République Arabe d'Égypte
Ministère de L'Éducation
Et L'éducation technique
Administration centrale
Pour les livres

Mathématiques

Première préparatoire

Deuxième semestre

Rédigé par

Gamal Fathy Abdel-Sattar

Conseiller pour les mathématiques

M / Gamal Elshahed

Révisée par

Fathi Ahmed Chehata

Adel Mohamed Hamza **Nasser Saad Zaghloul**

2021 - 2022

Préface

Nous avons plaisir de présenter cet ouvrage destiné aux élèves de première préparatoire, dans le but de former une génération innovatrice, créative dans le domaine des sciences.

L'esprit humain a franchi les limites terrestres pour atteindre les horizons de l'espace : on capte en permanence par les satellites et l'internet l'actualité quotidienne ; grâce au progrès technologique, les sources d'apprentissage seront nombreuses et diverses, les moyens cognitifs plus efficaces, plus complexes et de plus grande valeur.

La République Arabe d'Egypte, de par la richesse de sa civilisation, se doit de ne pas rester en dehors des progrès et des découvertes scientifiques et de l'évolution technologique. On peut déjà mesurer combien, grâce à l'usage des nouvelles technologies, notre système éducatif a progressé.

Ce manuel vise les objectifs suivants :

- approfondir la connaissance en mathématiques, qui utilise les symboles à la place des nombres (car l'étude des nombres entiers relatifs n'était pas suffisante pour résoudre les problèmes concrets).
- recourir aux images, aux formes et aux couleurs pour expliquer les concepts mathématiques et leurs propriétés.
- mettre en évidence la complémentarité entre les mathématiques et les autres matières.
- mettre l'élève dans des situations d'apprentissage propices à l'acquisition de compétences dans la résolution des problèmes.
- donner à l'élève la possibilité de déduire lui-même les connaissances.
- intégrer dans le manuel des activités concrètes et éducatives en lien avec l'environnement, la santé, la population ainsi que les valeurs de droits de l'homme, d'égalité, de justice et d'attachement à la patrie.
- inclure des exercices d'évaluation à la fin de chaque leçon, un test à la fin de chaque unité et des tests généraux en fin d'ouvrage.
- proposer des modèles de documents à intégrer au portfolio pour valider l'évaluation générale.
- utiliser les nouvelles technologies.

Ce manuel comporte quatre unités

Unité 1 : Nombres - utiliser les lois des puissances et trouver la racine carrée d'un nombre rationnel positif.

Unité 2 : Algèbre : Notion de variable et constante - résolution des équations et inéquations du premier degré à une inconnue.

Unité 3 : La géométrie et mesure - autour des transformations géométriques (réflexion - translation - rotation), de quelques figures, démonstration de quelques théorèmes et des lois qui concernent triangles et quadrilatères.

Unité 4 : statistiques - importance des statistiques et de la probabilité dans de futurs événements de prévision.

La rédaction des chapitres se veut très simple, avec un maximum d'exercices divers afin de donner aux élèves la possibilité d'exercer leur faculté de penser et leur créativité.

L'auteur

Symboles mathématiques utilisés

Les symboles	Se lit
$X = \{......., ..., ...\}$	L'ensemble X est égal à
$\varnothing$ et $\{ \}$	Ensemble vide
$\in$	Appartient à, est un élément de.
$\notin$	N'appartient pas, n'est pas un élément
$\subset$	Est un sous-ensemble (une partie) de ..., est inclus dans...
$\not\subset$	N'est pas inclus dans...
$X \cap Y = \{a : a \in X \text{ et } a \in Y\}$	«Intersection de X et de Y», «X inter Y» $X \cap Y$ désigne l'ensemble des éléments qui appartiennent à la fois à x et à y
$X \cup Y = \{a : a \in X \text{ ou } a \in Y\}$	« Réunion de X et de Y», «X union Y» $X \cup Y$ désigne l'ensemble qui contient tous les éléments de X ou de Y ou les deux ensembles
N	Ensemble des entiers naturels {0 ; 1 ; 2 ; ...}
Z	Ensemble des entiers relatifs {... ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ...}
Z_+	Ensemble des entiers relatifs positifs {1 ; 2 ; 3 ; ...}
Z_-	Ensemble des entiers relatifs négatifs {-1 ; -2 ; -3 ; ...}
$\leq$	Est inférieur ou égal à,

Les symboles	Se lit
≥	Est supérieur ou égal à
≠	N'est pas égal ; différent
$\lvert a \rvert$	Valeur absolue de a
(a ; b)	Le couple (a ; b)
$a \times a \times \ldots$ à n facteurs $= a^n$	(a) puissance n
$\sqrt{a}$	Racine carrée de a
//	Parallèle à
⊥	Perpendiculaire à
△	Triangle
∵	Puisque
∴	Donc
∟	Angle droit
$\overline{AB}$	Le segment AB
$\overrightarrow{AB}$	La demi-droite AB
$\overleftrightarrow{AB}$	La droite AB
∠	Angle
≡	Superposable

Sommaire

Unité 1

Les nombres et l'algèbre

Ghyath El-din Masoud El-Kachi

(1380-1436)

El-Kachi, a été un des plus grands mathématiciens de l'époque qui a découvert er créer les fractions décimales. Il a élaboré une loi pour effectuer la somme des nombres naturels à la puissance 4, etc. …

Il a trouvé une approximation de π qui est approximativement égale à ce que la calculatrice propose.

Leçons de l'unité

Al Ashraaf Printing House

Leçon 1

Multiplication répétée

Complète :

$(\frac{1}{2})^1 = \frac{1}{2}$

$(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1^{\cdots}}{2^{\cdots}}$

$(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1^{\cdots}}{2^{\cdots}}$

$(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1^{\cdots}}{2^{\cdots}}$

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel, n est un entier relatif positif, alors

$(\frac{a}{b})^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times .... \times \frac{a}{b}$ où $\frac{a}{b}$ est répété n fois

et se lit $(\frac{a}{b})$ à la puissance n ou l'exposant $n^{ème}$ du nombre $(\frac{a}{b})$

- $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $(\frac{a}{b})^0 = 1$, où $a \neq 0$ et $b \neq 0$

Exemples et éxercices:

① Calcule ce qui suit sous la forme la plus simple :

[a] $(\frac{-4}{5})^3$

[b] $(-2\frac{1}{3})^2$

[c] $(2\frac{1}{4})^2 \times (-\frac{2}{3})^2$

[d] $(-\frac{25}{9}) \div (-\frac{5}{9})^2$

Solution:

[a] $(-\frac{4}{5})^3 = -\frac{4^3}{5^3} = -\frac{64}{125}$.

[b] $(-2\frac{1}{3})^2 = (-\frac{7}{3})^2 = (\frac{7}{3})^2 = \frac{49}{9}$.

[c] $(2\frac{1}{4})^2 \times (-\frac{2}{3})^2 = (\frac{9}{4})^2 \times (\frac{2}{3})^2 = \frac{81}{16} \times \frac{4}{9} = \frac{9}{4}$.

[d] $(-\frac{25}{9}) \div (-\frac{5}{9})^2 = -\frac{25}{9} \div (\frac{5}{9})^2 = -\frac{25}{9} \div \frac{25}{81} = -\frac{25}{9} \times \frac{81}{25} = -9$.

② Complète en suivant la règle de signes de la multiplication:

[a] $(-\frac{2}{3})^2 = -\frac{2}{3} \times (-\frac{2}{3}) = ...$

[b] $(-\frac{2}{3})^3 = (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) \times (-\frac{2}{3}) = ...$

[c] $(-\frac{2}{3})^4 = \frac{2^4}{3^4} = ...$

[d] $(-\frac{2}{3})^5 = -\frac{2^5}{3^5} = ...$

[e] $(1\frac{1}{2})^4 = (\frac{3}{2})^4 = ...$

[f] $(-2\frac{1}{3})^5 = (-\frac{7}{3})^5 = ...$

[g] $(2x)^2 \times \frac{1}{x} = ...$

[h] $(\frac{a}{b})^2 \times \frac{b^2}{c} = ...$

③ Effectue et réduis :

[a] $(2\frac{1}{2})^2 \times (-\frac{2}{5})^2$

$= (\frac{5}{2})^2 \times (\frac{2}{5})^{....}$

$= .... = ...$

[b] $(2\frac{7}{9}) : (-1\frac{2}{3})^2$

$= (\frac{25}{9}) : (-\frac{5}{3})^2$

$= (\frac{5}{3})^{....} \times .... = ...$

Exercices (1–1)

1 **Effectue et réduis :**

[a] $(\frac{1}{3})^4$

[b] $(-\frac{3}{4})^4$

[c] $(\frac{2}{3})^4$

[d] $(-\frac{1}{7})^3$

[e] $(-\frac{3}{5})^3 \times (-\frac{25}{27})$

[f] $(-\frac{1}{2})^3 \times (\frac{4}{3})^2$

[g] $(-\frac{3}{4})^2 \times \frac{8}{27}$

[h] $(-\frac{5}{6})^2 : 3\frac{3}{4}$

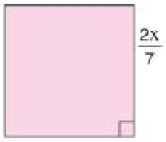
[i] $(\frac{5a}{b})^2 \times (-\frac{2ab}{15})$

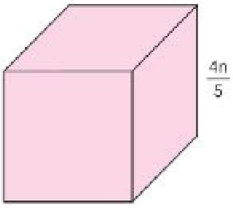
[j] $(-\frac{2}{3})^3 \times (\frac{1}{3})^3 : (-\frac{2}{9})^2$

[k] $[(\frac{5}{2})^3 : (\frac{3}{2})^4] \times (\frac{3}{5})^3$

[l] $(-\frac{1}{2})^3 : [8 \times (-\frac{1}{2}) \times \frac{3}{4}]$

2 [a] Calcule l'aire d'un carré de $\frac{2x}{7}$ de côté.





[b] Calcule le volume d'un cube de $\frac{4n}{5}$ d'arête.

3 **Si $x = -\frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, et $z = -\frac{4}{3}$, trouve la valeur numérique de chacune des expressions suivantes sous la forme la plus simple :**

[a] $x^2\, y^2\, z^2$

[b] $x^2 : z^2$

[c] $x^2 - yz^2$

[d] $9xy^3 + 4y^2z^2$

[e] $\frac{x^2 y^2 z^2}{x + y}$

[f] $\frac{2}{3} z^3 - \frac{8}{3} x^3 y - \frac{9}{2} z^2 y^3$

Leçon 2

Puissances entières non négatives

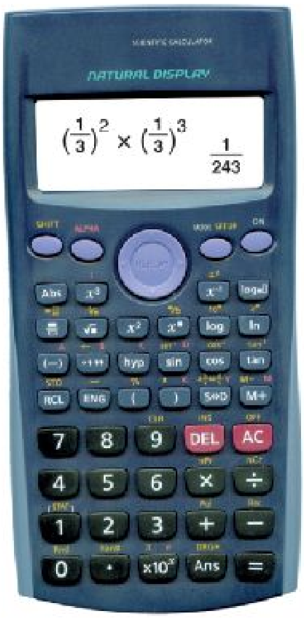
- Dans la multiplication de nombres rationnels de même base, on peut écrire le produit de ces nombres dans cette même base.

Par exemple : $(\frac{1}{2})^2 \times (\frac{1}{2})^3 = (\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) \times (\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2})$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^{....}$

A l'aide d'une calculatrice, vérifie :

Le nombre rationnel $\frac{a}{b}$	n	m	$(\frac{a}{b})^n \times (\frac{a}{b})^m$	$(\frac{a}{b})^{n+m}$
$\frac{1}{3}$	2	3	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{243}$
$\frac{1}{4}$	2	3		
$\frac{1}{5}$	3	2		
$\frac{3}{2}$	3	4		



- Essaie avec la calculatrice avec d'autres nombres rationnels et des entiers relatifs non négatifs m et n.
- Est-ce que tu as obtenu le même produit ?
- Est-ce que la formule est valable pour les bases négatives ?

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel, m et n sont des entiers relatifs non négatifs, alors $(\frac{a}{b})^n \times (\frac{a}{b})^m = (\frac{a}{b})^{n+m}$

Al Ashraaf Printing House

Exemple

Calcule le résultat de ce qui suit sous la forme la plus simple :

[a] $(-\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^5$ [b] $(-\frac{3}{5})^3 \times (-\frac{3}{5})^5$

Solution:

[a] $(-\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^5 = (\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^5$

$= (\frac{2}{3})^{2+5}$

$= (\frac{2}{3})^7$

[b] $(-\frac{3}{5})^3 \times (-\frac{3}{5})^5 = (-\frac{3}{5})^{3+5}$

$= (-\frac{3}{5})^8$

$= (\frac{3}{5})^8$

- Dans la division de nombres rationnels de même base, on peut écrire le quotient de ces nombres dans cette même base. par exemple :

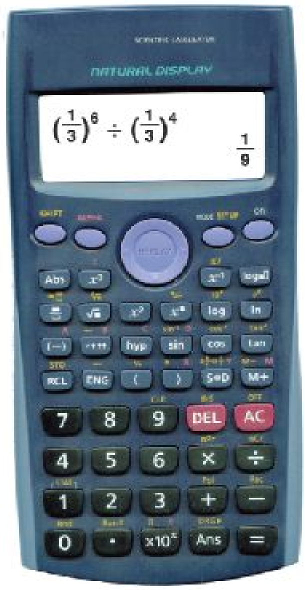
par exemple :

$$(\frac{1}{2})^5 : (\frac{1}{2})^3 = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^{....}$$

A l'aide d'une calculatrice, vérifie :

Le nombre rationnel : $\frac{a}{b}$	n	m	$(\frac{a}{b})^n \div (\frac{a}{b})^m$	$(\frac{a}{b})^{n-m}$
$\frac{1}{3}$	6	4	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{4}$	5	2		
$\frac{1}{5}$	6	3		
$\frac{3}{2}$	7	4		



- Essaie avec la calculatrice avec d'autres nombres rationnels et des entiers relatifs non négatifs m et n.
- Est-ce que tu as obtenu le même quotient ?
- Est-ce que la formule est valable pour les bases négatives ?

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non nul, m et n sont des entiers relatifs non négatifs, où $n \geq m$, alors $(\frac{a}{b})^n : (\frac{a}{b})^m = (\frac{a}{b})^{n-m}$

Exemple

Calcule le résultat de ce qui suit sous la forme la plus simple :

[a] $(\frac{3}{4})^5 : (-\frac{3}{4})^2$

[b] $(\frac{2}{5})^{13} : (\frac{2}{5})^{11}$

Solution:

[a] $(\frac{3}{4})^5 : (-\frac{3}{4})^2 = (\frac{3}{4})^5 : (\frac{3}{4})^2 = (\frac{3}{4})^{5-2} = (\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}$

[b] $(\frac{2}{5})^{13} : (\frac{2}{5})^{11} = (\frac{2}{5})^{13-11} = (\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$

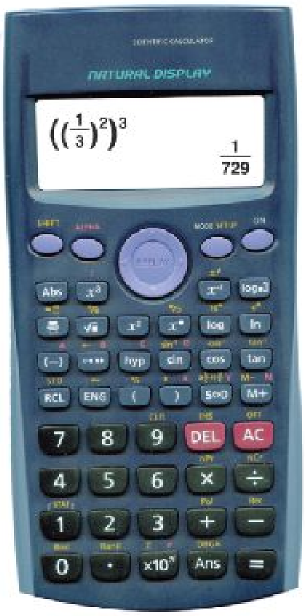
- On peut écrire le nombre rationnel $[(\frac{1}{2})^4]^2$ sous la forme.

$$[(\frac{1}{2})^4]^2 = (\frac{1}{2})^4 \times (\frac{1}{2})^4$$

$$= (\frac{1}{2})^{4+4} = (\frac{1}{2})^{\cdots}$$

A l'aide d'une calculatrice, vérifie :

Le nombre rationnel: $\frac{a}{b}$	n	m	$((\frac{a}{b})^n)^m$	$(\frac{a}{b})^{n\times m}$
$\frac{1}{3}$	2	3	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{729}$
$\frac{1}{4}$	3	2		
$\frac{1}{5}$	2	4		
$\frac{3}{2}$	3	2		



- Essaie avec la calculatrice avec d'autres nombres rationnels $\frac{a}{b}$ et des entiers relatifs non négatifs m et n .
- Est-ce que les nombres qui sont dans les $4^{ème}$ et $5^{ème}$. colonnes sont égaux ?

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel, m et n sont des entiers relatifs non négatifs, alors $[(\frac{a}{b})^n]^m = (\frac{a}{b})^{n\times m}$

Exemple

Calcule le résultat de ce qui suit :

[a] $[(\frac{3}{4})^2]^2$ [b] $[(\frac{-1}{2})^2]^3$

Solution:

[a] $[(\frac{3}{4})^2]^2 = (\frac{3}{4})^4 = \frac{3^4}{4^4}$

$= \frac{81}{256}$

[b] $[(\frac{-1}{2})^2]^3 = (-\frac{1}{2})^6$

$= (\frac{1}{2})^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{64}$

- Suis les étapes précédentes pour vérifier que :

[a] $(\frac{a}{b})^n \times (\frac{c}{d})^n = (\frac{a}{b} \times \frac{c}{d})^n$

[b] $(\frac{a}{b})^n : (\frac{c}{d})^n = (\frac{ad}{bc})^n$

Exercices (1–2)

1 Effectue et réduis :

[a] $(\frac{2}{3})^3 \times (\frac{2}{3})^2$

[b] $(-\frac{2}{3})^3 \times (\frac{2}{3})^2$

[c] $[(-\frac{3}{2})^2]^5$

[d] $(\frac{ab}{c})^5$

[e] $(-\frac{b^2}{a})^2$

[f] $(-\frac{x^3}{y^2})^2$

[g] $(\frac{2}{7})^5 : (\frac{2}{7})^3$

[h] $(-\frac{3}{5})^7 : (\frac{3}{5})^5$

[i] $[(2\frac{1}{2})^3]^2$

[j] $(\frac{x^2}{y^3})^2$

[k] $(-\frac{c^2}{d})^3$

[l] $(-\frac{xy^6}{z^2})^2$

2 Si $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{4}$ et $z = -\frac{3}{2}$,

trouve la valeur numérique de chacune des expressions suivantes sous la forme la plus simple :

[a] x^3y^2

[b] y^3x^2

[c] $x^3 \div y^2z^2$

[d] $(\frac{xy}{z})^5$

[e] $(\frac{x^2}{y^3})^2$

[f] $(\frac{y^2}{x})^2$

3 Choisis dans la colonne [A] celle qui convient dans la colonne [B] :

colonne [1]	colonne [2]
[1] $(x^2)^n$	[a] x^{n^2}
[2] $(x^n)^n$	[b] $\frac{3m^c}{2n^c}$
[3] $(xy^a)^b$	[c] $27x^{3a}$
[4] $(\frac{x}{y^a})^b$	[d] $\frac{3^cm^c}{2^cn^c}$
[5] $(-3x^a)^3$	[e] x^{2n}
[6] $(3x^a)^3$	[f] $-27x^{3a}$
[7] $\frac{3}{2}(\frac{m}{n})^c$	[g] $\frac{n^b}{y^{ab}}$
[8] $(\frac{3m}{2n})^c$	[h] $x^b y^{ab}$
	[i] $\frac{x^b}{y^{ab}}$
	[j] xy^{ab}

Leçon 3

Puissances entières négatives

- On a déjà étudié la notion des puissances entières positives et la puissance nulle, maintenant nous allons étudier la notion des puissances entières négatives d'un nombre.

