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الوحدة الثانية

الدرس الأول

فكّر وناقش

أولاً : القوى الصحيحة غير السالبة :

سبق أن درست القوى الصحيحة فى مجموعة الأعداد النسبية ن:

لاحظ أن:

(١) $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

(٢) $\frac{-٢}{٣} \times \frac{-٢}{٣} \times \frac{-٢}{٣} \times \frac{-٢}{٣} = \left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٤}$

إذا كان $أ \in ح$ ، $ن \in ص^{+}$ **فإن** $أ^{ن} = أ \times أ \times أ \times أ \times .... \times أ$
حيث أ مكرر كعامل ن من المرات.

أمثلة

(١) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = (\sqrt{٢})^{٥} = ٤\sqrt{٢}$

(٢) $-\sqrt{٢} \times -\sqrt{٢} \times -\sqrt{٢} \times -\sqrt{٢} = (-\sqrt{٢})^{٤} = ٤$

(٣) $-\sqrt{٥} \times -\sqrt{٥} \times -\sqrt{٥} = (-\sqrt{٥})^{٣} = -٥\sqrt{٥}$

إذا كان $أ \in ح^{*}$ **فإن** $أ^{صفر} = ١$

فمثلاً: $(\sqrt{٧})^{صفر} = ١$ ، $\left(\frac{-١}{\sqrt{١١}}\right)^{صفر} = ١$

ثانيًا : القوى الصحيحة السالبة

فكر وناقش

علمت أن $٥^{٣} \times ٥^{-٣} = ٥^{٣-٣} = ٥^{٠} = ١$

فيكون : $س^{م} \times س^{-م} = ١$ حيث $س \neq ٠$ ، $م \neq ٠$

سوف تتعلم

- مفهوم القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة.

مصطلحات أساسية

- $ح^{*}$ مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر .
- قوى صحيحة غير سالبة فى ح.
- قوى صحيحة سالبة فى ح.
- معادلة أسية فى ح.

إذا كان $أ \in ح^*$ ، $ن \in ص^+$

فإن $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $أ^{ن} = \frac{١}{أ^{-ن}}$

فمثلاً: $(\sqrt{٣})^{-٤} = \frac{١}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{(-\sqrt{٣})^{-٣}} = (-\sqrt{٣})^{٣} = -٣\sqrt{٣}$

تدرب

إذا كانت س = ٣ ، ص = $\sqrt{٢}$ ، فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:

(١) $س^{-٢} ص^{-٤}$ (٢) $(س^{-٢} \times ص^{٤})^{-٢}$ (٣) $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣}$

أمثلة

(١) إذا كان $س = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $ص = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $ع = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$. **فأوجد قيمة:** $س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$

الحل

المقدار $= س^{٢} + س^{٢} ع^{٢} ص^{٢} = س^{٢} (١ + ع^{٢} ص^{٢})$

$$= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} \times \left[١ + \left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}\right] = \frac{٣}{٤} \times \left[١ + \frac{٢}{٤} \times \frac{١}{٣}\right] = \frac{٣}{٤} \times \frac{٧}{٦} = \frac{٧}{٨}$$

قاعدة هامة:

إذا كان $أ^{م} = أ^{ن}$ **فإن** $م = ن$ **لكل** $أ \in ح - \{٠ ، ١ ، -١\}$

فمثلاً: إذا كان $(\sqrt{٢})^{س} = ٢\sqrt{٢}$ فإن $(\sqrt{٢})^{س} = (\sqrt{٢})^{٣}$ $\therefore س = ٣$

إذا كان $أ^{ن} = ب^{ن}$ **فإن** $أ = ب$ **لكل** $ن \in \{١ ، ٣ ، ٥ ، ...\}$ ، $|أ| = |ب|$ **لكل** $ن \in \{٢ ، ٤ ، ٦ ، ...\}$

فمثلاً: $س^{٥} = \frac{١}{٣٢}$ فإن $س^{٥} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥}$ $\therefore س = \frac{١}{٢}$

(٢) **أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح:**

أ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ ب $(٣)^{س-٣} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$

الحل

أ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ $\therefore \left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٣}$ $\therefore \left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٣}$

$\therefore س + ٢ = -٣$ $\therefore س = -٢ - ٣$ $\therefore س = -٥$ فتكون مجموعة الحل هى $\{-٥\}$

ب $\because [(\sqrt{٣})^{٢}]^{(س-٣)} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$ $\therefore (\sqrt{٣})^{٢س-٦} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$

$\therefore ٢س - ٦ = س + ٥$ $\therefore س = ١١$

مجموعة الحل هى $\{١١\}$

الوحدة الثانية

الدرس الثانى

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح

فكّر وناقش

سوف تتعلم

- قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح.
- حل المسائل على القوى الصحيحة غير السالبة في ح.

مصطلحات أساسية

- قوى صحيحة غير سالبة.
- مجموعة الأعداد الحقيقية ح.

أولاً:

$(\sqrt{3})^{2} \times (\sqrt{3})^{4} = (\sqrt{3})^{6}$ ماذا تلاحظ؟

إذا كان أ ∈ ح*، م، ن عددين صحيحين غير سالبين

فإن: $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

تعميم:

إذا كان أ ∈ ح*، م، ن، ....، ل أعدادًا صحيحة غير سالبة

فإن: $أ^{م} \times أ^{ن} \times .... \times أ^{ل} = أ^{م+ن+..........+ل}$

من القانون السابق نجد أن: $(\sqrt{3})^{2} \times (\sqrt{3})^{4} = (\sqrt{3})^{2+4} = (\sqrt{3})^{6} = 27$

ثانيًا: $(\sqrt{5})^{7} \div (\sqrt{5})^{3} = (\sqrt{5})^{4} = 25$ ماذا تلاحظ؟

إذا كان أ ∈ ح*، م، ن عددين صحيحين غير سالبين م ≥ ن

فإن: $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$

من القانون السابق نجد أن: $(\sqrt{5})^{7} \div (\sqrt{5})^{3} = (\sqrt{5})^{7-3} = (\sqrt{5})^{4} = 25$

ثالثًا: $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^{2} = (\sqrt{2})^{2} \times (\sqrt{3})^{2} = 2 \times 3 = 6$

إذا كان أ، ب ∈ ح*، ن عددًا صحيحًا غير سالب

فإن: $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$

تعميم:

إذا كان أ، ب، جـ، ......، ك ∈ ح*، ن عددًا صحيحًا غير سالب

فإن: $(أ \times ب \times جـ \times .... \times ك)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن} \times جـ^{ن} \times .... \times ك^{ن}$

رابعًا:

$$\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٥}}\right)^{٤} = \frac{(\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٥})^{٤}} = \frac{٩}{٢٥}$$

إذا كان ا، ب ∈ ح، فإن $\left(\frac{ا}{ب}\right)^{ن} = \frac{ا^{ن}}{ب^{ن}}$، ن عدد صحيح غير سالب حيث ب ≠ ٠ ، ا ≠ ٠

تعميم: إذا كان ا، ب، جـ، .... ، ك ∈ ح، ن عددًا صحيحًا غير سالب فإن:

$\left(\frac{ا\,ب\,هـ \times .... \times ل}{جـ\,د\,و \times .... \times ك}\right)^{ن} = \frac{ا^{ن}\,ب^{ن}\,هـ^{ن} .... ل^{ن}}{جـ^{ن}\,د^{ن}\,و^{ن} .... ك^{ن}}$ حيث إن أيًّا من عوامل المقام ≠ ٠

خامسًا:

$(٢^{٢})^{٣} = (\ ٢\ )^{٢} \times (\ ٢\ )^{٢} \times (\ ٢\ )^{٢} = (\ ٢\ )^{٦}$. ماذا تلاحظ؟

إذا كان ا، ب ∈ ح*، م، ن عددين صحيحين غير سالبين فإن $(ا^{م})^{ن} = ا^{م ن}$.

تعميم: إذا كان ا، ب، جـ، .... ، ك ∈ ح ، ن عدد صحيح غير سالب فإن:

$\left(\frac{ب^{م}\,هـ^{ل} ....}{و^{ك}\,د^{س} ....}\right)^{ن} = \frac{ب^{ن م}\,هـ^{ن ل} ....}{و^{ن ك}\,د^{ن س} ....}$ حيث إن أيًّا من عوامل المقام ≠ ٠

مثال

اختصر كلا مما يأتي لأبسط صورة:

① $\sqrt{٢} \times (\sqrt{٢})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٣}$ ② $\left((\sqrt{٢})^{٣} \times (-\sqrt{٢})^{٢}\right)^{٢}$ ③ $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{٣}}{(\sqrt{٣})^{٤}}$

الحل

① $\sqrt{٢} \times (\sqrt{٢})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٣} = (\sqrt{٢})^{١+٢+٣} = (\sqrt{٢})^{٦} = ٨$

② $\left((\sqrt{٢})^{٣} \times (-\sqrt{٢})^{٢}\right)^{٢} = (٢\sqrt{٢} \times ٢)^{٢} = (٤\sqrt{٢})^{٢} = ١٦ \times ٢ = ٣٢$

③ $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{٣}}{(\sqrt{٣})^{٤}} = (\sqrt{٣})^{٥+٣-٤} = (\sqrt{٣})^{٤} = ٩$

الوحدة الثانية
الدرس الثالث

قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح

فكّر وناقش

سوف تتعلم
- تعميم قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح.

مصطلحات أساسية
- قوى صحيحة سالبة.
- مجموعة الأعداد الحقيقية ح

تعميم قوانين الأسس

إذا كان أ، ب ∈ ح*، م، ن ∈ ص فإن:

- $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$
- $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$
- $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$
- $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$
- $(أ^{م})^{ن} = أ^{م ن}$

ملاحظات:

١ إذا كان أ ∈ ح*، ن ∈ $ص_+$ فإن $أ^{ن}$، $أ^{-ن}$ كل منهما معكوس ضربى للآخر، $أ^{ن} \times أ^{-ن} = ١$

مثال: $(\sqrt{٣})^{٥} \times (\sqrt{٣})^{-٥} = ١$

٢ إذا كان أ، ب ∈ ح*، ن ∈ $ص_+$ فإن $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{-ن}$

مثال: $\left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٥} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{-٥}$ ، حيث: $\left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٥} \times \left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{-٥} = ١$

أمثلة

١ أوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:

أ $٥ (\sqrt{٥})^{-١}$　　ب $\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{-٤}$　　جـ $\frac{٢^{-١} \times ٤}{٣^{-١}}$

الحل

أ $٥ (\sqrt{٥})^{-١} = \frac{٥}{\sqrt{٥}} = \frac{٥}{\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{٥\sqrt{٥}}{٥} = \sqrt{٥}$

ب $\left(\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}\right)^{-٤} = \left(\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{+٤} = \frac{٤}{٩}$

جـ $\frac{٢^{-١} \times ٤}{٣^{-١}} = \frac{٣ \times ٤}{٢} = ٦$

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

أ) إذا كان: $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن س = (−٥، −٣، ٣، ٥)

ب) إذا كان $٢^{س} = ٥$ فإن $٨^{س} =$ (٥، ١٥، ٢٥، ١٢٥)

جـ) إذا كان $٧^{٤-٢س} = ١$ فإن س = (صفر، ١، ٢، ٣)

د) $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{١٠^{٢ن}} =$ ($\frac{١}{١٠}$، ٧، ١٠، ١٠٠)

هـ) $\frac{٥^{س+٢} - ٥^{س+١}}{٥^{س}} =$ (٥، ١٠، ١٥، ٢٠)

الحل

أ) −٣ ب) ١٢٥ جـ) ٢ د) ١٠ هـ) ٢٠

٣ اختصر لأبسط صورة $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$

الحل

المقدار $= \frac{(٢)^{-٢} \times (٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{(٣)^{٢} \times (\sqrt{٥})^{-٣}} = (٣)^{-٢+٣-٢} \times (٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣+٣}$

$= (٣)^{-١} \times (٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٦} = \frac{١}{٣} \times (٥)^{-٢} \times (٥)^{٣} = \frac{١}{٣} \times (٥)^{١} = \frac{٥}{٣}$

٤ إذا كان $\frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$ فأوجد قيمة $٦^{٢ن}$

الحل

$\because \frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$

$\therefore \frac{٧^{٢ن} \times ٥^{٤ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ٥^{٤ن} \times ٣^{٤ن}} = ٣٤٣$

$\therefore ٧^{٢ن+ن} = ٣٤٣$

$\therefore ٧^{٣ن} = ٧^{٣}$

$\therefore ٣ن = ٣$

$\therefore ن = ١$

$\therefore ٦^{٢ن} = ٦^{٢\times١} = ٣٦$

الوحدة الثانية

الدرس الرابع

العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

فكّر وناقش

سوف تتعلم

- ☆ إجراء العمليات $(+ ، - ، \times ، \div)$ على القوى الصحيحة.

مصطلحات أساسية

- ☆ قوى صحيحة غير سالبة.
- ☆ قوى صحيحة سالبة.
- ☆ ترتيب العمليات.

أولاً: أوجد فى أبسط صورة ناتج كلٍّ ممايأتى:

(١) $\frac{١}{(\sqrt{٣})^{٥}} \div ٩\sqrt{٣}$

(٢) $\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} - \frac{(\sqrt{٣})^{٣}}{٢\sqrt{٢}}$

سبق أن درسنا أن:

$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ جـ}{ب د}$ (حيث كل من ب، د $\neq ٠$)

$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ د}{ب جـ}$ (حيث كل من ب، جـ، د $\neq ٠$)

$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ د + ب جـ}{ب د}$ (حيث كل من ب، د $\neq ٠$)

$\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ د - ب جـ}{ب د}$ (حيث كل من ب، د $\neq ٠$)

ثانيًا: باستخدام الحساب العقلى أوجد: $٣ \times ٢^{٢} - ٦ \div ٣ \times ٥ + ٤$

وللتحقق من ذلك استخدم الآلة الحاسبة .

عند إجراء العمليات الحسابية يراعى ترتيب العمليات الآتية:

(١) إجراء العمليات داخل الأقواس الداخلية ثم الخارجية إن وجدت.

(٢) حساب قوى الأعداد.

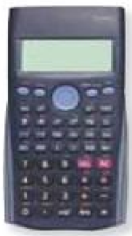
(٣) إجراء عمليات الضرب أو القسمة من اليمين إلى اليسار.

(٤) إجراء عمليات الجمع أو الطرح من اليمين إلى اليسار.

وهذا هو نفس الترتيب المستخدم فى الآلات الحاسبة.

أمثلة

١ أوجد ناتج كلٍّ ممايأتى فى أبسط صورة:



أ $٢^{-٣} \times ٣^{-٢} \div ٦^{-٤}$

ب $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

الحل

أ $٢^{-٣} \times ٣^{-٢} \div ٦^{-٤} = ٢^{-٣} \times ٣^{-٢} \times ٦^{٤}$

$= ٢^{-٣} \times ٣^{-٢} \times ٢^{٤} \times ٣^{٤} = ٢^{-٣+٤} \times ٣^{-٢+٤}$

$= ٢^{١} \times ٣^{٢} = ٢ \times ٩ = ١٨$

وتستخدم الآلة الحاسبة للتأكد من صحة ناتج العملية السابقة على النحو الآتي:

ابدأ → 2 [$x^{■}$] [(–)] 3 [×] 3 ▶ [$x^{■}$] [(–)] 2 ▶ [÷] 6 [$x^{■}$] [(–)] 4 ▶ [=]

ب $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = (\sqrt{٥})^{٥} \div (\sqrt{٥})^{٣} + ٢(\sqrt{٣})^{٢}$

$= (\sqrt{٥})^{٥-٣} + ٢ \times ٣ = (\sqrt{٥})^{٢} + ٦ = ٥ + ٦ = ١١$

٢ إذا كان: $\frac{٣^{س} \times ٨^{س}}{١٢^{س+١}} = \frac{١}{٣}$ فأوجد قيمة س

الحل

$\frac{٣^{س} \times ٢^{٣س}}{(٣ \times ٢^{٢})^{س+١}} = \frac{١}{٣}$

$\frac{٣^{س} \times ٢^{٣س}}{٣^{س+١} \times ٢^{٢س+٢}} = \frac{١}{٣}$

$٣^{س-س-١} \times ٢^{٣س-٢س-٢} = \frac{١}{٣}$

$٣^{-١} \times ٢^{س-٢} = \frac{١}{٣}$

$\frac{١}{٣} \times ٢^{س-٢} = \frac{١}{٣}$

$٢^{س-٢} = ١$

$٢^{س-٢} = ٢^{٠}$

$س - ٢ = ٠$

$س = ٢$

٣ إذا كان أ = $\sqrt{٢}$ ، ب = $\sqrt{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل من:

أ $\frac{\text{ب}^{٤} - \text{أ}^{٤}}{\text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢}}$ ب $\frac{\text{أ}^{٣} + \text{ب}^{٣}}{\text{أ} + \text{ب}}$

الحل

أ $\frac{\text{ب}^{٤} - \text{أ}^{٤}}{\text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢}} = \frac{(\text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢})(\text{ب}^{٢} - \text{أ}^{٢})}{\text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢}}$

$= \text{ب}^{٢} - \text{أ}^{٢} = (\sqrt{٣})^{٢} - (\sqrt{٢})^{٢} = ٣ - ٢ = ١$

ب $\frac{\text{أ}^{٣} + \text{ب}^{٣}}{\text{أ} + \text{ب}} = \frac{(\text{أ} + \text{ب})(\text{أ}^{٢} - \text{أ}\text{ب} + \text{ب}^{٢})}{\text{أ} + \text{ب}} = \text{أ}^{٢} - \text{أ}\text{ب} + \text{ب}^{٢}$ (أ $\neq$ - ب)

$= (\sqrt{٢})^{٢} - \sqrt{٢} \times \sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{٢} = ٢ - \sqrt{٦} + ٣ = ٥ - \sqrt{٦}$

٤ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى:

أ) $\left(\frac{١}{٣}\right)^{\text{س}-١} = ٢٧$ ب) $٧^{٢\text{س}-٣} = ١$

الحل

أ) $\because \left(\frac{١}{٣}\right)^{\text{س}-١} = ٣^{٣}$

$\therefore ٣^{١-\text{س}} = ٣^{٣}$

$\therefore ١ - \text{س} = ٣$

$\therefore \boxed{\text{س} = -٢}$

ب) $\because ٧^{٢\text{س}-٣} = ١$

$\therefore ٧^{٢\text{س}-٣} = ٧^{٠}$

$\therefore ٢\text{س} - ٣ = ٠$

$\therefore ٢\text{س} = ٣$

$\therefore \boxed{\text{س} = \frac{٣}{٢}}$

الوحدة الثالثة

٣

الاحتمال

الوحدة الثالثة

الدرس الأول

الاحتمال

فكّر وناقِش

سبقَ أن عرفت بعضَ الإجراءات والأساليب الإحصائية التى تستخدم فى جمع وتنظيم البيانات التى تخصُّ ظاهرةً معينةً، وكيفية عرض هذه البيانات فى صورةٍ جدولية باستخدام جداول التّوزيع التكرارى، والتوزيع التكرارى المتجمع (صاعد - نازل)، ثم عرض هذه البيانات فى صورة رسوم بيانية (مدرج تكرارى - مضلع تكرارى - منحنى تكرارى ...) أو غيرها من وسائل العرض البيانى.

كما أمكنك التعبيرُ عن هذه البيانات بصورةٍ موجزة بإيجاد الوسط الحسابى أو الوسيط أو المنوال لها، بهدفِ القيام بعمليةِ استدلالٍ إحصائىٍّ واتخاذ القرارات المناسبة.

سوف تتعلم

- معنى الاستدلال الإحصائى.
- مفهوم العينة.
- التَّجربة العشوائية.
- مصادرُ العينة.
- الحدث.
- مفهومُ الاحتمال.
- التنبؤ.

مصطلحات أساسية

- عينة.
- تجربةٌ عشوائية.
- مصادرُ العينة.
- حدث.
- احتمال.
- تنبؤ.

الاستدلالُ الإحصائىُّ:

هيا نفكّر

قبلَ الشروع فى إنشاء مصنع أو مشروع استثمارى نقومُ بدراسة جدوى اقتصادية للمشروع.

وعند مراقبةِ جودة الإنتاج لأحد المصانع تبين أن ٢٪ من إنتاج إحدى الآلات لايطابق مواصفاتِ الجودة المحددة (إنتاج معيب) مامعنى ذلك؟

تعدُّ دراسةُ الجدوى لمشروع هى عملية تنبؤ بأحداث مستقبلية لنجاح المشروع وتحقيق أهدافه، لذلك نقوم

بفرض فروضٍ معينةٍ عن موقع المشروع وتوافر مستلزمات التّشغيل - حجمُ العمالة - منافذ تسويق المنتج ثم اختبار صحة هذه الفروض لاتخاذ القراراتِ المناسبةِ نحوَ إنشاءِ المشروع.

كما أن ٢٪ من إنتاج إحدى الآلات غير مطابقٍ للمواصفات المحددة، لايعنى أن لكلِّ ١٠٠ وحدة منتجة للآلة سنجدُ وحدتين معيبتين فى كلِّ الأحوال، بل قد نجدُ وَحْدةً واحدةً معيبةً أو ربما ثلاث أو أربع وحدات معيبة، أو لا نجد أى وحدةٍ معيبة على الإطلاق. ولهذا فإن نسبة ٢٪ هى متوسط الوحدات المعيبة عند فحص عددٍ كبيرٍ من العينات التى حجم كل منها ١٠٠ وحدة، وهو مايعبِّر عنه باحتمالِ أن تَنتج الآلة وحدة معيبة هو ٠,٠٢.

لهذا نجد أن:

الاستدلالُ الإحصائىُّ يقومُ على فكرةِ اختيار عيِّنة من المجتمع الذى تمثله، ونجرى البحثَ على العينة،وما نحصلُ عليه من نتائج يتمُّ تعميمُه على المجتمعِ بأكمله، أى نستدلُّ على وجود النتائج فى المجتمع من خلالِ وجودها فى العينة المأخوذة منه.

فكر

ما أنواعُ العينات؟ كيف يتمُّ اختيارُ عينةٍ عشوائيةٍ؟ كيف يتمُّ اختيارُ عينةٍ منتظمةٍ؟ لماذا نستخدمُ العيناتِ؟

مفهوم العينة

العينة هى جزءٌ صغيرٌ من مجتمع كبير، تشبه المجتمع وتمِّثله وتختارُ بطريقةٍ عشوائية، وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محلَّ الدراسة، والتى تكون أقربَ إلى الواقع، ويمكن اتخاذُ القرارات فى ضوء نتائج دراسة هذه العينات، ومن ثم يمكن تعميمُ هذه النتائج على المجتمع كله.

وتستخدم الاحتمالاتُ فى عمليةِ اتخاذ قرارٍ من مجموعة القرارات المتاحة، والخاصَّة بالمشكلة (الظاهرة) محل الدراسة فى ظلِّ عدم التأكُّد أو فى مواجهة معلومات غير كاملة.

الاحتمال

سبق أن تعرَّفت على الاحتمالِ التَّجريبىِّ والنظرىِّ، ويعتمد الاحتمالُ التجريبىُّ على إجراءِ التَّجارب عمليًّا وتسجل النتائج ويحسب فيها الاحتمال بالعلاقة.

$$\text{احتمال حدوث نتيجة معينة} = \frac{\text{عدد مرات تكرار هذه النتيجة}}{\text{عدد جميع تكرارات النواتج الممكنة}}$$

وكلما زاد عددُ التَّجاربِ اقتربت قيمةُ الاحتمالِ التجريبى من الاحتمال النظرى ويكون:

العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة.

ويقومِ الاحتمالُ النظريُّ على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات فمثلاً عند:

١ إلقاء قطعة نقود منتظمة ، وملاحظة الوجه الظاهر: تكون فرصة ظهور الصورة ص تساوى فرصة ظهور الكتابة ك.

٢ إلقاء حجر نرد منتظم ، وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى: تكون فرصة ظهور كل وجه متساوية.

٣ سحب كرة من كيس به مجموعة كرات ملونة لها نفس الحجم ، ونفس العدد لكلِّ لونٍ، تكون فرصةُ سحب الكرة متساوية.

٤ سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة ، وملاحظة ما كتب عليها ... إلخ.

التجربة العشوائية: هى تجربةٌ نستطيعُ معرفةَ جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها، ولكن لايمكن تحديدُ الناتج الذى سيحدث فعلاً.

فضاء العينة ف: هو مجموعةُ جميع النواتج الممكنة للتَّجربة العشوائية، وعدد عناصرها ن (ف)

الحدث: هو مجموعة جزئية من فضاء العينة فإذا كان أ حدث فى ف فإن أ ⊂ ف، وعدد عناصره ن (أ) وهو عدد فرص وقوع الحدث أ

فيكون: احتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف، ويرمز له بالرمز ل (أ)

حيث:

$$\text{ل (أ)} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث (أ)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$$

لاحظ أن:

$\because$ ن (أ) $\leqslant$ ن (ف) $\quad \therefore \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}} \leqslant 1$

$\because$ ن (أ) $\in$ ط، ن (ف) $\in \text{ص}_+$ $\quad \therefore \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}} \geqslant$ صفر

$\therefore 0 \leqslant \frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}} \leqslant 1$ **أى أن** $0 \leqslant$ ل (أ) $\leqslant 1$

مثال (١)

مجموعةُ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ خلطت جيدًا فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًّا، احسب احتمال أن تكون البطاقةُ المسحوبةُ تحمل:

١	٢	٣	٤
٥	٦	٧	٨
٩	١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥	١٦
١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣	٢٤

أ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ — ب عددًا مضاعفًا للعدد ٦

جـ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ و ٦ معًا — د عددًا مضاعفًا للعدد ٤ أو ٦

هـ عددًا يقبل القسمة على ٢٥ — و عددًا صحيحًا موجبًا أقل من ٢٥

الحل

مجموعة فضاء النواتج = { ١، ٢، ٣، ...، ٢٤}

ن (ف) = ٢٤

أ بفرض أن أ حدث ظهور عدد مضاعف للعدد ٤

∴ أ = {٤، ٨، ١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤}

ن (أ) = ٦

$ل (أ) = \frac{ن (أ)}{ن (ف)} = \frac{٦}{٢٤} = \frac{١}{٤}$

ب حدث ظهور عدد مضاعف للعدد ٦

ب = { ٦، ١٢، ١٨، ٢٤}، ن (ب) = ٤

$ل (ب) = \frac{ن (ب)}{ن (ف)} = \frac{٤}{٢٤} = \frac{١}{٦}$

جـ حدث ظهور عدد مضاعف للعددين ٤، ٦ معًا.

جـ = { ١٢، ٢٤} ، ن (جـ) = ٢

$ل (جـ) = \frac{ن (جـ)}{ن (ف)} = \frac{٢}{٢٤} = \frac{١}{١٢}$

د د حدث ظهور عدد مضاعف للعدد ٤ أو ٦

د = {٤، ٨، ١٢، ١٦، ٢٠، ٢٤، ٦، ١٨}

ن(د) = ٨

$ل (د) = \frac{ن (د)}{ن (ف)} = \frac{٨}{٢٤} = \frac{١}{٣}$

هـ هـ حدث أن يكون العدد يقبل القسمة على ٢٥ وهو حدث مستحيل، لماذا؟

هـ = ∅ ، ن (هـ) = صفر.

∴ ل (هـ) = صفر.

و س حدث ظهور عدد موجب أقل من ٢٥ وهو حدث أكيد لماذا؟

س = {١، ٢، ٣، ...، ٢٤}

∴ ن (س) = ٢٤ = ن (ف)

$ل (س) = \frac{ن (س)}{ن (ف)} = \frac{ن (ف)}{ن (ف)} = ١$

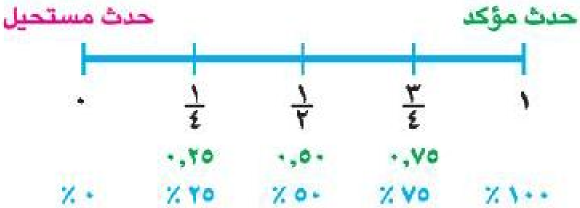
فى المثال السابق لاحظ أن:

١ الحدث المستحيل (∅): هو حدث لايمكن وقوعه. **احتمال الحدث المستحيل = صفر.**

٢ الحدث المؤكد (ف): هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة. **احتمال الحدث المؤكد = ١**

ويمكن توضيحُ ذلك بالرسم المقابل

حيث ل (أ) ∈ [٠، ١] كما يمكن كتابةُ الاحتمالِ في صورةِ كسرٍ عشريٍّ أو صورة نِسبةٍ مئويةٍ.