Par exemple :

$$\begin{tikzcd}
2^2 \arrow[d, bend left, "-1"] & = & 2^2 \arrow[d, bend left, ":2"] \\
2^1 \arrow[d, bend left, "-1"] & = & 2 \arrow[d, bend left, ":2"] \\
2^0 \arrow[d, bend left, "-1"] & = & 1 \arrow[d, bend left, ":2"] \\
2^{-1} \arrow[d, bend left, "-1"] & = & \frac{1}{2} \arrow[d, bend left, ":2"] \\
2^{-2} & = & \frac{1}{2^2}
\end{tikzcd}$$

Si $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel non nul,

n est un entier relatif positif, alors

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ a^n = \frac{1}{a^{-n}}$$

On remarque que $a^n \times a^{-n} = a^{n-n} = a^0 = 1$ C'est-à-dire a^n et a^{-n} sont inverses.

- **Exemple :**

$$\frac{3125}{0{,}008} = \frac{5^5}{5^{-3}} = 5^{5-(-3)} = 5^8 = 390625$$

[1] $5^6 \times 5^{-4} = \frac{5^6}{5^4} = 5^2$

[2] $\frac{7^{-3}}{7^{-2}} = \frac{7^2}{7^3} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$

[3] $\left(\frac{6^{-2} \times 6^4}{6^3}\right)^{-2} = \left(\frac{6^4}{6^2 \times 6^3}\right)^{-2} = \left(\frac{6^4}{6^5}\right)^{-2}$

$= \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} = 6^2 = 36$

Tableau des puissances 5

$5^1 = 5$	$5^{-1} = 0{,}2$
$5^2 = 25$	$5^{-2} = 0{,}04$
$5^3 = 125$	$5^{-3} = 0{,}008$
$5^4 = 625$	$5^{-4} = 0{,}0016$
$5^5 = 3125$	$5^{-5} = 0{,}00032$
$5^6 = 15625$	$5^{-6} = 0{,}000064$
$5^7 = 78125$	$5^{-7} = 0{,}0000128$
$5^8 = 390625$	$5^{-8} = 0{,}00000256$
⋮	⋮

- Utilise le tableau des puissances 5 pour trouver la valeur de chacun des nombres suivants :

Exemple :

[1] $15625 \times 0{,}0016$

[2] $0{,}00032 \times 3125$

[3] $(78125)^{-1}$

[4] $(0{,}0016)^{-2}$

[5] $\frac{0{,}008}{625}$

[6] $\frac{125}{0{,}00032}$

[7] $\frac{(3125)^2}{15625}$

[8] $(0{,}0000128)^3 \times (390625)^2$

Exercices (1–3)

1 Complète :

[a] $\frac{5}{5^{-3}} = 5^{\,1-(-3)} = \ldots\ldots\ldots$

[b] $(b^{-1})^{-3} = b^{-1\times(-3)} = b^{\cdots}$

[c] $(3x^{-1})^{2} = 9\,x^{\cdots} = \frac{9}{\cdots\cdot}$

[d] $10^{-3} = \frac{1}{\cdots\cdot}$

[e] $5c^{0} = \ldots.$

[f] $2x^{-3} = \frac{2}{\cdots\cdot}$

[g] $(3a^{2})^{-1} = \frac{1}{\cdots\cdot}$

[h] $2x^{-2}\,y^{-3} = \frac{2}{\cdots\cdot}$

2 Trouve la valeur de :

[a] 5^{-1}

[b] 4^{-1}

[c] 5^{-2}

[d] 4^{-2}

[e] $4^{-2} \times 4^{5}$

[f] $3^{7} \times 3^{-3}$

[g] $(3^{-2})^{-2}$

[h] $(5^{-1})^{-3}$

[i] $\frac{3}{3^{-2}}$

[j] $\frac{6^{-2}}{6^{-3}}$

[k] $\frac{8 \times 8^{-2}}{8^{-3}}$

[l] $\frac{7^{-2} \times 7^{5}}{7^{3}}$

[m] $(\frac{3^{-1}}{3})^{2}$

[n] $(\frac{8^{4}}{8^{-4}})^{0}$

[o] $(\frac{9^{3} \times 9}{9^{5}})^{-3}$

[p] $(\frac{4^{-2} \times 3}{4^{-6}})^{-3}$

3 Réduis et écris les résultats suivants, sous formes de puissances positives :

[a] $7x^{-1}$

[b] $x^{-1}\,y^{2}$

[c] $a^{-2}\,b^{-3}$

[d] $(a^{-2})^{3}$

[e] $(b^{-1})^{-3}$

[f] $x^{3} \times x^{-5}$

[g] $(a^{2} \times a^{-5})^{2}$

[h] $\frac{a^{5}}{a^{-3}}$

[i] $\frac{c^{-5}}{c^{2}}$

[j] $\frac{d^{-3}}{d^{-5}}$

[k] $(\frac{x^{-2}}{x^{-4}})^{3}$

[l] $(\frac{a^{-1}}{a^{4}})^{2}$

[m] $(\frac{n^{-3}}{n})^{-2}$

[n] $(\frac{y^{5}}{y^{-2}})^{-3}$

[o] $(3^{0} - 2^{-2})^{-2}$

[p] $(3^{0} \times 2^{-2})^{-2}$

4 Pourquoi b^{-3} n'est pas définie pour $b = 0$?

5 Si, à partir de cette année, le nombre d'habitants d'une ville augmente selon la relation $x = 2\,(1{,}03)^{n}$ habitants où x est le nombre d'habitants en millions et n le nombre d'années,

[a] quel sera le nombre d'habitants dans deux ans ?

[b] quel est le nombre d'habitants actuellement ?

[c] quel est le nombre d'habitants de l'année passée ?

Leçon 4 Ecriture scientifique d'un nombre

Hassan Ahmed H. Zewail, directeur du laboratoire des études atomiques à l'Université de Californie, est crédité de l'invention du «femto» seconde en 1997 (une partie de millionième de milliard de seconde). En 1999, il a reçu le prix Nobel de chimie.

- C'est difficile parfois de lire ou d'écrire des grands nombres ou des petits nombres par exemple le diamètre du système solaire qui est de 118 000 000 000 km et le rayon de l'atome d'argent qui est de 0,000 000 000 000 25 km.
- La mise du nombre en écriture scientifique facilite la lecture ou l'écriture des grands nombres ou des petits nombres et permet d'effectuer plus facilement des opérations.

Exemple

Les nombres rationnels sont écrits sous la forme :

$a \times 10^n$ $1 \le |a| < 10$ où $n \in Z$

Mets les nombres suivants en écriture scientifique :

[a] 58 120 000 000 [b] 0,00 000 072

[c] -0,000 053

Solution :

[a] 5,8 120 000 000

On place la virgule ici où $1 \le a < 10$

en divisant le nombre par 10^{10}

$58120000000 = 5,812 \times 10^{10}$

$= 5,8 \times 10^{10}$

[b] 0,000 000 7,2

On place la virgule ici où $1 \le a < 10$

en multipliant le nombre par 10^{-7}

$0,000\ 000\ 72 = 7,2 \times 10^{-7}$

[c] $-0,000\ 053 = -5,3 \times 10^{-5}$

Exercices (1–4)

1 Détermine les nombres qui ne sont pas en écriture scientifique a ×10^n où n ∈ Z :

[a] $6,2 \times 10^5$ [c] $7,834 \times 10^{16}$ [e] $0,8 \times 10^5$

[b] $0,46 \times 10^7$ [d] $82,3 \times 10^6$ [f] $6,75 \times 10^1$

2 Mets les nombres suivants en écriture scientifique a ×10^n où n ∈ Z :

[a] 600000 [c] 7 millions [e] 0,000053

[b] 48000000 [d] 0,0006 [f] 0,000864

3 Mets les nombres suivants en écriture scientifique a ×10^n où n ∈ Z :

[a] 68×10^5 [c] $0,75 \times 10^8$ [e] 750×10^{-9}

[b] 720×10^6 [d] 68×10^{-5} [f] $0,4 \times 10^{-10}$

4 Mets les nombres suivants en écriture scientifique a ×10^n où n ∈ Z :

[a] $(4,4 \times 10^3) \times (2 \times 10^5)$ [c] $(3,8 \times 10^5) + (4,6 \times 10^4)$

[b] $(3,8 \times 10^8) : (1,9 \times 10^6)$ [d] $(5,3 \times 10^8) - (8,0 \times 10^7)$

5 Si les rayons du soleil arrivent à la terre en 8 minutes sachant que la vitesse de la lumière est de 3×10^8 m/sec.

[a] Calcule la distance entre le soleil et la terre.

[b] Si la distance entre Vénus et le Soleil est de 108 millions km, calcule la durée en minutes pour que les rayons du Soleil arrivent à Vénus.

6 Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant :

$3,6 \times 10^{-3}$ $5,2 \times 10^{-5}$ 1×10^{-2} $8,35 \times 10^{-2}$ $6,08 \times 10^{-8}$

7 Trouve la valeur de n :

[a] $0,00025 = 2,5 \times 10^n$

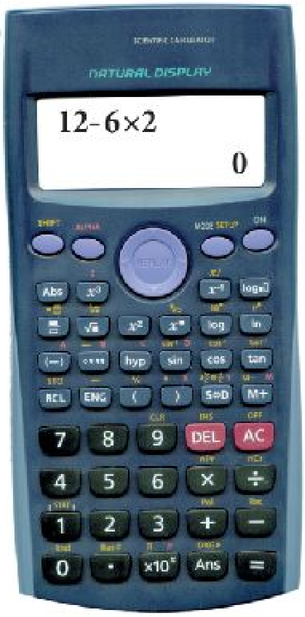
[b] $0,000357 = 3,57 \times 10^n$

[c] $0,00000006 = 6 \times 10^n$

[d] $0,004^2 = 1,6 \times 10^n$

Leçon 5

Ordre des opérations



Les calculatrices scientifiques sont programmées pour suivre les priorités des opérations en l'absence de parenthèses ; appuie sur les chiffres et les opérations dans l'ordre, de gauche à droite.

Que remarques-tu ?

1) $12 - 6 \times 2$

12 [-] 6 [×] 2 [=] 0

2) $8 + 15 : 3$

8 [+] 15 [:] 3 [=] 13

2) 9^5

9 [$x^{\square}$] 5 [=] 59049

Complète le tableau suivant :

Expression	Les priorités des opérations	Valeur
$4 \times 7 + 9$	Multiplie 4 par 7, puis ajoute 9	$4 \times 7 + 9 = 28 + 9 = 37$
$2 \times 5 + 9$	Multiplie ... par ..., puis ajoute ...	
$16 + 10 : 2$	Divise 10 par 2, puis ajoute 16	$16 + 10 : 2 = 16 + 5 = 21$
$3\,(5 + 6)$	Ajoute ... à ..., puis ... par 3	
$3\left(\frac{7-5}{6:2}\right)$	Retranche ... de ..., divise 6 par 2, puis multiplie par ...	
$(\frac{1}{6})^4$	puissance 4 du nombre	$(\frac{1}{6})^4 = \frac{1}{...}$
$3c$ $(3c)^2$	En l'absence de parenthèses, la puissance s'applique uniquement à la base directement	$3c^2 = 3 \times c \times c = ...$ $(3c)^2 = 3c \times ..... = ...$

1) Effectue les opérations qui sont à l'intérieur des parenthèses.
2) Calcule les puissances.
3) Effectue les multiplications et les divisions dans l'ordre de gauche à droite.
4) Effectue les additions et les soustractions dans l'ordre de gauche à droite.

Exercices (1–5)

1 **Calcule et réduis :**

[a] $3 + [5 + 2 (8 : 4)]$

[b] $2^3 + [4 + (2 - 1)]$

[c] $7 (6^2 : 2 \times 3)$

[d] $2 \times 6 - 4 : 2$

[e] $9 + 4 \times 3^3$

[f] $196 : (7-5)^2$

[g] $4 \times 7 - 3^2$

[h] $1^5 + 6^3 - 5^2$

[i] $144 - 8 : 2^3$

[j] $4 \times 2^3 - 20$

[k] $12 (2^2) : 24 + 3^2$

[l] $9 (4)^2 : 2^2 \times 3$

2 **Calcule et réduis :**

[a] $2 - [(7 - 3) - 2]$

[b] $[4 - (5 - 2)] - 1$

[c] $\frac{15 + 7}{15 - 4}$

[d] $\frac{8 + 20 - 4}{8 - 4}$

[e] $2 [(5^2 + 1) - (4^2 - 1)]$

[f] $5 [(2^2 - 1) - (2^2 - 2)]$

[g] $\frac{5 + 2 \times 5}{2^2 + 1} + 5^2 - 5$

[h] $\frac{3^2 \times 6 : 3}{2 \times 1 : (3 : 1)^2}$

3 **Trouve la valeur numérique de chacune des expressions suivantes pour x = 2 et y = 5 :**

[a] $(x + y)^2$

[b] $(y - x)^3$

[c] $(\frac{x}{y})^3$

[d] $\frac{6^2}{y - 1}$

[e] $\frac{x - y}{y^3}$

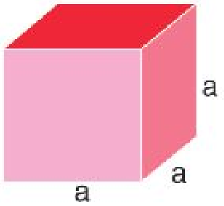
[f] $\frac{12}{4y^2}$

4 [a] Trouve la valeur numérique de l'expression $16\,a : 4\,b + 3ba$ pour $a = 9$ et $b = 6$.

[b] Calcule l'aire totale d'un cube

[1] $a = 3$ m.

[2] $a = 0{,}8$ cm.

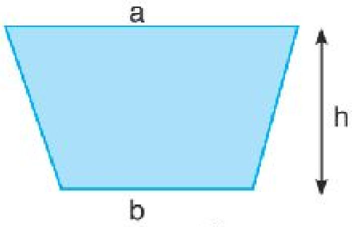


aire totale $A = 6a^2$,

5 Calcule l'aire d'un trapèze si

[a] $h = 2$ mètres, $a = \frac{3}{4}$ mètres, $b = \frac{1}{4}$ mètre.

[b] $h = 4$ mètres, $a = \frac{1}{4}$ mètre, $b = \frac{1}{2}$ mètre.



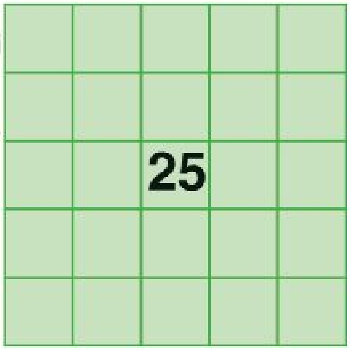
aire d'un trapèze $= \frac{1}{2} (a + b) \times h$

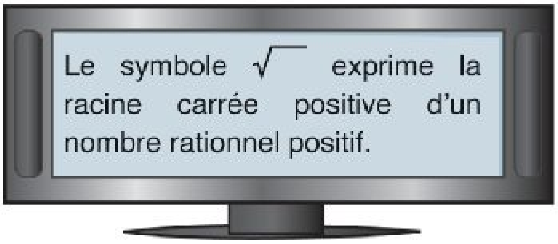
Leçon 6 Racine carrée d'un nombre rationnel positif carré parfait

Rappel :

Le carré du nombre 5 est la multiplication du nombre 5 par lui même $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Mais si l'on connaît le carré d'un nombre, on trouve ce nombre, par l'opération inverse qui est appelée racine carrée.





Le symbole $\sqrt{}$ exprime la racine carrée positive d'un nombre rationnel positif.

$5^2 = 25 \qquad \sqrt{25} = 5$

$\longrightarrow$ $\Longrightarrow \pm\sqrt{25}$ Indique les racines carrées du nombre 25

$(-5)^2 = 25 \qquad -\sqrt{25} = -5$

Remarque :

$\sqrt{\frac{a}{b}}$ n'a pas de sens dans le cas où $\frac{a}{b} < 0$ (négatif), $\sqrt{(\frac{a}{b})^2} = |\frac{a}{b}|$ où $|\frac{a}{b}| \geq 0$

1 **Complète :**

[a] $\sqrt{400} = \sqrt{20^2} = \ldots\ldots$

[b] $-\sqrt{\frac{144}{49}} = -\sqrt{(\ldots.)^2} = \ldots\ldots$

[c] $\sqrt{(\frac{2}{3})^2} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \ldots..$

[d] $\sqrt{(\frac{-2}{3})^2} = \ldots\ldots$

[e] $\sqrt{(\frac{3}{25})^2} = |\ldots\ldots| = \ldots\ldots$

[f] $\sqrt{(\frac{-2}{25})^2} = |\ldots\ldots| = \ldots\ldots$

Exemple

ABC est un triangle tel que $(AB)^2 = 16$ cm^2 et $(BC)^2 = 25$ cm^2

Calcule AB + BC.

Solution:

$(AB)^2 = 16 \qquad (BC)^2 = 25$

$AB = \sqrt{16} \qquad BC = \sqrt{25}$

$AB = 4$ cm $\qquad BC = 5$ cm

$AB + BC = 4 + 5 = 9$ cm.