مثال (٢)

في دراسةٍ لاستطلاع رأى أجرته إحدى شركاتِ إنتاج مسحوق الغسيل على مجموعة مكونة من ٣٠٠ سيدة تستخدمن هذا النوع لمعرفة آرائهن في وزن العبوة المفضل لهن، كانت النتائج كالتالي:

الوزن بالجرام	١٢٥	٢٥٠	٣٧٥	٥٠٠	المجموع
عدد السيدات	١٢٠	٤٥	٩٦	٣٩	٣٠٠

أولاً: إذا تم اختيارُ إحدى السيدات عشوائيًّا، ما احتمالُ أن يكون الوزنُ المفضلُ لديها:

أ ١٢٥ جم   ب ٢٥٠ جم   جـ ٣٧٥ جم   د ٥٠٠ جم

ثانيًا: بماذا تنصحُ مدير الشركة بناء على هذه الدراسة:

الحل

أولاً

أ احتمالُ أن تفضل السيدة وزن ١٢٥ جم = $\frac{١٢٠}{٣٠٠} = \frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٢}{٥} =$ ٠,٤ = ٤٠ ٪

ب احتمالُ أن تفضل السيدة وزن ٢٥٠ جم = $\frac{٤٥}{٣٠٠} = \frac{١٥}{١٠٠} = \frac{٣}{٢٠} =$ ٠,١٥ = ١٥ ٪

جـ احتمالُ أن تفضل السيدة وزن ٣٧٥ جم = $\frac{٩٦}{٣٠٠} = \frac{٣٢}{١٠٠} = \frac{٨}{٢٥} =$ ٠,٣٢ = ٣٢ ٪

د احتمالُ أن تفضل السيدة وزن ٥٠٠ جم = $\frac{٣٩}{٣٠٠} = \frac{١٣}{١٠٠} =$ ٠,١٣ = ١٣ ٪

لاحظ أن:

١ يمكن كتابةُ الاحتمالِ على صورةِ نسبة مئوية أو كسر عشرى أو كسر عادى

فإذا كان الاحتمال = $\frac{٣}{٢٠}$ فمثلاً فيكون الاحتمال = $\frac{٣}{٢٠}$ × (١٠٠) ٪ = ١٥٪

ثانيًا: اكتب نصائحك لمدير الشركة، وناقش زملاءك، واحفظ التَّقرير بكراسة الفصل .

مثال (٣)

وجدت شركةُ تأمين على الحياةِ أن من بين عينة تشملُ ١٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ عامًا، بلغت حالات الوفاة ٦٧ حالة خلال عام واحد.

أ ما احتمالُ أن يتوفى رجلٌ بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد؟

ب لماذا تهتمُّ شركاتُ التأمين بهذه النتائج؟

جـ إذا قامت الشركةُ بالتأمين على ٥٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠، سن ٥٠ فما عددُ حالات استحقاق وثيقة التأمين خلال عام واحد؟

الحل

أ احتمالُ الوفاة = $\frac{٦٧}{١٠٠٠٠}$ = ٠,٠٠٦٧

ب تهتمُّ شركاتُ التأمين بالاحتمالِ التجريبي لتحديد قسط التأمين.

جـ عددُ حالاتِ الوفاة المتوقَّعة خلال عام = العددُ الكليُّ للمؤمن عليهم × احتمال الوفاة

= ٥٠٠٠٠ × ٠,٠٠٦٧ = ٣٣٥

مثال (٤)

مدرسة بها ٣٢٠ تلميذاً وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولداً هو ٠,٦ فأوجد عدد بنات المدرسة؟

الحل

إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولداً = ٠,٦

فإن احتمال أن يكون التلميذ المثالى بنتاً = ٠,٤

$\therefore$ عدد بنات المدرسة $\frac{٤}{١٠}$ × ٣٢٠ = ١٢٨

الوحدة الرابعة

٤

المساحات

الوحدة الرابعة

الدرس الأول

تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

فكّر وناقِش

سوف تتعلم

- متى تتساوى مساحتا متوازيى أضلاع.
- متى تتساوى مساحة متوازى أضلاع ومساحة مستطيل.
- كيفية إيجاد مساحة متوازى الأضلاع.
- العلاقة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.
- كيفية إيجاد مساحة مثلث.

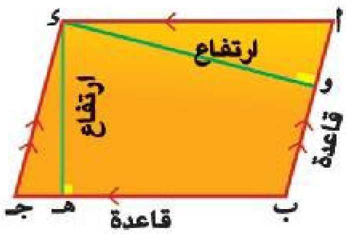
مصطلحات أساسية

- مساحة.
- متوازى أضلاع.
- مستطيل.
- مثلث.
- قاعدة.
- ارتفاع.
- مستقيمان متوازيان.

فى ضوءِ معلوماتك عن متوازى الأضلاعِ أجبْ عما يأتى:

- ما تعريفُ متوازى الأضلاع؟
- ما خواصُّ متوازى الأضلاع؟
- هل البعدُ بين كلِّ مستقيمين متوازيين ثابت؟ وضح إجابتك بأمثلة حياتية.
- هل المستطيلُ والمعينُ والمربع حالاتٌ خاصةٌ من متوازى الأضلاع؟ ولماذا؟

ارتفاعُ متوازى الأضلاع:

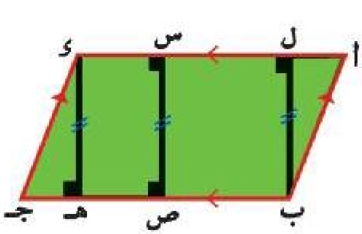


فى الشكلِ المقابل: أ ب جـ ء متوازى أضلاع إذا اعتبرنا $\overline{\text{ب جـ}}$ قاعدة له وكان $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ فيكون:

طول $\overline{\text{ء هـ}}$ ارتفاع مناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$

وإذا اعتبرنا $\overline{\text{أ ب}}$ قاعدة لمتوازى الأضلاع، وكان $\overline{\text{ء و}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ فيكون:

طول $\overline{\text{ء و}}$ ارتفاع مناظر للقاعدة $\overline{\text{أ ب}}$

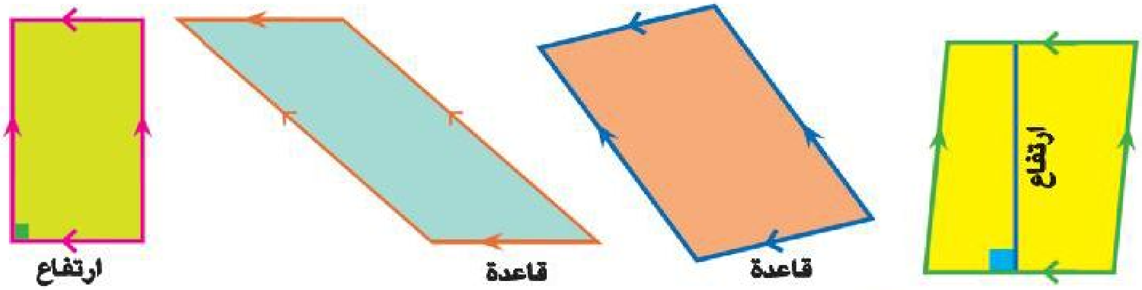


لاحظ أن: ارتفاعُ متوازى الأضلاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ يكون مساويًا لطول $\overline{\text{ء هـ}}$ حيث:

ء هـ = س ص = ب ل   لماذا؟

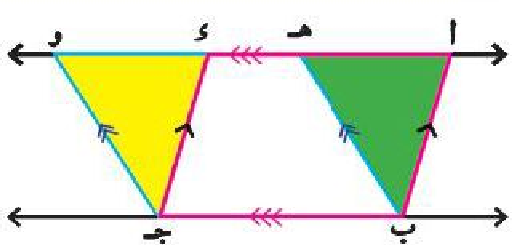
تدرب

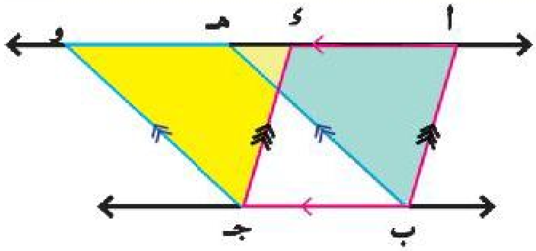
حدِّد القاعدةَ والارتفاعَ المناظر لها لكلٍّ من متوازيات الأضلاع التالية:



نظرية ١

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدةِ والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.





المعطيات: أ ب جـ ى، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع، $\overline{\text{ب جـ}}$ قاعدة مشتركة لهما، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$

المطلوب: إثبات أن مساحة ▱ أ ب جـ ى = مساحة ▱ هـ ب جـ و

البرهان: ∵ △ ى جـ و صورة △ أ ب هـ   بانتقال مسافة ب جـ فى اتجاه $\overrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ △ ى جـ و ≡ △ أ ب هـ   لأن الانتقال تساوى قياسى

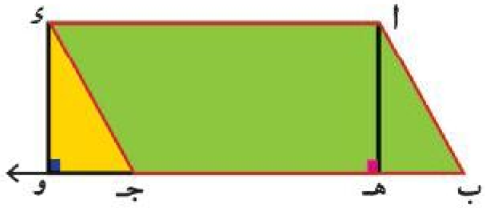
∴ مساحة الشكل أ ب جـ و - مساحة △ ى جـ و =

مساحة الشكل أ ب جـ و - مساحة △ أ ب هـ

∴ مساحة ▱ أ ب جـ ى = مساحة ▱ هـ ب جـ و

وهو المطلوب

هيا نفكر



فى الشكل المقابل:

$\overline{أ ب جـ ء}$ متوازي أضلاع، $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب جـ}$

إذا كان $\overline{ء و} \perp \overleftarrow{ب جـ}$ فإن:

$\triangle$ ء جـ و صورة $\triangle$ أ ب هـ

بانتقال مسافة أ ء في اتجاه $\overleftarrow{أ ء}$

ما العلاقةُ بين مساحة ▱ أ ب جـ ء، ومساحة المستطيل أ هـ و ء؟

نتائج

نتيجة ١

مساحةُ متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيلِ المشترك معه فى القاعدةِ والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

لاحظ أن:

مساحةُ المستطيل = الطول × العرض

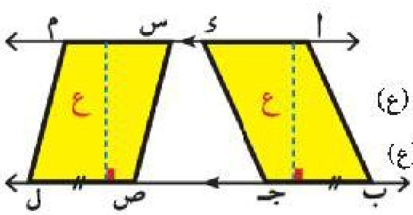
مساحةُ المستطيل أ هـ و ء = هـ و × أ هـ = ب جـ × أ هـ لماذا؟

فتكون مساحةُ متوازى الأضلاع أ ب جـ ء = ب جـ × أ هـ

نتيجة ٢

مساحةُ متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

لاحظ أن:



البعدُ بين مستقيمين متوازيين ثابت فإذا كان ب جـ = ص ل

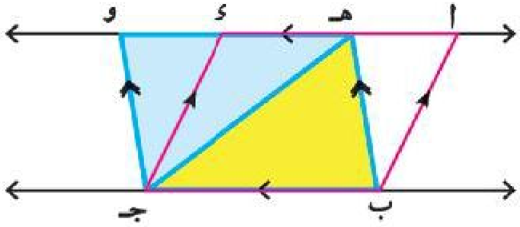
فإن: مساحة ▱ أ ب جـ ء = ب جـ × البعد بين المستقيمين المتوازيين (ع)

مساحة ▱ س ص ل م = ص ل × البعد بين المستقيمين المتوازيين (ع)

ماذا تستنتج؟

نتيجة ٣

متوازياتُ الأضلاعِ المحصورةِ بين مستقمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.



هيّا نفكر

فى الشكلِ المقابل: $\overleftrightarrow{بجـ} // \overleftrightarrow{أو}$ ،

أ ب جـ ى ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

هـ جـ قطر فى متوازى الأضلاع هـ ب جـ و

∴ **مساحة** △ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ هـ ب جـ و

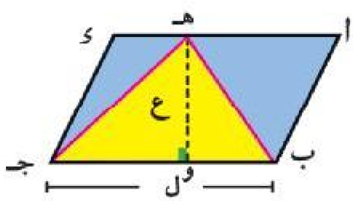
∴ **مساحة** ▱ هـ ب جـ و = مساحة ▱ هـ ب جـ و

∴ **مساحة** △ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ ى

نتيجة ٤

مساحةُ المثلثِ تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة؟

هيا نفكر



فى الشكل المقابل:

أ ب جـ ى متوازى أضلاع

مساحة△ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة▱ أ ب جـ ى

= $\frac{1}{2}$ × ل × ع

نتيجة ٥

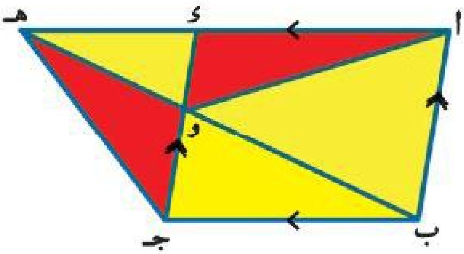
مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته × ارتفاعه

لاحظ أن:

١ ارتفاعُ المثلث هو طولُ القطعة العموديَّة المرسومة من رأسِ المثلث إلى الضِّلع المقابل لها.

٢ المستقيمات التي تحمل القطع المستقيمة العمودية المرسومة من رؤوس المثلث إلى الأضلاع المقابلة لها تتقاطع فى نقطة واحدة.

مثال



فى الشكلِ المقابل:

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ ،

$\overline{\text{ب هـ}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = {و}

برهن أن: مساحة △ أ و ء = مساحة △ هـ و جـ

الحل

المعطيات: أ ب جـ ء متوازي أضلاع ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = {و}

المطلوب: إثبات أن مساحة △ أ و ء = مساحة △ هـ و جـ

البرهان: ∵ مساحة △ أ و ب = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ ء

∴ مساحة △ أ و ء + مساحة △ ب و جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ ء (١)

∵ مساحة △ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ ء

∴ مساحة △ هـ و جـ + مساحة △ ب و جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ ء (٢)

من (١) ، (٢) نستنتج أن:

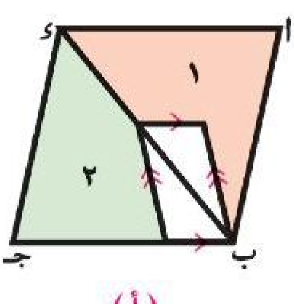
مساحة △ أ و ء = مساحة المثلث هـ و جـ (وهو المطلوب)

هيا نفكّر

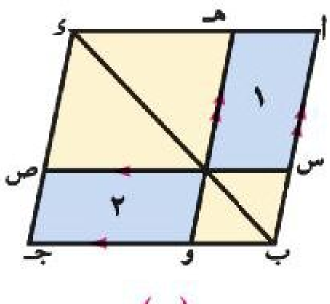
فى كلٍّ من الشكلين

أ ب جـ ء متوازى أضلاع. (أ) ، (ب):

لماذا تكون مساحة الشكل (١) = مساحة الشكل (٢)؟



(أ)



(ب)

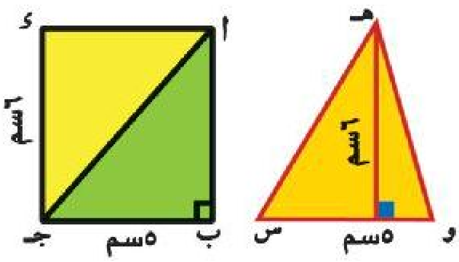
الوحدة الرابعة

الدرس الثانى

تساوى مساحتى مُثلثين

فكر وناقش

إذا تطابق مثلثان، هل يتساويان فى المساحة؟ إذا تساوى مثلثان فى المساحة، هل يتطابقان؟ متى تتساوى مساحتا مثلثين؟



سوف تتعلم

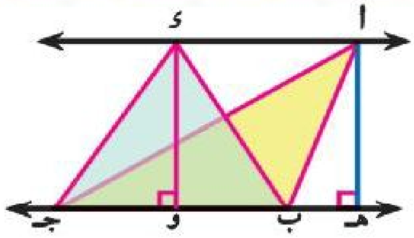
- متى يتساوى مساحتا مثلثين.

مصطلحات أساسيّة

- مساحة مثلث

نظرية ٢

المثلثان المرسومان على قاعدةٍ واحدةٍ ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.



المعطيات: أ ء // ب جـ

المثلثان: أ ب جـ، ء ب جـ يشتركان فى القاعدة ب جـ

المطلوب: إثبات أن: مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ ء ب جـ

العمل: نرسم أ هـ ⊥ ب جـ، ء و ⊥ ب جـ

البرهان: ∵ أ ء // ب جـ ، أ هـ ، ء و عمودين على ب جـ

∴ أ هـ و ء مستطيل، أ هـ = ء و

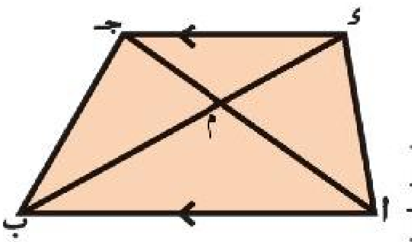
∵ مساحة △ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ هـ (١)

، مساحة △ ء ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ء و = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ هـ (٢)

من (١)، (٢) ∴ مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ ء ب جـ

(وهو المطلوب)

مثال (١) :



١ في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{ءجـ}$ ، $\overline{أجـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

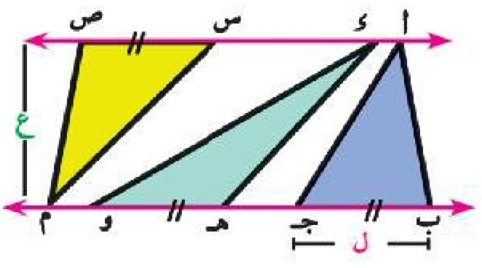
أكمل وفسر إجابتك:

أ مساحة △ أ ء ب = مساحة △ أ جـ ب لأن $\overline{أب} \parallel \overline{ءجـ}$

ب مساحة △ ء أ جـ = مساحة △ ء ب جـ لأن $\overline{أب} \parallel \overline{ءجـ}$

جـ مساحة △ ء أ م = مساحة △ جـ ب م لماذا؟

نتائج

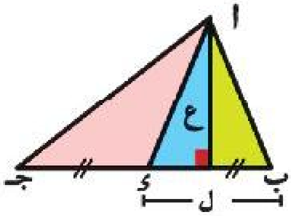


١ المثلثاتُ التي قواعدها متساويةُ الطولِ والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية المساحة.

لاحظ أن:

$\overleftrightarrow{أص} \parallel \overleftrightarrow{بجـ}$ ، بجـ = هـ و = س ص

∴ مساحة△ أ ب جـ = مساحة△ ء هـ و = مساحة△ س ص م = $\frac{١}{٢}$ ل × ع

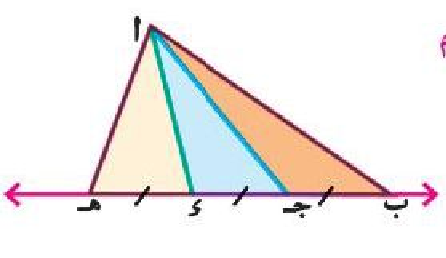


٢ متوسطُ المثلثِ يقسم سطحَه إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة.

لاحظ أن:

$\overline{أء}$ متوسط للمثلث أ ب جـ (ب ء = ء جـ = ل)

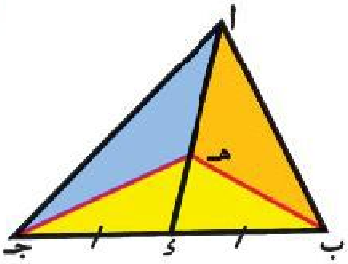
∴ مساحة△ أ ب ء = مساحة△ أ ء جـ = $\frac{١}{٢}$ ل × ع



٣ المثلثاتُ التي أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشتركة في الرأس، تكون متساوية المساحة.

مساحة△ أ ب جـ = مساحة△ أ جـ ء = مساحة △ أ ء هـ

مثال (٢) :



أ ب جـ مثلث فيه $\overline{\text{أ ى}}$ متوسط، هـ ∈ $\overline{\text{أ ى}}$ رسمت $\overline{\text{ب هـ}}$، $\overline{\text{جـ هـ}}$

برهن أن: مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ جـ هـ

البرهان:

∵ $\overline{\text{أ ى}}$ متوسط فى المثلث.

∴ مساحة △ أ ب ى = مساحة △ أ جـ ى (١)

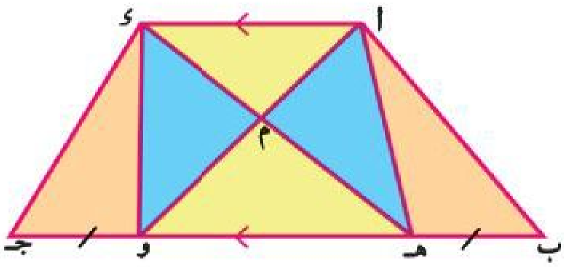
∵ $\overline{\text{هـ ى}}$ متوسط فى △ هـ ب جـ

∴ مساحة △ هـ ب ى = مساحة △ هـ جـ ى (٢)

بطرح طرفى (٢) من طرفى (١) ينتج أن:

مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ جـ هـ

مثال (٣) :



فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ ى}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$، هـ ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$، و ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث:

ب هـ = جـ و ، $\overline{\text{أ و}}$ ∩ $\overline{\text{هـ ى}}$ = {م}

برهن أن:

أولا : مساحة △ أ م هـ = مساحة △ ى م و

ثانيًا: مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ى جـ و م

البرهان:

∵ $\overline{\text{أ ى}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$، المثلثان أ هـ و، ى هـ و يشتركان فى القاعدة $\overline{\text{هـ و}}$

∴ مساحة △ أ هـ و = مساحة △ ى هـ و

بطرح مساحة △ م هـ و من الطرفين.

مساحة △ أ هـ م = مساحة △ ى و م (١) (المطلوب أولاً)

∵ ب هـ = جـ و ، $\overline{\text{أ ى}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

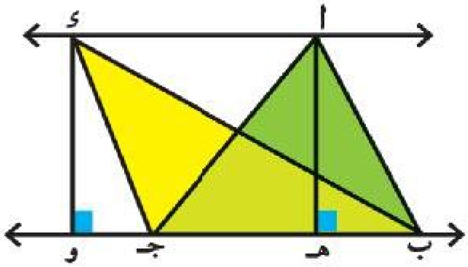
∴ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ى جـ و (٢)

بجمع (١)، (٢) ينتج أن:

مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ى جـ و م (المطلوب ثانياً)

نظرية ٣

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما ، والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.



المعطيات: مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ ء ب جـ.

ب جـ قاعدة مشتركة للمثلثين

المطلوب: إثبات أن: أء // ب جـ

العمل: نرسم أهـ ⊥ ب جـ ، ءو ⊥ ب جـ

البرهان: ∵ مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ ء ب جـ

∴ $\frac{1}{2}$ ب جـ × أهـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ءو

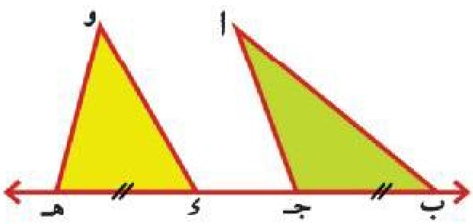
∴ أهـ = ءو

∵ أهـ ⊥ ب جـ ، ءو ⊥ ب جـ

∴ أهـ // ءو

∴ الشكل أهـ و ء مستطيل **وينتج أن:** أء // ب جـ

هيا نفكر

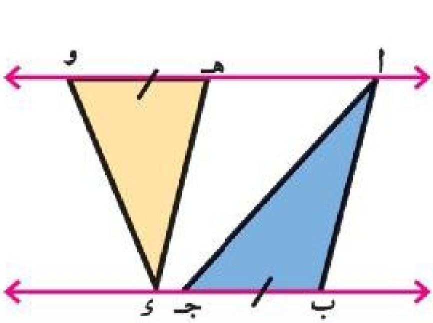


١ فى الشكلِ المقابل:

ب، جـ، ء، هـ تقع على مستقيم واحد

حيث ب جـ = ء هـ

إذا كان: مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ و ء هـ ماذا تستنتج؟ فسر إجابتك.



٢ فى الشكل المقابل: ء ∈ ب جـ ، أ ∈ و هـ ، ب جـ = هـ و

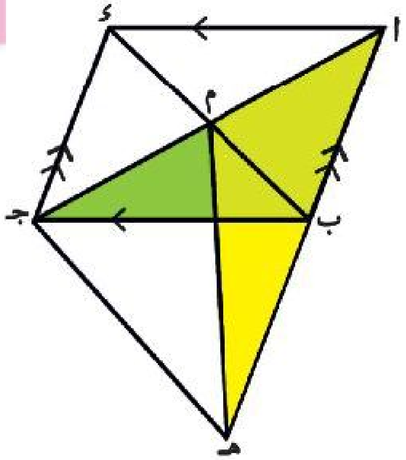
إذا كان:

مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ ء هـ و

ماذا تستنتج؟ فسر إجابتك.

لاحظ أن: أو // ب جـ لماذا؟

مثال (١)



أ ب جـ ى متوازى أضلاع $\overline{أجـ} \cap \overline{بى} = \{م\}$

هـ $\in \overleftarrow{أب}$ بحيث: مساحة △ أ م هـ = مساحة △ أ ب جـ

برهن أن: الشكل ب هـ جـ ى متوازى أضلاع.

البرهان: ∵ مساحة △ أ م هـ = مساحة △ أ ب جـ

بطرح مساحة △ أ ب م من الطرفين

∴ مساحة △ ب م هـ = مساحة △ ب م جـ

وهما مشتركان فى القاعدة $\overline{ب م}$ وفى جهة واحدة منها

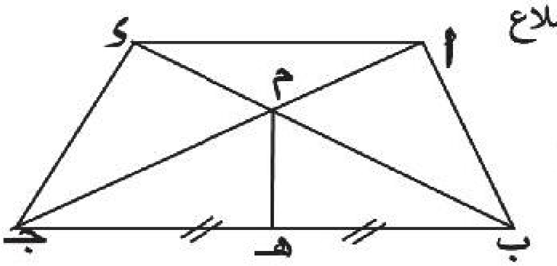
∴ $\overleftrightarrow{جـ هـ} // \overleftrightarrow{ب م}$ (١)

∵ الشكل أ ب جـ ى متوازى أضلاع

∴ $\overleftrightarrow{ب هـ} // \overleftrightarrow{ى جـ}$ (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن الشكل ى ب هـ جـ متوازى أضلاع

مثال (٢) فى الشكل المقابل:



$\overline{أى} // \overline{ب جـ}$ ، هـ منتصف $\overline{ب جـ}$

أثبت أن:

أولاً: مساحة △ أ م ب = مساحة △ ى م جـ

ثانياً: مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د جـ هـ م

الحل

∵ △ أ ب جـ، △ ى ب جـ مرسومان على قاعدة واحدة $\overline{ب جـ}$ ورأساهما على $\overleftrightarrow{أى} // \overline{ب جـ}$

∴ مساحة △ أ ب جـ = مساحة △ ى ب جـ   بطرح مساحة △ م ب جـ من الطرفين

∴ مساحة △ أ م ب = مساحة △ ى م جـ   «١»

∵ $\overline{م هـ}$ متوسط فى △ م ب جـ

∴ مساحة △ م ب هـ = مساحة △ م جـ هـ   «٢» بجمع «١»، «٢» ينتج أن :

∴ مساحة الشكل △ أ ب هـ م = مساحة الشكل △ ى جـ هـ م

الوحدة الرابعة

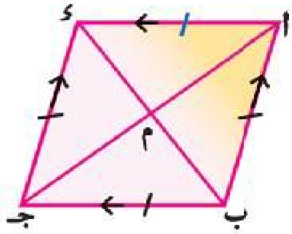
الدرس الثالث

مساحات بعض الأشكال الهندسية

فكّر وناقِش

سَبق أن عَرَفت أنّ المعيّن هو متوازى أضلاعٍ أضلاعه متساوية الطول.