Exercices (1– 6)

1 **Détermine les racines carrées de chacun des nombres suivants :**

[a] 64

[b] $\frac{1}{4}$

[c] 121

[d] 10000

[e] $\frac{25}{36}$

[f] $\frac{9}{100}$

2 **Réduis :**

[a] $\sqrt{16}$

[b] $-\sqrt{25}$

[c] $\pm\sqrt{1.44}$

[d] $\pm\sqrt{40000}$

[e] $-\sqrt{4^2}$

[f] $\pm\sqrt{8^2}$

[g] $\sqrt{\frac{9}{49}}$

[h] $\sqrt{\frac{4}{81}}$

[i] $\pm\sqrt{\frac{25}{36}}$

[j] $-\sqrt{\frac{64}{25}}$

[k] $\pm\sqrt{\frac{144}{169}}$

[l] $\sqrt{(\frac{81}{100})^2}$

[m] $-\sqrt{\frac{49a^4}{25b^6}}$

[n] $\pm\sqrt{\frac{16b^8}{121h^2}}$

[o] $\sqrt{\frac{49a^4b^2}{9}}$

[p] $\sqrt{\frac{25x^2y^2}{36}}$

3 $\overline{XY}$ est un segment tel que $(XY)^2 = 25$; Z est le milieu de $\overline{XY}$. Calcule la longueur de $\overline{XZ}$.

4 Si $(AB)^2 = 144$, $(BC)^2 = 625$ et $B \in \overline{AC}$.

Calcule la longueur de $\overline{AC}$.

Leçon 7

Résolution d'équations dans Q

Résolution d'équations du premier degré à une inconnue dans Z :

Les équations qui ont la même solution sont appelées équations équivalentes

Etudie les équations suivantes :

$2x + 2 = 8$ .... (1)

$2x + 5 = 11$ .... (2)

$2x = 6$ .... (3)

$6x = 18$ .... (4)

$3x = 9$ .... (5)

Les équations précédentes ont la même solution $x = 3$

Complète :

1. Si l'on ajoute 3 aux membres de l'équation (1), on obtient l'équation (2).
2. Si l'on retranche 5 des membres de l'équation (2), on obtient l'équation (.........)
3. Si l'on multiplie les membres de l'équation (3) par 3, on obtient l'équation (.........)
4. Si l'on divise les membres de l'équation (4) par 2, on obtient l'équation (.........)

On peut réduire les remarques précédentes comme suit en obtenant:

Les équations équivalentes à l'équation initiale quand :

- On ajoute ou soustrait un même nombre aux deux membres d'une équation.
- On multiplie ou divise par un même nombre non nul les deux membres d'une équation.

En général :

Soient a, b ,c trois nombres rationnels et $a = b$, alors

$a + c = b + c$ $a \times c = b \times c$

Si $a + c = b + c$, alors $a = b$

Si $a \times c = b \times c$, où $c \neq 0$, alors $a = b$

Exemple 1

Résous l'équation $x + 21 = 8$ et vérifie la solution.

Solution

$x + 21 = 8$ ⟵ ajoute (-21) aux membres de l'équation

$\underline{x + 21 + (-21)} = \underline{8 + (-21)}$

$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$

$x + 0 = -13$

$x = -13$ ⟵ le coefficient de x est 1

Vérification: $x + 21 \overset{?}{=} 8$ ⟵ On remplace x par -13

$-13 + 21 \overset{?}{=} 8$

$8 = 8$ oui ✓, $x = -13 \in \mathbf{Q}$, ensemble solution = $\{-13\}$

Réfléchis: Quel est le nombre que l'on peut ajouter aux deux membres de l'équation $x + 21 = 8$ pour obtenir x ?

Exemple 2

Résous l'équation : $x - 3\frac{1}{2} = 5$ et vérifie la solution.

On sait que : $x - 3\frac{1}{2} = x + (-3\frac{1}{2})$ en ajoutant l'opposé du nombre $-3\frac{1}{2}$, aux membres de l'équation qui est $3\frac{1}{2}$.

Solution

$x + (-3\frac{1}{2}) + 3\frac{1}{2} = 5 + 3\frac{1}{2}$

$x = 8\frac{1}{2}$ ⟵ le coefficient de x est 1

Vérification: $x - 3\frac{1}{2} \overset{?}{=} 5$ ⟵ On remplace x par $8\frac{1}{2}$

$8\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \overset{?}{=} 5$

$5 = 5$ oui ✓ , $x = 8\frac{1}{2} \in \mathbf{Q}$, ensemble solution = $\{8\frac{1}{2}\}$

Exemple 3

Résous l'équation $5x + 8 = 13 - 2x$, où $x \in \mathbf{Q}$

Solution

$5x + 8 = 13 - 2x$

$5x + 8 + 2x = 13 - 2x + 2x$ ⟵ En ajoutant $2x$ aux deux membres de l'équation.

$7x + 8 = 13$

$7x + 8 - 8 = 13 - 8$ ⟵ En retranchant 8 aux deux membres de l'équation.

$7x = 5$ ⟵ En divisant les deux membres de l'équation par 7.

$x = \frac{5}{7}$, $x = \frac{5}{7} \in \mathbf{Q}$, ensemble solution = $\{\frac{5}{7}\}$

Exemple 4

Résous l'équation $3\,(3 - 2\mathrm{X}) - (1 + \mathrm{X}) = 10 - 13\mathrm{X}$, où $\mathrm{X} \in \mathbf{Q}$

Solution

$3\,(3 - 2\,\mathrm{X}) - (1 + \mathrm{X}) = 10 - 13\,\mathrm{X}$ ⟵ En utilisant la distributivité

$9 - 6\,\mathrm{X} - 1 - \mathrm{X} = 10 - 3\,\mathrm{X}$; $8 - 7\,\mathrm{X} = 10 - 13\,\mathrm{X}$

$8 - 7\,\mathrm{X} + 13\,\mathrm{X} = 10 - 13\,\mathrm{X} + 13\,\mathrm{X}$ ⟵ En ajoutant 13x aux deux membres de l'équation.

$8 + 6\,\mathrm{X} = 10$

$8 - 8 + 6\,\mathrm{X} = 10 - 8$ ⟵ En retranchant 8 aux deux membres de l'équation.

$6\,\mathrm{X} = 2$ ⟵ En divisant les deux membres de l'équation par 6.

$\mathrm{X} = \frac{1}{3}$, $\mathrm{X} = \frac{1}{3} \in \mathbf{Q}$, ensemble solution = $\{\frac{1}{3}\}$.

Exemple 5

La longueur du terrain de football est inférieure de 3 mètres au triple de sa largeur. Trouve les dimensions du terrain sachant que son périmètre est de 210 mètres.

Solution

On suppose que la largeur du terrain est x mètres. Alors la longueur du terrain est (3 x - 3) mètres.

Le périmètre du terrain = 210 mètres.

Le double de la longueur	plus	le double de la largeur	est égal au	périmètre
↓	↓	↓	↓	↓
$2\,(3x - 3)$	$+$	$2x$	$=$	210

$6x - 6 + 2x = 210$

$8\,x - 6 = 210$

$8x = 216$

$x = 27$ ⟵ largeur = 27 mètres.

Longueur = $3x - 3 = 3 \times 27 - 3 = 78$ mètres.

Largeur du terrain = 27 mètres et longueur du terrain = 78 mètres

Vérification :

Périmètre d'un rectangle = le double de la longueur + le double de la largeur

= $2 \times 78 + 2 \times 27$

= $156 + 54 = 210$ mètres

Exemple 6

La somme des âges des trois frères est 55 ans, l'aîné est né 3 ans avant le moyen et le moyen est né 2 ans avant le cadet. Quels sont leurs âges maintenant ?

Solution

On suppose que l'âge du frère moyen maintenant de x ans donc l'âge de l'aîné maintenant (x + 3) ans et l'âge du cadet maintenant (x - 2) ans.

L'âge de l'aîné	plus	l'âge du moyen	plus	l'âge du cadet	égale à 55
$(X + 3)$	$+$	X	$+$	$(X - 2)$	$= \quad 55$

$3x + 1 = 55$

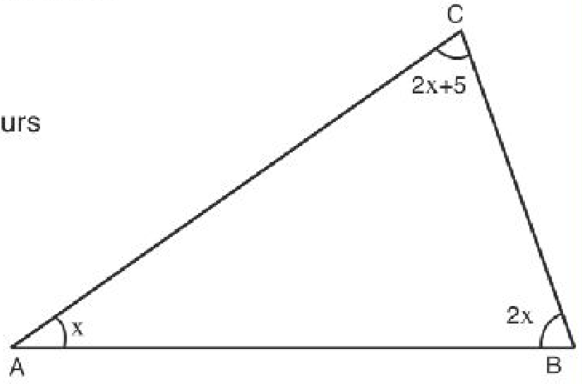
$3x = 54$

$x = 18$

Les âges des trois frères sont 16 ; 18 ; 21 ans.

Exemple 7

Dans le triangle ABC ci-contre, trouve la mesure de chacun des angles.



Solution

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle = 35° + 70° + 75° = 180°

$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$

$x + 2x + 2x + 5 = 180°$

$5x + 5 = 180°$

$5x = 175°$

$x = 35°$

$m(\angle A) = 35°$,

$m(\angle B) = 2x = 2 \times 35° = 70°$, et $m(\angle C) = 2x + 5 = 2 \times 35° + 5 = 75°$

Vérification :

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle = 35° + 70° + 75° = 180°

Exercices (1–7)

1 Résous chacune des équations suivantes :

[a] $x + 7 = 13$ où $x \in \mathbf{N}$

[b] $x - 6\frac{1}{4} = 12\frac{1}{2}$ où $x \in \mathbf{Q}$

[c] $-4 + y = 13$ où $y \in \mathbf{N}$

[d] $m - (-3) = 1$ où $m \in \mathbf{Z}$

[e] $8{,}91 + x = 11{,}09$ où $x \in \mathbf{Q}$

[f] $3x - 13 = 26$ où $x \in \mathbf{N}$

[g] $8 + 2x = 14$ où $x \in \mathbf{Z}$

[h] $8x + 4 = 12$ où $x \in \mathbf{Q}$

[i] $x + 3 = 18 - 3x$ où $x \in \mathbf{N}$

[j] $5x - 4 = 2x + 11$ où $x \in \mathbf{Q}$

2 Complète :

[a] Si $x + 9 = 11$, alors la valeur de $7x$ = ...

[b] Si $3y = 6$, alors la valeur de $6y$ = ...

[c] Si $2a + 3 = 15$, alors la valeur de $\frac{1}{3}a$ = ...

[d] Si $K - 1\frac{1}{4} = 5\frac{1}{2}$, alors la valeur de $4K - 18$ = ...

[e] Si $\frac{x}{4} = \frac{2}{3}$, alors la valeur de $\frac{x}{2}$ = ...

3 Résous, dans Q, chacune des équations suivantes :

[a] $3(x + 2) + 7(x - 1) = 12$

[b] $4(x - 1) - (x + 3) = 0$

[c] $28(x - 3) - (x - 3) = 0$

[d] $3(2x - 3) - (2x + 2) = x - 3$

[e] $a + 5a - 2 = 2(3 - a)$

[f] $3a + 6(a + 3) - (8a - 16) = 60$

4 La somme de trois nombres pairs consécutifs est 966. Quels sont ces nombres ?

5 L'âge actuel d'un homme est le triple de l'âge de son fils. Dans deux ans, la somme de leurs âges sera 52 ans. Quel est l'âge de chacun d'aux ?

6 La somme de deux nombres entiers naturels est 108. Un de ces nombres est le double de l'autre. Quels sont les deux nombres ?

7 La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 4 mètres. Quelles sont les dimensions du rectangle sachant que son périmètre est de 68 mètres ?

8 Si le prix d'un mètre de laine dépasse de 3 L.E. du prix d'un mètre de soie et le prix de 3 mètres de lai ne et de 4 mètres de soie est égal à 671 L.E. Quel est le prix du mètre de laine et de soie ?

Leçon 8 Résolution d'inéquations dans Q

Résolution d'inéquations dans Q

Remarque que :

Quand on a étudié la résolution d'inéquation dans Z, on a étudié les propriétés suivantes:

Si $a < b$, alors $a + c < b + c$

Si $a < b, c > 0$, alors $a c < b c$

Si $a < b, c < 0$, alors $a c > b c$

- Si on ajoute un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on ne change pas l'inéquation.
- Si on multiplie par un même nombre positif les deux membres de l'inégalité, on ne change pas l'inéquation.
- Si on multiplie par un même nombre négatif les deux membres de l'inégalité, on change le symbole de l'inéquation.

- **Ces propriétés sont aussi de même propriétés d'inéquations dans Q.**

Exemple 1

Résous l'inéquation : $x + 5 > 3$ où $x \in \mathbf{Z}$, $x \in \mathbf{N}$, puis représente l'ensemble solution sur une droite numérique.

Quel est le nombre qu'on peut ajouter à $x + 5$ pour obtenir x ?

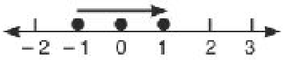
Solution

$x + 5 > 3$

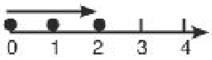
$x + 5 + (-5) > 3 + (-5)$ ⟵ En ajoutant (– 5) aux deux membres

$x > -2$

L'ensemble solution = { –1; 0; 1; ...} $x \in Z$



L'ensemble solution = { 0; 1; 2; ...} $x \in N$



Exemple 2

Résous l'inéquation $-2x \geq 1$ où $x \in \mathbf{Q}$, $x \in \mathbf{N}$, puis représente l'ensemble solution sur une droite numérique.

Quel est le nombre qu'on peut multiplier par - 2x pour obtenir x ?

Solution

$-2x \geq 1$

$-\frac{1}{2} \times (-2x) \leq (-\frac{1}{2}) \times 1$

$x \leq -\frac{1}{2}$

L'ensemble solution = $\{x : x \in \mathbf{Q} \text{ et } x \leq -\frac{1}{2}\}$ L'ensemble solution est égal à = $\varnothing$, $x \in \mathbf{N}$

Exemple 3

Résous l'inéquation : $3x - 1 \leq 2x + 3$, $x \in \mathbf{Q}$, puis représente l'ensemble solution sur une droite numérique.

Solution

$3x - 1 \leq 2x + 3$

$-2x + 3x - 1 \leq -2x + 2x + 3$ ⟵ En ajoutant (– 2x) aux deux membres

$x - 1 \leq 3$ ⟵ En ajoutant 1 aux deux membres

$x - 1 + 1 \leq 3 + 1$ ajoute

$x \leq 4$

L'ensemble solution = $\{x : x \in \mathbf{Q}, x \leq 4\}$

Exercices (1–8)

1 Mets le signe convenable < ou >

[a] on a $18 > 12$, alors $18 + (-5)$ ☐ $12 + (-5)$

[b] on a $21 < 30$, alors $21 + 15$ ☐ $30 + 15$

[c] on a $12 > 3$, alors $\frac{1}{3}$ (12) ☐ $\frac{1}{3}$ (3)

[d] on a $12 < 16$, alors $(-\frac{1}{4})$ (12) ☐ $(-\frac{1}{4})$ (16)

[e] Si $x - 8 < 2$, alors $x - 8 + 8$ ☐ $2 + 8$, ou x ☐ 10

[f] Si $-\frac{1}{3}x \geq 27$, alors $(-3)(-\frac{1}{3}x)$ ☐ $(-3)(27)$, ou x ☐ -81

2 Quel est le nombre qu'on peut ajouter aux deux membres de chacune des inéquations suivantes pour avoir l'inconnue «x» dans un seul membre ?

[a] $x + 5 > 9$

[b] $x - 4 < 6$

[c] $x - 7 < 3$

[d] $x + 9 > 12$

[e] $x - 1{,}5 \leq 3{,}2$

[f] $4{,}8 \leq x + 0{,}6$

[g] $1\frac{1}{2} > x - 2\frac{1}{2}$

[h] $x + \frac{1}{3} > -\frac{1}{6}$

3 Complète :

[a] Si $x > y$, alors $x + z$ ☐ $y + z$

[b] Si $x < y$, alors $x + z$ ☐ $y + z$

[c] Si $x < y$ et $y < z$, alors $x <$ ☐

[d] Si $z > y$ et $y > x$, alors $z >$ ☐

[e] Si $a - 3 < 0$, alors ...... > ....

[f] Si $a + 5 > 0$, alors ...... > ....

[g] Si $b < 0$, alors $b + 3$ ☐ 3

[h] Si $x > y$ et $z > 0$, alors xz ☐ yz

[i] Si $x < y$ et $z < 0$, alors xz ☐ yz

4 **Résous chacune des inéquations suivantes, puis représente l'ensemble solution sur une droite numérique.**

[a] $x + 4 > 1$

[b] $y - 5 > 7$

[c] $-5\frac{1}{2} > a + 1\frac{1}{4}$

[d] $19 < y + 14$

[e] $6c + 1 \leq 5c - 3$

[f] $6\chi + 2 \geq 14 + 5\chi$

[g] $4n - 2(n - 1) \geq 0$

[h] $8x - 3x + 1 \leq 29$

[i] $-3m + 6(m - 4) > 9$

[j] $3(x + 2) < -x + 4$

[k] $3(x + 2) \geq -2(x + 1)$

5 **Donne des exemples, si $a > b$ et $c > d$, alors $a - c > b - d$ n'est pas toujours vrai.**

6 **Mets le signe (✓) devant les propositions vraies et le signe (✗) devant celles qui sont fausses sachant que $x > y$.**

[a] $y < x$ ( )

[b] $x > 0$ ( )

[c] $y^2 > 0$ ( )

[d] $y^2 > y$ ( )

[e] $xy > 0$ ( )

[f] $x + y > y$ ( )

[g] $y^2 > x$ ( )

[h] $y^2 < xy$ ( )

[i] $xy < x^2$ ( )

[j] $x^3 < y^2$ ( )

Exercices divers

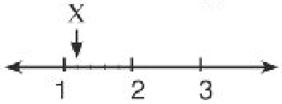
1 **Entoure la bonne réponse :**

[a] Quelle est le pourcentage approximatif du nombre rationnel $\frac{1}{6}$?

[15%; 17%; 20%; 25%]

[b] Si le poids de 500 morceaux de perle de sel est $6\frac{1}{2}$ g. Quel est le poids d'une seule morceaux de perle de sel ? $[\frac{78}{10000} ; \frac{13}{1000} ; \frac{78}{1000} ; \frac{325}{1000}]$

[c] Quelle est la bonne approximation du nombre rationnel représenté par le point X?