- ما العلاقةُ بين قُطرى المعين؟
- كيف تُوجِدُ مساحة المعين؟



سوف تتعلم

- كيفيةُ إيجاد مساحة المعين.
- كيفيةُ إيجاد مساحة المربع بمعلومية طول قطره.
- كيفيةُ إيجاد مساحة شبة المنحرف.

مصطلحاتٌ أساسيَّة

- مربع.
- معين.
- شبة منحرف.
- مساحة.

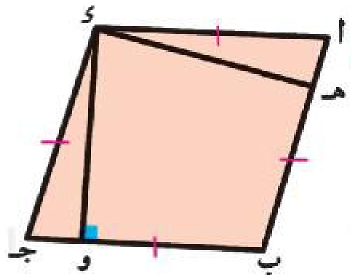
مساحةُ المعين:

١ إذا كان طولُ ضلعِ المعين ل وارتفاعُه ع

فإن: مساحة المعين = ل × ع

أى أن:

مساحةُ المعين = طول قاعدتهِ × ارتفاعه.



هيا نفكر

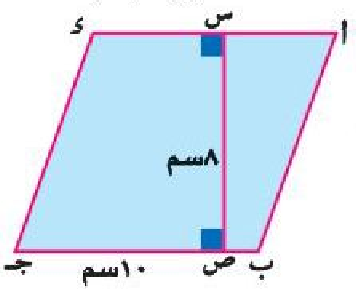
هل ء هـ = ء و؟ فسِّر إجابتك.

مثال (١)

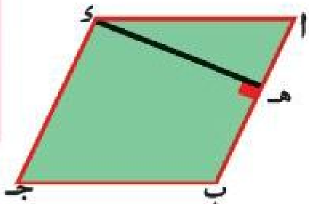
١ **فى كل من الشكلين التاليين ، أوجِد مساحةَ المعين أ ب جـ ء**

أ المساحةُ = ب جـ × س ص

= ١٠ × ٨ = ٨٠سم^{٢}



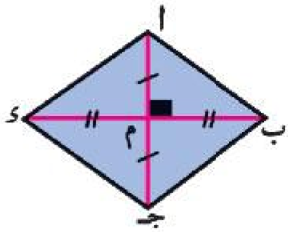
ب محيطُ المعين أ ب جـ ى = ٢٤سم، ى هـ = ٥سم



طول ضلع المعين = ٢٤ ÷ ٤ = ٦ سم

∴ مساحة المعين = أ ب × ى هـ = ٦ × ٥ = ٣٠سم٢

٢ تعلم أنَّ قطرى المعين متعامدان وينصِّف كلٌّ منهما الآخر، لاحظ الشكل المقابل



مساحةُ المعين أ ب جـ ى = ٢ مساحة △ أ ب ى

= ٢ × $\frac{١}{٢}$ ب ى × أم

= $\frac{١}{٢}$ × ب ى × ٢ أم

= $\frac{١}{٢}$ ب ى × أ جـ

أى أن: مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه.

∵ المربعُ هو معينٌ قطراه متساويان فى الطول.

∴ مساحةُ المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره.

مثال : (٢)

أوجد مساحة المعين الذى طولا قطرية ٨ سم، ١٢ سم.

الحل

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطرية

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٢

= ٤٨ سم٢

مثال : (٣)

أوجد مساحة المربع الذى طول قطره ١٠ سم

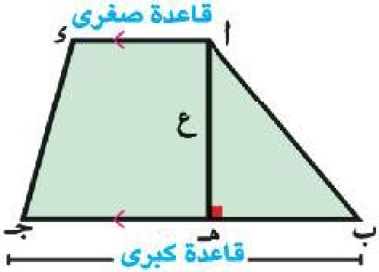
الحل

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره

= $\frac{١}{٢}$ × (١٠)٢

= ٥٠ سم٢

شِبهُ المنحرف



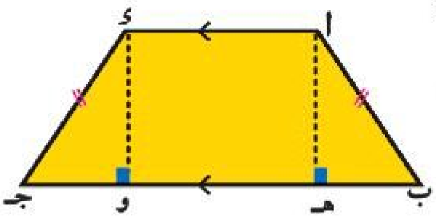
هو شكلٌ رباعيٌ فيه ضلعان متوازيان يُعرفان بقاعدتيه ، ويسمى كلُّ ضلعٍ من الضلعين غير المتوازيين "ساقا".

فى الشكل المقابل: $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ **قاعدتا شبه المنحرف** أ ب جـ ء

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ء جـ}}$ **ساقا شبه المنحرف** أ ب جـ ء

شِبهُ المنحرفِ له ارتفاعٌ واحدٌ هو البعُد العموديُّ بين قاعدتيهِ = ع

هيا نفكر



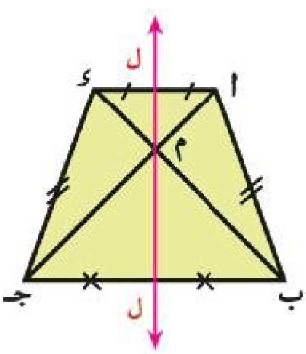
هل قطر شبه المنحرف يقسمه إلى مثلثينِ متساويين فى المساحة؟

إذا كان: أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ء جـ}}$:

هل ق ($\angle$ ب) = ق ($\angle$ جـ)؟

ارسم $\overline{\text{أ هـ}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ وفسر إجابتك.

شبهُ المنحرفِ المتساوى الساقين:



أ ب جـ ء شبه منحرفٍ فيه أ ب = ء جـ **فإن:**

١ زوايتا كلٍّ من قاعدتيه متساويتان فى القياس

ق ($\angle$ ب) = ق ($\angle$ جـ)، ق ($\angle$ أ) = ق ($\angle$ ء)

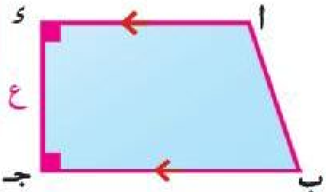
٢ قطراه متساويان فى الطول أ جـ = ب ء

$\overline{\text{أ جـ}} \cap \overline{\text{ب ء}}$ = {م}

∴ أ م = ء م ، ب م = جـ م

٣ له محور تماثلٍ واحدٍ (ل) ينصِّف قاعدتيه.

شبة المنحرف القائم الزاوية



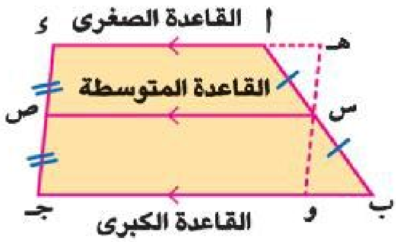
هو شبه منحرفٍ فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين.

فى الشكلِ المقابل: ى جـ $\perp$ ب جـ ، جـ ى $\perp$ أ ى ،

∴ ارتفاع شبه المنحرف = طول جـ ى

القاعدةُ المتوسطةُ لشبه المنحرفِ .

هى القطعةُ المستقيمةُ س ص الواصلةُ بين منتصفى الساقين فى شِبه المنحرفِ أ ب جـ ى .

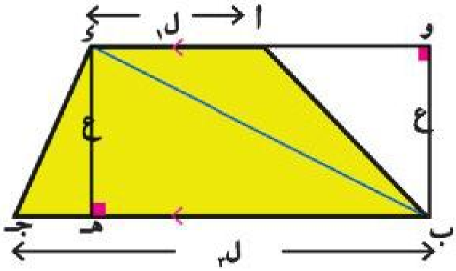


لاحظ أن:

س ص // ب جـ // أ ى

طول س ص = $\frac{1}{2}$ (أ ى + ب جـ)

مساحةُ شِبهِ المنحرفِ:



مساحةُ شِبهِ المنحرف أ ب جـ ى =

مساحة△ أ ب ى + مساحة △ ى ب جـ

= $\frac{1}{2}$ أ ى × ب و + $\frac{1}{2}$ ب جـ × د هـ

= $\frac{1}{2}$ ل١ ع + $\frac{1}{2}$ ل٢ × ع

= $\frac{1}{2}$ (ل١ + ل٢) ع

مساحةُ شبهِ المنحرفِ = $\frac{1}{2}$ مجموعُ طولى قاعدتيه المتوازيتين × الارتفاع.

لاحظ أن: طول القاعدة المتوسطةِ = $\frac{1}{2}$ مجموع طول القاعدتين المتوازيتين.

∴ مساحةُ شبهِ المنحرفِ = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع.

مثال : (٢)

أوجد مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم، ٩ سم والبعد بينهما ٤ سم.

الحل

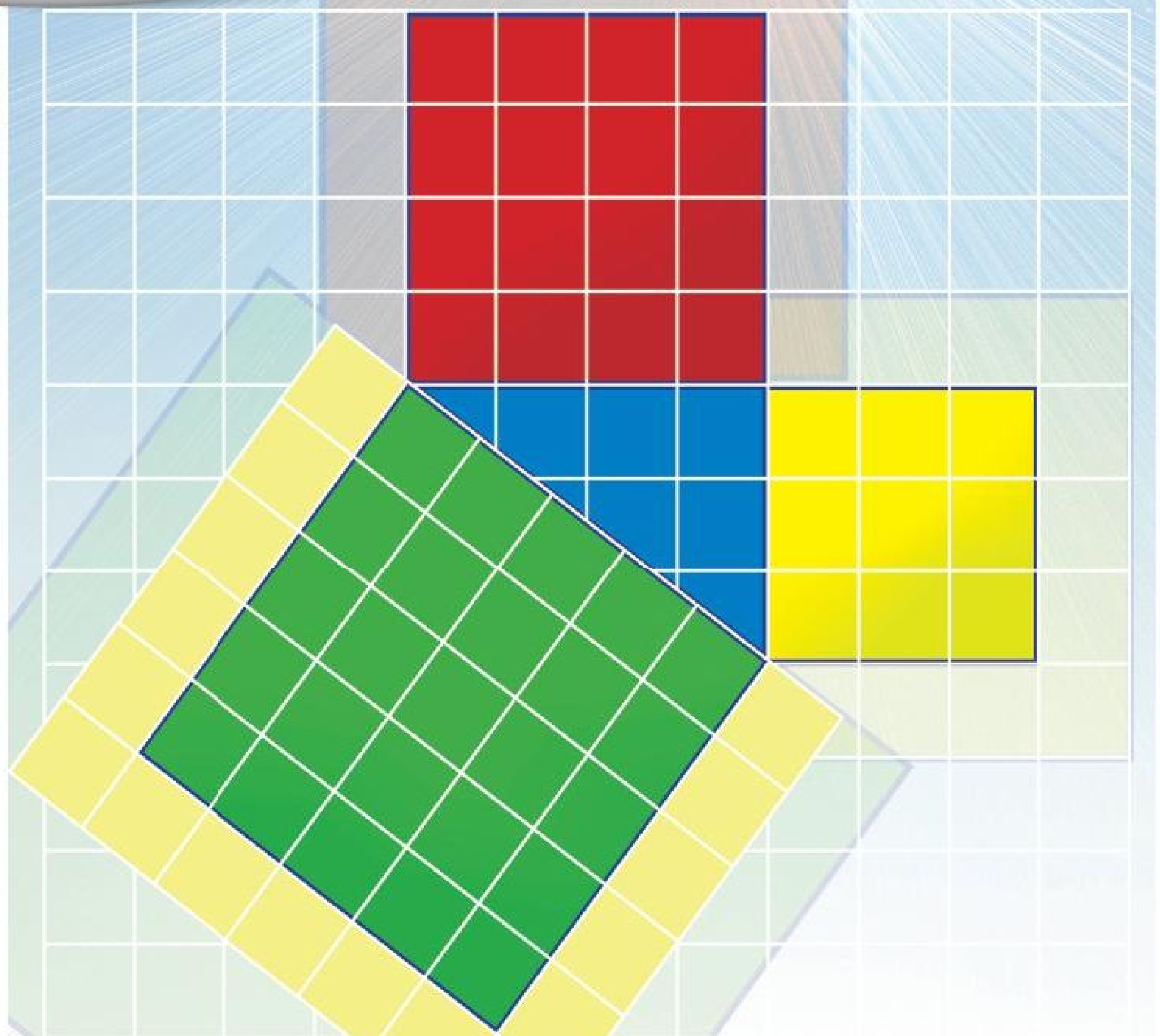
مساحة شبه المنحرف = $\frac{٥ + ٩}{٢}$ × ٤

= ٧ × ٤ = ٢٨ سم^{٢}

الوحدة الخامسة

٥

التشابه
وعكس فيثاغورث واقليدس



الوحدة الخامسة

الدرس الأول

التشابه

فكر وناقش

سوف تتعلم

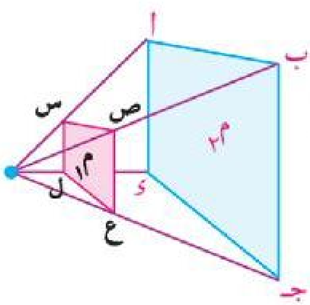
- مفهومُ التشابه.
- متى يتشابه مضلعان.
- متى يتشابه مثلثان.

مصطلحات أساسية

- تشابه.
- أطوال متناسبة.
- زوايا متناظرة.

فى قاعةِ التطويرِ التكنولوجىِّ ، وأثناءَ عرض تمارين وتطبيقات على التحويلات الهندسية .

قال أسامة:



الانعكاسُ والانتقالُ والدورانُ هو تساوى قياسى ، لأن الشكلَ وصورته متطابقان، فيكون لهما نفس قياساتِ الأطوال المتناظرة، ونفس قياسات الزوايا المتناظرة.

قال أحمد:

رسومُ التمارين على شاشةِ العرض مشابهةٌ للواقع، لهما نفس قياسات الزوايا، ولكن الأطوال مكبرةٌ بنسبة ثابتة.

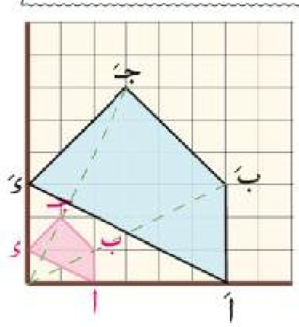
هل المضلعُ أ ب جـ د يشابه المضلعَ س ص ع ل؟ ولماذا؟

تعريف

يقال لمضلعينِ إنهما متشابهان إذا تحقَّق مايلى:

- زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس.
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال



فى الشكل المقابل

$$\frac{\text{أَ بَ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{بَ جـَ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{جـَ ءَ}}{\text{جـ ء}} = \frac{\text{أَ ءَ}}{\text{أ ء}} = \frac{٣}{١} \text{ ،}$$

ق (∠ أ َ) = ق (∠ أ)، ق (∠ بَ) = ق (∠ ب)،
ق (∠ جـَ) = ق (∠ جـ)، ق (∠ أَ) = ق (∠ أ)

∴ الشكل أ ب جـ ء يشابه الشكل أَ بَ جـَ ءَ

لاحظ أن:

1. يجب كتابةُ المضلعين المتشابهين بنفس ترتيب الرؤوس المتناظرة.
فيكون الشكلُ أَ بَ جـَ ءَ يشابه الشكل أ ب جـ ء ونستخدمُ العلامةَ (~) للتَّعبير عن التَّشابهِ فنكتب الشكل أَ بَ جـَ ءَ ~ الشكل أ ب جـ ء.
2. تسمى النسبةُ الثابتةُ بين أطوال الأضلاع المتناظرة **بنسبةِ التَّكبير** أو **مقياس الرسم.**
لاحظ أن: إذا كانت نسبةُ التكبير = ١ فإن المضلعين يتطابقان.
3. كلُّ المضلعاتِ المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة. لماذا؟
4. إذا تشابه مضلعان فإن قياساتِ الزوايا المتناظرة متساوية، أطوالُ الأضلاع المتناظرة متناسبة.

فكر المربعُ والمستطيلُ لا يتشابهان رغم تساوى قياسات زواياهما ... لماذا؟
المربع والمعين لا يتشابهان رغم تناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة ... لماذا؟

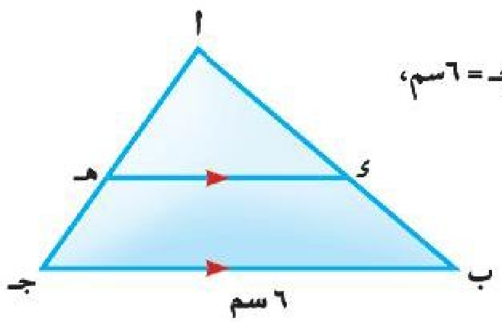
تشابهُ المثلثين

تعريف

يتشابه المثلثانِ إذا توفَّر أحدُ الشَّرطين التاليين:

- الزوايا المتناظرة متساويةٌ فى القياس.
- أطوالُ الأضلاعِ المتناظرة متناسبة.

مثال



فى الشكلِ المقابل: أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٥سم ، ب جـ = ٦سم، أ جـ = ٤سم ، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث ء أ = ٣سم، $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}}$ ∩ $\overline{\text{أ جـ}}$ = {هـ}

أ) برهن أن △ أ ء هـ ~ △ أ ب جـ .

ب) أوجد طولَ كلٍّ من $\overline{\text{ء هـ}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$

الحل

∵ $\overline{\text{ى هـ}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$

∴ ق (∠ ا ى هـ) = ق (∠ ب) ، ق (∠ ا هـ ى) = ق (∠ جـ) لماذا؟

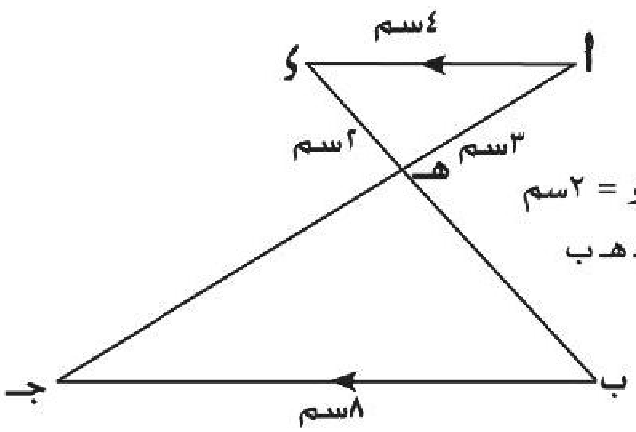
∵ ∠ ا مشتركة فى كلٍّ من المثلثين ا ى هـ ، ا ب جـ

∴ △ ا ى هـ ~ △ ا ب جـ لتساوى قياسات الزوايا المتناظرة ، وينتج أن:

$$\frac{\text{ا ى}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ى هـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ا هـ}}{\text{ا جـ}} \quad ∴ \frac{٣}{٥} = \frac{\text{ى هـ}}{٦} = \frac{\text{ا هـ}}{٤}$$

ى هـ = $\frac{٣ \times ٦}{٥}$ = ٣,٦سم ، ا هـ = $\frac{٣ \times ٤}{٥}$ = ٢,٤ سم

مثال (٢)



$\overline{\text{ا ى}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$، ا ى = ٤ سم ،

ب جـ = ٨ سم، ا هـ = ٣ سم ، هـ ى = ٢سم

أولاً: أثبت أن △ ا هـ ى ~ △ جـ هـ ب

ثانياً: أوجد محيط △ هـ ب جـ

البرهان

∵ $\overline{\text{ا ى}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$

∴ ق (∠ ا) = ق (∠ جـ)، ق (∠ ى) = ق (∠ ب) بالتبادل

∵ ق (∠ ا هـ ى) = ق (∠ جـ هـ ب) بالتقابل بالرأس

∴ △ ا هـ ى ~ △ جـ هـ ب

$$∴ \frac{\text{ا هـ}}{\text{جـ هـ}} = \frac{\text{هـ ى}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{ى ا}}{\text{ب جـ}}$$

بالتعويض عن أطوال الأضلاع المعلومة

$$∴ \frac{٣}{\text{جـ هـ}} = \frac{٢}{\text{هـ ب}} = \frac{٤}{٨}$$

∴ جـ هـ = ٦سم ، هـ ب = ٤سم

∴ محيط هـ ب جـ = ٤ + ٦ + ٨ = ١٨سم

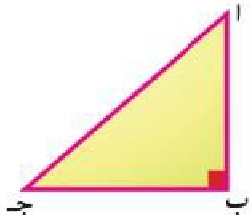
الوحدة الخامسة
الدرس الثانى
عكس نظرية فيثاغورث

فكّر وناقِش

سوف تتعلم
- عكس نظرية فيثاغورس.
- استخدام نظرية فيثاغورس فى حل المسائل.

علمنا من نظريةِ فيثاغورس أنه إذا كان أ ب جـ مثلثٌ قائم الزاويةِ فى ب فإن:

$(\text{أ جـ})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب جـ})^{٢}$



والآن سوف ندرس عكسَ نظريةِ فيثاغورس.

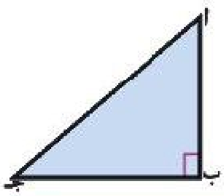
عكس نظرية فيثاغورس:

إذا كان مجموعُ مساحتى المربعينِ المنشأينِ على ضلعينِ فى مثلثٍ يساوى مساحةَ المربعِ المنشأ على الضلعِ الثالثِ، كانت الزاويةُ المقابلةُ لهذا الضلع قائمة.

أى أن : فى △ أ ب جـ إذا كان: $(\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب جـ})^{٢} = (\text{أ جـ})^{٢}$

فإن : $ق(\angle \text{ب}) = ٩٠^\circ$

ويكون المثلث قائم الزاوية فى ب



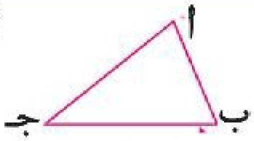
ويمكنُ صياغة عكس نظريةِ فيثاغورس كمايلى:

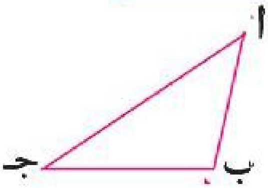
إذا كان مربعُ طول ضلعٍ فى مثلثٍ يساوى مجموعَ مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاويةُ المقابلةُ لهذا الضلعِ قائمة.

نتيجة:

فى المثلث أ ب جـ **إذا كان:**

$\overline{\text{أ جـ}}$ أكبر الأضلاع طولا وكان $(\text{أ ب})^{٢} + (\text{ب جـ})^{٢} \neq (\text{أ جـ})^{٢}$





فإن: △ أ ب جـ لايكون قائمَ الزاوية.

المساقط

فكر وناقش

سوف تتعلم

- إيجاد مسقط نقطة على مستقيم.
- إيجاد مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم.
- إيجاد مسقط شعاع على مستقيم.
- إيجاد مسقط مستقيم على مستقيم.

مصطلحات أساسية

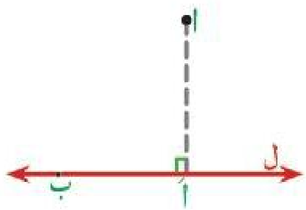
- مسقط.
- نقطة.
- قطعة مستقيمة.
- شعاع.
- خط مستقيم.

عندما تسقط قطعة طباشير من يدك: هل تسقط راسيًا لاسفل (عمودية على الأرض)؟

ما الأثرُ الذى تتركه قطعةُ الطباشير على الأرض؟

مسقط نقطة على مستقيم

فى الشكلِ المقابل:



ل مستقيم، أ ، ب نقطتان ، حيث أ $\notin$ ل ،

ب $\in$ ل.

نرسم $\overline{\text{أأَ}}$ $\perp$ ل حيث أَ $\in$ ل.

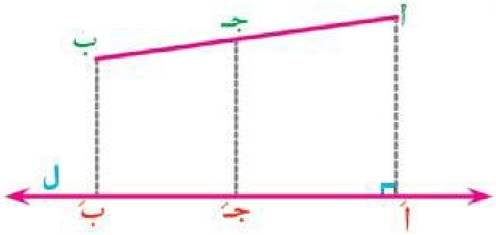
تسمى النقطة أَ (وهى موقع العمود المرسوم من النقطة أ على المستقيم ل) **بالمسقط العمودى** للنقطة أ على المستقيم ل.

$\because$ ب $\in$ ل $\quad$ $\therefore$ مسقط ب على المستقيم ل هو نفس النقطة ب.

لاحظ أن:

- **مسقطُ نقطةٍ على مستقيمٍ هو موقعُ العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.**
- **إذا كانت النقطةُ تقعُ على المستقيمِ فإن مسقطها على هذا المستقيم هو نفس النقطة.**

مسقطُ قطعة مستقيمة على مستقيمٍ معلوم



لإيجاد مسقط القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ على المستقيمِ ل.

إذا كانت : أَ مسقط أ على المستقيم ل

بَ مسقط ب على المستقيم ل

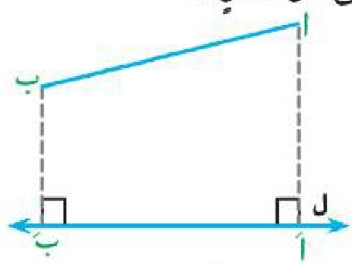
فإن : مسقط $\overline{أب}$ على المستقيم ل هو $\overline{أَبَ}$

لاحظ أنه **إذا كانت:** جـ $\in$ $\overline{أب}$ ، جـَ مسقط جـ على المستقيم ل

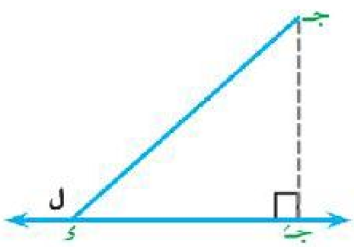
فإن : جـَ $\in$ $\overline{أَبَ}$

مثال :

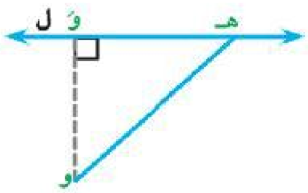
الأشكالُ التالية تُبين بعضَ القطع المستقيمةِ فى أوضاعٍ مختلفةٍ، لاحظ مسقطِ القطعةِ المستقيمةِ فى كلِّ شكلٍ :



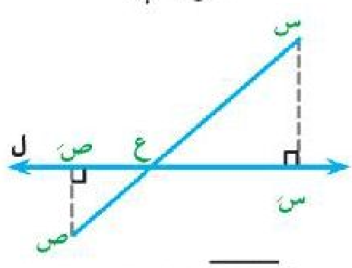
مسقط $\overline{أب}$ على المستقيم ل
هو $\overline{أَبَ}$



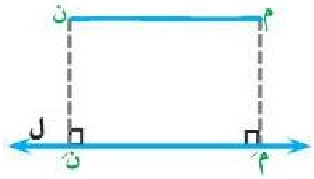
مسقط $\overline{جـ ى}$ على المستقيم ل
هو $\overline{جـَ ى}$



مسقط $\overline{هـ و}$ على المستقيم ل
هو $\overline{هـ وَ}$



مسقط $\overline{س ص}$ على المستقيم ل
هو $\overline{سَ صَ}$



مسقط $\overline{م ن}$ على المستقيم ل
هو $\overline{مَ نَ}$

مسقط $\overline{أب}$ على المستقيم ل
هو النقطة جـ

لاحظ وناقش:

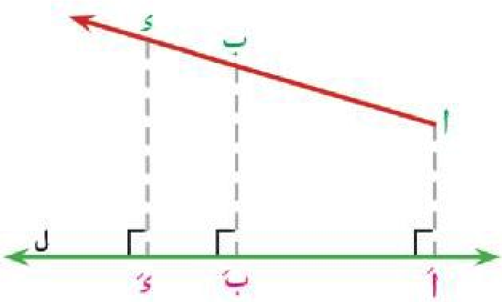
أ طولُ مسقطِ قطعةٍ مستقيمةٍ على مستقيمٍ معلومٍ يكون مساويًا أو أصغر من طولِ القطعةِ المستقيمةِ نفسها.

ب متى يكون طولُ مسقطِ قطعةٍ مستقيمةٍ على مستقيمٍ معلومٍ مساويًا طول هذه القطعة المستقيمة؟

جـ متى يكونُ طولُ مسقطِ قطعةٍ مستقيمةٍ على مستقيمٍ معلومٍ صفرًا؟

مسقطُ شعاع على مستقيم

لإيجاد مسقط $\overleftarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل



لاحظ أن: أَ مسقط أ على المستقيم ل

بَ مسقط ب على المستقيم ل

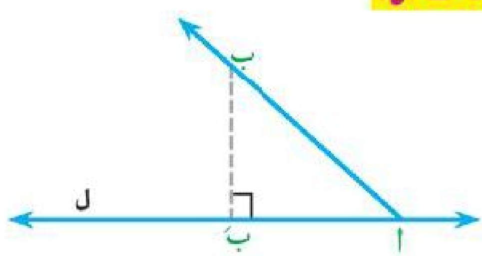
إذا كانت: ى $\in$ $\overleftarrow{\text{أب}}$ ، ى $\notin$ $\overline{\text{أب}}$

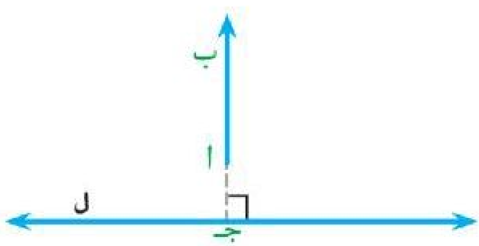
وكانت: ىَ مسقط ى على المستقيم ل.

فإن: ىَ $\in$ $\overleftarrow{\text{أَبَ}}$

$\therefore$ مسقطُ $\overleftarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو $\overleftarrow{\text{أَبَ}}$

لاحظ أن:





مسقط $\overleftarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو $\overleftarrow{\text{أبَ}}$ وإذا كان $\overleftarrow{\text{أب}}$ $\perp$ ل فإن مسقط $\overleftarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو نقطة جـ

هيا نفكر

أ ما مسقطُ مستقيمٍ على آخر؟

ب هل يمكن أن يكونَ مسقطُ مستقيمٍ على آخر هو نقطة ؟

جـ وضح إجابتك برسمِ أشكالٍ مختلفة لمسقط مستقيمٍ على آخر ، واحفظها فى كراستك .

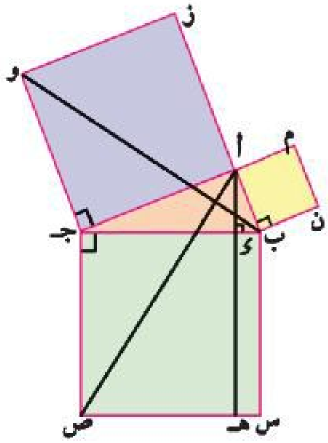
الوحدة الخامسة
الدرس الرابع

نظريةُ إقليدسِ

فكّر وناقِش

سوف تتعلم
- نظريةُ إقليدس.
- تطبيقاتٌ على نظرية إقليدس.

الشكلُ المقابل:



1. أ ب جـ مثلثٌ قائم الزاوية في أ، المربعات أ ب ن م، أ جـ و ز، ب س ص جـ منشأةٌ على أضلاعه.
2. رسم $\overleftarrow{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$ قطعها في ء، وقطع $\overline{س ص}$ في هـ، ورسمت $\overline{ب و}$، $\overline{أ ص}$ كما بالشكل.

لاحظ أن:

$ق(\angle ب جـ و) = ق(\angle ص جـ أ)$

$\triangle$ ب جـ و $\equiv$ $\triangle$ ص جـ أ **لماذا؟**

مساحة $\triangle$ ب جـ و = $\frac{1}{2}$ مساحة المربع أ جـ و ز **لماذا؟**

مساحة $\triangle$ ص جـ أ = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل هـ ص جـ ء **لماذا؟**

فيكون: مساحة المربع أ جـ و ز = مساحة المستطيل هـ ص جـ ء

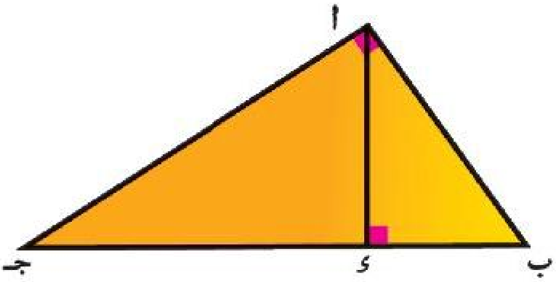
$(أ جـ)^2$ = جـ ء × جـ ص **لماذا؟**

$\therefore$ $(أ جـ)^2$ = جـ ء × جـ ب

= طول مسقط $\overline{أ جـ}$ × طول الوتر $\overline{ب جـ}$

نظرية إقليدس:

مساحةُ المربعِ المنشأ على أحدِ ضلعى القائمةِ فى المثلثِ القائمِ الزاويةِ يساوى مساحة المستطيلِ الذى بُعداه هو مسقط هذا الضلع على الوترِ وطول الوتر.



أى أن: فى المثلث أ ب جـ القائمِ الزاويةِ فى أ،

إذا رسمت $\overline{أى} \perp \overline{ب جـ}$ **فإن:**

$(ب أ)^2 = ب ى \times ب جـ$

$(جـ أ)^2 = جـ ى \times جـ ب$

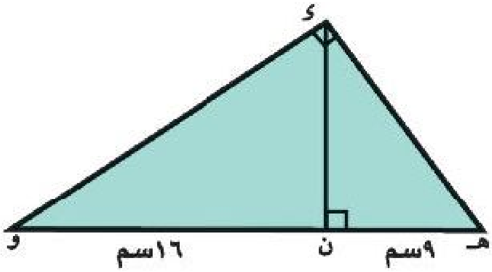
نتيجة:

$(أ ى)^2 = ى ب \times ى جـ$

فكر أثبت ان المثلثين أى ب ،حـ ى أ متشابهان واستنتج ان $(أ ى)^2 = ى ب \,.\, ى حـ$

مثال

فى الشكلِ المقابل:



ى هـ و مثلثٌ قائم الزاويةِ فى ى، $\overline{ى ن} \perp \overline{هـ و}$،

هـ ن = ٩سم، ن و = ١٦سم

الحــل

$(ى هـ)^2$ = هـ ن × هـ و (إقليدس)

= ٩ × ٢٥ ∴ ى هـ = ١٥ سم

$(ى و)^2$ = و ن × و هـ (إقليدس)

= ١٦ × ٢٥ ∴ ى و = ٢٠ سم

$(ى ن)^2$ = ن هـ × ن و (إقليدس)

= ٩ × ١٦ ∴ ى ن = ١٢ سم

هيا نفكر

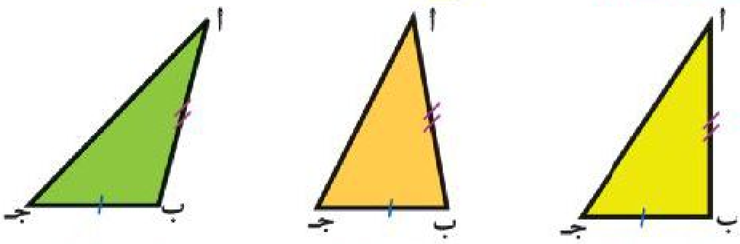
هل ى ن × هـ و = ى هـ × ى و؟ **ولماذا؟**

الوحدة الخامسة
الدرس الخامس

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

فكّر وناقِش

نشاط :



شكل (١) ∠ب قائمة — شكل (٢) ∠ب حادة — شكل (٣) ∠ب منفرجة

لاحظ أن: طول $\overline{\text{أ ب}}$ متساوى فى الأشكال الثلاثة.

طول $\overline{\text{ب جـ}}$ متساوى أيضًا فى الأشكال الثلاثة.

هل يختلف طول $\overline{\text{أ جـ}}$ تبعًا لاختلاف نوعِ الزاويةِ المقابلةِ له؟

فى شكل (١) ∵ ق (∠ب) = ٩٠° ∴ (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢}

فى شكل (٢) ∵ ق (∠ب) < ٩٠° ∴ (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} > (أ جـ)^{٢}

فى شكل (٣) ∵ ق (∠ب) > ٩٠° ∴ (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} < (أ جـ)^{٢}

كرر ذلك عدة مرات

متى يكون ق (∠ب) = ٩٠°؟

سوف تتعلم

- تحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه إذا علم أطوال أضلاعه الثلاثة.

مصطلحات أساسية

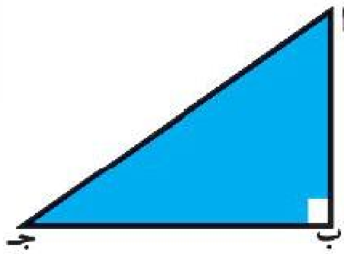
- مثلث قائم الزاوية .
- مثلث حاد الزوايا.
- مثلث منفرج الزاوية.

تحديدُ نوع المثلثِ بالنسبةِ لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه الثلاثة:

نُقارن بين مربع طول الضلع الأكبر للمثلثِ و مجموعِ مربعى طولى الضلعين الأخرين:

أولًا: إذا كان:

مربع طول الضلع الأكبر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.

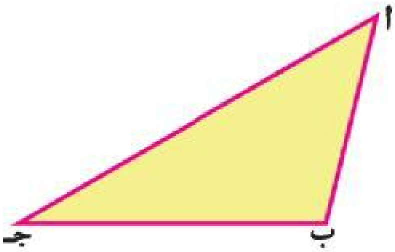


فى △ أ ب جـ: (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ ∠ ب قائمة

ثانيًا: إذا كان:

مربعُ طول الضلع الأكبر > مجموعِ مربعِي طولى الضلعين الآخرين فإن المثلثَ يكون منفرج الزاوية.

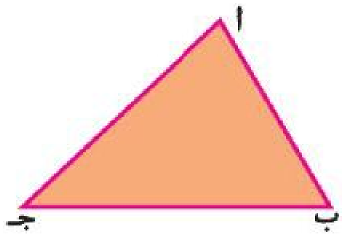


فى △ أ ب جـ: (أ جـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ ∠ ب منفرجة

ثالثًا: إذا كان:

مربع طول الضلع الأكبر < مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث يكون حاد الزوايا.



فى △ أ ب جـ: (أ جـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ ∠ ب حادة والمثلث حاد الزوايا. لماذا؟

مثال (١)

حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث أ ب جـ ، حيث:

أ ب = ٨سم ، ب جـ = ١٠سم ، جـ أ = ٧سم

وما نوع هذا المثلث بالنسبة لزواياه؟

الحل

∵ أكبر زوايا المثلث قياسا تقابل أكبر الأضلاع طولا.

∴ ∠ أ هى أكبر زوايا المثلث أ ب جـ فى القياس لأنها تقابل الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$

(ب جـ)^2 = (١٠)^2 = ١٠٠

$(أب)^2 + (أجـ)^2 = (8)^2 + (7)^2$

$= 64 + 49 = 113$

∵ $(ب جـ)^2 < (أب)^2 + (أجـ)^2$ ∴ $\angle$ أ حادة

∵ $\angle$ أ هى أكبر زوايا المثلث

∴ $\triangle$ أ ب جـ حاد الزوايا.

مثال (٢)

اختر الإجابة الصحيحة ممابين القوسين:

١) $\triangle$ أ ب جـ فيه $(أب)^2 + (ب جـ)^2 < (أجـ)^2$ فإن $\angle$ب تكون

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

٢) $\triangle$ أ ب جـ منفرج الزواية فى أ فيه أ ب = ٥سم، ب جـ = ٨ سم فإن أ جـ =

(٥سم، ٧ سم، ٨ سم، ١٣ سم)

٣) $\triangle$ س ص ع فيه $(س ع)^2 = (ص ع)^2 - (س ص)^2$ فإن س تكون زاوية

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

٤) فى $\triangle$ أ ب جـ إذا كان $(أجـ)^2 + (ب جـ)^2 = (أب)^2 - 5$ فإن $\angle$ جـ تكون زاوية

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

٥) المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه ٣سم ، ٤ سم تكون أكبر زواياه

(حادة، قائمة، منفرجة، مستقيمة)

الحل

١) منفرجة ٢) ٥

٣) قائمة ٤) منفرجة

٥) حادة

الأنشطة والتدريبات

الوحدة الأولى

التحليل

تحليل المقدار الثلاثى

تمارين (١ – ١)

أولًا: أكمل الحدودَ الناقصةَ ليكون التحليلُ صحيحًا:

(١) ٣س^{٢} + ٧س - ٦ = (٣س - ......) (...... + ...)

(٢) ٢س^{٢} + س - ٦ = (...... + ...) (س - ......)

(٣) ٥س^{٢} - ٢س - ٧ = (٥س - ......) (س + ...)

(٤) ٦س^{٢} - ١١س - ١٠ = (٢س - ......) (...... + ٢)

(٥) ٣س^{٢} + ١٠س + ٨ = (...... + ٤) (س + ...)

ثانيًا: حلِّل كلًّا ممايأتى:

(١) س^{٢} + ١١س + ١٠

(٢) س^{٢} - ٧س + ١٠

(٣) س^{٢} - ٣س - ١٠

(٤) س^{٢} - ٧س + ١٢

(٥) س^{٢} + ٤س - ١٢

(٦) س^{٢} - س - ١٢

(٧) س^{٢} - ٨س + ١٢

(٨) ص^{٢} - ٢٠ص + ٥١

(٩) ص^{٢} - ٥٠ص - ٥١

(١٠) ٥س^{٢} - ١٠س - ١٥

(١١) س^{٤} - ٩س^{٢} + ٢٠

(١٢) س^{٣} - ٣س^{٢} - ٢٨س

(١٣) س^{٢} - ٥س ص - ٢٤ص^{٢}

(١٤) ب^{٢} + ٣ب جـ - ١٠ جـ^{٢}

(١٥) - س^{٢} + ٢س + ٦٣

ثالثًا: حلِّل كلًّا من المقاديرِ الآتية:

(١) ٢س^{٢} + ٣س + ١

(٢) ٢ص^{٢} + ٥ص + ٣

(٣) ٣أ^{٢} + ٧أ + ٢

(٤) ٥ع^{٢} - ٧ع + ٢

(٥) ٦س^{٢} - ١١س + ٣

(٦) ٣م^{٢} - ١٩م + ٦

(٧) ٥س^{٢} - ٣س - ٢

(٨) ٣ص^{٢} + ٧ص - ٦

(٩) ٢م^{٢} - ٩م - ٥

(١٠) ٨ع^{٢} + ٢ع - ٣

(١١) ٥أ^{٢} - ١٨أ + ١٦

(١٢) ٨س^{٣} - ٢٧س^{٢} - ٢٠س

(١٣) ٦س^{٢} - ٤٧س ص - ٦٣ص^{٢}

(١٤) ١٠أ^{٢} + ١١أب - ١٨ب^{٢}

(١٥) ٣س^{٢} - ٢٠س ص - ٧ص^{٢}

(١٦) ٧س^{٤} + ٢٣س^{٢}ص - ٣٠ص^{٢}

(١٧) ٦أ^{٢} - ١٩أب - ٧ب^{٢}

(١٨) ٥ص^{٢} - ٤س (٧ص + ٣س)

(١٩) ١٨س^{٥} + ٣٣س^{٣} - ٣٠س

(٢٠) ٢٥م - ١٠ + ١٥م^{٢}

(٢١) ٢١س^{٢}ص^{٢} + ٦س^{٢}ص^{٣} - ١٥س^{٢}ص^{٤}

(٢٢) أ^{٢}ب^{٢} - ٢٤أب^{٢} + ١٤٣ب^{٢}

رابعاً: مستطيلٌ مساحته (٢س^{٢} + ١٩س + ٣٥) سم^{٢}. أوجد بعديه بدلالة س، ثم أوجد محيطه عندما س = ٣

تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل

تمارين (١ – ٢)

① **أكمل** الحد الناقص فى كلٍّ ممايأتى ليصبحَ كلٌّ من المقاديرِ الآتية مربعًا كاملاً:

(أ) ٤س^{٢} .... + ١ (ب) أ^{٢} - ٦أب + ... (جـ) ...... - ١٨ص^{٢} + ٨١

(د) $\frac{١}{٢٥}$س^{٢} ...... + $\frac{١}{٤}$ص^{٢} (هـ) ٢٥م^{٢} + ٢٠ م ن ...... (و) ع^{٤} ...... + ٤٩ل^{٢}

② **حدد أىُّ** المقادير الآتية مربعٌ كاملٌ، ثم حلِّل المقدارَ إذا كان مربعًا كاملًا :

(أ) س^{٢} -١٢س + ٣٦ (ب) ٢٥س^{٢} - ١٥س + ٩ (جـ) م^{٢} - ٦م - ٩

(د) ٤أ^{٢} + ١٤أب + ٤٩ب^{٢} (هـ) ٠,٠١ س^{٢} - ٠,٢ س + ١ (و) $\frac{١}{٤}$ص^{٢} - ص + ٤

③ **اختر** الإجابةَ الصحيحةَ من بين الإجاباتِ بين القوسينِ أمام كلٍّ عبارة:

(أ) إذا كان المقدار س^{٢} + ١٤س + ب مربعًا كاملاً فإن ب = ... (٢ أو ٧ أو ١٤ أو ٤٩)

(ب) إذا كان (س + ص)^{٢} = ٦٤، س ص = ١٥ فإن س^{٢} + ص^{٢} = ... (٨ أو ٣٤ أو -٣٤ أو ٤٩)

(جـ) إذا كان أ^{٢} + ب^{٢} = ١١، أ ب = ٥ فإن أ - ب = ... (١٦ أو ± ١ أو ١ أو -١)

(د) (٩٩)^{٢} + ٢ (٩٩) + ١ = ... (١٠٠ أو ١٠٠٠٠ أو ٤١٠ أو (٩٨)^{٢})

(هـ) إذا كان أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢} = ٢٥ فإن أ + ب = ... (٥ أو -٥ أو ± ٥ أو ١٢,٥)

(و) إذا كان س٢ + ك س + ٢٥ مربعًا كاملاً فإن ك = ... (٥ أو ١٠ أو ± ١٠ أو ± ٥)

④ **حلل** كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) م^{٢} - ٢م + ١ (ب) ٩س^{٢} + ١٢س + ٤ (جـ) ٣٦ - ٦٠ ك +٢٥ ك^{٢}

(د) ٤س^{٢} - ٤س ص + ص^{٢} (هـ) ٩أ^{٢} + ٦ أب + ب^{٢} (و) ٢٥ب^{٢} - ١٠ب +١

⑤ **حلل** كلًّا من المقادير الآتية:

(أ) ١٨ص^{٢} - ١٢ص + ٢ (ب) ٢٤س + ٢٤س^{٢} + ٦س^{٣} (جـ) ٦ أ^{٤} -١٢أ^{٢}ب^{٢}+ ٦ب^{٤}

(د) ٤ب^{٢} جـ + ب جـ^{٢} + ٤ب^{٣} (هـ) ٣ع + ٤٢ع^{٤} + ١٤٧ع^{٧} (و) ٢٠أص^{٢} - ٦٠أص + ٤٥أ.

⑥ **استخدم** التَّحليلَ لتسهيلِ حسابِ قيمة كلٍّ من:

(أ) (٢٠,٧)^{٢} - ١,٤ × ٢٠,٧ + (٠,٧)^{٢} (ب) (٩٩٧)^{٢} + ٦ × ٩٩٧ + ٩

(جـ) (٥٧٤)^{٢} - ٢ × ٥٧٤ × ٥٧٣ + (٥٧٣)^{٢}

تحليل الفرق بين المربعين

تمارين (١ – ٣)

(١) **حلِّل** كلًّا من المقاديرِ الآتية إن أمكن ذلك:

(أ) $س^٢ - ٤$ (ب) $٩ - ص^٢$ (جـ) $-٩س^٢ + ٢٥$

(د) $٨س^٢ - ٥٠$ (هـ) $أ^٢ - ب^٢ جـ^٤$ (و) $٢٢٥س^٢ - ص^٢$

(ز) $(س + ١)^٢ - (س - ١)^٢$ (ح) $٩ (م-١)^٢ - ٢٥ (م + ١)^٢$ (ط) $س^{١٠٠} - ١$

(٢) **استخدم التَّحليلَ لتسهيلِ حسابِ قيمةِ كلٍّ من:**

(أ) $(٧٧)^٢ - (٢٣)^٢$ (ب) $(٢٧,٨)^٢ - (٢٣,١)^٢$ (جـ) ٣١×٢٩

(د) طولُ ضلع القائمة فى المثلثِ القائم الزاوية الذى طولُ وتره ٤١سم، وطول أحد أضلاعه ٤٠سم.

(٣) إذا كان $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، $س + ص = ١٠$، أوجد قيمة $س - ص$

(٤) إذا كان $ل - م = ٩$ ، $ل + م = ١٥$، أوجد قيمة $ل^٢ - م^٢$

(٥) إذا كان $٤س^٢ - ص^٢ = -٣٢$ ، $٢س + ص = ٨$ ، احسب قيمة $ص - ٢س$.

(٦) **حلِّل** كلًّا من المقاديرِ الآتيةِ:

(أ) $(س + ص + ٥)^٢ - (س - ص - ٥)^٢$ (ب) $(أ + ب + جـ)^٢ - (أ - ب - جـ)^٢$

تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما

تمارين (١ – ٤)

١ **أكمل** لتحصلَ على عبارةٍ صحيحةٍ:

أ) $\sqrt[٣]{٨س^{٣}}$ = ...

ب) $\sqrt[٣]{-١٢٥أ^{٦}}$ = ...

جـ) $٢٧م^{٣}$ = (............)^{٣}

د) $٣٤٣س^{٣}ص^{٦}$ = (............)^{٣}

هـ) $س^{٣} - ١$ = (س - ١) (....................)

و) $٨أ^{٣} + ١٢٥$ = (............+............) ($٤أ^{٢} - ١٠أ$ + ...)

٢ **حلِّل** كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ) $س^{٣} + ٨$

ب) $م^{٣} + ٦٤ن^{٣}$

جـ) $س^{٣} - ٧٢٩$

د) $٨ - ١٠٠٠ب^{٦}$

هـ) $س^{١٢} + ص^{١٥}$

و) $\frac{١}{٨}أ^{٣} - ٨ب^{٣}$

٣ **حلِّل** كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ) $٥١٢س^{٣} - ص^{٣}$

ب) $٣٤٣ + ٢٧م^{٣}$

جـ) $١٦أ^{٣}ب + ٦٨٦ب^{٤}$

د) $٥س^{٣} - ٤٠س$

هـ) $(س + ٥)^{٣} - ١٢٥$

و) $(م - ٢ن)^{٣} - ٨ن^{٣}$

٤ **حلِّل** كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ) $(س + ٥)^{٣} + (س - ٥)^{٣}$

ب) $(س + ص)^{٣} - (س - ص)^{٣}$

جـ) $(م - ن) + (م - ن)^{٤}$

د) $س^{٦} - ٧س^{٣} - ٨$

هـ) $٠,٠٢٧م^{٣} - ن^{٣}$

و) $أ^{٦} - ٦٢٥ب^{٦}$

٥ إذا كان $س^{٣} - ص^{٣} = ٢٨$، $س - ص = ٢$ ، أوجد قيمةَ المقدار $س^{٢} + س ص + ص^{٢}$

التحليل بالتقسيم

تمارين (١ – ٥)

١ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

أ) اس + ب س + ا ص + ب ص

ب) ٥ل - ١٠م - ا ل + ٢ ا م

جـ) ا م - ا ن + م - ن

د) ا^{٣} + ا^{٢} + ا + ١

هـ) س ص + ٥ص + ٧س + ٣٥

و) س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٦س - ١٨

٢ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

أ) ٣س ص - ٥ ع ل + ٥ ع س - ٣ص ل

ب) ٨م ن - ٢م^{٢} + ١٢ن ل - ٣م ل

جـ) ا ب + ٦م ن - ٢ب م - ٣ ا ن

د) ٣ ا س - ا - ٦ب س + ٢ب

هـ) ٢س^{٢} ص - س ص^{٢} + ٢ ا س - ا ص

و) ا ب س^{٢} + ب س - ا س - ١

٣ حلل كلًّا من المقادير الآتية:

أ) س^{٢} - ٢س ع - ٢س ص + ٤ص ع

ب) ٢ ا^{٢} + ٢ ا ب + ب^{٢} + ا ب

جـ) ا^{٢} + ٦ ا ب + ٩ب^{٢} - م^{٢}

د) ٩س^{٢} - ٤ ا^{٢} + ص^{٢} + ٦س ص

هـ) ١٢١س^{٤} - ١٠٠س^{٢} - ٢٠س - ١

و) ٤م^{٤} - ٩م^{٢} + ٦م - ١

التحليل بإكمال المربع

تمارين (١ – ٦)

① **حلِّل** كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ) $٤س^{٤} + ص^{٤}$

ب) $٦٤م^{٤} + ن^{٤}$

ج) $٤س^{٤} + ٦٢٥ص^{٤}$

د) $٨١س^{٤} + ٤ع^{٤}$

هـ) $أ^{٤} + ٢٥٠٠ب^{٤}$

و) $٨س^{٤}ص^{٢} + ١٦٢ع^{٤}ص^{٢}$

② **حلِّل** كلًّا من المقاديرِ الآتية:

أ) $س^{٤} + س^{٢}ص^{٢} + ٢٥ص^{٤}$

ب) $أ^{٤} + ٤أ^{٢}ب^{٢} + ١٦ب^{٤}$

ج) $م^{٤} - ١١م^{٢}ن^{٢} + ن^{٤}$

د) $س^{٤} + ٩س^{٢} + ٨١$

هـ) $١٦س^{٤} - ٢٨س^{٢}ص^{٢} + ٩ص^{٤}$

و) $٤س^{٤} + ٢٥ص^{٤} - ٢٩س^{٢}ص^{٢}$

③ **حلِّل** كلًّا من المقادير الآتية:

أ) $٤س^{٢}(٤س^{٢} - ٧ص^{٢}) + ص^{٤}$

ب) $س^{٢}(س^{٢} - ١٩ص^{٢}) + ٢٥ص^{٤}$

ج) $٣م^{٤} + ٣ن^{٤} - ٥٤م^{٢}ن^{٢}$

د) $٤أ^{٢}(أ^{٢} - ٦ب^{٢}) + ٩ب^{٤}$

هـ) $٩س^{٤} - ٢٥س^{٢} + ١٦$

و) $س^{٨} - ١٦ص^{٨}$

حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريا

تمارين (١ – ٧)

(١) **أوجد** مجموعةَ الحلِّ لكلٍّ من المعادلاتِ الآتية فى ح:

(أ) $س^{٢} - ٨س + ١٥ = ٠$ (ب) $س^{٢} - ٧س - ٣٠ = ٠$

(جـ) $٦س^{٢} - ٧س - ٣ = ٠$ (د) $٥س^{٢} + ١٢س = ٤٤$

(هـ) $(س - ٣)(س + ١) = ٥$ (و) $(س + ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$

(٢) **أوجد** مجموعةَ الحلِّ لكلٍّ من المعادلاتِ الآتية فى ح:

(أ) $١٢س^{٢} = ٤٧س - ٤٥$ (ب) $س^{٤} - ٥س^{٢} + ٤ = ٠$

(جـ) $(س + ٣)^{٢} + ٣(س + ٣) - ١٠ = ٠$ (د) $س^{٢} - ٦س = ٠$

(هـ) $٤س^{٣} = ٩س$ (و) $٦س^{٢} - س = ٢٢$

(٣) عددانِ حقيقيان يزيد أحدهُما عن الآخر بمقدار ٤، فإذا كان حاصلُ ضربِ العددين يساوى ٤٥. فما العددان؟

(٤) قطعةُ أرضٍ مستطيلة الشَّكلِ طولها يزيد عن عرضها بخمسة أمتار، فإذا كانت مساحتُها ٥٠٠ متر مربع فأوجد بعديها؟

(٥) أ ب جـ مثلث فيه $ق(\angle أ) = (س^{٢} + ٦١)^{\circ}$، $ق(\angle ب) = (١١٠ - ١١س)^{\circ}$، $ق(\angle جـ) = (٩٠ - ٧س)^{\circ}$
أوجد قيمة س، و قياسات زوايا المثلث.