$[1\frac{1}{10} ; 1\frac{2}{10} ; 1\frac{5}{10} ; 1\frac{6}{10}]$

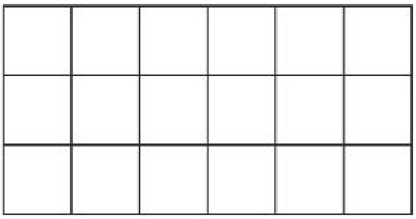
[d] Si l'épaisseur d'une feuille est 0,012 cm, lequel des nombres suivants peut exprimer la hauteur d'une rame de 400 feuilles ? $[48 \times 10^{-3} ; 48 \times 10^{-2} ; 4.8 \times 10^{0} ; 48]$

[e] $\sqrt{10^2 - 6^2}$ = ... $[4 ; 8 ; \pm 4 ; \pm 8]$

[f] le quart du nombre 4^{20}= ...... $[4^{5} ; 4^{10} ; 4^{19} ; 2^{10}]$

2 [a] Quel est le plus grand $(-2)^{82}$ ou $(-2)^{83}$?

[b] Hachure une partie qui représente $(\frac{1}{3})^2 \times \frac{1}{2}$ de la figure ci-dessous :



3 [a] Est-ce que le nombre$10^{25} - 7$ est divisible par 3 ? Justifie.

[b] Si $x = 3$, quelle est la valeur de $2(\frac{5x+3}{4x-3})$?

4 [a] La longueur d'un rectangle est double de sa largeur. Si son périmètre est 36 cm, détèrmine ses dimensions.

[b] L'aire d'un carré est égale à l'aire d'un triangle de 9 cm de base et de 8 cm de hauteur. Calcule la longueur du côté du carré.

Epreuve de l'unité

Réponds aux questions suivantes :

1 Entoure la bonne réponse :

[a] $\frac{6a^2x^4}{2a^3x^3} = ...$ $[\ 3ax\ ;\ 3a^5x^7\ ;\ \frac{3x}{a}\ ;\ \frac{3}{ax}\ ]$

[b] $\frac{(-2x^2y)^3}{(-4xy^2)^2} = ...$ $[\ -\frac{x^3}{2y}\ ;\ \frac{-x^4}{2y}\ ;\ \frac{x^5}{2y^2}\ ;\ \frac{x^4}{y}\ ]$

[c] lequel est le plus grand ? $[\ 6.3 \times 10^5\ ;\ 9.8 \times 10^4\ ;\ 5.2 \times 10^5\ ]$

[d] $(\frac{m^2}{n^{-3}})^{-1}\ (\frac{3m^{-2}}{n^{-2}})^{-2} = ...$ $[\ \frac{9m^2}{n^7}\ ;\ \frac{m^2}{9n^7}\ ;\ \frac{m^2}{9n}\ ;\ \frac{9m^6}{n}\ ]$

[e] $\frac{(2ab^{-2})^0}{3^0a^{-2}b} = ...$ $[\ \frac{a^3}{3b^3}\ ;\ a^2\ ;\ 1\ ;\ \frac{a^2}{b}\ ]$

[f] $2,37 \times 10^{-4} = ...$ [0,00237 ; 0,000237 ; 23700 ; 0,0000237]

2 [a] Réduis en donnant le résultat avec une puissance positive :

1) $\frac{x^2y}{s}\ (\frac{y^2}{2x})^3$ 2) $\frac{a^{-1}}{b^2}\ (\frac{a^{-1}}{2b^2})^{-2}$

[b] Mets le signe convenable > ou < :

1) $6,4 \times 10^3$ ☐ 4.6×10^3 2) $2,10 \times 10^{-5}$ ☐ $1,82 \times 10^{-5}$

3) $6,2 \times 10^4$ ☐ $4,1 \times 10^5$ 4) $9,1 \times 10^{-4}$ ☐ $1,2 \times 10^{-5}$

5) 0,0041 ☐ $3,2 \times 10^{-2}$ 6) $6,920 \times 10^5$ ☐ 96230

7) 4370 ☐ $3,41 \times 10^4$ 8) $3,69 \times 10^{-4}$ ☐ 0,0000623

3 **Complète:**

[a] L’opposé du nombre rationnel $(\frac{-2}{5})^2$ est .....

[b] L’inverse du nombre rationnel $\sqrt{\frac{10}{2.5}}$ = ...

[c] $(\frac{-3}{7})^7 : (\frac{3}{7})^5$ = ... sous la forme irréductible.

[d] L’ensemble solution, dans Z, de l’equation $-2x + 1 = -3$, est ....

[e] $(\frac{-1}{2})^3 - (-\frac{1}{2})^2$ = ...

[f] $\sqrt{(\frac{-5}{6})^2}$ = ...

4 [a] La longueur d’un rectangle est le double de sa largeur. L’aire de ce rectangle est $24{,}5^2$ cm. Quelles sont les dimensions du rectangle ?

[b] Si $\frac{3}{4}$ de l’aire d’un carré est égale à $1\frac{11}{64}$ m^2, calcule la longueur de son côté.

5 [a] Si $\frac{m}{n}$ est un nombre rationnel, $\frac{m^2}{n^2} = 0{,}16$. Quelle est la valeur de $(\frac{m}{n})^3$?

[b] Si $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$ et $c = \frac{3}{4}$, quelle est la valeur numérique de $^{3}b^2 + b^2c - 8\,abc$?

6 [a] Résous l'équation suivante : $\frac{5}{6}x - 4 = 11$, $x \in \mathbf{Q}$

[b] Trouve la valeur numérique de l’expression $16x : 4\,y + 4\,yx$ pour $x = 9$, et $y = 6$

[c] Trouve l’ensemble solution de l’inéquation $x^3 - 7 > 6$, si l’ensemble de substitution est {2; 4; 6; 8; 10}.

7 [a] Résous chacune des inéquations suivantes, puis représente l’ensemble solution sur une droite numérique :

1) $9x + 1 \leq 4\,(2x + \frac{1}{4})$, $x \in \mathbf{Z}$

2) $1 - (4\,a - 1) > 2\,(a - 3)$, $a \in \mathbf{Q}$

[b] Si le prix d’un kilogramme de banane dépasse de 1 L.E le prix d’un kilogramme de raisin. Si le prix de 2kg de banane et 4kg de raisin est de 20 L.E, quel est le prix d’un kilogramme de chaque sorte ?

Unité 2

Statistique et probabilités

Pierre Simon Laplace (mathématicien et un astronome) est né en 1749 en France et est décédé en 1827.

Les probabilités et les équations différentielles ont été les premiers écrits de ce savant en 1771. Il a également réfléchi aux concepts philosophiques et mathématiques de la probabilité et de la statistique.

Leçons de l'unité

Al Ashraaf Printing House

Leçon 1 : Echantillons

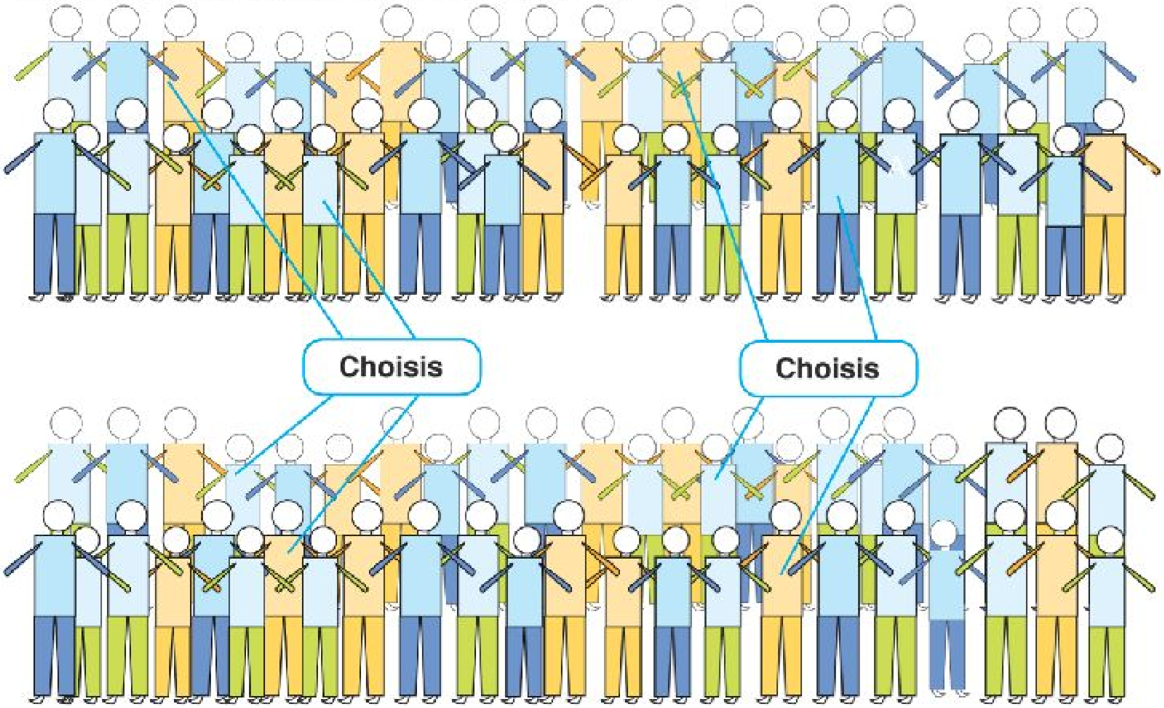
Echantillon uniforme.

Un échantillon est une petite partie d'une population. Une population peut signifier une collection, un ensemble ou un groupe d'objets étant étudiés et choisis aléatoirement.

Les échantillons sont utilisés pour simplifier l'assemblage des données d'une population. Ils constituent structures des proches de la réalité et aident à prendre des décisions qui seront conformes aux caractéristiques de la population.

Comment choisir un échantillon uniforme ?

Pour identifier un échantillon uniforme d'une population, il faut le distribuer d'une manière aléatoire. Il ne faut pas choisir un échantillon d'une classe remarquable car l'échantillon choisi ne représente pas bien les élèves de l'école. La figure ci-dessous indique le choix (la sélection) de 10% de l'échantillon présenté (1 par 10).



Exercices:

[a] Comment organiser la classe pour obtenir un échantillon aléatoire à l'aide d'un échantillon uniforme ? (Regrouper les garçons ensemble et les filles ensemble)

[b] Le nombre d'élèves d'une classe est-il suffisant pour obtenir un échantillon aléatoire ?

[c] Si le nombre de classes d'une école est 20, quel est le nombre de classes qui devra être choisi pour former un échantillon aléatoire uniforme ?

Échantillon aléatoire

Dans un échantillon aléatoire, chaque membre d'une population doit avoir la possibilité d'être choisi. Les membres de l'échantillon aléatoire peuvent être choisis :

- En attribuant un numéro à chaque membre,
- En utilisant la touche du nombre aléatoire de la calculatrice,

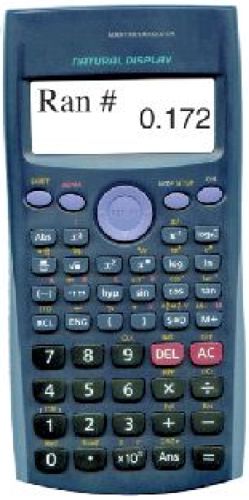
Supposons que nous voulions sonder les 212 ouvriers qui travaillent sur l'entretien des véhicules dans une grande entreprise de location de voitures. Les questions sont les suivantes :

- Comment éviter le retard des réparations en raison de la non disponibilité des pièces de rechange ?
- Peut-on augmenter la garantie de véhicule jusqu'à 1000 km ?
- Peut-on augmenter les contrôles de qualité par des opérations en dehors des ateliers ?

Supposons que nous voulons produire des nombres aléatoires de 0 à 212 et considérons qu'un échantillon de 10% est choisi pour obtenir des informations documentées. Pour cela, il faut choisir 21 nombres aléatoires.
Utilise une calculatrice scientifique pour déterminer des nombres aléatoires dans le domaine de 0,000 à 0,999. Ceci donne un domaine fiable de l'échantillon compris entre de 0 et 999. Pour les nombres de 0 à 212, les nombres aléatoires plus grands que 212 sont ignorés.
La génération des nombres aléatoires doit comporter 10% des 212 articles identifiés. Il faut donc 21 nombres aléatoires.
Supposons que la calculatrice a produit les nombres aléatoires suivants :

SHIFT RAN # = pour chaque nombre

194	3	178	87	55	133	16	117	32	172
156	177	195	48	154	94	138	58	193	76
205									



Les ouvriers dont les nombres correspondent au choix de la calculatrice sont retenus dans l'échantillon du sondage. Il est possible de procéder de la même manière avec le tableur « Excel »

Exercices (2–1)

1 Le service de la cantine d'une usine a voulu sonder 427 employés sur ce qu'ils préfèrent pendant leur pause de 15 minutes. Chaque employé s'est vu assigné un nombre de 1 à 427.

Les préférences d'un échantillon de 10% devaient être examinées ainsi :

- Boissons chaudes,
- Potage chaud avec du pain,
- Boissons froides avec des biscuits,
- Fruits avec de l'eau pure.

L'échantillon de 10% devait être identifié parmi 43 employés.
Identifie les nombres de l'échantillon à l'aide d'une calculatrice.

2 Une enquête dans le domaine des sports devait être effectuée parmi 318 écoliers d'une zone pour les aider à déterminer les activités récréatives nécessaires aux jeunes de l'endroit.

Chaque écolier s'est vu assigné un nombre de 1 à 318.

Un échantillon de 10% devait être examiné pour déterminer les préférences parmi :

- jeux collectifs extérieurs,
- piscine,
- jeux intérieurs.

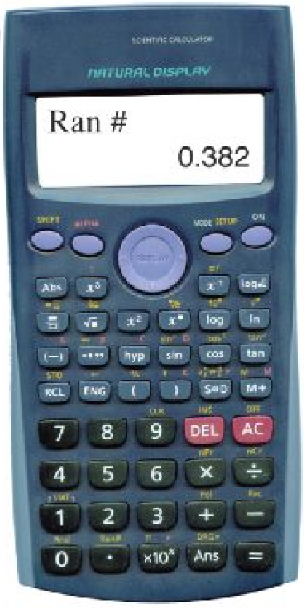
Identifie l'échantillon en choisissant 31 nombres à l'aide du logiciel Excel.

3 Une compagnie de construction a voulu sonder 362 ouvriers au sujet de la sûreté sur le lieu de travail :

- sorties d'urgence,
- construction et entretien des échafaudages,
- positionnement des moyens de sauvetage.

12% des ouvriers sont interrogés (au nombre entier le plus proche).
Identifie les nombres à l'aide d'un logiciel.

À l'aide d'un logiciel, identifie les nombres d'employés volontaires dans l'échantillon utilisé.



Leçon 2 : Probabilité.

1 - Probabilités expérimentales

Les résultats d'une expérience sont appelés «événements» ou «résultats».

Le lancement d'une pièce de monnaie, d'un dé ou la rotation d'un disque sont des expériences ou des événements.

Pour n'importe quel événement

$$\text{Probabilité expérimentale} = \frac{\text{nombre de résultats obtenus}}{\text{nombre de résultats possibles}}$$

Expérience du lancement d'une pièce de monnaie :

1. Jette une pièce de monnaie 30 fois.
2. Enregistre les résultats dans un tableau.
3. Représente les données par un diagramme avec des bâtons.
4. Écris le rapport entre le nombre de « faces » dénombrées et le nombre de « piles » dénombrées.
5. Déduis la probabilité d'obtenir une « face » lors de 30 lancements.

	Face	Pile	Total
bâtons			
Effectifs			30

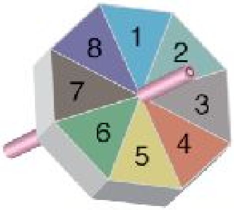
Expérience de lancement d'un dé régulier :

1. Jette un dé 60 fois.
2. Enregistre les résultats apparus sur la face supérieure du dé dans un tableau.
3. Représente les données par un diagramme avec des bâtons.
4. Écris le rapport entre l'apparition du nombre 1 et du nombre 6 sur la face supérieure du dé.
5. Déduis la probabilité d'obtenir le nombre 5 lors de 60 lancements.

	1	2	3	4	5	6	Total
bâtons							
Effectifs							60

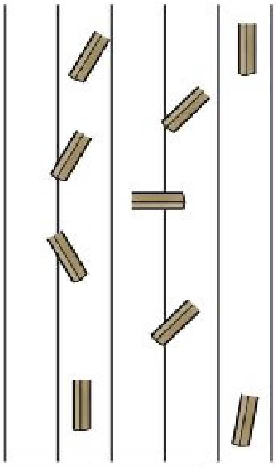
Expérience de la rotation d'un disque

1. Fais tourner le disque 30 fois.
2. Enregistre les résultats dans un tableau.
3. Représente les données par un diagramme avec des bâtons.
4. Déduis la probabilité pour que le disque s'arrête sur le nombre 1.



	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
bâtons									
Effectifs									30

Exercices (2–2)



1 [a] Sur un papier blanc, trace six droites parallèles, distantes de 2 cm.

[b] Apporte un bâton de bois de 2 cm de longueur.

[c] Jette légèrement le bâton d'une hauteur de 40 cm de sorte qu'il tombe sur la feuille.

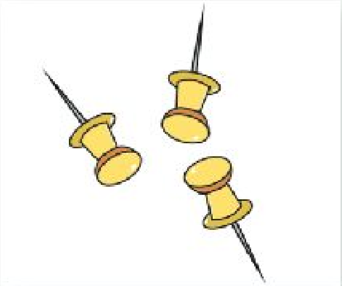
[d] Répète l'essai 50 fois.

[e] Enregistre le nombre de fois où le bâton tombe sur les droites parallèles et aussi entre elles.

	Sur les droites parallèles	Entre les droites parallèles	Total
bâtons			
Effectifs			50

[F] Déduis la probabilité pour que le bâton de bois tombe entre les droites parallèles.

la probabilité = $\frac{\cdots\cdot}{50} = \frac{\cdots\cdot}{\cdots\cdot}$



2 [a] Laisse tomber une épingle 100 fois d'une hauteur de 40 cm.

[b] Enregistre le nombre de fois où l'épingle tombe sur sa tête ou sur sa base.