(٦) إذا كان عمرُ حاتم الآنَ يزيد عن عمر حنان بمقدار ٤ سنوات، ومجموع مربعي عمريهما الآن يساوى ٢٦، فما عمر كل منهما الآن؟

(٧) عددٌ حقيقيٌّ يزيد عن معكوسه الضَّربى بمقدار $\frac{٥}{٦}$ فما العدد ؟

(٨) عددٌ حقيقيٌّ إذا أضيف إليه مربعه ، كان الناتج ١٢، فما العدد ؟

(٩) عددانِ فردِيانِ متتالِيانِ مجموعُ مربعيهما ١٣٠، فما العددان؟

(١٠) مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ٢س ، ٢س + ١ ، س – ١١ من السنتيمترات. إحسب قيمة س وأوجد محيط المثلث ومساحته؟

تمارين عامة على الوحدة الأولى (التحليل)

١ **حلل** كلًا مما ياتى:

(أ) س^{٤} - ١٦ص^{٤} (ب) ٢س^{٥} + ٥٤س^{٢} (جـ) أ^{٤} + ٤ب^{٤}

(د) س^{٦} - ٦٤ص^{٦} (هـ) ٨س^{٣} - ١٢٥ (و) ٣س^{٣} + ٢س^{٢} + ١٢س + ٨

٢ **حلل** كلًا مما ياتى:

(أ) ٨س^{٢} - ٢س ص - ص^{٢} (ب) ل^{٣}م - ٢٧م^{٤}

(جـ) ٦٢٥أ^{٢} - ٨١ب^{٢} (د) ٢(س + ٣ص)^{٣} - ٢٥٠

(هـ) (جـ - د) + ٢س (جـ - د) + س^{٢} (جـ - د) (و) ٧س^{٢} - ٢٩س ص + ٣٠ص^{٢}

٣ **أوجد** قيمةً للعدد حـ $\in$ صـ بحيث يكون المقدارُ قابلًا للتَّحليل وحلّله:

(أ) س^{٢} + جـ س - ١٥ (ب) س^{٢} - ٧س + جـ (جـ) ص^{٢} - جـ ص + ٢٩

(د) أ^{٢} + أ - جـ (هـ) جـ س^{٢} + س - ١٥ (و) جـ س^{٢} - ١٣س + ٦

٤ **حلل** كلًا من المقادير الآتية:

(أ) ٩س^{٢} - ٣٠س + ٢٥ (ب) ١٨ أ ب^{٤} - ١١٤ب^{٢} جـ^{٢} أ + ١٢٨ أ جـ^{٢}

(جـ) س^{٢} - ٤س ص + س - ٢ص + ٤ص^{٢} (د) س^{٢} - ٢س ص + ص^{٢} - ٤ ع^{٢}

٥ **أوجد** مجموعةَ الحلِّ لكلٍّ من المعادلات الآتية:

(أ) س^{٢} + س = ٦ (ب) ٣س^{٢} + ٢س = ٨٥

(جـ) (س - ١)^{٢} + س = ٣ (د) ٢س^{٣} = ٧س

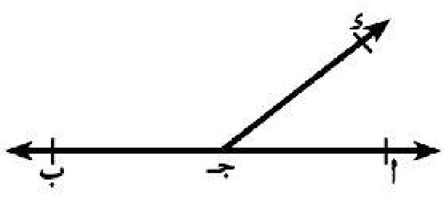
٦ مجموعُ ثلاثةِ أعدادٍ صحيحةٍ متتاليةٍ يساوى مربعَ العددِ الأوسطِ، أوجد هذه الأعدادَ.

٧ فى الشكلِ المقابل $\overrightarrow{\text{جـ ى}}$ $\cap$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = {جـ}

فإذا كان ق (∠ ب جـ ى) = (س^{٢})°،

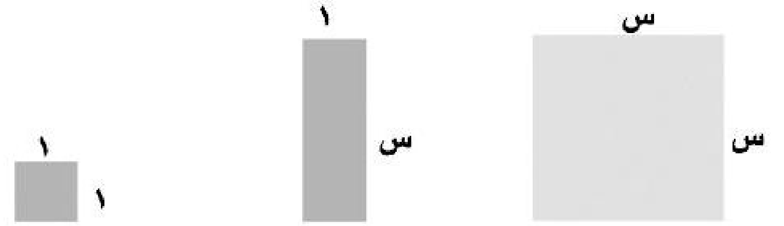
ق (∠ أ جـ ى) = (٨س)°

احسب قيمة س.



نشاط الوحدة الأولى (التحليل)

يمكن استخدامُ الوحداتِ التالية لتوضيحِ بعض مسائل التَّحليل كمايلى:



مساحة المربع = س^{٢} مساحة المستطيل = س   مساحة المربع = ١

(١) الشكلُ المقابلُ مساحتُه ٣س^{٢} + ٦س

لاحظ أن:

بعدى المستطيل هما ٣س ، س + ٢

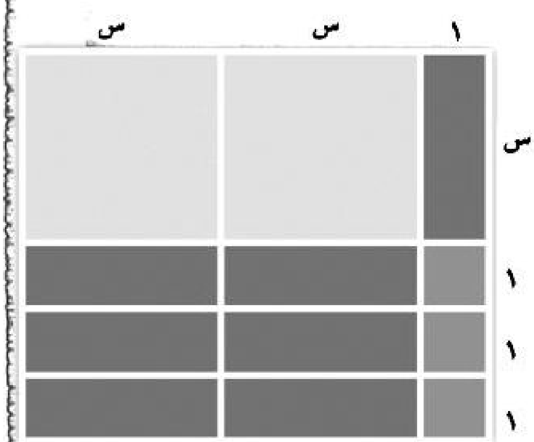
مساحته = ٣س (س + ٢)

= ٣س^{٢} + ٦س

(٢) فى الشكلِ المقابلِ المساحة = ...

بعدا المستطيل هما ......

ما العَلاقة بين المساحةِ وبعدى المستطيل؟



(٣) ارسم الشكلَ الذى يعبِّر عن المساحة: ٣س^{٢} + ٧س + ٢

اختبار الوحدة الأولى (التحليل)

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين أمام كلٍّ عبارةٍ:

(أ) المقدار ٤س^{٢} + ك + ٢٥ص^{٢} مربع كامل عندما ك = ...

(٢٠ أو ١٠س ص أو ± ٢٠س ص أو ٣٠س ص)

(ب) إذا كان س^{٢} - ص^{٢} = ١٦، س + ص = ٨ فإن س - ص = ... (٢ أو ١ أو ١٢٨ أو ٦٤)

(جـ) إذا كان س + ص = ٣، س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٥ فإن س^{٣} + ص^{٣} = ... (١٥ أو ٢٥ أو ٨ أو ٧)

(د) المقدار ٤س^{٢} + ١٢س + أ يكون مربعًا كاملًا عندما أ = ... (٦ أو ١٦ أو ١ أو ٩)

(هـ) إذا كان (٢أ - ٥) (٣أ-٢) = ٦أ^{٢} + ك أ + ١٠ فإن ك = ... (١٥ أو ١٩ أو -١٩ أو ٤)

(٢) أكمل لتحصلَ على عبارةٍ صحيحةٍ:

(أ) (٤أ - ٥ب) (....... - ٣ب) = ٨أ^{٢} .... + ١٥ب^{٢}

(ب) إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ١٧، س ص = ٧ فإن (س - ص)^{٢} = ...

(جـ) إذا كان ك س^{٢} - ١٠س + ١ مربعًا كاملاً فإن ك = ...

(د) إذا كان (س + ١) أحد عوامل المقدار ٥س^{٢} - ٢س - ٧ فإن العامل الآخر = ...

(هـ) س^{٣} + ٨ = (س + ٢) (.....................)

(٣) حلّل كلًّا ممايأتى:

(أ) (س + ٢)^{٣} - ٤س - ٨ (ب) أ^{٢} + ٢أ ب + ب^{٢} - جـ^{٢} (جـ) ٢س^{٢} - ٥س + ٣

(د) س^{٤} + ٤ ل^{٤} (هـ) ٨س^{٣} - ٣٤٣ص^{٦}

(٤) حلّ كلًّا من المعادلات الآتية فى ح:

(أ) س^{٢} - ٣س - ١٠ = ٠ (ب) ٣س^{٢} + س = ١٤ (جـ) (٢س-١)^{٢} + (س - ١)^{٢} = ١٠

(٥) استخدم التحليلَ لتسهيلِ حسابِ قيمةِ كلٍّ من المقاديرِ الآتية:

(أ) $\frac{٢٠}{٧}$ × ٧٥ - $\frac{٢٠}{٧}$ × ٥ (ب) (٨,١٧٥)^{٢} - (١,٨٢٥)^{٢} (جـ) (٨٧)^{٢} + ٢ × ١٣ × ٨٧ + (١٣)^{٢}

(٦) مثلث قائم الزاوية طولا ضلعي القائمه ٤س ، س+١ من السنتيمترات ، فإذا كانت مساحته ٨٤سم^{٢} فاحسب طول وتره

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

تمارين (٢ - ١)

أولاً **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:**

① $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣}$ يساوى: (أ) $٤^{٣}$ (ب) $٤^{٤}$ (جـ) $٤^{١٢}$ (د) $٤^{٨١}$

② $٠,٠٠٢ \times ٠,٠٥$ يساوى: (أ) $١٠^{-٥}$ (ب) $١٠^{-٤}$ (جـ) $١٠^{٤}$ (د) $١٠^{٥}$

③ إذا كان $س = \frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٢}}$ فإن $س^{-١}$ تساوى: (أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ٢

④ إذا كان $٥^{س} = ٤$ فإن $٥^{س-١}$ تساوى: (أ) $١,٢٥$ (ب) $٠,٨$ (جـ) $٠,١٢٥$ (د) $٠,٠٨$

⑤ إذا كانت $(س - ٥)^{صفر} = ١$ فإن س ∋ ....

(أ) ح - {٥} (ب) ح - {-٥} (جـ) {٥} (د) ح

ثانياً **أوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:**

① $٣^{-١}$ ② $\left(\frac{١}{٤}\right)^{-١}$ ③ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{-٣}$

④ $(\sqrt{٥})^{٤}$ ⑤ $(-\sqrt{٣})^{-٢}$ ⑥ $(\sqrt[٣]{٧})^{-٣}$

⑦ $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٦}$ ⑧ $(٠,٠١)^{-٢}$ ⑨ $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)^{-٤}$

ثالثاً

حل بمجرد النظر المعادلة $\frac{١}{(س + ٩)^{٤}} = ٠,٠٠٠١$ ماذا تلاحظ؟

① إذا كانت $س = ٢$، $ص = \sqrt{٣}$، **فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من:**

(أ) $٣(س + ص)^{٤} (س - ص)^{٤}$ (ب) $\left(\frac{س + ص}{س - ص}\right)^{-٢}$

② **أوجد قيمة س فى كل ممايأتى:**

(أ) $٣^{س-٢} = ٨١$ (ب) $(\sqrt{٣})^{س-١} = ٩$

(جـ) $(٣٢)^{س-٣} = ٨^{٢س+١}$ (د) $٢٥ \times ٣^{س-١} = ٩ \times ٥^{س-١}$

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح

تمارين (٢ - ٢)

أولاً اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

١) أى مما يأتى هو الأقرب إلى $١١^{٢} + ٩^{٢}$؟

(أ) ٢٢ + ١٨ (ب) ٢١١ + ٢٩ (ج) ١٢٠ + ٢٠ (د) ١٢٠ + ٨٠

٢) قيمة المقدار: $(٢)^{٢٠} + (٢)^{٢١}$ تساوى:

(أ) ٢×٢^{٤٠} (ب) ٢×٢^{٤١} (ج) ٣×٢^{٢٠} (د) ٣×٢^{٢١}

٣) قيمة المقدار: $(٣)^{\text{صفر}} + (-\frac{١}{\sqrt{٣}})^{٢} + \frac{١}{\sqrt[٣]{-٢٧}}$ تساوى:

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٣}$ (ج) ١ (د) ٣

٤) سدس العدد: $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو:

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{٤}$ (ج) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

٥) قيمة المقدار: $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠}$ يساوي:

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $٢^{١٠}$ (ج) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢})^{٢٠}$

ثانياً اختصر لأبسط صورة:

١) $(\sqrt{٢})^{٢} \times (\sqrt{٢})^{٤}$

٢) $(-\sqrt{٥})^{٩} \div (-\sqrt{٥})^{٥}$

٣) $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٣}}\right)^{٤}$

٤) $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{٨}}{(\sqrt{٣})^{٦}}$

ثالثاً

١) إذا كان $أ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $ب = -١$ فأوجد قيمة $٧ أ^{٦} + (١ - ب)^{-٣}$

٢) إذا كان $أ = \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt[٣]{٢}$ فأوجد قيمة:

(أ) $أ^{٤} - ب^{٤}$. (ب) $\frac{أ^{٤}}{ب^{٤}}$.

٣) إذا كان $س = ٢\sqrt{٢}$ ، $ص = ٣$. فأوجد قيمة المقدار: $(س^{٢} - ص^{٢})^{٣}$.

٤) إذا كان $\left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{س} = \frac{٤}{٩}$ فأوجد قيمة $(\frac{٣}{٢})^{س+١}$

قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح

تمارين (٢ – ٣)

أولاً : أكمل ما يأتى:

① أبسط صورة للمقدار: $٢^{صفر} + (٢)^{-١} - \left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} =$ ....

② إذا كانت س = $(\sqrt{٢} + ٣)^{٥}$ ، ص = $(\sqrt{٢} + ٣)^{-٥}$ فإن س ص = ...

③ $أ^{-٤} + ١ = أ^{-٤}$ (.......... + ...) حيث أ ≠ ٠

④ إذا كانت $٢^{س} × ٥^{-س} = ٢,٥$ فإن س = ...

⑤ إذا كانت $٤^{س-١٠} = \frac{١}{١٦}$ فإن $\sqrt{س}$ = ...

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

① إذا كان $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن س ∈ ...

(أ) ح - {٣}　(ب) ح - {-٣}　(ج) {٣}　(د) ح

② $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٩} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٩}$ يساوى:

(أ) ١　(ب) $\sqrt{٥}$　(ج) $\sqrt{٦}$　(د) ٥

③ إذا كان $٣^{س} = ٥$ ، $\frac{١}{٣^{ص}} = ٧$ فإن $٣^{س+ص}$ =

(أ) $\frac{٥}{٧}$　(ب) $\frac{٧}{٥}$　(ج) ٢　(د) ١٢

④ إذا كان $٢^{س-١} × ٣^{١-س} = \frac{٩}{٤}$ فإن س = ...

(أ) -٣　(ب) -١　(ج) ١　(د) ٣

ثالثاً: أوجد فى أبسط صورة قيمة كل ممايأتى:

① $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{-٥}$

② $(\sqrt{٣})^{-٤} × (-\sqrt{٢})^{٤}$

③ $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٥} ÷ \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)$

رابعاً اختصر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة:

أ $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١٠}}$

ب $\frac{(١٠)^{٢} \times (١٠)^{-٧}}{(٠,١)^{٢} \times ٠,٠٠١}$

خامساً: أوجد قيمة س في كل ممايأتي:

(١) $٢^{س} = ٣٢$

(٢) $٢^{س-٣} = ١$

(٣) $٣^{س-٢} = \frac{١}{٩}$

(٤) $(\frac{٢}{٥})^{٢س-١} = \frac{٨}{١٢٥}$

(٥) $(\frac{٢}{٣})^{س-٤} = ٢\frac{١}{٤}$

سادساً

(١) إذا كان $٣^{س} = ٢٧$، $٤^{س+ص} = ١$ فأوجد قيمة س، ص.

(٢) إذا كان: $\frac{٨^{س} \times ٩^{س}}{(١٨)^{س}} = ٦٤$ فأوجد قيمة س.

(٣) اختصر: $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ في أبسط صورة ثم احسب قيم الناتج عند س=١

العمليات الحسابية في القوى الصحيحة

تمارين (٢ – ٤)

① أكمل ما يأتي:

أ) $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} = ...$

ب) $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{.....}{.....}$ حيث ب، جـ، د $\neq$ ٠

جـ) $٣ \times ٢^{٢} - ٦ \div ٣ \times ٥ + ٤ = ...$

د) $(\sqrt{٣})^{٣} \div ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ...$

هـ) إذا كان $\frac{٢^{\text{س}} \times ٣^{\text{س}}}{١٢^{\text{س}}} = \frac{١}{٢}$ فإن س = ...

و) إذا كان $٦^{\text{س}} = ٧$ فإن $٦^{\text{س}+١} = ...$

② إذا كان $٢^{\text{س}} + ٢^{\text{س}} + ٢^{\text{س}} = ٤٨$ فأوجد قيمة س

③ إذا كان $٣^{\text{س}-٤} = ١$ فأوجد قيمة س

④ أوجد قيمة المقدار: $\frac{(٢٧)^{\text{س}-١} \times ٨^{\text{س}}}{(٢\sqrt{٣})^{٢\text{س}} \times (٣\sqrt{٢})^{٢\text{س}}}$

تمارين عامة على الوحدة الثانية

أولاً : أكمل ما يأتى:

① أبسط صورة للمقدار: $٢^{-٣} \times ٢^{-٢} \div ٤^{-٣} =$ ....

② أبسط صورة للمقدار: $(٣^{-٢})^{٣} \div ٩^{-٣} \times (-٢)^{-١} =$ ....

③ أبسط صورة للمقدار: $٤^{٣} \times ٣^{-٢} \times (\sqrt[٣]{-٨})^{-٥} =$ ....

④ إذا كان: $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن س = ...

⑤ $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ فإن س = ...

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

① المقدار: $\frac{٣^{س} \times ٣^{س} \times ٣^{س}}{٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س}}$ يساوى

(أ) $٣^{٢س-١}$ (ب) $٣^{١-٢س}$ (جـ) $٣^{س^٢-٣س}$ (د) $٣^{٣س-س^٢}$

② القيمة العددية للمقدار: $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{١٠^{٢ن}}$ تساوى:

(أ) $\frac{١}{١٠}$ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

③ $(٥^{س+٢} - ٥^{س+١}) \div ٥^{س} =$

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

④ قيمة المقدار: $٣^{٩} + (\sqrt{٣})^{١٨} - ٢(٣)^{٩} =$

(أ) صفر (ب) $٣^{٩}$ (جـ) $(\sqrt{٣})^{٩}$ (د) $٢(٣)^{٩}$

⑤ إذا كان $٦^{س} = ١١$ فإن $٦^{س+١} =$ ....

(أ) ١٢ (ب) ٢٢ (جـ) ٦٦ (د) ٧٢

ثالثاً:

① إذا كانت $س = ٢ + \sqrt{٣}$ ، $ص = ٢ - \sqrt{٣}$ ، فأوجد قيمة المقدار: $\frac{س^{٧} ص^{٨} - ص}{(س + ص)^{٩}}$ في أبسط صورة.

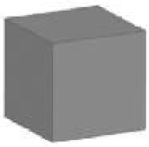
② إثبت أن: $\frac{٢٧^{س+١} \times ٨^{٢س}}{٦٤^{س} \times ٢٧ \times ٣^{س}} = ١$

③ إذا كان $\frac{٦^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٤^{٢ن} \times ٣^{٢ن+٤}} = ٩^{١+س}$ فأجد قيمة س

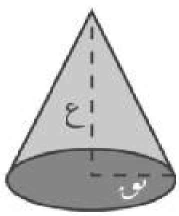
④ أختصر لأبسط صورة: $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ ثم احسب قيمة الناتج عند س = ١

⑤ (الربط بالهندسة) إذا كانت المساحة الكلية لمكعب تساوى $٣,٣٧٥ \times ١٠^{٢}$ سم^{٢}

فأوجد: Ⓐ طول حرف المكعب. Ⓑ حجم المكعب.



⑥ (الربط بالهندسة) إذا كان حجم المخروط الدائرى القائم يعطى بالعلاقة:
ح = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع. فأوجد ارتفاع المخروط ع إذا علم أن حجم المخروط $٧,٧ \times ١٠^{٢}$ سم^{٣} وطول قطر قاعدته ١٤ سم. [اعتبر $\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$]



⑦ (الربط بالهندسة) إذا كان حجم الكرة ح = $\frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣}
فأوجد طول نصف قطر كرة حجمها $٣,٨٨٠٨ \times ١٠^{٤}$ سم^{٣} [اعتبر $\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$]

⑧ إذا كان: حـ = $\frac{أ(ر^{ن} - ١)}{ر - ١}$ وكانت أ = ١٢٨، ر = $\frac{٣}{٢}$، حـ = $٦,٣٠٥ \times ١٠^{٢}$؛ فأوجد ن.

⑨ (الربط بالأعمال التجارية)

إذا كان حـ = م $(١ + ر)^{ن}$ حيث (حـ) جملة المبلغ م بالجنيه، (ر) ربح الجنيه فى السنة، (ن) عدد السنوات. فأوجد (حـ) لأقرب جنيه، حيث إن م = $٢,٥ \times ١٠^{٤}$، ر = $٩,٨ \times ١٠^{-٢}$، ن = ١٢

⑩ الربط بالتكنولوجيا

لإيجاد ناتج المقدار: $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٣}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$ (الناتج = $\frac{٥}{٣}$)

إرشاد

تتبع الخطوات التالية باستخدام الآلة الحاسبة العلمية:

ابدأ → 15 [$x^{\blacksquare}$] [(−)] 2 ▶ [×] [$\sqrt{\blacksquare}$] 5 [$x^{\blacksquare}$] 3 ▶ [×] 3 [$x^{\blacksquare}$] 3 ▶

[=] [÷] [(] 9 [×] [$\sqrt{\blacksquare}$] 5 [$x^{\blacksquare}$] [(−)] 3 ▶ [)] [=]

نشاط الوحدة الثانية

① أوجد في أبسط صورة كلاً من: $(\sqrt{٣}+٢)^{١١}(\sqrt{٣}-٢)^{١١}$

② إذا كان أ = $\sqrt{٧}$ ، ب = $(\sqrt{٧})^{-١}$ ؛ فأوجد قيمة: أ^{١٠١} ب^{١٠٠}

③ أوجد في أبسط صورة قيمة:

$$\frac{١}{١-\sqrt{٣}}-\frac{١}{\sqrt{٣}-\sqrt{٥}}+\frac{١}{\sqrt{٥}-\sqrt{٧}}-\frac{١}{\sqrt{٧}-\sqrt{٩}}+\frac{١}{\sqrt{٩}-\sqrt{١١}}-\frac{١}{\sqrt{١١}-\sqrt{١٣}}+\frac{١}{\sqrt{١٣}-\sqrt{١٥}}$$

إرشاد: اضرب كل كسر في مرافق مقامه (بسطاً و مقاماً)

اختبار الوحدة الثانية

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة :

١) الرقم في خانة آحاد العدد $٣^{١٢٣} \times ٢^{١٤٢}$ هو : (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦ (هـ) ٨

٢) إذا كانت: س ≠ ٠، س + $\frac{١}{س}$ = $\sqrt{٥}$ فإن س^٢ + $\frac{١}{س^٢}$ = (أ) ١ (ب) ٣ (ج) ٥ (د) ٧ (هـ) ٩

ثانياً

١) **اختصر لأبسط صورة كلاً مما يأتي:**

(أ) $((-٥)^٣)^٢ \times (-\sqrt{٥})^{-٤}$ (ب) $\frac{٨^{ن-١} \times ٣٢^{-ن}}{٣٢ \times ٤^{-ن}}$

٢) **أوجد قيم س في كل مما يأتي:**

(أ) $(\frac{٢}{٣})^{س+٥} = (٣\frac{٣}{٨})^{-٢}$ (ب) $٥^{س^٢-٥س} = ٠,٠٠١٦$

٣) **إذا كان** $(\sqrt{\frac{٣}{٢}})^{س} = \frac{٩}{٤}$ فأوجد $(\frac{٣}{٢})^{س+١}$

٤) **السكان:** إذا كان عدد السكان (ص) بالمليون في إحدى الدول يتحدد من العلاقة:
(ص) = ١١,٧ $(١,٠٢)^{س}$ حيث س عدد السنين بدءًا من عام ٢٠٠٥.

فأوجد لأقرب مليون عدد السكان المتوقع لهذه الدولة (أ) عام ٢٠١١ (ب) عام ٢٠٠٠

الوحدة الثالثة

الاحتمال

تمارين عامة

(١) صندوق به ٤٠ بطاقة مرقَّمة من ١ إلى ٤٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًّا ، ولوحظ العدد المكتوب عليها. **أوجد احتمال:**

(أ) أن يكون العددُ زوجيًّا.
(ب) أن يكون العددُ يقبل القسمة على٣.
(جـ) لايقبل العددُ القسمةَ على ١٠
(د) أن يكون العددُ زوجيًّا ، ويقبل القسمة على ٣
(هـ) أن يكون العددُ أوليًّا أقل من ٢٠

(٢) يحتوى صندوقٌ على ١٢ كرة حمراء، ١٨ بيضاء، ٢٠ زرقاء، سحبت كرة واحدة عشوائيًّا.

احسب احتمال:

(أ) أن تكون الكرةُ المسحوبة بيضاءَ.
(ب) أن تكون الكرةُ المسحوبة حمراءَ.
(جـ) أن تكون الكرة المسحوبة صفراءَ.
(د) أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.
(هـ) أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاءَ.

(٣) توضِّح البياناتُ التاليةُ نتيجةَ استبيان حولَ وسائل المواصلات التى يستخدمها التلاميذُ فى الذَّهاب إلى المدرسة.

وسائل المواصلات	أتوبيس	سيارة خاصة	دراجة	سيرًا على الأقدام
عدد التلاميذ	٣	١٢	٢٤	٦٦

تم اختيارُ تلميذ عشوائيًّا، احسب فى صورة نسبة مئوية ، احتمالُ أن يذهب التلميذ إلى المدرسة:

(أ) مستخدمًا أتوبيس.
(ب) مستخدمًا سيارة خاصة.
(جـ) مستخدمًا دراجة.
(د) سيرًا على الأقدام.

(٤) **فى عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عددُ الوحدات المعيبة منها ١٨ وحدة**

(أ) ما احتمالُ أن تكون الوَحدة معيبة؟
(ب) ما احتمال أن تكون الوحدةُ صالحةً؟
(جـ) هل يمكن أن تكون الوحدةُ معيبةً وصالحةً فى الوقت نفسه ؟
(د) أوجد مجموع احتمال أن تكون الوحدةُ معيبةً، احتمال أن تكون الوحدةُ صالحةً ماذا تلاحظ ؟
(هـ) إذا كان الإنتاجُ اليوميُّ بهذاالمصنع ١٦٠٠ مصباح كهربائى كم يكون عدد الوحدات الصالحة فى هذا اليوم؟

٥ أثناء تدريباتِ فريق كرة القدم استعدادًا لخوض المباراة النهائية على كأس البطولة، سدد اللاعب الأول ١٥ ركلة جزاء فأحرز ١٢ هدفًا فى حين سدد اللاعب الآخر ١٢ ضربة جزاء فأحرز منها ٩ أهداف. **أى من اللاعبين يختاره المدربُ لتسديد ضربة جزاء أثناء المباراة ؟ ولماذا؟**

٦ قامت شركةُ إنتاج آلاتٍ حاسبة بسحب عينة عشوائية بعدد ٢٠٠ آلة حاسبة، وفحصت مكوناتها من ناحية الدوائر الإلكترونية فوجدت أن احتمال التالف منها ٦٪.

أ ما عددُ الوحداتِ التالفة فى هذه العينة؟

ب إذا كان الإنتاجُ الكليُّ للمصنع خلال هذا الشهر ١٥٠٠ آلة حاسبة. ما عددُ الصالح منها للتوزيع؟

٧ ينتج مصنع ملابس نوعين من القمصان بإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفق متطلبات السوق. تم اختيارُ عينة عشوائية من مبيعات ٥ منافذ بيع للشركة حجم كل منها ١٠٠ قميص فكانت بياناتها كالتالى:

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
مبيعات النوع الأول	٣٩	٨٢	٣٤	٢٢	٥٣
مبيعات النوع الثانى	٦١	١٨	٦٦	٧٨	٤٧

أ أىُّ الأنواع الأكثر طلبًا؟ وبماذا تنصح الشركة؟

ب إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٤٠٠٠ قميص فهل يمكنك أن تتنبأ بعدد القمصان من النوع الأول؟

٨ فصل به ٥٠ تلميذًا، كانت مستويات تقدير أداء التعلم لأحد الشهور كما بالجدول المقابل تم اختيار أحد التلاميذ عشوائيًا، **احسب احتمال أن يكون تقديره.**

التقدير	العدد
ممتاز	٦
جيد جدًا	٩
جيد	١١
مقبول	١٦
دون المستوى	٨

أ ممتاز.

ب جيد.

جـ دون المستوى.

د أقل من جيد.

٩ يلعب ٣٠ مباراة بالدورى العام واحتمال تعادله ٠,٣ واحتمال فوزه ٠,٦

أوجد:

أ عدد المباريات التى يمكن أن يتعادل فيها النادى.

ب عدد المباريات التى يمكن أن يخسرها هذا النادى.

١٠ فى إنتاج مصنع للملابس الجاهزة بمدينة العاشر من رمضان وجد أنه ينتج ٦٠٠٠ قطعة ملابس يوميًا، فإذا أخذت منهما عينة عشوائية حجمها ١٠٠٠ قطعة وتم اختبارها فوجد أن منها ٢٠ قطعة بها عيوب. كم عدد القطع التى بها عيوب فى المصنع فى ذلك اليوم؟

نشاط الوحدة الثالثة

فى استطلاع رأى لعدد ١٠٠ طالب عن الالعاب الرياضية التى يفضلون ممارستها تبين الآتى:

اللعبة المفضلة	عدد الطلاب
كرة القدم	٤٤
كرة السلة	٢٧
العاب القوى	١٢
تنس الطاولة	٤
هوكى	١٣

١ **أوجد احتمال أن يفضل الطالب**

أ ممارسة لعبة كرة القدم

ب ممارسة لعبة كرة السلة

جـ ممارسة العاب القوى

د ممارسة تنس الطاولة

هـ ممارسة لعبة الهوكى

٢ و إذا كان عدد الطلاب ٦٠٠ طالب فما العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكى

اختبار الوحدة الثالثة (الاحتمال)

١ فى مشروع تعبئة الموالح للتصدير وجد أن ٣٠٪ من الثمار لاتصلح للتصدير لصغر حجمه. كم طنًا يمكن تصديره فى عشرة أيام إذا كان مقدار ما يرد يوميًا للمصنع ٢٠ طنًا من الموالح؟

٢ حقيبة بها ٣٢ كرة ملونة من نفس النوع والحجم، بعضها أحمر وبعضها أبيض وبعضها أخضر والباقى لونه أصفر. فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٣}{٨}$ فكم عدد الكرات الحمراء فى هذه الحقيبة؟

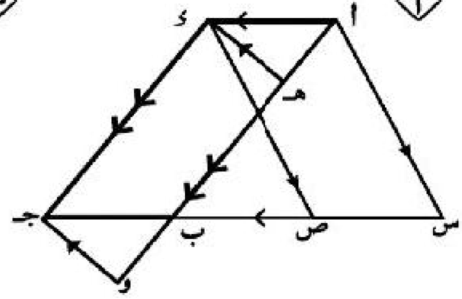
تساوى مساحتى متوازى أضلاع

تمارين (٤ – ١)

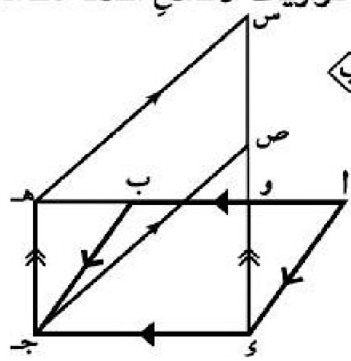
أولا :

① **فى كلٍّ من الأشكالِ التالية بيِّن أن متوازيات الأضلاعِ الثلاثة متساويةُ المساحةِ:**

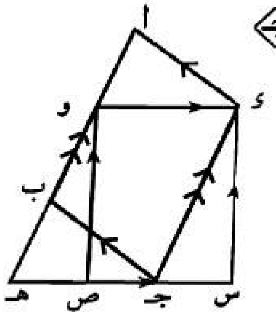
(أ)



(ب)

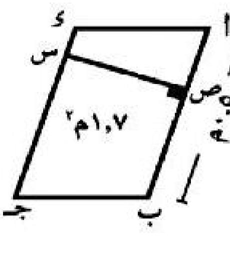


(ج)



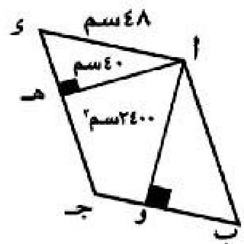
② **أكمل**

(أ)



س ص = ...

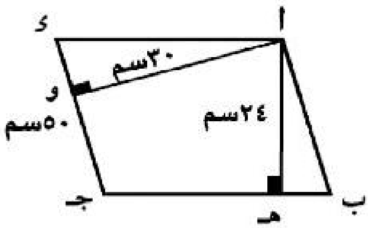
(ب)



ى جـ = ...

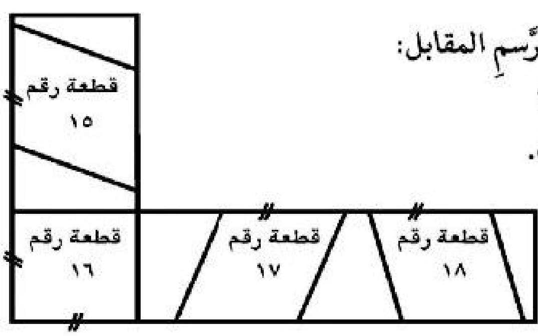
أو = ...

(ج)



ب جـ = ...

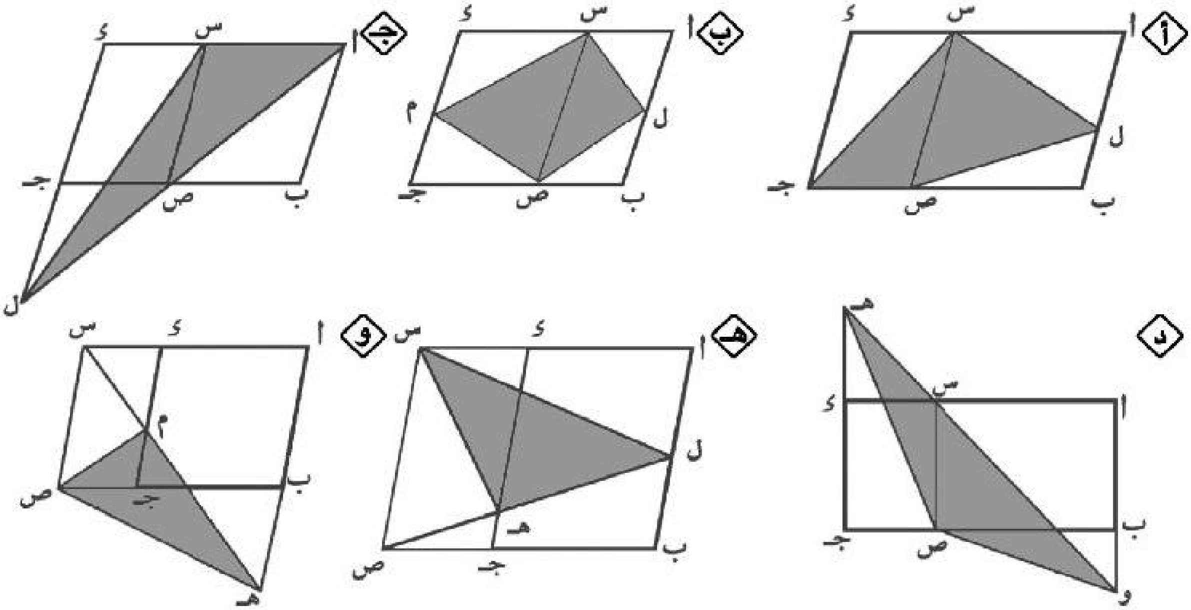
③ فى مشروع «ابن بيتك» تم تقسيم أرض البناء كما بالرَّسمِ المقابل:
هل مساحة القطعة رقم ١٥ = مساحة القطعة رقم ١٦؟
اذكر أرقامَ القطعِ المتساوية المساحة مفسرًا إجابتك.



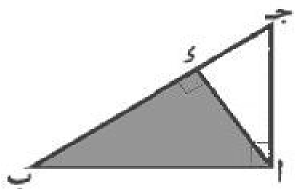
④

في كلٍّ من الأشكال التالية $\overline{س ص}$ // $\overleftrightarrow{أ ب}$:

بين أن مساحةَ الشكلِ المظلل نصفُ مساحةِ متوازى الأضلاع أ ب جـ ى



⑤ **في الشكلِ المقابل:** أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ، $\overline{أى} \perp \overline{ب جـ}$



أكمل:

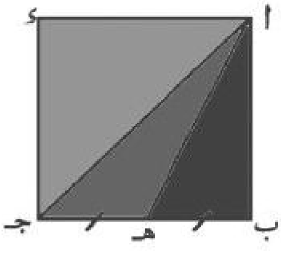
مساحة△ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ أ ب × ....

مساحة△ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ....

∴ أ ب × .... = ب جـ × ....

إذا كان أ ب = ٤سم ، أ جـ = ٣سم، فما طول $\overline{أى}$ ؟ ....

⑥ **في الشكلِ المقابل:** أ ب جـ ى مربع محيطه = ٢٤سم ، هـ منتصف $\overline{ب جـ}$



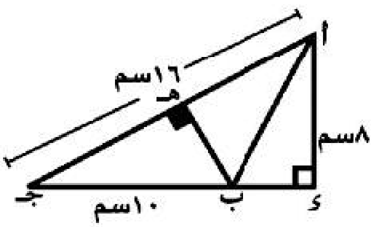
أكمل:

أ ب = ...سم، جـ هـ = ...سم

مساحة△ أ هـ جـ = ...سم^2

ثانيا :

(١) **في الشكل المقابل:**

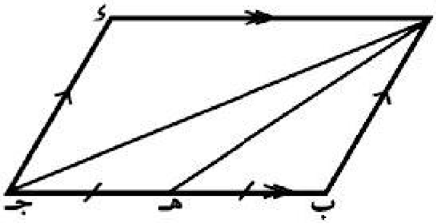


أ ى ⊥ جـ ب، ب هـ ⊥ أ جـ، أ جـ = ١٦سم.

ب جـ = ١٠سم، أ ى = ٨ سم أوجد:

أولاً: مساحة △ أ ب جـ   **ثانيًا:** طول ب هـ

(٢) **في الشكل المقابل:**



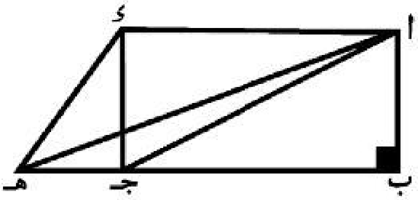
أ ب جـ ى متوازي أضلاع محيطه ٤٨سم ، ب جـ = ٢ أ ب،

مساحة △ أ ب جـ = ٥٦سم²

هـ منتصف ب جـ . **أوجد:**

أولاً: ارتفاعي متوازي الأضلاع أ ب جـ ى

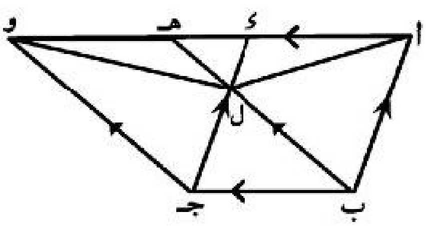
ثانيًا: مساحة △ أ هـ جـ



(٣) **في الشكل المقابل:** أ ب جـ ى مستطيل ، هـ ∈ ب جـ

برهن أن: مساحة △ ى أ هـ = مساحة △ أ ب جـ

(٤) **في الشكل المقابل:**



أ ب جـ ى ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع،

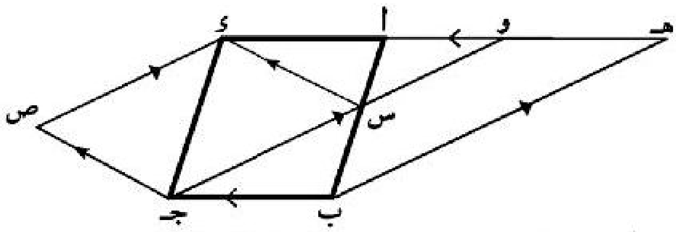
ب هـ ∩ جـ ى = {ل}، ى ∈ أ و ، هـ ∈ أ و

برهن أن:

أولاً: مساحة △ أ ب ل = مساحة △ و جـ ل.

ثانيًا: مساحة الشكل أ ب جـ ل = مساحة الشكل و جـ ب ل

(٥) **في الشكل المقابل:**



هـ ى // ب جـ ، س ى // جـ ص

هـ ب // و جـ // ى ص ، س ∈ و جـ

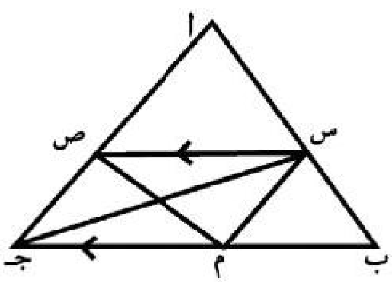
و ∈ هـ ى ، أ ∈ هـ ى

برهن أن: متوازيات الأضلاع هـ ب جـ و ، أ ب جـ ى ، ى س جـ ص متساوية المساحة.

تساوى مساحتى مثلثين

تمارين (٤ – ٢)

أولا :



(١) **فى الشكل المقابل:**

أ ب جـ مثلث ، س ∈ أ ب ، ص ∈ أ جـ

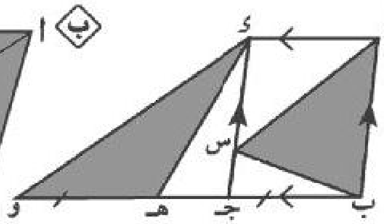
س ص // ب جـ ، م ∈ ب جـ

أكمل: مساحة △ س م ص = مساحة ....

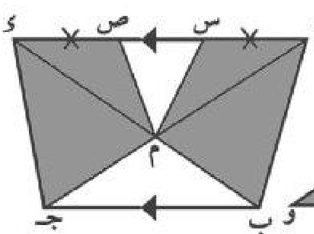
مساحة الشكل أ س م ص = مساحة .... لماذا؟

(٢) **فى كلٍّ من الأشكالِ التالية بيِّن أن الأشكالَ المظلله متساوية المساحة (استعن بالمعطيات على الرسم):**

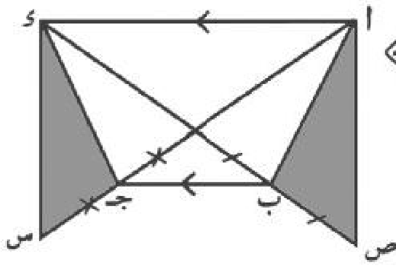
أ



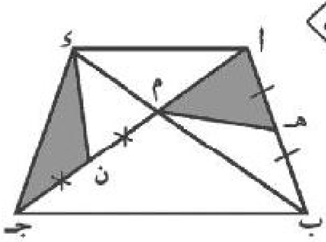
ب



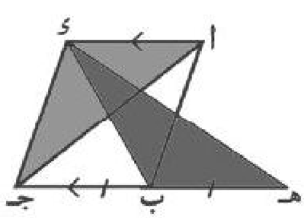
جـ



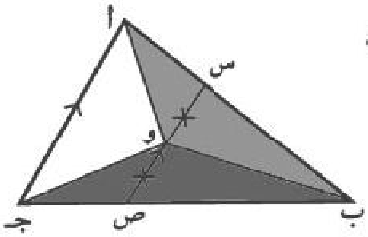
د



هـ

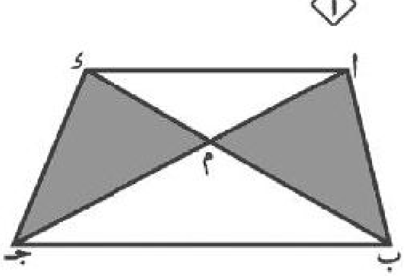


و

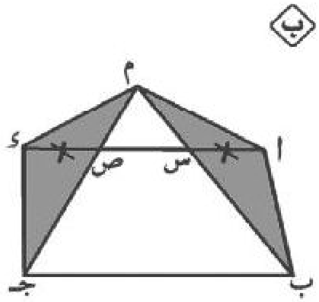


(٣) **فى كلٍّ من الأشكالِ التاليةِ المثلثات الملونة لها نفس المساحة فسر لماذا يكون أ ء // ب جـ؟**

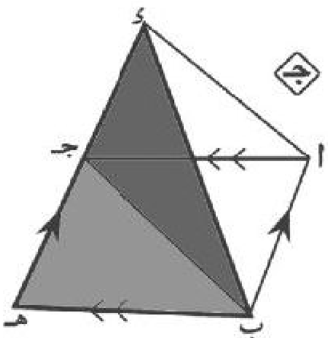
أ



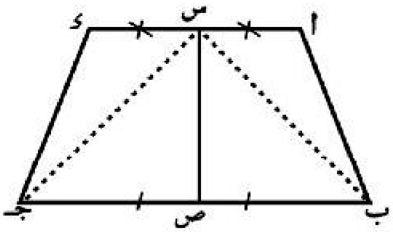
ب



جـ



④ **فى الشكل المقابل:**



أ ب جـ ى شكل رباعى ، س منتصف أ ى

ص منتصف ب جـ بحيث كان :

مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ى جـ ص س

برهن أن: أ ى // ب جـ

إرشادٌ للحل

ارسم ب س ، جـ س

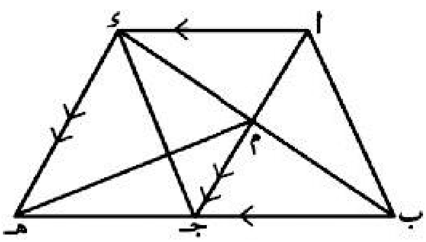
فى △ س ب جـ، س ص متوسط ماذا تستنتج؟

مساحة △ أ س ب = مساحة .... لماذا؟

أ ى // ب جـ لماذا؟

ثانيا

① **فى الشكلِ المقابل:**

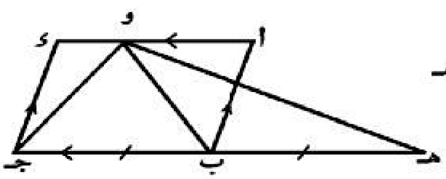


أ ى // ب جـ، هـ ∈ ب جـ ، أ جـ // ى هـ ،

أ جـ ∩ ب ى = {م}

برهن أن:

② **فى الشكلِ المقابل:**

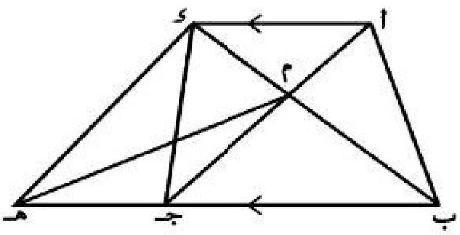


أ ب جـ ى متوازى أضلاع، هـ ∈ جـ ب حيث ب جـ = ب هـ

برهن أن:

مساحة△ و هـ جـ = مساحة▱ أ ب جـ ى

③ **فى الشكلِ المقابل:**



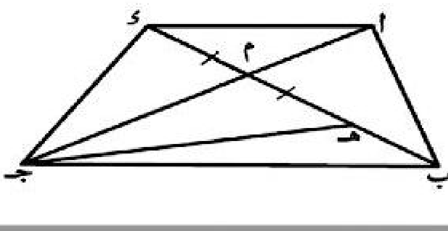
أ ب جـ ى شكل رباعى فيه أ ى // ب جـ ،

هـ ∈ ب جـ، أ جـ ∩ ب ى = {م}

مساحة △ أ ب م = مساحة△ هـ جـ م.

برهن أن: ى هـ // أ جـ

④ **فى الشكلِ المقابل:**



أ ب جـ ى شكل رباعى تقاطع قطراه فى م،

هـ ∈ ب م حيث م هـ = م ى،

مساحة△ أ م ب = مساحة△ جـ م هـ

برهن أن: أ ى // ب جـ

مساحات بعض الأشكال الهندسية

تمارين (٤ – ٣)

أولا :

(١) أوجِد مساحةَ كلٍّ من الأشكالِ التالية:

(١) معينٌ طول ضلعه ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم.

(٢) معينٌ طولا قطريه ٨ سم، ١٠ سم.

(٣) مربعٌ طول قطره ٨ سم.

(٤) معينٌ محيطه ٥٢ سم وطول أحد قطريه ١٠ سم.

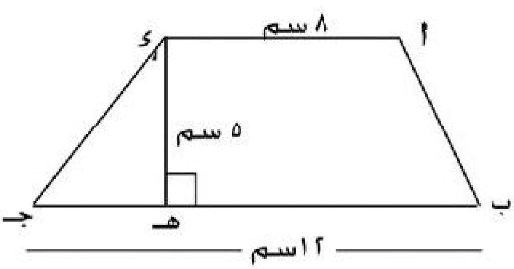
(٥) معينٌ محيطه ٦٠ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠°.

(٢) أوجِد طولَ القاعدةِ المتوسطةِ لشبهِ منحرفٍ طولا قاعدتيه ٧سم، ١٣سم.

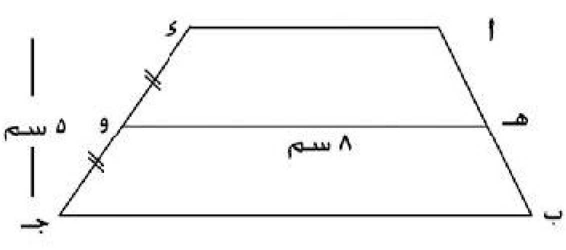
(٣) في كل من الأشكال الآتية :

استخدم المعلومات المعطاة علي الرسم لإيجاد مساحة الشكل :

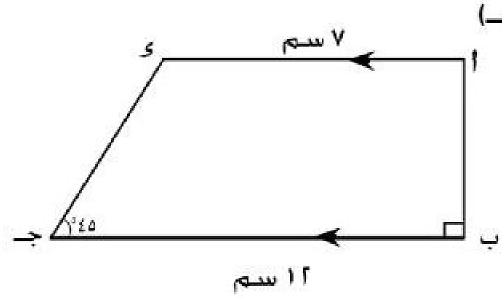
(أ)



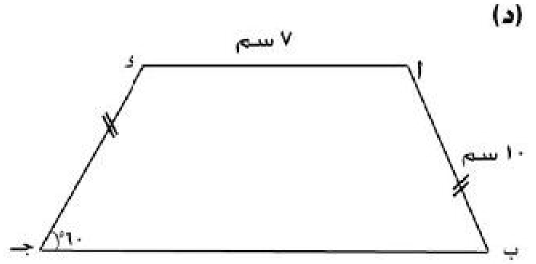
(ب)



(جـ)



(د)



ثانيا :

(١) شبهُ منحرفٍ مساحته ٤٥٠سم^{٢} وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤سم، ١٢سم أوجد ارتفاعه.

(٢) شبه منحرف مساحته ١٠٨سم^{٢} وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥سم وارتفاعه ٨سم أوجد طول قاعدته الأخرى.

(٣) شبه منحرف مساحته ١٨٠سم^{٢} وارتفاعه ١٢سم، والنسبة بين طولى قاعدتيه ٣:٢ فما طول كل منهما؟

(٤) قطعتا أرض متساويتان فى المساحة، الأولى على شكلِ معينٍ طولا قطريه ١٨، ٢٤ مترًا، والأخرى على متساويتان شكلِ شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا، أوجد طول قاعدتها المتوسطة.

(٥) شبه منحرفٍ متساوى الساقين مساحته ١٢٠سم^{٢} ومحيطه ٦٠سم ، فإذا كان طول قاعدته المتوسطة ٢٠سم، أوجد طول كل من قاعدتيه.

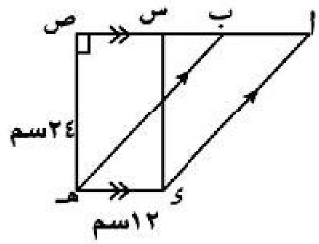
(٦) اب جـ ى مستطيل فيه اب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم، س، ص، ل، م منتصفات أضلاعه $\overline{\text{اب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{جـ ى}}$، $\overline{\text{ى ا}}$ على الترتيب:

(أ) برهن أن الشكل س ص ل م معين وأوجد مساحته.

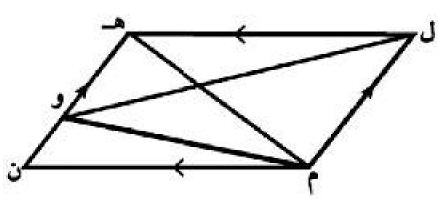
(ب) أوجد ارتفاع المعين س ص ل م .

(٧) قطعةُ أرضٍ على شكل شبه منحرف ، النسبة بين طولى كل من قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه كنسبة ٣:٢:٤ على الترتيب أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كان مساحة سطحه ٤٠٠٠سم^{٢}.

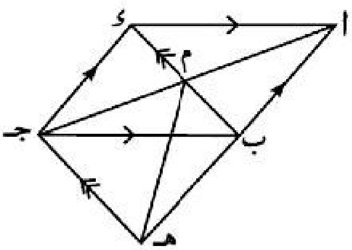
تمارين عامة على الوحدة الرابعة (المساحات)



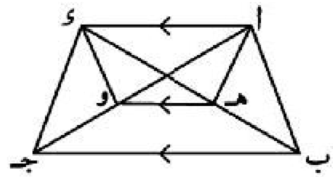
① **فى الشكل المقابل:** أب // ى هـ ، س، ص ∈ أب .
س ى هـ ص مستطيل، أى // ب هـ.
أولًا : أوجد مساحة الشكل أ ب هـ ى .
ثانيًا: إذا كان أ ى = ٣٠سم فأوجد طول العمود النازل من ب على أ ى .



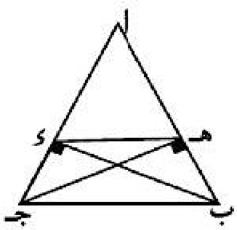
② **فى الشكلِ المقابل:** ل م ن هـ متوازى أضلاع.
برهن أن: مساحة المثلث ل هـ و + مساحة المثلث م و ن =
مساحة المثلث ل هـ م .



③ أ ب جـ ى، ب هـ جـ ى متوازيا أضلاع أجـ ∩ ب ى = {م}.
برهن أن: مساحة المثلث أ ب ى = مساحة المثلث م هـ جـ

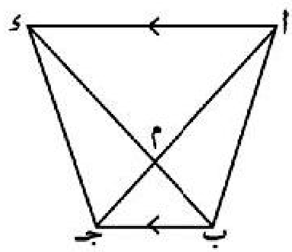


④ **فى الشكلِ المقابل:** أ ى // ب جـ // هـ و
برهن أن: مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث ى جـ و .



⑤ **فى الشكل المقابل:** أ ب = أ جـ. ب ى ⊥ أ جـ، جـ هـ ⊥ أ ب
أولًا : برهن أن هـ ى // ب جـ
ثانيًا: مساحة المثلث أ ى ب = مساحة أ هـ جـ

⑥ **فى الشكل المقابل:** أ ى // ب جـ



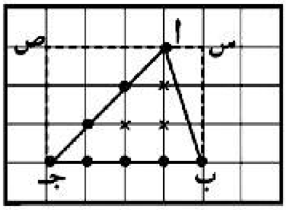
برهن أن: مساحة المثلث أ ب م = مساحة مثلث ى م جـ، و إذا كانت مساحة المثلث م ب جـ = ٢٠سم^2، ومساحة المثلث أ ب م = ٣ أمثال مساحة المثلث م ب جـ، احسب مساحة المستطيل المنشأ على ب جـ بحيث تقع قاعدته الأخرى على أ ى

نشاط الوحدة الرابعة

استخدام قاعدةً بيك Pik لحساب مساحة أى منطقة مضلعة.