	La tête de l'épingle est vers le haut	La tête de l'épingle est vers le bas	Total
bâtons			
Effectifs			100

La probabilité pour que l'épingle tombe sur sa tête = $\frac{\cdots\cdot}{\cdots\cdot}$

La probabilité pour que l'épingle tombe sur le côté = $\frac{\cdots\cdot}{\cdots\cdot}$

[c] Déduis la probabilité pour que l'épingle tombe sur sa tête.

2 - Probabilités théoriques

Les probabilités théorique et expérimentale sont étroitement liées.
Si le nombre d'expériences est plus élevé, alors les résultats sont plus proches.

- Lors de l'expérience de lancement d'une pièce de monnaie, on observe la face apparue. Les résultats possibles sont connus soit « face », soit « pile ».
- On remarque que le résultat est un élément de l'ensemble qui contient tous les résultats de l'expérience qui est appelé « espace des éventualités ».

L'espace des éventualités :
E = {face; pile} ou E = {F; P}

« L'espace des éventualités » est l'ensemble de tous les résultats possibles dans une expérience aléatoire.

- Dans l'expérience de lancement d'un dé on observe le nombre apparu sur la face supérieure, l'ensemble de tous les résultats possibles est {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}.

L'espace des éventualités « E » = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}.
Chaque résultat est un élément de l'ensemble E ou sous-ensemble de E.

Exemple 1

Quand on jette une pièce de monnaie une seule fois, calcule la probabilité d'obtenir «pile».

Solution :

E = {F ; P}, A = {P}

$$P(A) = \frac{\text{card }(A)}{\text{card }(E)} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

La probabilité d'un événement « A ⊂ E » qui est notée P(A) et exprimée par la relation :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'espace possibilité}}$$

$$P(A) = \frac{\text{card }(A)}{\text{card }(E)}$$

où card = cardinal = nombre

Exemple 2

On jette un dé une seule fois et on observe le nombre apparu sur la face supérieure.
Calcule la probabilité des événements suivants :
(a) A est l'apparition d'un nombre impair,
(b) B est l'apparition d'un nombre inférieur à 3,
(c) C est l'apparition d'un nombre égal à 7

Solution :

(a) A = { 1 ; 3 ; 5 } et $p(A) = \frac{3}{6} = 0{,}5$

(b) B = { 1 ; 2 } et $p(B) = \frac{2}{6} \simeq 0{,}33$ à une centaine près

(c) C = { } = ∅ et $p(C) = \frac{0}{6} = 0$ événement imposible

Exemple 3

On utilise l'ensemble {1 ; 2 ; 3 ; 4} pour former des nombres à deux chiffres différents.

Calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

A. le chiffre des unités est pair,

B. les deux chiffres sont tous pairs.

dizaines	unités

Solution :

E = {21 ; 31 ; 41 ; 12 ; 32 ; 42 ; 13 ; 23 ; 43 ; 14 ; 24 ; 34}

card (E) = 12

A = {21 ; 41 ; 42 ; 23 ; 43 ; 24} ; $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

B = {42 ; 24} ; $P(B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Exemple 4

Dans un groupe de 100 élèves, 54 élèves ont réussi l'examen d'anglais, 69 élèves ont réussi à celui d'histoire et 35 d'entre eux ont réussi dans les 2 matières.

On choisit un élève au hasard.

Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :

A est l'événement dans lequel l'élève a réussi à l'examen d'anglais.

B est l'événement dans lequel l'élève a réussi à l'examen d'histoire.

C est l'événement dans lequel l'élève a échoué à l'examen d'histoire.

Solution :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'élèves ayant réussi en anglais}}{\text{nombre total d'élèves du groupe}} = \frac{54}{100}$$

$$P(B) = \frac{\text{nombre d'élèves ayant réussi en histoire}}{\text{nombre total d'élèves du groupe}} = \frac{69}{100}$$

$$P(C) = \frac{\text{nombre d'élèves ayant échoué en histoire}}{\text{nombre total d'élèves du groupe}} = \frac{100-69}{100} = \frac{31}{100}$$

Exercices (2–3)

1 Par accident, une pièce de monnaie est produite avec deux faces « faces ».
Complète :

[a] $E = \{ \boxed{} \}$, card (E) = ...

[b] La probabilité d'apparence une face « face ».

$$= P(A) = \frac{\text{card}\ (A)}{\text{card}\ (E)} = \frac{\cdots}{\cdots} = \boxed{}$$

[c] La probabilité d'apparence une face « pile ».

$$= P(B) = \frac{\text{card}\ (B)}{\text{card}\ (E)} = \frac{\cdots}{\cdots} = \boxed{}$$

2 On jette un dé régulier une seule fois.
Quelle est la probabilité d'obtenir :

[a] un nombre pair ? [b] un nombre premier ? [c] un nombre supérieur à 3 ?

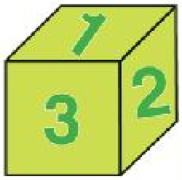
3 Une carte est tirée au hasard parmi 25 cartes numérotées de 1 à 25.
Calcule la probabilité d'obtenir :

[a] un nombre divisible par 5 ? [b] un nombre plus grand ou égal à 20 ?
[c] un nombre carré parfait.

4 Une boîte contient 4 cartes présentant les lettres du mot «pente».
Quelle est la probabilité pour que la carte porte la lettre :

[a] P [b] e [c] K

5 On a fabriqué un cube sur lequel les faces opposées sont numérotées avec les chiffres 1, 2 et 3.
On jette ce cube une seule fois et on observe le chiffre apparu sur la face supérieure.



[a] Ecris l'espace des éventualités de l'expérience.
[b] Quelle est la probabilité d'apparition du chiffre 2 sur la face supérieure ?
[c] Quelle est la probabilité d'apparition d'un nombre impair ?

6 Une boîte contient 5 boules blanches, 4 boules noires et 7 boules rouges. On tire au hasard une boule dans cette boîte. Ecris l'espace des éventualités, puis calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

[a] la boule tirée est blanche [b] la boule tirée est rouge
[c] la boule tirée n'est pas blanche

7 On tire au hasard une carte parmi 8 cartes numérotées de 1 à 8.
Ecris l'espace des éventualités, puis calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

[a] Obtenir un nombre pair

[b] Obtenir un nombre impair.

[c] Obtenir un nombre supérieur ou égal à 6

[d] Obtenir un nombre divisible par 3

8 On jette un dé régulier une seule fois et on note le nombre apparu sur la face supérieure. Ecris l'espace des éventualités, puis calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

[a] Obtenir un nombre est supérieur à 6

[b] Obtenir un nombre vérifiant l'inéquation $1 \leq x \leq 6$

[c] Obtenir un nombre vérifiant l'inéquation $2 \leq x \leq 4$

9 En utilisant l'ensemble des chiffres {2 ; 3 ; 5}, forme un nombre de deux chiffres.
Calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

[a] le chiffre des dizaines est impair

[b] le chiffre des unités est impair

[c] la somme de deux chiffres est 7

[d] le produit de deux chiffres est 15

10 Une classe contient 40 élèves, 30 d'entre eux ont réussi à l'examen de mathématiques, 24 ont réussi à l'examen de science et 20 ont réussi dans les deux matières.
Un élève est choisi au hasard, quelle est la probabilité que cet élève ait :

[a] réussi en mathématiques

[b] réussi en sciences

[c] échoué en sciences

[d] échoué en mathématiques et en sciences

Activité

Production des nombres aléatoires : la calculatrice scientifique.

Une calculatrice génère des nombres aléatoires à l'aide des touches Shift Ran# = pour chaque nombre.

Les nombres aléatoires vont de 0,000 à 0,999. Ceci donne un échantillon aléatoire de 0 à 999.

10% d'une population est retenu pour faire un sondage.

Trouve les nombres aléatoires correspondant à la valeur indiquée par la calculatrice.

Exemple :

Les responsables d'une compagnie d'autobus souhaitent recueillir des informations relatives à l'utilisation quotidienne de ses services.

Ils notent que presque 250 personnes utilisent un bus chaque jour.

Ils choisissent un échantillon aléatoire de 10% de voyageurs sur cette ligne de bus.

1 Il faut sonder 10% de la population des 250 utilisateurs de cette ligne :

Complète : $\frac{10}{100} \times 250 =$

Il faut obtenir ce nombre parmi les nombres aléatoires pour effectuer le sondage.

2 Il faut utiliser les touches Shift Ran# = pour obtenir des nombres aléatoires.

Écris les nombres formés de 3 décimales (sans virgule) et remplis le tableau suivant :

3 Supprime les nombres supérieurs à 250, puis écris les nombres aléatoires demandés

4 Le jour du sondage, on utilise les nombres aléatoires pour repérer les voyageurs utilisateurs de cette ligne.

Par exemple, si 13 était un nombre aléatoire identifié, le 13ème voyageur prend le questionnaire auquel il devra répondre.

A la fin du voyage, on recueille toutes les réponses.

Production des échantillons : logiciel « Excel ».

Avec le programme Excel de l'ordinateur permettant de trouver des nombres aléatoires, pour obtenir un « échantillon aléatoire », il faut utiliser la fonction « sampling ».

Exemple : Pour réaliser un sondage auprès de 300 personnes, on a choisi un échantillon de 10% (30 personnes) d'entre elles.
On leur a distribué les nombres de 1 à 300 dont les 30 nombres aléatoires qui recevront le questionnaire.

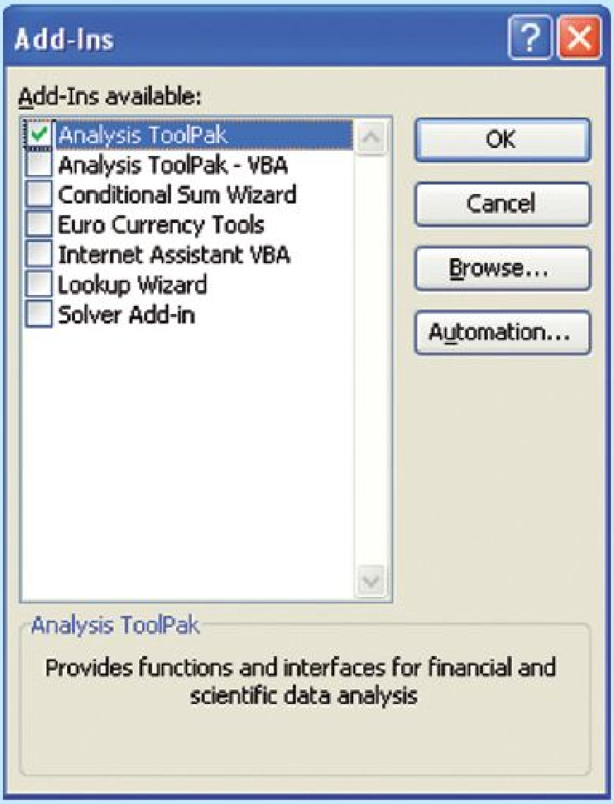
1 Appuie Démarrer → Programmes → choisis Microsoft Excel

2 Choisis la cellule A1, type 1. Appuie Entrer ↵ écris '2'.

3 Appuie 'Control' et déplace la souris au dessous du côté droit de A2.Baisse la souris lentement pour atteindre 300. Abondonne la fonction « control ».
Ceci fournit les nombres 1 à 300 dans la colonne A.

4 Choisis Tools → "Add-ins"

Choisis Analyse tool Pak . Appuie "Ok"



Add-Ins available:

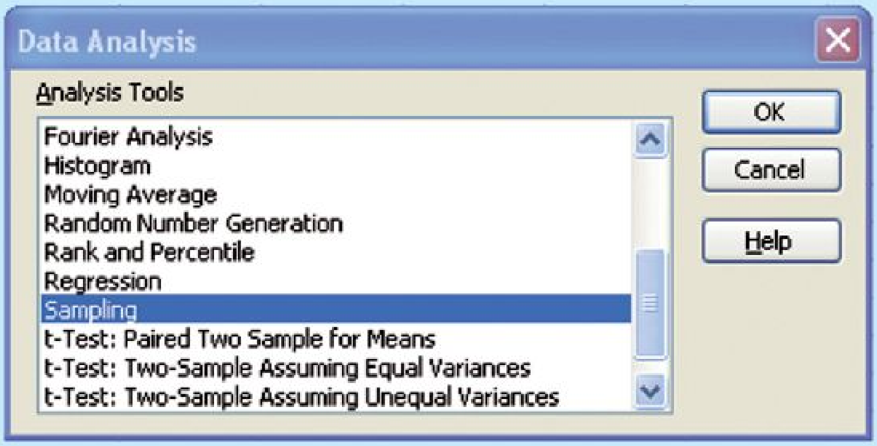
☑ Analysis ToolPak
☐ Analysis ToolPak - VBA
☐ Conditional Sum Wizard
☐ Euro Currency Tools
☐ Internet Assistant VBA
☐ Lookup Wizard
☐ Solver Add-in

Analysis ToolPak

Provides functions and interfaces for financial and scientific data analysis

Choisis Tools → “Data anaysis”.

Vas à sampling Appuie sur “OK”.

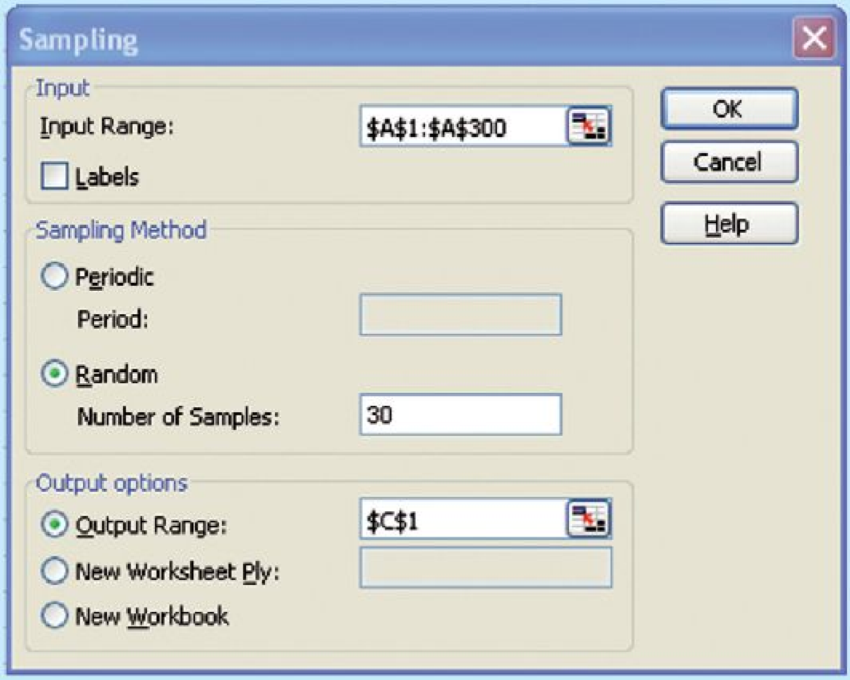


5 Fais « entrée » avec “Input Range” et écris «$A$1: $A$300» puis appuie “OK”.

6 Appuie “Random”. Nombre d’échantillons : 30

7 Appuie “Output Range” et écris ‘$C$1

8 Appuie “OK”.



Input Range: $A$1:$A$300

☐ Labels

○ Periodic

Period:

● Random

Number of Samples: 30

● Output Range: $C$1

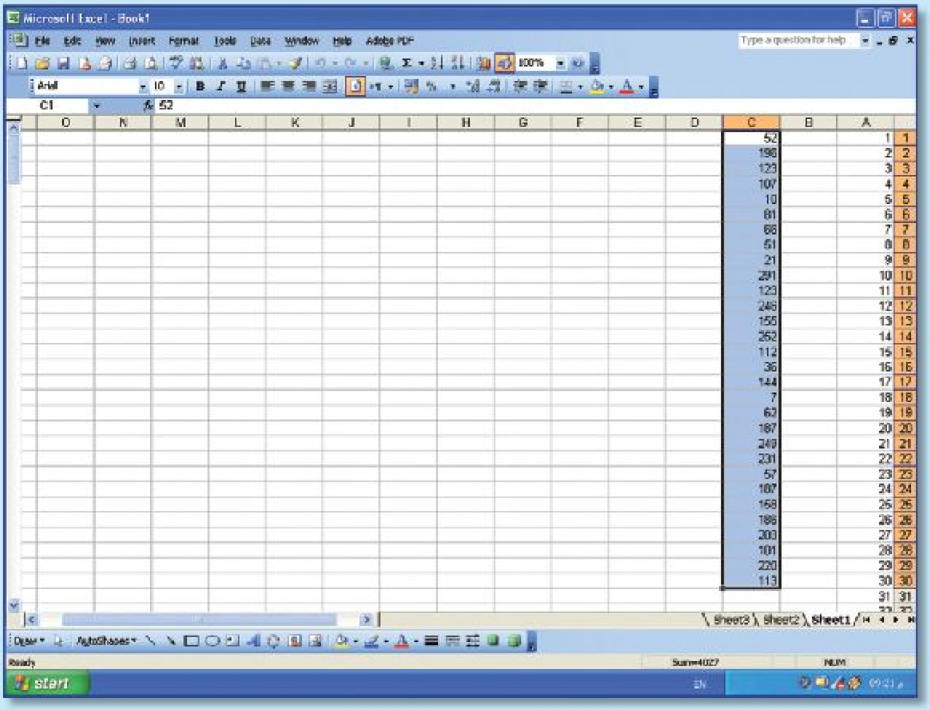
○ New Worksheet Ply:

○ New Workbook

9 Les 30 nombres d'un échantillon aléatoire de 1 à 300 apparaissent dans C1 à C30.

Appuie « print screen » pour obtenir la liste de nombres aléatoires.

Les 30 nombres aléatoires identifient les 30 personnes qui seront impliquées dans le questionnaire.



C1 fx 52

C	B	A	
52		1	1
196		2	2
123		3	3
107		4	4
10		5	5
81		6	6
66		7	7
51		8	8
21		9	9
291		10	10
123		11	11
246		12	12
155		13	13
252		14	14
112		15	15
36		16	16
144		17	17
7		18	18
62		19	19
187		20	20
249		21	21
231		22	22
57		23	23
107		24	24
158		25	25
186		26	26
203		27	27
101		28	28
220		29	29
113		30	30
		31	31

Sum=4027

Utilise le logiciel Excel pour identifier :

- 20 nombres aléatoires de 1 à 200.
- 35 nombres aléatoires de 1 à 350.
- 48 nombres aléatoires de 1 à 480.
- Un échantillon de 10% de nombres aléatoires de 1 à 500.
- Un échantillon de 5% de nombres aléatoires de 1 à 800.