باستخدام الشبكةِ التربيعيةِ كيف يمكنك إيجادُ مساحةِ أى منطقة مضلعة؟

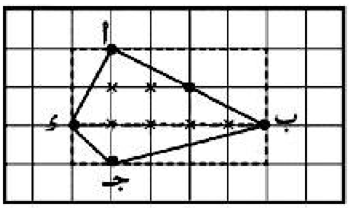
للإجابة على هذا السؤال لاحظ مايلى:



❶ فى الشكلِ المقابل:

مساحة△ أ ب جـ $= \frac{1}{2}$ مساحة المستطيل س ب جـ ص

$= \frac{1}{2} \times ٤ \times ٣ = ٦$ وحدة مربعة.

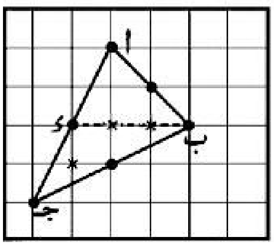


❷ فى الشكلِ المقابل:

مساحة الشكل أ ب جـ ء = مساحة△ أ ب ء + مساحة△ جـ ب ء

$= \frac{1}{2} \times ٥ \times ٢ + \frac{1}{2} \times ٥ \times ١$

$= ٥ + \frac{٥}{٢} = ٧\frac{1}{2}$ وحدة مربعة.



❸ فى الشكلِ المقابل:

لإيجاد مساحة △ أ ب جـ نقسم الشكل إلى مناطق يمكن حساب مساحاتها.

∴ مساحة△ أ ب جـ = مساحة △ أ ب ء + مساحة△ ب جـ ء

$= \frac{1}{2} \times ٣ \times ٢ + \frac{1}{2} \times ٣ \times ٢$

= ٦ وحدات مربعة.

فى كل من الأشكال السابقة

لاحظ عَدد النقط على الصورة(●) التى تُمثل نقطَ الشكل ، وتقع على رؤوس مربعات الشبكة، وتسمى « النقط الحدودية ح » وعَدد النقط على الصورة (×) داخل الشكلِ، وتسمى « بالنقط الداخلة د ».

أكمل الجدول التالى وطابق إجابتك:

	د	ح	$م = د + \frac{ح}{٢} - ١$	المساحة
الشكل الأول	٣	٨	$٣ + \frac{٨}{٢} - ١$	٦
الشكل الثانى	٦	٥	$٦ + \frac{٥}{٢} - ١$	$٧\frac{1}{2}$
الشكل الثالث	....	....	......	.....

ارسم أشكالًا مختلفةً على شبكة المربعات، واحسب المساحة هندسيًا ، ثم تحقَّق من صِحة الرسم باستخدام قاعدة pick **المساحة = عدد نقط داخل المضلع** $+ \frac{\text{عدد نقط المضلع}}{٢} - ١$

✍ وضح كيف يمكنك استخدامُ قاعدةِ بيك فى تطبيقاتٍ حياتيةٍ.

اختبار الوحدة الرابعة (المساحات)

① أكمل:

(أ) مساحةَ المعين الذى طولا قطريه ٦سم، ٨سم = ...

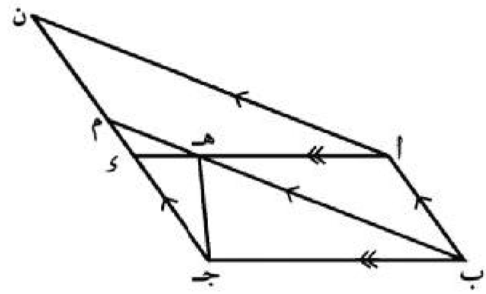
(ب) قطرا شبه المنحرف متساوى الساقين ....

(جـ) مساحةُ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٧سم، وارتفاعه ٦سم =.........

(د) المثلثاتُ التى قواعدها متساويةٌ فى الطول ، والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ....

(هـ) متوسطُ المثلث يقسم سطحه إلى ....

(و) مربع مساحته ٥٠سم^{٢}، فإن طول قطره = ...سم.



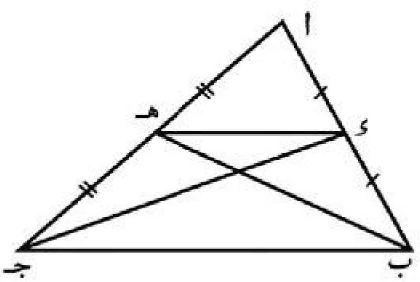
② فى الشكلِ المقابل:

أ ب جـ ى، أ ب م ن متوازيا أضلاع ، **برهن أن:**

مساحة △ هـ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب م ن

③ فى الشكلِ المقابل:

△ أ ب جـ فيه ى منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$



برهن أن:

أولًا : مساحة △ ى ب جـ = مساحة △ هـ ب جـ

ثانيًا: $\overline{\text{ى هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

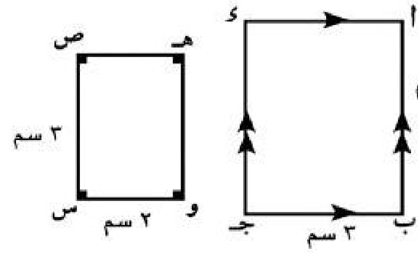
التشابه

تمارين (٥ – ١)

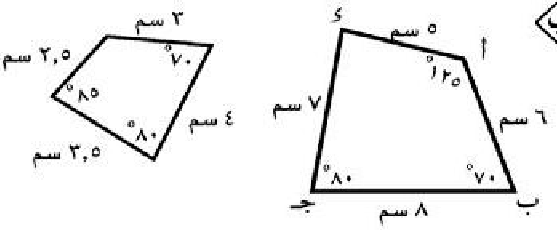
أولا :

(١) بيِّن أيًّا من أزواجِ المضلعاتِ التالية متشابهة ولماذا؟ اكتب المضلعاتِ المتشابهة بترتيب الرؤوس المتناظرة.

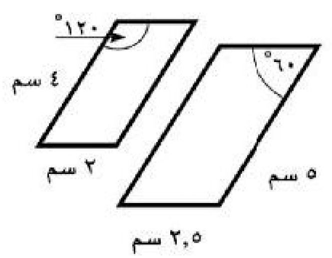
(أ)



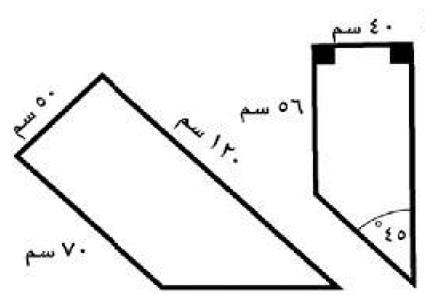
(ب)



(جـ)



(د)

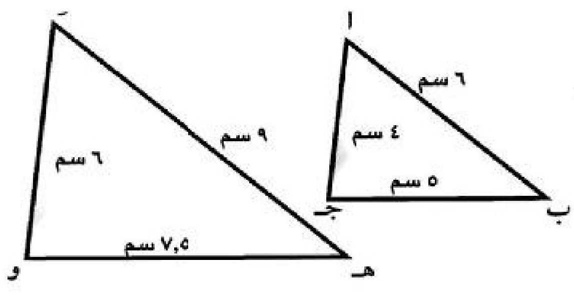


(٢) باستخدام المعطيات بالشكل المقابل

برهن أن :

(أ) $\triangle$ ءهـو ~ $\triangle$ اب جـ

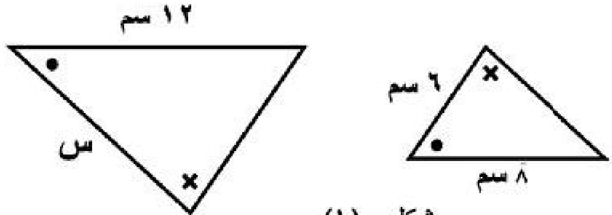
(ب) $\dfrac{\text{محيط } \triangle \text{ ءهـو}}{\text{محيط } \triangle \text{ اب جـ}}$ = نسبة التكبير



ثانيا :

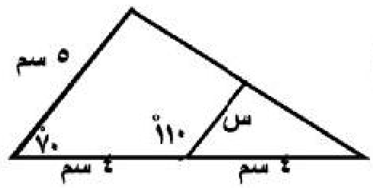
① فى كل من الأشكال الآتية :
إذا كانت أزواج المثلثات متشابهة فأوجد قيمة س .

أ)



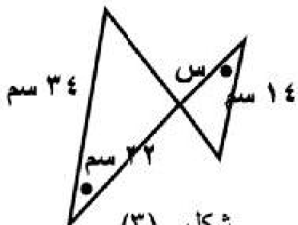
شكل (١)

ب)



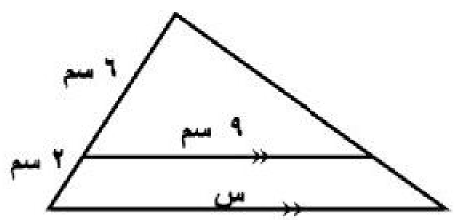
شكل (٢)

جـ)



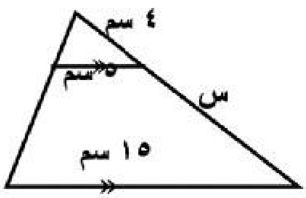
شكل (٣)

د)



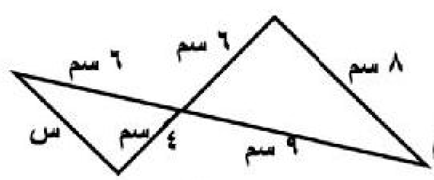
شكل (٤)

هـ)



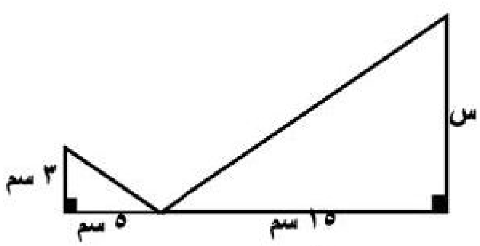
شكل (٥)

ز)



شكل (٦)

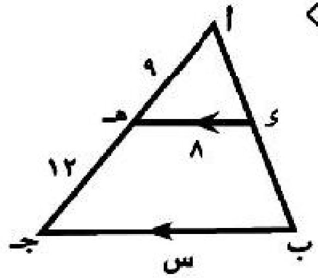
و)



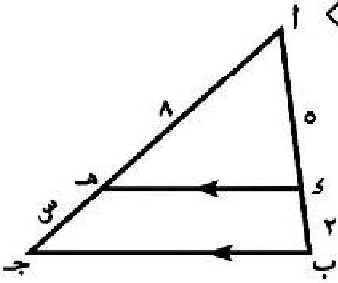
شكل (٧)

٢ في كلٍّ من الأشكالِ التالية أوجد القيمَة العددية لكلٍّ من س، ص (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)

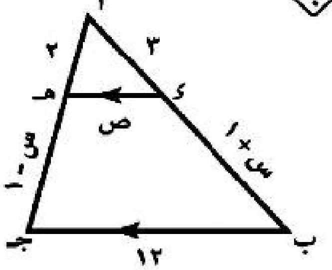
(أ)



(ب)



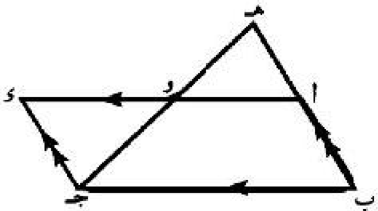
(جـ)



٣ في الشَّكل المقابل: أ ب جـ ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ ب أ ، جـ هـ ∩ أ ء = {و} فإذا كان ب جـ = هـ جـ = ١٠سم

أ ب = ٤سم، و ء = ٦سم ثم أوجد طول كل من:

هـ ب ، هـ أ ، و جـ



٤ في الشَّكل المقابل: أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ء = ١٢سم

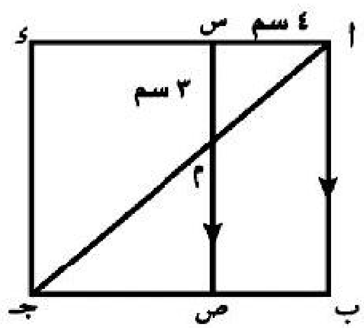
س ∈ أ ء حيث أ س = ٤سم، س ص // أ ب

ويقطع أ جـ في م، ب جـ في ص حيث م س = ٣سم.

(أ) برهن أن △ أ م س ~ △ جـ م ص.

(ب) أوجد محيط △ ص م جـ.

(جـ) هل الشكل أ ب ص م ~ الشكل جـ ء س م؟ ولماذا؟

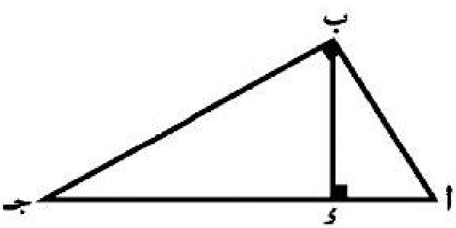


٥ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، فيه أ ب = ٣سم،

ب جـ = ٤سم، ب ء ⊥ أ جـ .

برهن أن △ ب أ جـ ~ △ ء أ ب

ثم أوجد طول كل من أ ء ، ء جـ

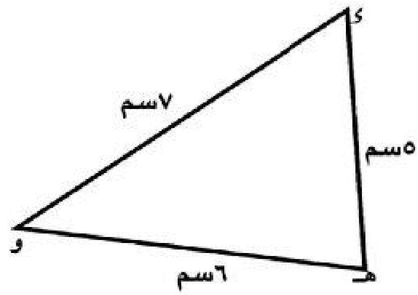


عكس نظرية فيثاغورث

تمارين (٥ – ٢)

(١) أكمل ووضح أى المثلثات التالية قائمَ الزاوية:

(أ)

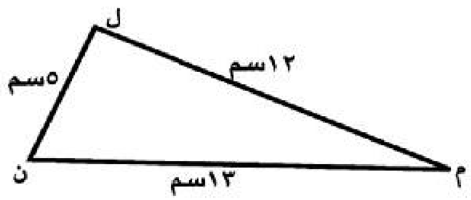


(د و)^{٢} = ...

(د هـ)^{٢} + (هـ و)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

(ب)

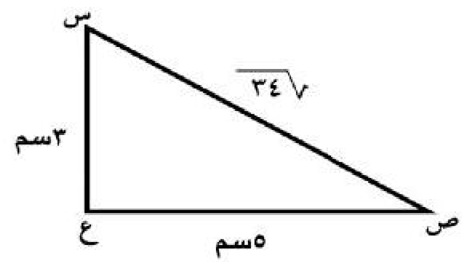


(م ن)^{٢} = ...

(م ل)^{٢} + (ن ل)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

(جـ)

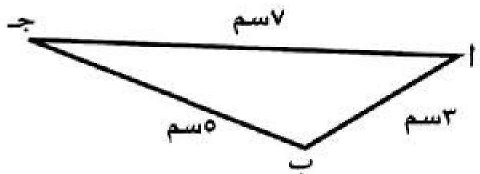


(س ص)^{٢} = ($\sqrt{٣٤}$)^{٢} = ...

(ص ع)^{٢} + (ع س)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

(د)



(أ جـ)^{٢} = ...

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ...

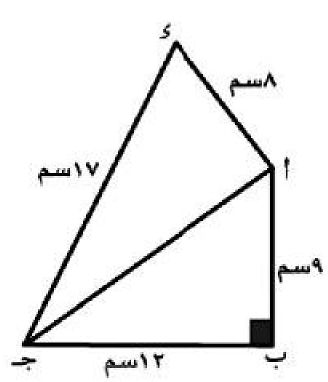
∴ المثلث ....

(٢) **فى الشكلِ المقابل:** أ ب جـ د شكلٌ رباعيٌ فيه:

ق (∠ب) = ٩٠°، أ ب = ٩سم، ب جـ = ١٢سم ، جـ د = ١٧سم،

د أ = ٨سم، **أثبت أنَّ:**

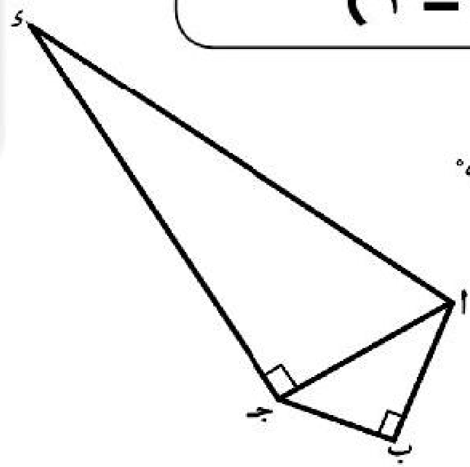
ق (∠د أ جـ) = ٩٠° ثم، أوجد مساحةَ الشكلِ أ ب جـ د.



المساقط

تمارين (٥ – ٣)

أولاً :



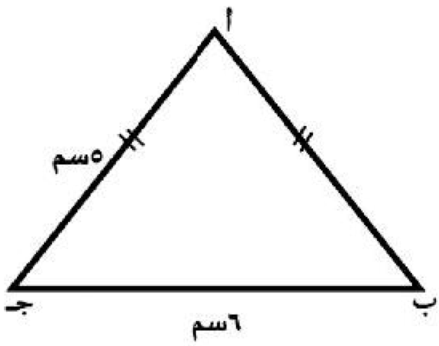
① **فى الشكلِ المقابل:** ق (∠ ب) = ق (∠ أ جـ ى) = ٩٠°

أكمل:

(أ) مسقط $\overline{\text{أ ى}}$ على $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ هو ....

(ب) مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ هو ....

(جـ) مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....



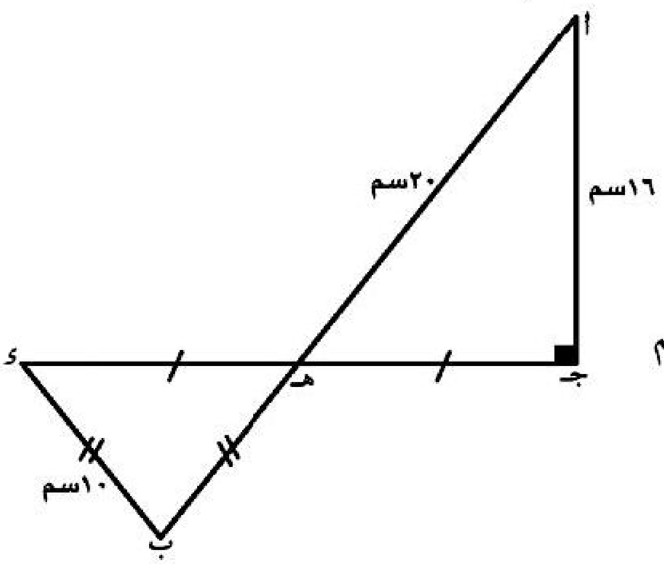
② **فى الشكلِ المقابل:**

أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ = ٥سم، ب جـ = ٦سم.

أوجد:

(أ) طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

(ب) مساحة المثلث أ ب جـ



③

فى الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ى}}$ = {هـ}، هـ منتصف $\overline{\text{جـ ى}}$

أ جـ = ١٦سم، أ هـ = ٢٠سم، ب ى = ب هـ = ١٠سم

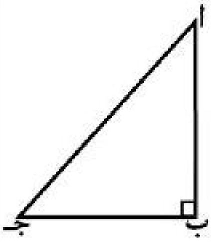
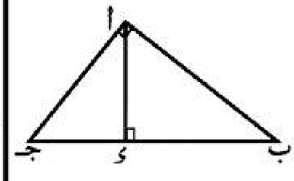
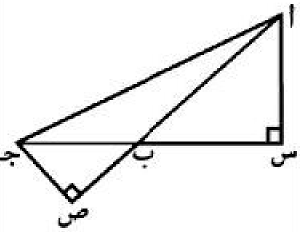
أوجد:

أولاً : طولُ مسقطِ $\overline{\text{ب ى}}$ على $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$

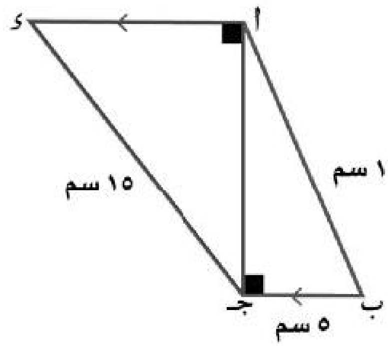
ثانيًا: طول مسقطِ $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$

ثانيا :

١ أكمل الجدول الآتى:

المساقط \ الشكل			
مسقط $\overline{\text{أجـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بجـ}}$	....	....	$\overline{\text{سجـ}}$
مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بجـ}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{أجـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{بجـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....

٢ **فى الشكل المقابل:**



$\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بجـ}}$ ، أب = ١٣سم، ب جـ = ٥سم، جـ ء = ١٥سم،

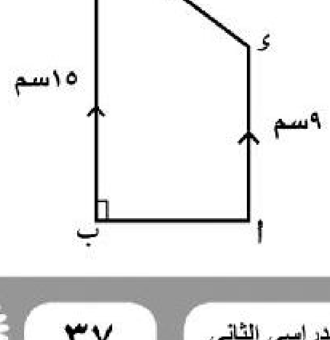
ق (∠ اجـ ب) = ق (∠ ء أجـ) = ٩٠°

أوجد:

أ طول مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أجـ}}$

ب طول مسقط $\overline{\text{جـء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أء}}$

٣ **فى الشكل المقابل:**



أ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بجـ}}$

ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠° ، فإذا كان:

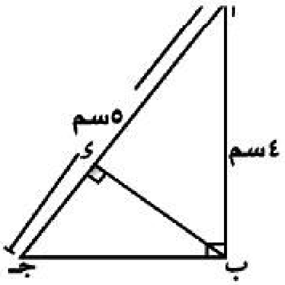
أ ء = ٩سم، ء جـ = ١٠ سم، جـ ب = ١٥سم

أوجد: أ طول مسقط $\overline{\text{ءجـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بجـ}}$

ب طول مسقط $\overline{\text{ءجـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

نظرية إقليدس

تمارين (٥ - ٤)

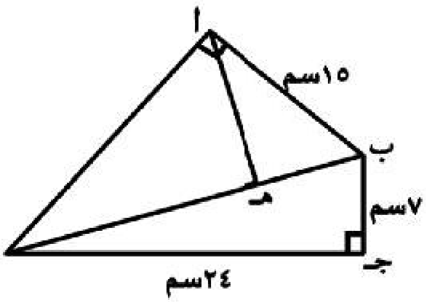


(١) **فى الشكلِ المقابل** △ ا ب جـ فيه: ق (∠ا ب جـ) = ٩٠°،

ا ب = ٤سم، ا جـ = ٥سم، ب ء ⊥ ا جـ **أكمل:**

(أ) ب جـ = ...سم (ب) ا ء = ...سم

(جـ) ب ء = ...سم (د) مساحة△ ء ب جـ = ...سم²



(٢) **فى الشكلِ المقابل:** ا ب جـ ء شكل رباعى فيه:

ق (∠ب جـ ء) = ق (∠ ب ا ء) = ٩٠°

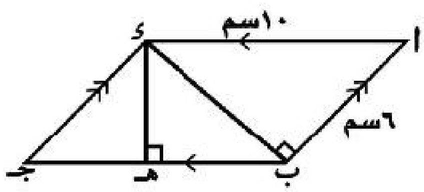
ا هـ ⊥ ب ء، ب جـ = ٧سم، جـ ء = ٢٤سم، ا ب = ١٥سم.

أوجد:

(أ) طول كل من: ب ء ، ا ء

(ب) طول مسقط ا ب على ب ء

(جـ) طول مسقط ا ء على ا هـ



(٣) **فى الشكلِ المقابل:** ا ب جـ ء متوازى أضلاع،

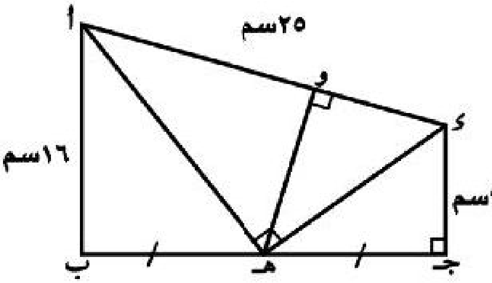
ا ب = ٦سم، ا ء = ١٠سم، ء ب ⊥ ا ب ،

رسم ء هـ ⊥ ب جـ **أوجد:**

(أ) مساحة متوازى الأضلاع ا ب جـ ء.

(ب) طول مسقط ء ب على ب جـ .

(جـ) طول ء هـ .



(٤) **فى الشكلِ المقابل:** ا ب جـ ء شبه منحرف فيه

ا ب // ء جـ ، ق (∠ا ب جـ) = ٩٠°،

هـ منتصف ب جـ ، ا ب = ١٦سم، ا ء = ٢٥سم،

ء جـ = ٩سم، ا هـ ⊥ هـ ء، هـ و ⊥ ا ء

أوجد: (أ) مساحة شبه المنحرف ا ب جـ ء

(ب) طول مسقط على ا هـ على ا ء .

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

تمارين (٥ – ٥)

حدد نوعَ الزاويةِ أ (حادة أو قائمة أو منفرجة) فى△ أ ب جـ إذا كان:

أ) أ ب = ٨سم ب جـ = ١٠سم أ جـ = ٦سم

ب) أ ب = ١٢سم ب جـ = ١٣سم أ جـ = ٧سم

جـ) أ ب = ٣سم ب جـ = ٧سم أ جـ = ٥سم

د) أ ب = ٥ سم ب جـ = ١٣ سم أ جـ = ١٢سم

هـ) أ ب = $\sqrt{٣}$ سم ب جـ = ٢ سم أ جـ = ١سم

و) أ ب = ٣ سم ب جـ = ٥ سم أ جـ = ٤ سم

تمارين عامة
على الوحدة الخامسة

(١) حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى أ ب جـ حيث:

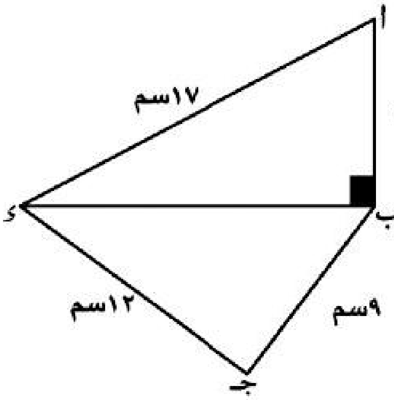
(أ) أ ب = ٩ ، ب جـ = ١٠ ، أ جـ = ١٢

(ب) أ ب = ٥ ، ب جـ = ١٢ ، أ جـ = ١٣

(جـ) أ ب = ٧ ، ب جـ = ١٦ ، أ جـ = ١٤

وبين نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

(٢) فى الشكل المقابل:

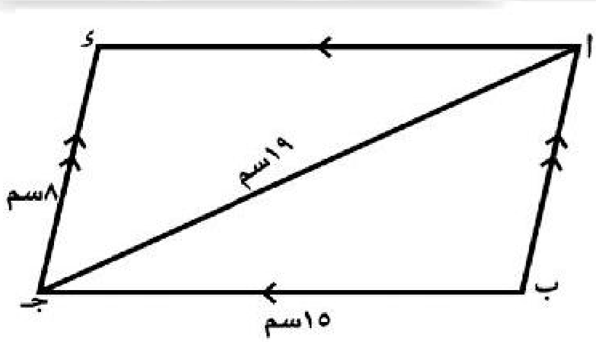


أ ب جـ ى شكل رباعى فيه أ ب = ٨سم، ب جـ = ٩سم، جـ ى = ١٢سم، أ ى = ١٧سم، $\overline{\text{ى ب}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

(أ) أوجد طول مسقط $\overline{\text{أ ى}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$

(ب) بين نوع △ ب جـ ى بالنسبة لزواياه.

(٣) فى الشكل المقابل:



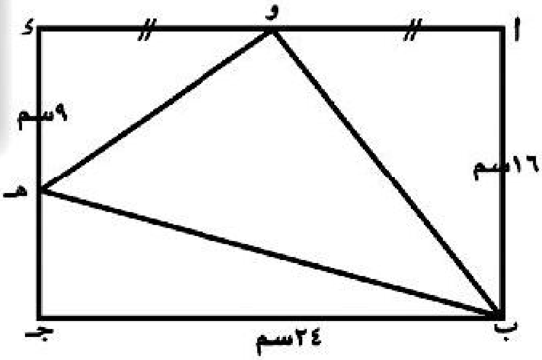
أ ب جـ ى متوازى أضلاع فيه

ب جـ = ١٥سم، جـ ى = ٨سم، أ جـ = ١٩ سم

أثبت أن: ∠ أ ب جـ منفرجة.

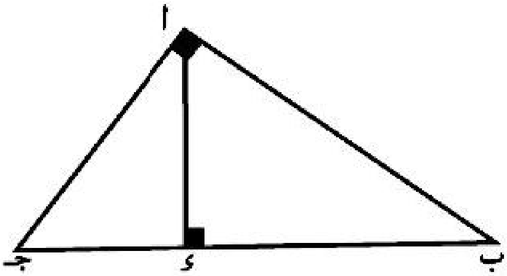
(٤) فى المثلث أ ب جـ: $(\text{أ ب})^2 > (\text{أ جـ})^2 + (\text{ب جـ})^2$، أ ب = ١٥سم، أ جـ = ١٣سم، رسم $\overline{\text{أ ى}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ يقطعه فى ى وكان أ ى = ١٢ سم، أوجد طول $\overline{\text{ب جـ}}$

⑤ **في الشكل المقابل:**



أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ١٦سم، ب جـ = ٢٤سم ، هـ ∈ جـ ء . بحيث ء هـ = ٩سم، بين نوع △ ب و هـ بالنسبة لزواياه.

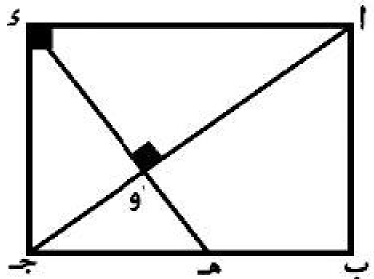
⑥ **في الشكل المقابل:**



في △ أ ب جـ: ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°،

أ ء ⊥ ب جـ، أ ب = ٨سم، أ جـ = ٦سم

أوجد كلًا من ب ء، جـ ء، أ ء

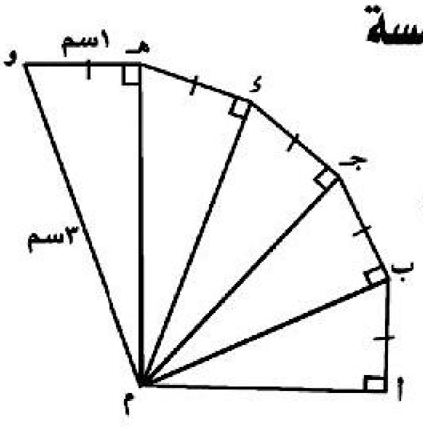


⑦ أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٣٠ سم، أ ء = ٤٠سم

ء هـ ⊥ أ جـ يقطع أ جـ في و، يقطع ب جـ في هـ

أوجد طول كل من أ و ، ء و ، هـ جـ

نشاط الوحدة الخامسة



في الشكلِ المقابل:

أ ب = ب جـ = جـ ء = ء هـ = هـ و = ١ سم، م و = ٣سم

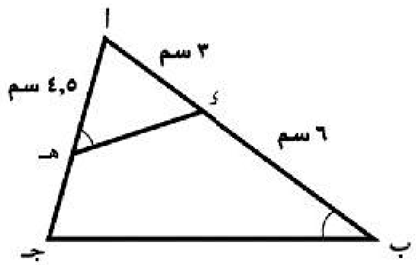
أوجد:

Ⓐ طولَ مسقطِ و م على هـ م

Ⓑ طولَ مسقطِ ب م على أ م

اختبار الوحدة الخامسة

١ في الشكل المقابل:



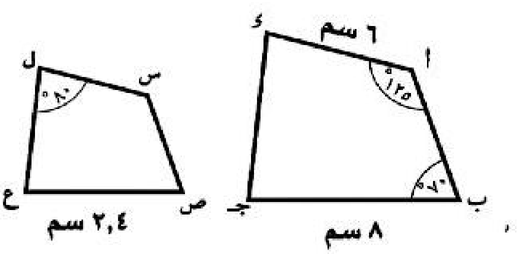
ق (∠ أ هـ ى) = ق (∠ ب) ، أ ى = ٣سم،

أ هـ = ٤,٥سم ، ب ى = ٦سم

أولاً: برهن أن △ أ ى هـ ~ △ أ جـ ب

ثانيًا: أوجد طول هـ جـ

٢ في الشكلِ المقابلِ:



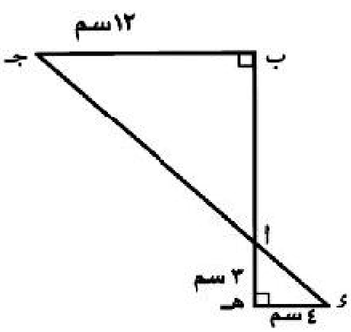
إذا كان الشكل أب جـ ى ~ الشكل س ص ع ل.

أ) احسب ق (∠ ب جـ ى)

ب) احسب طول س ل وحدد نسبة التكبير.

جـ) إذا كان محيط الشكل أ ب جـ ى = ٢٦سم

فما محيطُ الشكل س ص ع ل.



٣ في الشكلِ المقابلِ:

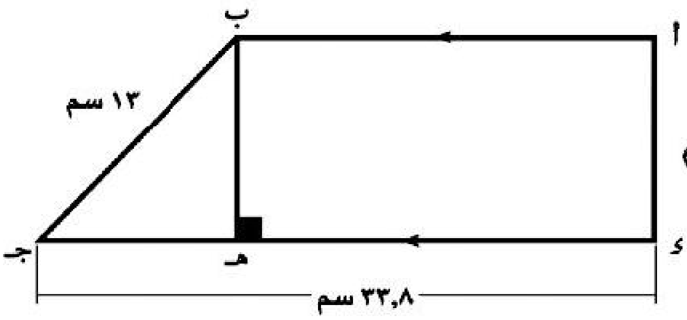
ب هـ ∩ ى جـ = {أ}

ق (∠ ب) = ق (∠ هـ) = ٩٠°

أ) اثبت أن: △ أ ب جـ ~ △ أ هـ ى

ب) **أوجد:** ب هـ ، أ جـ

④ **في الشكلِ المقابل:**



أ ب جـ ى شبه منحرف فيه

$\overline{أب}$ // $\overline{ىجـ}$ ، $\overline{أى}$ ⊥ $\overline{ىجـ}$ ،

أ ى = ١٢سم، ب جـ = ١٣سم،

ى جـ = ٣٣,٨سم، $\overline{بهـ}$ ⊥ $\overline{ىجـ}$

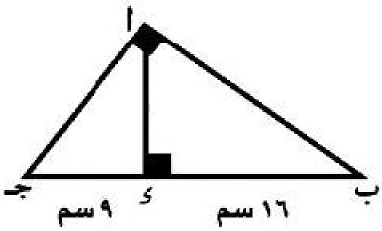
أولًا : أوجد

(أ) طولَ كلٍّ من $\overline{جـهـ}$ ، $\overline{أب}$ (ب) طول $\overline{ىب}$

(جـ) طول مسقطِ $\overline{ىجـ}$ على $\overleftrightarrow{أب}$ (د) مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ى

ثانيًا: أثبت أن: ق (∠ ى ب جـ) = ٩٠°

⑤ **في الشكل المقابل**



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ،

$\overline{أى}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ ، ب ى = ١٦سم ، ى جـ = ٩سم

أوجد طولَ كلٍّ من $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أى}$

واحسب مساحة المثلث أ ب جـ

نماذج امتحانات الجبر والاحتمال

النموذج الأول

[١] أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان $٢^{س+٣} = ١$ فإن س = ...

(٢) إذا كان س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن $س^٢ - ص^٢$ =......

(٣) مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ١ = ٨$ حيث س ∋ $ص_+$ هى ....

(٤) إذا كان $٢^{س} = ٣$ فإن $٨^{-س}$ = ...

(٥) مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٣ = ٠$ فى ع هى ....

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\frac{٥^{-٢} \times \sqrt{٥}}{٥\sqrt{٥}}$ = ... ($\frac{١}{١٢٥}$ ، $\frac{١}{٢٥}$ ، ٢٥ ، ١٢٥)

(٢) ص − $ص_-$ = ... ($ص_+$ ، ط ، ∅ ، {٠})

(٣) حجم مكعب طول حرفه ٣سم = ...سم^٣
(٩ ، ١٢ ، ٢٧ ، ٨١)

(٤) إذا كان المقدار الثلاثى $س^٢$ + ك س + ٣٦ مربع كامل فإن ك تساوى :
(± ٦ ، ± ٨ ، ± ١٢ ، ± ١٨)

(٥) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى :
($\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$)

(٦) إذا كان $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن س = ...
(−٥ ، −٣ ، ٣ ، ٥)

[٣] حلل كلا من المقادير الآتية :

(أ) $س^٢$ + ٨س + ١٥

(ب) ٢$س^٢$ + ٧س + ٣

(جـ) $س^٣$ - ١

(د) أس − ٧أ + ٣س - ٢١

[٤] (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية حيث س ∋ ع : $س^٢$ − ٨س + ١٢ = ٠

[٥] (أ) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات .

(ب) إذا كان $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س+ص} = ١$ فأوجد قيمتى س ، ص .

النموذج الثانى

[١] أكمل ما يأتى :

(١) $(٩أ^{٢} - ٤ب^{٢}) = (٣أ - ......)(...... + ٢ب)$

(٢) $س^{٣} - ...... = (\quad - ٢)(..... + ٢س + ٤)$

(٣) $(٥س - ٢ص)(٢٥س^{٢} + ١٠س ص + ٤ص^{٢}) = ...$

(٤) إذا كان $\frac{٢س}{٥} = ٦$ فإن س = ...

(٥) كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا = ...

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان $س^{٣}ص^{-٣} = ٨$ فإن $\frac{ص}{س} = ...$

(٨ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٢)

(٢) المقدار $س^{٢} + ٤س + أ$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت أ تساوى :

(٣ ، ٤ ، ٨ ، ١٦)

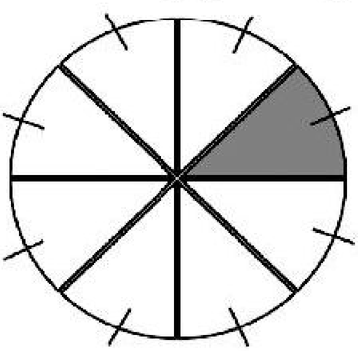
(٣) مجموعة حل المعادلة $س^{٢} - س = ٠$ هو :

({٠} ، ∅ ، {٠ ، ١} ، {١})

(٤) فى الشكل المقابل :

الجزء المظلل يمثل .... الدائرة

($\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$)



(٥) إذا كان $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن س = ...

(-١ ، ٠ ، $\frac{١}{٣}$ ، ١)

(٦) إذا كان $٦^{س} = ١١$ فإن $٦^{س+١} = ...$

(١٢ ، ٢٢ ، ٦٦ ، ٧٢)

[٣] حلل كلًا مما يأتى :

(١) $٤س^{٢} - ٩$ (٢) $س^{٣} + ٨$

(٣) $س^{٢} - ٥س$ (٤) $س^{٢} - ٧س + ١٢$

[٤] (أ) أوجد مجموعة الحل فى ع للمعادلة : $س^{٢} - س - ٦ = صفر$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٢})^{٥} \times (٣)^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^{٩}}$

[٥] (أ) إذا كان $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد قيمة س

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقى باللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات الحمراء .

النموذج الثالث (للطلاب المدمجين)

س ١ - اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

(١) مجموعة حل المعادلة فى ح $س^{٢} + ٢٥ = ٠$ هى ....

(أ) ± ٥ (ب) ٥ (جـ) - ٥ (ء) ∅

(٢) إذا كان المقدار $س^{٢} + أ س + ٩$ مربعا كاملا فإن أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (ء) ١٨

(٣) إذا كان «س - ١» أحد عوامل المقدار $س^{٢} - ٤ س + ٣$ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) (س + ٣) (ب) (س + ١) (جـ) (س - ٣) (ء) (س - ٤)

(٤) إذا كان $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ فإن س = ...

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (ء) $\frac{-١}{٢}$

(٥) احتمال الحدث المؤكد = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (ء) ٢

س ٢ صل من العمود «أ» ما يناسبه من العمود «ب»

«أ»	«ب»
(١) إذا كان $أ^{٢} - ب^{٢} = ١٥$ ، أ + ب = ٣ فإن أ - ب = ...	٥
(٢) إذا اختير عشوائيا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٠ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيا = ...	٦
(٣) إذا كان $(س + ٣ ص)^{٢} = س^{٢} + ك س ص + ص^{٢}$ فإن ك = ...	$\frac{٢}{٥}$
(٤) $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} =$	صفر
(٥) احتمال الحدث المستحيل = ...	$٤^{٤}$

س ٣ أكمل ما يلى:

(١) $س^{٢} - ص^{٢} = (....... - ....)\ (....... + ...)$

(٢) $ص^{٣} - ٨ = (....... - ....)\ (س^{٢} + ٢س + ...)$

(٣) $س^{٢} - ٥س + ٦ = (س - ....)\ (....... - ٣)$

(٤) $(أ + ب)\,س + (أ + ب)\,ص = (أ + ...)\ (....... + ...)$

س٤- ضع علامة (✓) أو (✗)

(١) مدرسة بها ٣٢٠ تلميذا وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولدا هو ٠,٦ فإن عدد البنات = ١٢٨ (   )

(٢) إذا كان $٣^{س} = ٢٧$ فإن $س = \frac{١}{٣}$ (   )

(٣) سحبت بطاقة عشوائيا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددا فرديا أكبر من ٣ هو $\frac{٣}{١٠}$ (   )

(٤) العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ هو ٤ (   )

(٥) مجموعة حل المعادلة فى ح س (س − ٣) (س + ٥) = ... هو {٠، ٣، −٥} (   )

س ٥ أكمل الحل ليصبح المقدار $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$ فى أبسط صورة

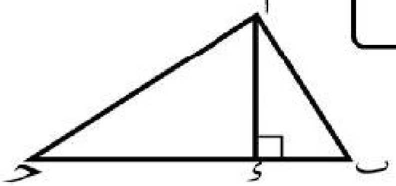
$$\frac{(٢^{.....})^{ن} \times (..... \times ٣)^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = \frac{٢^{.....ن} \times .....^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$$

$$٢^{.....ن + ٢ن - .....} \times ٣^{٢ن - .....}$$

$$= ٢^{.....} \times ٣^{.....} = ...$$

نماذج امتحانات الهندسة

النموذج الأول



[١] أكمل ما يأتى :

(١) فى الشكل المقابل :

أ ب X .... = ب حـ X أ ء

(٢) فى Δ أ ب حـ إذا كان (أ حـ)^{٢} + (حـ ب)^{٢} = (أ ب)^{٢} فإن ق(∠...) = ٩٠°

(٣) إذا كانت النقطة أ ∈ للمستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ....

(٤) مساحة الدائرة التى طول قطرها ١٤سم = ...سم٢

($\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

(٥) شبه منحرف طولا قاعدتيه ٨ سم ، ١٠سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته =.... سم^{٢}

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

(١) فى أ ب حـ إذا كان (أ ب)^{٢} > (ب حـ)^{٢} + (أ حـ)^{٢} فإن زاوية حـ تكون :

(أ) حادة (ب) قائمة (حـ) منفرجة (ء) مستقيمة

(٢) معين طولا قطريه ٦ سم، ١٠ سم تكون مساحته بالسم^{٢} =

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (حـ) ١٥ (ء) ١٠

(٣) مضلعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٣: ٥ تكون النسبة بين محيطيهما هي :

(أ) ٢٥ (ب) ٥ : ٣ (حـ) ٣ : ٥ (ء) ١ : ٢

(٤) شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم^{٢} وارتفاعه ٥ سم تكون طول قاعدته المتوسطة بالسنتيمترات تساوى :

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (حـ) ٤٠ (ء) ٥٠

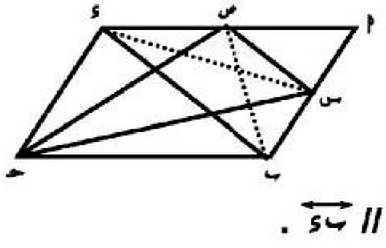
(٥) أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، فيه ق (∠ أ) = ٧٠° فإن ق (∠ ب) = ...°

(٧٠ ، ١١٠ ، ١٨٠ ، ٣٦٠)

(٦) قياس إحدى زوايا الخماسى المنتظم = ...°

(٩٠ ، ١٠٨ ، ١٢٠ ، ٥٤٠)

[٣] (أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع احدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم . أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر .



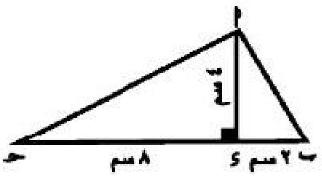
(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى اضلاع ،

س ∈ $\overline{أ ب}$ ، ص ∈ $\overline{أ ء}$ بحيث كانت

م (Δ حـ ب س) = م (Δ حـ ص ء) أثبت أن : $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ب ء}$.

[٤] (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$

ب ء = ٢ سم ، حـ ء = ٨ سم ، أ ء = ٤ سم

أثبت أن: ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°

(ب) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب = ١٨ سم ، ء هـ = ١٥ سم ،

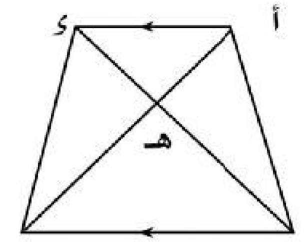
ب حـ = ١٢ سم، رسمت $\overline{ء هـ} \perp \overline{ب حـ}$ ، $\overline{ء و} \perp \overline{أ ب}$.

أحسب مساحة ▱ أ ب حـ ء وطول $\overline{ء و}$.

[٥] (أ) ا ب حـ مثلث فيه ق (∠ ا) = ٥٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠°

رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيبا تنازليا

(ب) فى الشكل المقابل :



ا ب حـ ء شكل رباعي فيه

$\overline{اء} // \overline{ب حـ}$ ، $\overline{احـ} \cap \overline{ب ء} = \{ هـ \}$

اثبت ان : مساحة △ ا ب هـ = مساحة △ ء حـ هـ

النموذج الثانى

[١] أكمل ما يأتى :

(١) يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... ، الزوايا المتناظرة......

(٢) معين مساحته ٢٤سم^{٢}وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر يساوي ... سم

(٣) إذا كان △ أ ب حـ فيه : $(أ ب)^٢ = (أ حـ)^٢ - (ب حـ)^٢$ فإن △ أ ب حـ يكون قائم الزاوية فى ....

(٤) الأطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١١ سم تصلح أن تكون أضلاع مثلث ..... الزاوية.

(٥) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة X ....

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيين ٦ سم ، ٨ سم فإن قاعدته المتوسطة طولها بالسم =

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (حـ) ١٤ (ء) ٧

(٢) مضلعان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (حـ) ٦٠ (ء) ٧٥

(٣) مثلث مساحته ٢٤ سم^{2} وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته بالسم =

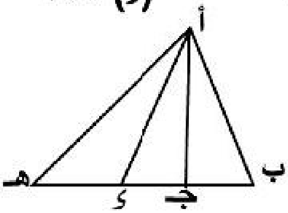
(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

(٤) Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، ب د ⊥ أ جـ فإن مسقط ب د على أ جـ هو :

(أ) {أ} (ب) {ب} (جـ) {جـ} (د) {د}

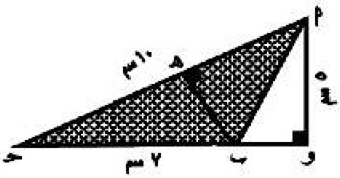
(٥) مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم^{2} =

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠



(٦) عدد المثلثات فى الشكل المقابل = ...

[٣] فى الشكل المقابل :



أ و ⊥ جـ ب ، ب هـ ⊥ أ جـ ،

أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٧ سم ،

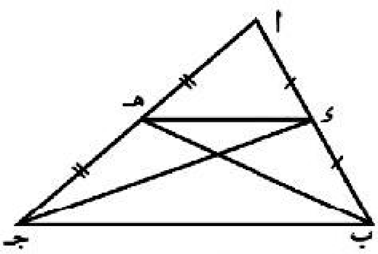
أ و = ٥ سم . أوجد : **أولا** : طول ب هـ

ثانيا : م (Δ أ ب جـ)

[٤] (أ) أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ٢٠ سم ، ب د = ١٢ سم

اثبت أن ق(∠أ ب د) = ٩٠° ثم أوجد مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د .

(ب) فى الشكل المقابل:



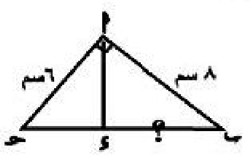
Δ أ ب جـ فيه د منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

برهن أن:

أولا : مساحة Δ د ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ

ثانيًا: د هـ // ب جـ

[٥] (أ) فى الشكل المقابل :

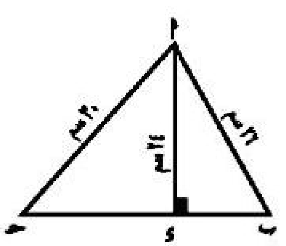


Δ د ب أ ~ Δ أ ب جـ ، ق(∠ب أ جـ) = ٩٠°

أثبت أن : أ د ⊥ ب جـ .

وإذا كان : أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ٦ سم أوجد طول ب د .

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث ، أ د ⊥ ب جـ ،

فإذا كان أ د = ٢٤ سم ، أ ب = ٢٦ سم ،

أ جـ = ٣٠ سم .

أوجد ب جـ واحسب مساحة Δ أ ب جـ .

النموذج الثالث (للطلاب المدمجين)

س١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

(١) مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم تساوى .... سم ٢

(١٢، ٢٠، ٢٤، ٤٨)

(٢) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم، ٨ سم، ١٠ سم ....

(حاد الزوايا، قائم الزاوية، منفرج الزاوية، غير ذلك)

(٣) معين طولا قطريه ٦ سم، ١٠ سم تكون مساحته = ... سم

(٦٠، ٣٠، ١٥، ١٠)

(٤) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم ومساحة سطحه ٥٦ سم٢

فإن ارتفاعه = ... سم

(٣٢، ٢٤، ٤٤٨، ٧)

٥ جميع .... متشابهة

(المربعات – المثلثات – المستطيلات – متوازيات الأضلاع)

س٢ أكمل ما يلى:

(١) مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ......

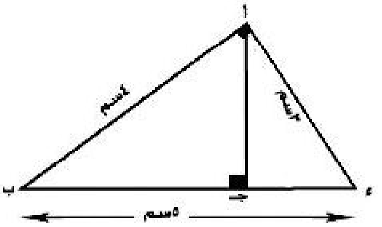
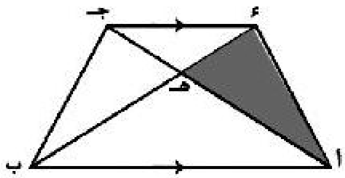
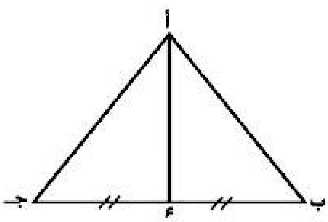
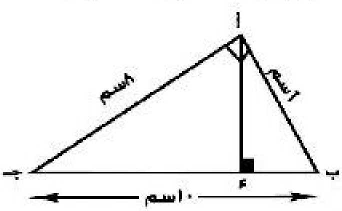
(٢) إذا كان أ ب جـ مثلثا منفرج الزاوية فى ب فإن $(أ جـ)^{٢}$ ...... $(أ ب)^{٢}$ + $(ب جـ)^{٢}$

(٣) مربع طول قطره ٨سم تكون مساحته = ... سم ^{٢}

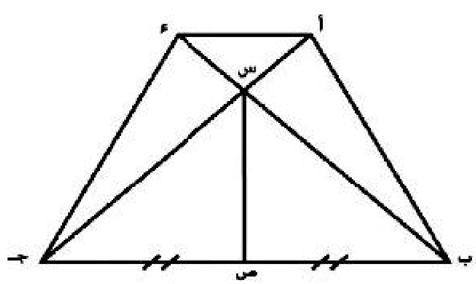
(٤) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة رأساهما على مستقيم يوازى القاعدة ......

(٥) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ...... × الارتفاع المناظر لها.

س٣ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب)

(أ)	(ب)
(١) في الشكل المقابل يكون أ جـ = ... سم 	• ب هـ جـ
(٢) في الشكل المقابل مساحة △ أ هـ ء = ... مساحة △ .... 	• ٢,٤
(٣) في الشكل مساحة △ أ ب ء = مساحة △ .... 	• متطابقين
(٤) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين.......	• ٣,٦
 (٥) طول مسقط أ ب على ب جـ = ... سم	• أ جـ ء

س ٤ في الشكل المقابل



مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء جـ ص س

أكمل البرهان

لإثبات أن أ ء // ب جـ

المعطيات: ....

المطلوب: ....

البرهان: ∵ $\overline{\text{س ص}}$ متوسط فى △ س ب جـ

∴ مساحة △ .... = مساحة △ .... ①

∵ مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء جـ ص س ②

بطرح ① من ②

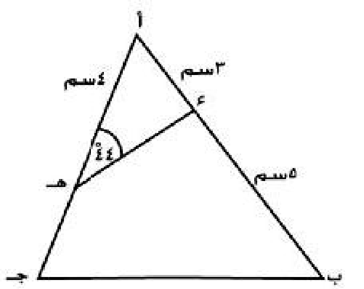
∴ مساحة △ .... = مساحة △ ....

بإضافة مساحة △ أ ء س للطرفين

∴ مساحة △ .... = مساحة △ ....

∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

س٥ فى الشكل المقابل



△ أ ب جـ ~ △ أ هـ ء

ق(أ $\hat{\text{هـ}}$ ء) = ٤٤ْ

أ ء = ٣ سم، هـ أ = ٤ سم، ء ب = ٥ سم

ب جـ = ٨ سم

أكمل لإيجاد طول كل من $\overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overline{\text{هـ جـ}}$

الحل: ∵ △ أ ب جـ ~ △ أ هـ ء

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{....}} = \frac{\text{....}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{أ ء}}$ ∴ $\frac{٨}{\text{....}} = \frac{\text{....}}{\text{هـ ء}} = \frac{\text{جـ أ}}{٣}$

∴ هـ ء = ... ، أ جـ = ... ، هـ جـ = ...

المواصفات الفنية

رقـــم الكتاب :	٢٢٩/١٠/٢/٢٢/٢/٤٧
مقاس الكتاب:	(١٩,٥×٢٧) سم
طبع المتن:	٤ لون + ١ لون
طبع الغلاف:	٤ لون
ورق المتن:	٧٠ جم أبيض
ورق الغلاف:	١٨٠ جم كوشيه
عدد الصفحات بالغلاف:	١٢٨ صفحة

http://elearning.moe.gov.eg

بنك المعرفة المصري
Egyptian Knowledge Bank

دار قباء
للطباعة والتغليف
محمد علي الصافوري وشركاه

20/30
رؤية مصر
EGYPT VISION

٢٠ شارع ابو بكر الصديق - اللاذة - دار السلام - القاهرة
ت : ٣٠-٢٧٢٢٢٣٦(٠٢)   فاكس : ٢٧٢٢٢٦١٣(٠٣)
موبايل : ٠١٢٢٢٢٥٥٣٧٩ (٠٢)