Conçois un questionnaire pour recueillir les avis des élèves de la 1ère et 2ème préparatoire pour mesurer le temps passé à faire leurs devoirs à la maison.

- Meilleure période pour faire ses devoirs.
- Utilisation des ordinateurs pour faire ses devoirs.
- Identification de chaque élève par rapport au nombre total.
- Donne à chaque élève d'un échantillon un questionnaire avec un nombre aléatoire
- Analyse les réponses aux questionnaires et note les résultats.

Epreuve de l'unité

Choisis la bonne réponse :

1 [a] Rachad est un élève de 1ère préparatoire ; il y a 36 élèves dans la classe et parmi eux 16 filles. Si on choisit aléatoirement un élève, quelle est la probabilité d'obtenir un garçon ?

[$\frac{4}{9}$ ☐; $\frac{1}{2}$ ☐; $\frac{5}{9}$ ☐; $\frac{1}{36}$ ☐]

[b] Le tableau suivant indique 6 sections d'une petite entreprise industrielle de 48 ouvriers. Si on choisit aléatoirement un ouvrier, quelle est la probabilité pour que cet ouvrier soit dans la section des dépôts ?

section	Administration	comptabilité	entretien	dépôts	achats	serviteurs
Nombre d'ouvriers	3	3	28	4	8	2

[$\frac{1}{48}$ ☐; $\frac{7}{12}$ ☐; $\frac{1}{16}$ ☐; $\frac{1}{12}$ ☐]

[c] Le tableau suivant indique 120 volontaires dans 3 groupes de travail pour faire un projet sur le nettoyage de l'environnement.
Si on choisit aléatoirement un volontaire :
quelle est la probabilité pour que ce volontaire soit dans le groupe de l'imprimerie ?
Parmi les lettres du mot « école », on en choisit une.

groupe	classement	l'imprimerie	distributivité
nombre	20	40	60

[0,5 ☐; 0,3 ☐; 0,4 ☐; 0,1 ☐]

[d] Quelle est la probabilité pour qu'elle soit la lettre c ?

[$\frac{1}{7}$ ☐; $\frac{2}{7}$ ☐; $\frac{3}{7}$ ☐; $\frac{4}{7}$ ☐]

[e] Un dé régulier est jeté une seule fois.

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair sur la face supérieure ?

[$\frac{1}{3}$ ☐; $\frac{1}{6}$ ☐; $\frac{1}{4}$ ☐; $\frac{1}{2}$ ☐]

2 Hussen est un élève dans une classe de $1^{ère}$ préparatoire de 46 élèves dont 19 filles. Si un élève est choisi au hasard dans cette classe, quelle est la probabilité (à une décimale près), pour qu'il soit :

[a] un garçon [b] une fille [c] Hussen ?

3 Une carte est choisie au hasard parmi un jeu de 10 cartes numérotées de 1 à 10.

Quelle est la probabilité pour que cette carte porte un nombre :

[a] impair ?

[b] premier ?

[c] un nombre pair ?

[d] un nombre impair supérieur à 3 ?

4 On tire une carte au hasard parmi des cartes qui portent des lettres du mot «Alexandrie».

Quelle est la probabilité pour que cette lettre soit :

[a] R ? [b] X ? [c] A ? [d] P ?

5 Les données suivantes révèlent les émissions préférées par 100 téléspectateurs. Un téléspectateur est choisi au hasard. Quelle est la probabilité pour que ce téléspectateur préfère :

émissions	Documentaires	drame	nouvelles	Sport
nombre de téléspectateurs	12	31	21	36

[a] sports [b] nouvelles [c] drame [d] documentaires

6 Les données suivantes indiquent les plats choisis par 250 personnes qui ont dîné dans un restaurant. Une personne est choisie au hasard.

Quelle est la probabilité pour que cette personne prenne :

nourriture	sandwich au fromage	Kushary	sandwich aux fèves et Taameya	Sandwich au foie
nombre de personnes	10	100	90	50

[a] sandwich aux fèves et Taameya [c] Sandwich au foie

[b] Kushary [d] sandwich au fromage

Unité 3

Géométrie et mesure

Euclide a défini le système de la logique et a rassemblé ses travaux dans un recueil de géométrie qu'il a intitulé « El Essoul ». Dès lors la géométrie d'Euclide a été considérée comme un modèle dans les démonstrations logiques.

- Les objets qui sont égaux à un objet sont égaux entre eux.
- Si on ajoute des égalités à d'autres égalités, alors la somme devient égale.
- Les objets qui sont superposables et coïncides les uns par rapport aux autres sont égaux.
- Un «entier» est plus grand qu'une de ses parties.

Leçons de l'unité

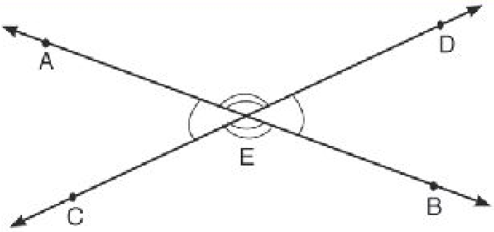
Leçon 1

Démonstration logique

C'est une association entre la géométrie pratique et théorique. Maintenant on utilise les propriétés et les notions géométriques pour démontrer quelques théorèmes géométriques

Théorème (1)

Si deux droites sont sécantes, alors les angles opposés par le sommet ont la même mesure



Hypothèses : $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{CD}$ sont sécantes en E.

Conclusion : m (∠ AED) = m (∠ BEC)

Démonstration :

∵ ∠AEC et ∠AED sont deux angles adjacents supplémentaires car E ∈ $\overleftrightarrow{CD}$

∴ m (∠AEC) + m (∠AED) = 180°

∵ ∠AEC et ∠..... sont deux angles adjacents supplémentaires car E ∈ $\overleftrightarrow{AB}$

∴ m (∠AEC) + m (∠.....) = ...°

∵ m (∠AEC) + m (∠AED) = m (∠AEC) + m (∠......)

∴ (∠AED) = m (∠BEC) C . Q . F . D

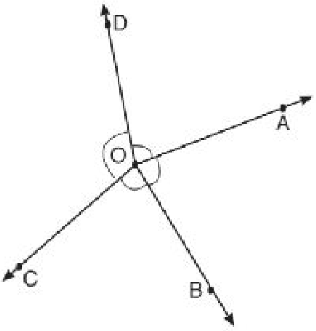
Démontre que : m (∠ AEC) = m (∠ BED)

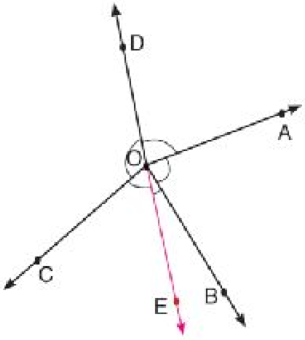
Théorème (2)

La somme des mesures des angles formés autour d'un point est égale à 360°.

Hypothèses : $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ sont des demi-droites de même origine O,

Conclusion : La somme des mesures des angles formés autour du point O est égale à 360°.





Construction : on trace $\overleftrightarrow{DO}$

Démonstration :

$\because$ m (∠ EOB) + m (∠ BOA) + m (∠ AOD) = 180°

m (∠ EOC) + m (∠ ....) = 180°

$\therefore$ m (∠ EOB) + m (∠ BOA) + m (∠ AOD) + m (∠ EOC)

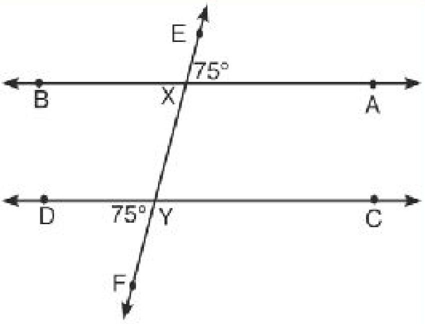
+ m (∠ ....) = 180° + ...° = ...°

$\therefore$ m (∠ AOB) + m (∠ BOC) + m (∠ COD) + m (∠ DOA) = ...°

C.Q.F.D.

Exemple 1

Dans la figure ci-contre :



$\overleftrightarrow{EF}$ coupe $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{CD}$ en X, Y

respectivement, $m(\angle AXE) = m(\angle DYF) = 75^\circ$

Démontre que : $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$

Solution

Hypothèses : $m(\angle AXE) = m(\angle DYF) = 75^\circ$

Conclusion : $\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$

Démonstration : $m(\angle BXY) = m(\angle AXE) = 75^\circ$ opposés par le sommet

et $m(\angle DYF) = 75^\circ$

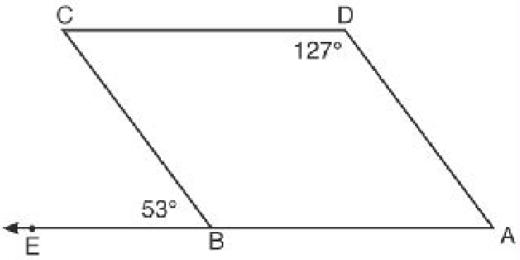
$\therefore m(\angle BXY) = m(\angle DYF)$

$\because \angle BXY, \angle DYF$, ils sont correspondants et ils ont même mesure.

$\therefore \overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{CD}$ C.Q.F.D.

Exemple 2

Dans la figure ci-contre :



$\overline{DC} \,//\, \overrightarrow{AB}$, $E \in \overrightarrow{AB}$

$m(\angle CBE) = 53^\circ$, $m(\angle D) = 127^\circ$

Démontre que : $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

Solution

Hypothèses : $\overline{DC} \,//\, \overrightarrow{AB}$, $m(\angle CBE) = 53^\circ$,

$m(\angle D) = 127^\circ$

Conclusion : $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$

Démonstration : $\because \overline{DC} \,//\, \overrightarrow{AB}$, $\overline{AD}$ est une sécante

$\therefore m(\angle A) + m(\angle D) = 180^\circ$ intérieurs d'un même côté de la sécante

$\therefore m(\angle A) = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$

$\because \angle A, \angle CBE$, ils sont correspondants et ils ont même mesure.

$\therefore \overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ C.Q.F.D.

Exercices 3-1

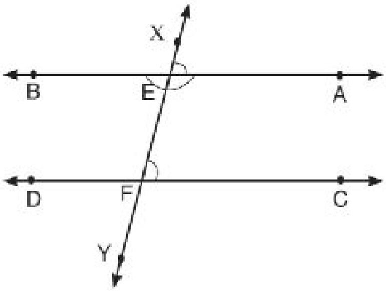
1 Dans la figure ci-contre, démontre que :

[a] Si $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$, alors m (∠XEA) = m (∠EFC).

[b] Si $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$, alors m (∠EFC) + m (∠AEF) = 180°

[c] Si m (∠XEA) = m (∠EFC), alors $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$.

[d] Si m (∠EFC) + m (∠AEF) = 180°, alors $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$



2 Démontre que :

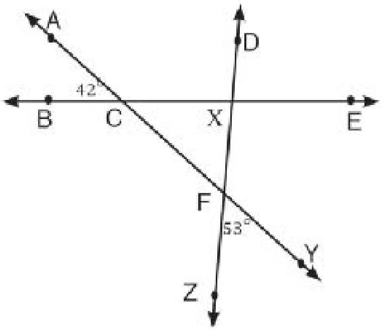
[a] La droite perpendiculaire à l'une de deux droites parallèles, est perpendiculaire à l'autre.

[b] Deux droites d'un même plan, parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

3 Dans la figure ci-contre, démontre que :

m = (∠ DXE) = 85°,

puis détermine m (∠ DXC) et m (∠ EXF).

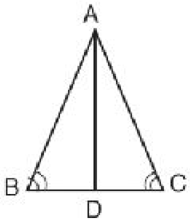


4 Dans la figure ci-contre :

ABC est un triangle dans lequel, m (∠ B) = m (∠ C)

et $\overrightarrow{AD}$ est la bissectrice de ∠ BAC.

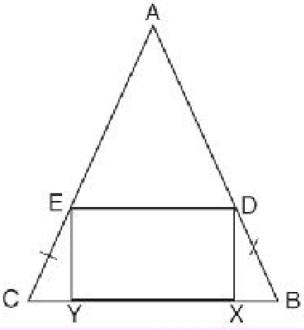
Démontre que : AB = AC



5 Dans la figure ci-contre :

EC = DB , DXYE est un rectangle.

Démontre que : m (∠ ADE) = m (∠ AED).



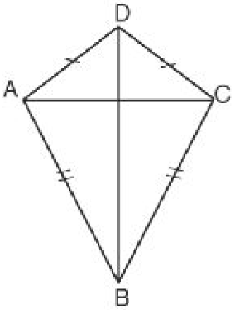
6 **Dans la figure ci-contre :**

AD = CD, AB = CB.

Utilise la superposition des triangles pour démontrer que

[a] $\overline{BD}$ est la bissectrice de ∠ADC

[b] $\overline{AC}$ et $\overline{DB}$ sont perpendiculaires.



7 Un rectangle est un cas particulier d'un parallélogramme. Les quatre angles sont droits, utilise la superposition des triangles pour démontrer que ses diagonales ont même longueur.

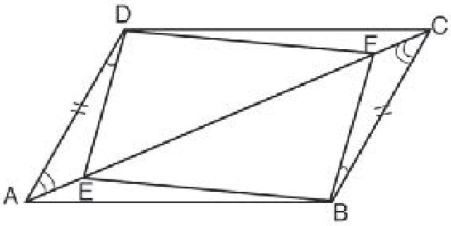
8 **Dans la figure ci-contre :**

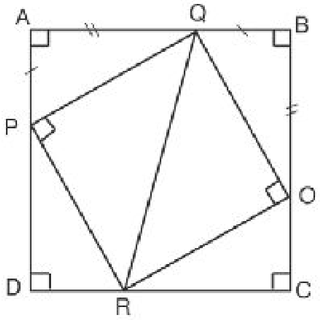
[a] Est-ce que les triangles ADE et CBF sont superposables ? Pourquoi ?

[b] Démontrer que :

1) △ DEF ≡ △ BFE

2) △ ABE ≡ △ CDF





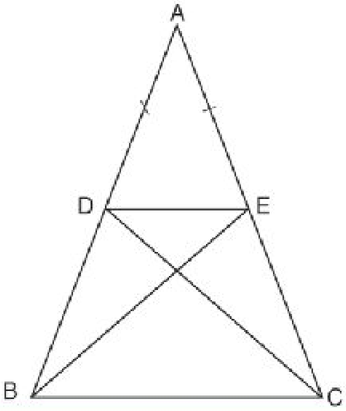
9 **Dans la figure ci-contre :**

[a] Est-ce que les triangles PAQ et QBO sont superposables ? Pourquoi ?

[b] Démontrer que :

1) △ PQR ≡ △ OQR

2) △ PDR ≡ △ RCO



10 **Dans la figure ci-contre :**

AD = AE, m (∠ADC) = m (∠AEB)

Démontre que :

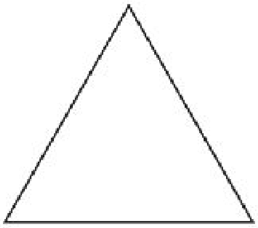
[a] BE = CD

[b] BD = CE

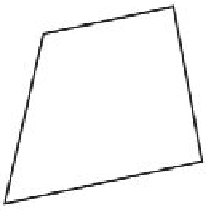
Leçon 2

Polygones

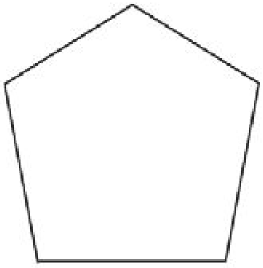
Chacune des figures géométriques suivantes est une ligne fermée simple qui se compose de la réunion de segments.



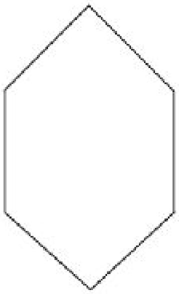
Triangle
(3 côtés)



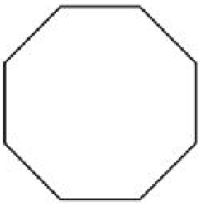
Quadrilatère
(4 côtés)



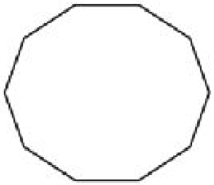
Pentagone
(5 côtés)



Hexagone
(6 côtés)

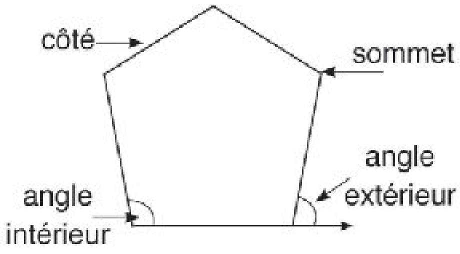


Octogone
(8 côtés)



Décagone
(10 côtés)

Les figures géométriques qui ont 3 côtés au moins sont appelées polygones.

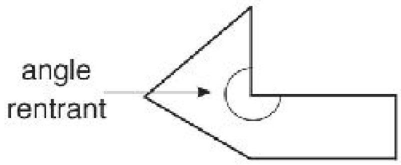


Polygone convexe :

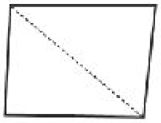
Un polygone est dit convexe si on trace la droite déterminée par deux sommets consécutifs, tous les autres sommets sont situés d'un même côté de cette droite.

Polygone concave :

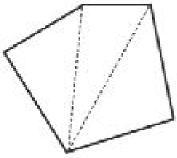
Un polygone est dit concave, s'il existe au moins une droite déterminée par deux sommets consécutifs telle que les autres sommets sont de part et d'autre de cette droite.



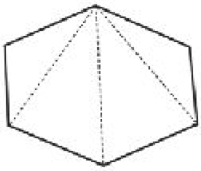
1 Dans chacun des polygones suivants, on a tracé toutes les diagonales issues d'un seul sommet du polygone, complète :



La somme des mesures
des angles intérieurs =
2 × 180° = 360°



La somme des mesures
des angles intérieurs
3 × .... = ...°



La somme des mesures
des angles intérieurs
4 × .... = ...°

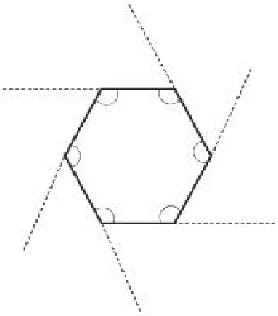
2 **Complète le tableau suivant :**

Polygone	**Nombre de côtés**	**Nombre de triangles**	**Somme des mesures des angles intérieurs**
Quadrilatère	4	2	2 × 180° = 360°
Pentagone	5		
Hexagone	6		
Heptagone	7		
Octogone	8		
Ennéagone	9		
Décagone	10		
n côtés	n		

Dans un sommet d'un polygone, on trouve que la somme des mesures des angles intérieur et extérieur est égale à 180°.

Exemple :

La somme des mesures des six angles intérieurs et des six angles extérieurs est égale à 6 × 180°. La somme des mesures des angles intérieurs est égale à 4 × 180° par suite la somme des mesures des angles extérieurs = 2 × 180° = 360°.



La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone convexe de n côtés = (n – 2) × 180°

La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe de n côtés = 360°

La mesure d'un angle d'un polygone convexe régulier de n côtés = $\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$

Exemple 1

Détermine le nombre de côtés d'un polygone convexe régulier dont la mesure d'un de ses angles = 120°

Solution

$\because$ La mesure d'un angle d'un polygone convexe régulier de n côtés = $\frac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$

$$\therefore \frac{(n-2)\times 180^\circ}{n} = 120^\circ.$$

$$180\,n - 360 = 120\,n$$

$$60\,n = 360$$

$$\therefore \quad n = 6$$

Autre solution

La mesure d'un angle extérieur = 180° – la mesure d'un angle intérieur

= 180° – 120°

= 60°

La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe = 360°

$\therefore$ Nombre de côtés = $\frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$

Exemple 2

Le rapport entre les mesures des angles intérieurs d'un quadrilatère est 2 : 2 : 3 : 5. Calcule la mesure du plus grand angle du quadrilatère.

Solution

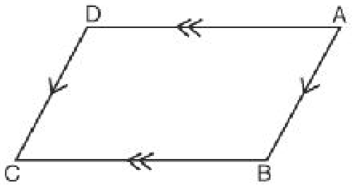
La somme des mesures des angles intérieurs d'un quadrilatère = (4 – 2) × 180°

= 360°

La mesure du plus grand angle = $\frac{5}{2+2+3+5} \times 360^\circ = 150^\circ$

Parallélogramre :

C'est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



Propriétés du parallélogramre :

(1) Les angles opposés ont la même mesure.

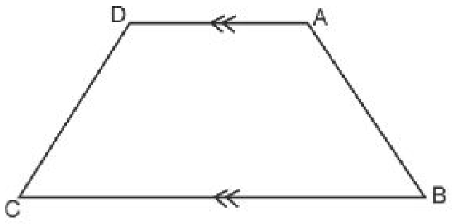
(2) Les côtés opposés ont la même longueur.

(3) Les diagonales se coupent en leur milieu.

(4) la somme des mesures de deux angles adjacants égale à 180° .

Remarque :

Un quadrilatère qui a deux côtés seulements sont parallèles est appelé «Trapèze».



Exercice :

Trace la figure ABCD dans chaque cas :

(1) $\overline{AB}$ \\ $\overline{DC}$ et $\overline{AD}$ \\ $\overline{BC}$.

(2) $\overline{AB}$ \\ $\overline{DC}$ et $AB = DC$.

(3) $AB = DC$ et $AD = BC$.

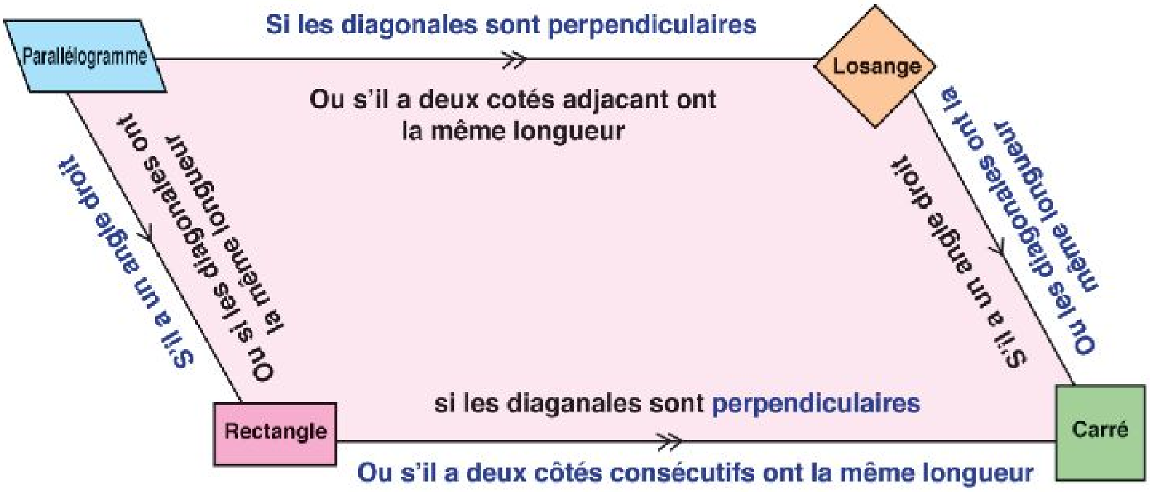
(4) $m(\angle A) = m(\angle C)$ et $m(\angle B) = m(\angle D)$.

(5) $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$ se compent en leur milieu.

* De ce que précèdent, essaye de déduire «quel sont».

Parallélogramme et les cas particuliers

Le schèma suivant, résume les différents cas du parallélogramme :



Exercice :

Complète :

(1) Le carré est .... qui a un angle droit.

(2) Le quadrilatère dont les côtés ont la même longueur est appelé ....

(3) Un parallélogramne dont les diagonales .... est appele un rectangle.

(4) Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est ....

(5) ABCD est un parallélogramme tel que m (∠ A) = 50°, alors m (∠ B) = ...°

(6) Le rectangle est .... qui a un de ses angles droit.

(7) Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est appelé ....

(8) Si ABCD est un losange, alors .... ⊥ ....

(9) Dans un quadrilatère, si'il a deux côtés opporés parallèles, est appelé ....

(10) Dans un parallélorgramme XYZT, si m (∠ x) = $\frac{1}{2}$ m (∠ Y), alors m (∠ Y) = ...°

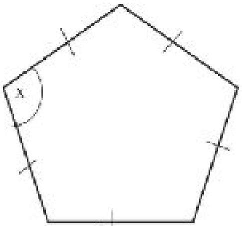
(11) Les diagonals d'un .... forment un angle de mesure 45° avec le côté adjacat.

(12) si le périmètre d'un losange est de 42 cm, alors la longueur de son côté = ... cm.

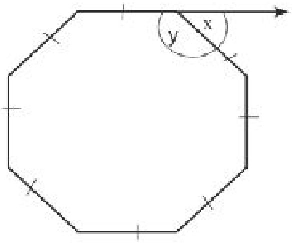
Exercices 3-2

1 **Détermine la mesure de l'angle inconnu dans chacune des figures suivantes :**

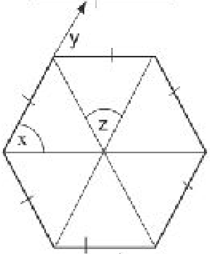
[a]



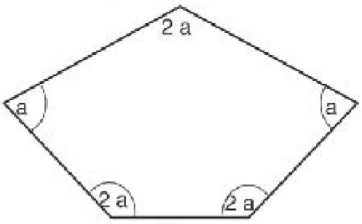
[b]



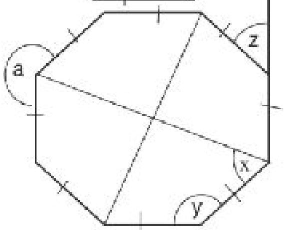
[c]



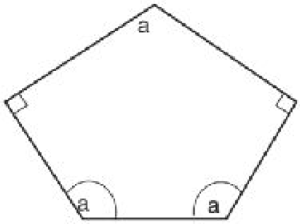
[d]



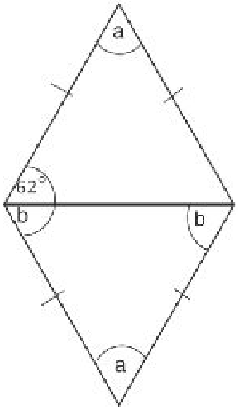
[e]



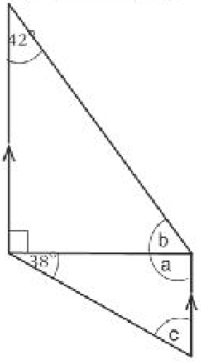
[f]



[g]



[h]



2 Détermine le nombre de côtés d'un polygone convexe régulier dont la mesure d'un des angles est :

[a] 140°

[b] 135°

3 Existe-t-il un polygone convexe régulier dont la mesure d'un de ses angles est 100° ? pourquoi ?

4 Si la mesure d'un des angles extérieur d'un polygone convexe régulier est 30°, détermine le nombre de ses côtés. Quelle est la somme des mesures de ses angles intérieurs ?

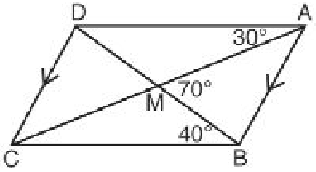
5 **Dans la figure ci-contre :**

$\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{ M \}$.

m (∠ DAC) = 30° , m (∠ DBC) = 40°.

et m (∠ AMB) = 70° .

Démontre que ABCD est un parallélogramme.

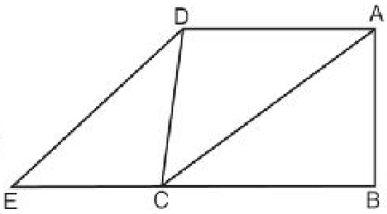


6 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un carré, E ∈ $\overrightarrow{BC}$ et $\overline{AC} // \overline{DE}$

(1) Démontre que ACED est un parallélogramme

(2) Calcule m (∠ ACE)

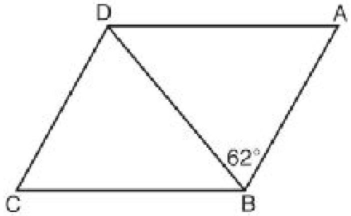


7 **Dans la figure ci-contre :**

ABCD est un losange. $\overline{BD}$ est une diagonale .

m (∠ ABD) = 62°.

Détermine par une démonstration m (∠ A)



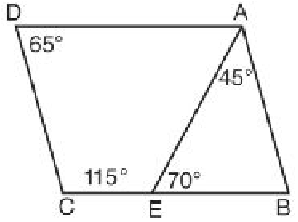
8 **Dans la figure ci-contre :**

E ∈ $\overline{BC}$, m (∠ BAE) = 45°.

m (∠ AEB) = 70°, m (∠ D) = 65°

et m (∠ C) = 115° .

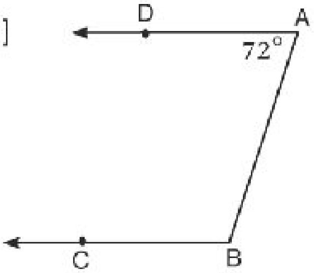
Démontre que ABCD est un parallélogramme.



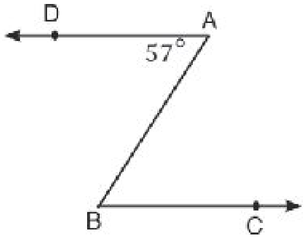
Exercices divers

1 Dans chacune des figures ci-dessous, $\overrightarrow{AD} // \overrightarrow{BC}$, détermine m ($\angle$ ABC) en donnant la raison.

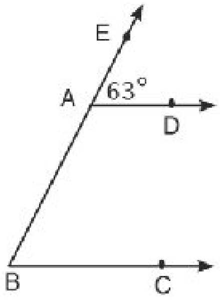
[a]



[b]

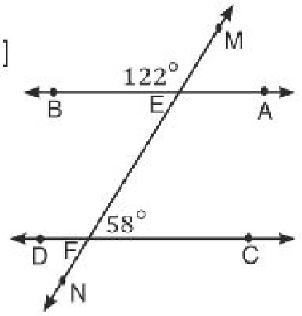


[c]

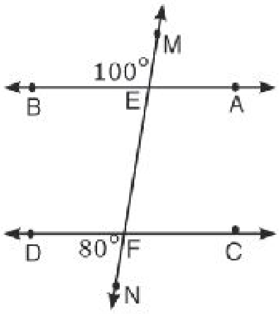


2 Dans chacune des figures ci-dessous, si $\overleftrightarrow{MN}$ coupe $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{CD}$ en E et F respectivement, démontre que : $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$.

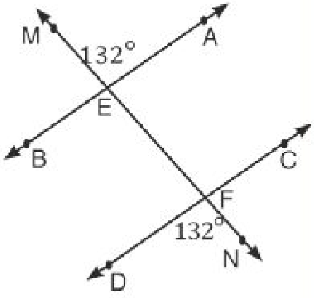
[a]



[b]



[c]

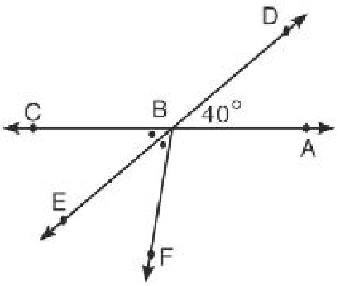


3 Dans la figure ci-contre : $\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{DE} = \{B\}$,

m ($\angle$ ABD) = 40 °,

$\overrightarrow{BE}$ est la bissectrice de $\angle$ CBF ,

Trouve ($\angle$ ABF).

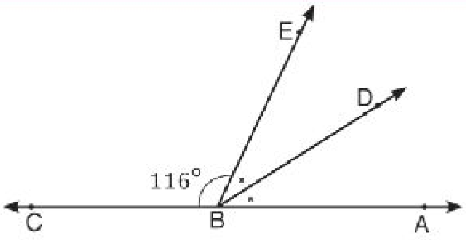


4 **Dans la figure ci-contre :**

$B \in \overleftrightarrow{AC}$, m(∠ CBE) = 116°,

$\overrightarrow{BD}$ est la bissectrice de ∠ ABE.

Trouve m(∠ ABD).



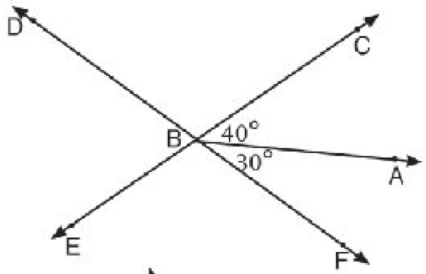
5 **Dans la figure ci-contre :**

$\overleftrightarrow{CE} \cap \overleftrightarrow{FD} = \{B\}$,

m(∠ ABC) = 40°,

m(∠ ABF) = 30°.

Trouve m(∠ DBC).

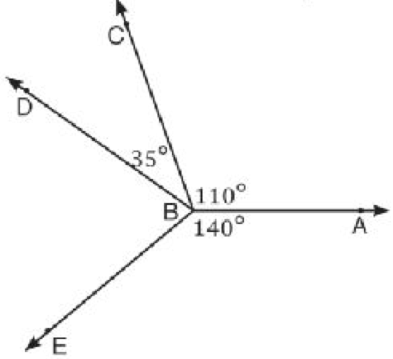


6 **Dans la figure ci-contre :**

m (∠ ABC) = 110°, m (∠ CBD) = 35°,

m (∠ ABE) = 140°.

trouve m(∠ EBD).

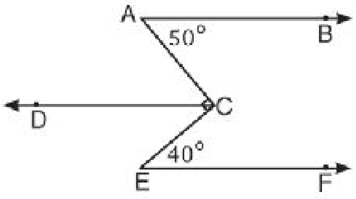


7 **Dans la figure ci-contre :**

$\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{CD}$, m (∠ A) = 50°,

∠ ACE est un angle droit, m (∠ E) = 40°.

Démontre que : $\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{EF}$.

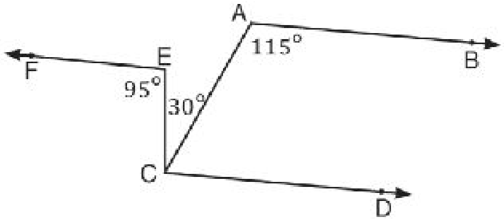


8 **Dans la figure ci-contre :**

$\overrightarrow{EF} \,//\, \overrightarrow{CD}$, m (∠ CEF) = 95°,

m (∠ ACE) = 30°, m (∠ BAC) = 115°

Démontre que : $\overrightarrow{AB} \,//\, \overrightarrow{EF}$.



9 ABCD est un trapèze tel que $\overline{AD}$ \\ $\overline{BC}$.

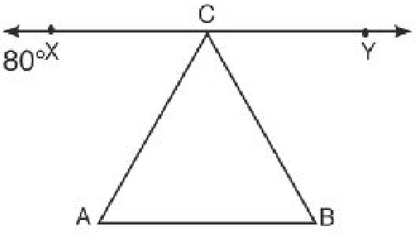
E est le milieu de $\overline{AB}$. Trace $\overrightarrow{EX} \,//\, \overline{BC}$ qui coupe $\overline{DB}$ en x et $\overline{DC}$ en y . Trace $\overline{YZ} \,//\, \overline{DB}$ qui coupe $\overline{BC}$ en Z. Démontre que XD = YZ.

Leçon 3

Propriétés d'un triangle

Théorème (1)

La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180°.



Hypothèses : ABC est un triangle

Construction : $m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle ACB) = 180°$

Construction : on trace $\overleftrightarrow{CX} \parallel \overline{AB}$

Démonstration : $\because \angle XCY$ est un angle plat

$\therefore m(\angle XCA) + m(\angle ACB) + m(\angle BCY) = 180°$

$\because \overleftrightarrow{XY} \parallel \overline{AB}$ $\therefore m(\angle XCA) = m(\angle ....)$, alternes internes

$m(\angle YCB) = m(\angle ....)$, alternes internes

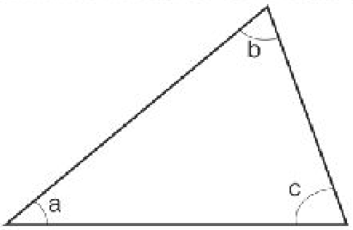
$\therefore m(\angle ....) + m(\angle ABC) + m(\angle ....) = 180°$

C.Q.F.D.

- **L'angle extérieur du triangle :**

On sait que :

Un triangle a trois angles intérieurs dont les mesures sont a ; b ; c



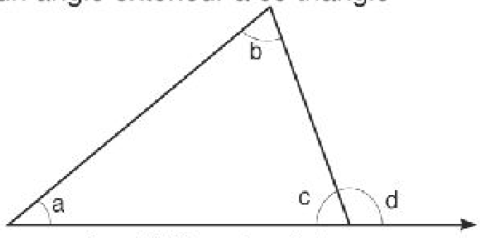
$\because a + b + c = 180°$

$\therefore a + b + c = c + d$

d' où $a + b = d$

→ ,

Si l'on prolonge un de ses côtés on obtient un angle extérieur à ce triangle



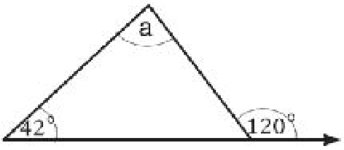
$c + d = 180°$ angle plat

La mesure d'un angle extérieur à un triangle est égale à la somme des mesures des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents.

Complète :

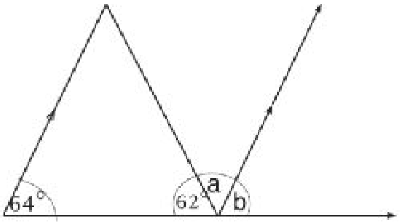
Sans mesurer les angles :

1



a = 120° - 42° = ...°

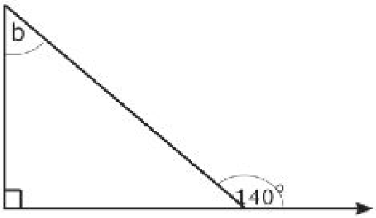
3



b = ...° (correspondants)

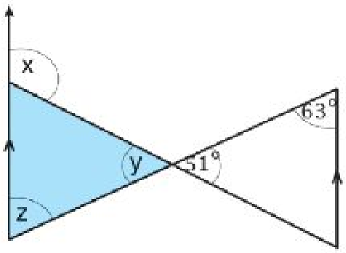
a = 180° - (......° + ...)° = ...° angle plat.

2



b = 140° - ......° = ...°

4

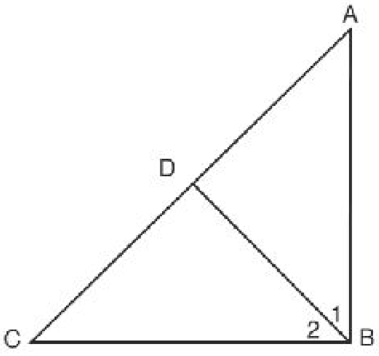


y = ...° opposés par le sommet

z = ...° alternes internes

x = ... extérieur du triangle coloré

Exemple 1



Dans la figure ci-contre :

ABC est un triangle dans lequel :

$m(\angle 1) = m(\angle A)$, $m(\angle 2) = m(\angle C)$

Démontre que : $\angle ABC$ est un angle droit.

Solution

Hypothèses : $m(\angle 1) = m(\angle A)$, $m(\angle 2) = m(\angle C)$

Conclusion : $\angle ABC$ est un angle droit

Démonstration : $\because m(\angle 1) = m(\angle A)$ .... (1)

$\underline{m(\angle 2) = m(\angle C)}$ .... (2)
par l'addition (1) et (2)

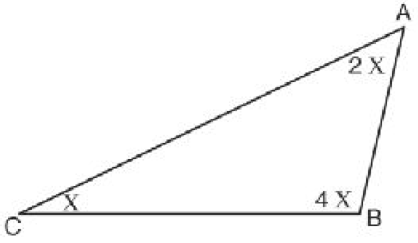
$\therefore m(\angle 1) + m(\angle 2) = m(\angle A) + m(\angle C)$

$\because$ La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à 180°

$\therefore m(\angle ABC) = m(\angle A) + m(\angle C) = 180° : 2 = 90°$

$\therefore \angle ABC$ est un angle droit. C.Q.F.D.

Exemple 2



Dans la figure ci-contre :

ABC est un triangle dans lequel :

$m(\angle A) = 2\,m(\angle C)$, $m(\angle B) = 4\,m(\angle C)$

Démontre que : $\angle B$ est un angle obtus.

Solution

Hypothèses : $m(\angle C) = x$, $m(\angle A) = 2\,m(\angle C) = 2x$ et

$m(\angle B) = 4\,m(\angle C) = 4x$

Conclusion : $\angle B$ est un angle obtus.

Démonstration : $\because m(\angle A) + m(\angle C) = x + 2x = 3x$, $m(\angle B) = 4x$,

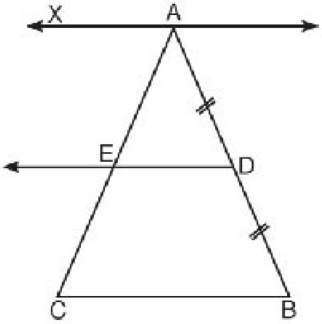
$m(\angle B) + m(\angle A) + m(\angle C) = 180°$ théorème

$\therefore m(\angle B) > m(\angle A) + m(\angle C)$

$\therefore \angle B$ est un angle obtus. C.Q.F.D.

Théorème (2)

La demi-droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle parallèle à un autre côté, coupe le troisième côté en son milieu.



Hypothèses : D est le milieu de $\overline{AB}$

$\overrightarrow{DE} \backslash\backslash \overline{BC}$

Conclusion : Démontre que E est le milieu de $\overline{AC}$

Construction : On trace $\overleftrightarrow{AX} // \overline{BC}$

Démonstration : $\because \overleftrightarrow{AX} \backslash\backslash \overrightarrow{DE} \backslash\backslash \overline{BC}$ et $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{AC}$ sont leurs sécantes

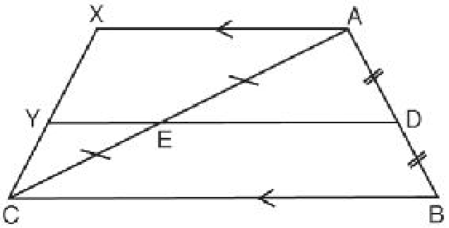
en D et E respectivement tel que AD = DB

donc AE = EC

Corollaire : Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

Exemple

Dans la figure ci-contre :



AD = DB , AE = EC,

$\overline{AX} \backslash\backslash \overline{BC}$ et $\overline{DE} \cap \overline{XC} = \{ Y \}$.

Démontre que : Y est le milieu de $\overline{XC}$.

Démonstration : Dans le Δ ABC

$\left.\begin{array}{l}\because \text{D est le milieu de } \overline{AB} \\ \text{et E est le milieu de } \overline{AC}\end{array}\right\} \therefore \overline{DE} \backslash\backslash \overline{BC}$

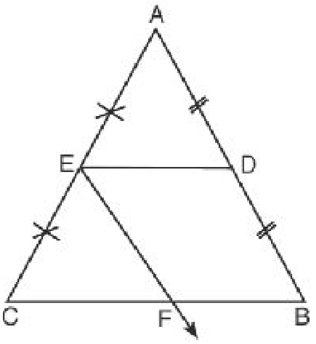
$\left.\begin{array}{l}\because \overrightarrow{DE} \backslash\backslash \overline{BC} \\ \text{et } \overline{AX} \backslash\backslash \overline{BC}\end{array}\right\} \therefore \overline{DE} \backslash\backslash \overline{AX}$

Dans le Δ CAX

$\left.\begin{array}{l}\because \text{E est le milieu de } \overline{AC} \\ \text{et } \overrightarrow{EY} \backslash\backslash \overline{AX}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\therefore \overrightarrow{EY} \text{ coupe } \overline{CX} \text{ en son milieu} \\ \therefore \text{Y est le milieu de } \overline{CX}\end{array}$

Théorème (3)

La longueur de segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à la moitié du troisième côté.



Hypothèses : D est le milieu de $\overline{AB}$

E est le milieu de $\overline{AC}$

Conclusion : Démontre que

$DE = \frac{1}{2} BC$

Construction : On trace $\overrightarrow{EF} \setminus\setminus \overline{AB}$ qui coupe $\overline{BC}$ en F

Démonstration : Dans le Δ ABC

$\because$ D est le milieu de $\overline{AB}$ et E est le milieu de $\overline{AC}$ $\}$ $\therefore$ $\overline{DE} \setminus\setminus \overline{BC}$

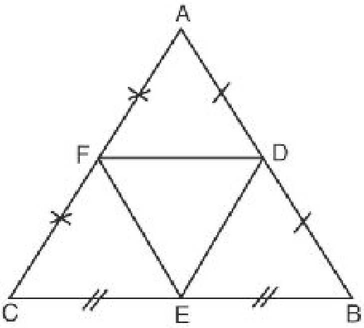
$\because$ $\overrightarrow{EF} \setminus\setminus \overline{AB}$ et E est le milieu de $\overline{AC}$ $\}$ $\therefore$ F est le milieu de $\overline{BC}$ et $BF = \frac{1}{2}$ BC

$\because$ BDEF est un parallélogramme

$\therefore$ $DE = BF = \frac{1}{2} BC$

Exemple

Dans la figure ci-contre :



AB = 5 cm, BC = 8 cm, AC = 7 cm.

D , E et F sont les milieux de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ et $\overline{CA}$ respectivement. Calcule le périmètre du triangle DEF.

Démonstration : Dans le triangle ABC

$\because$ D est le milieu de $\overline{AB}$ et F est le milieu de $\overline{AC}$

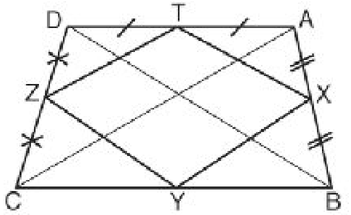
$\therefore$ $DF = \frac{1}{2} BC = 4$ cm

De même $DE = \frac{1}{2} AC = 3{,}5$ cm

et aussi $EF = \frac{1}{2} AB = 2{,}5$ cm

$\therefore$ le périmètre (Δ DEF) = 4 + 3,5 + 2,5 = 10 cm

Exemple



Dans la figure ci-contre :

ABCD est un quadrilatère tel que X , T , Z et T sont les milieux de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ et $\overline{AD}$ respectivement. Démontre que XYZT est un parallèlogramme.

Construction : On trace $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$

Démonstration : Dans Δ ABD

$$\left.\begin{array}{l}\because X \text{ est le milieu de } \overline{AB}\\ \quad T \text{ est le milieu de } \overline{AD}\end{array}\right\} \therefore \overline{XT} \parallel \overline{BD}$$

De même, dans le Δ CBD

$$\overline{YZ} \parallel \overline{BD}$$

$\therefore \overline{XT} \parallel \overline{YZ}$ ———————— (1)

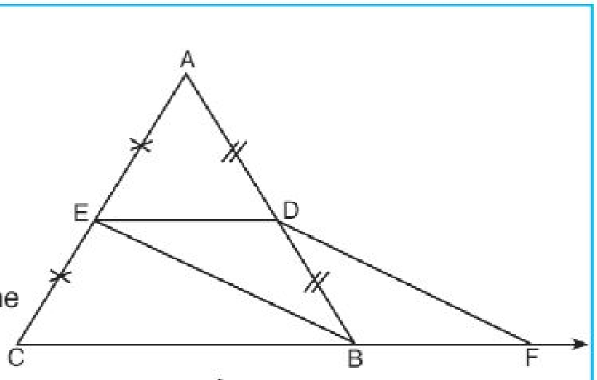
De même, $\overline{XY} \parallel \overline{AC}$ et $\overline{TZ} \parallel \overline{AC}$

$\therefore \overline{XY} \parallel \overline{TZ}$ ———————— (2)

de (1) et (2) On dédiut que XYZT est un parallélogramme.

Exercice : Dans l'exemple précédet, essaye de démontrer que XYZT est un parallélogramme par une autre mèthode.

Exemple



Dans la figure ci-contre :

D et E sont les milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$ respectivement.

$F \in \overrightarrow{CB}$ tel que $BF = \frac{1}{2} BC$.

Démontre que BEDF est un parallélogramme

Démonstration : Dans le Δ ABC

$$\left.\begin{array}{l}\because D \text{ est le milieu de } \overline{AB}\\ \quad \text{et } E \text{ est le milieu de } \overline{AC}\end{array}\right\} \begin{array}{l}\therefore \overline{ED} \parallel \overrightarrow{CB}\\ \text{et } ED = \frac{1}{2} CB\end{array}$$

$\because BF = \frac{1}{2} BC$ $\quad\quad \therefore ED = BF$

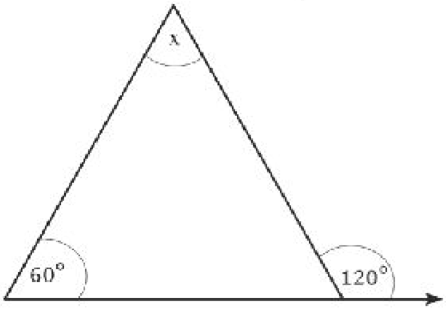
mais $\overline{ED} \parallel \overline{BF}$

$\therefore$ danc BEDF est un parallélogramme.

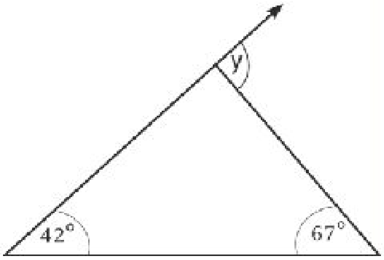
Exercices 3-3

(1) Détermine la mesure de l'angle inconnu dans chacune des figures suivantes :

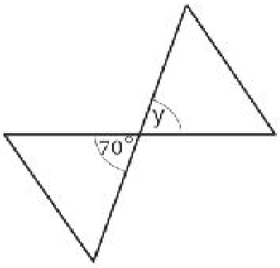
(1)



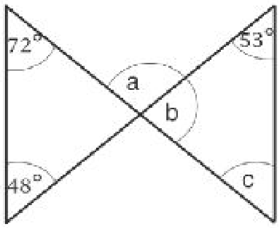
(2)



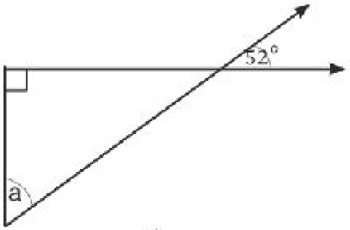
(3)



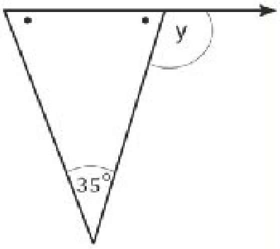
(4)



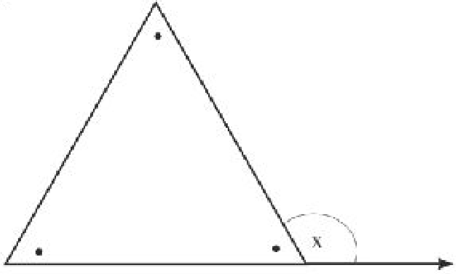
(5)



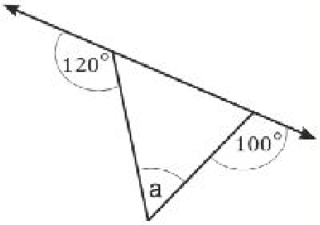
(6)



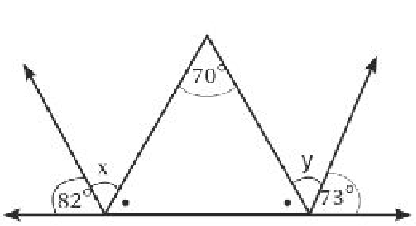
(7)



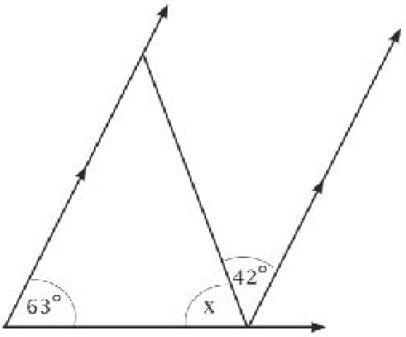
(8)



(9)



(10)



(2) Dans la figure ci-contre :

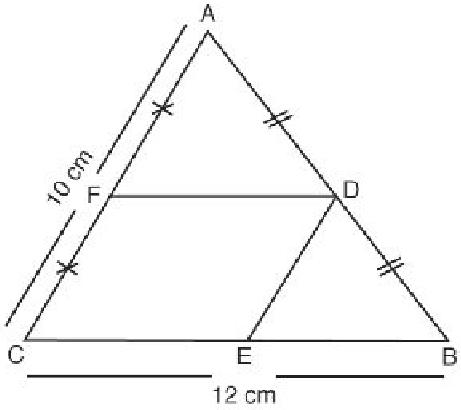
ABC est un triangle tel que

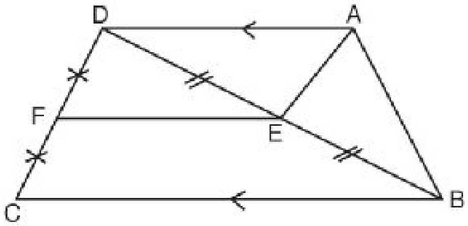
D, E et F sont les milieux

de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ et $\overline{AC}$ respectivement.

BC = 12 cm et AC = 10 cm.

Calcule le périmètre de la figure DECF





(3) Dans la figure ci-contre :

$\because \overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $AD = \frac{1}{2} BC$

E est le milieu de $\overline{DB}$

et F est le milieu de $\overline{DC}$.

Démontre que AEFD est un parallélogramme.

Leçon 4

Théorème de Pythagore

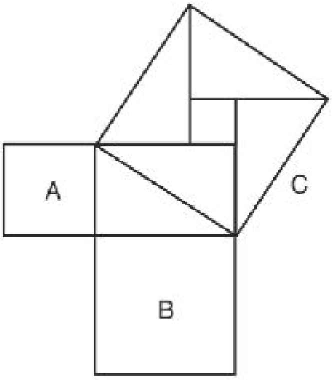
Trouve :

1) l'aire du carré A

2) l'aire du carré B

3) la somme des aires des carrés A et B

4) l'aire du carré C



puis complète le tableau :

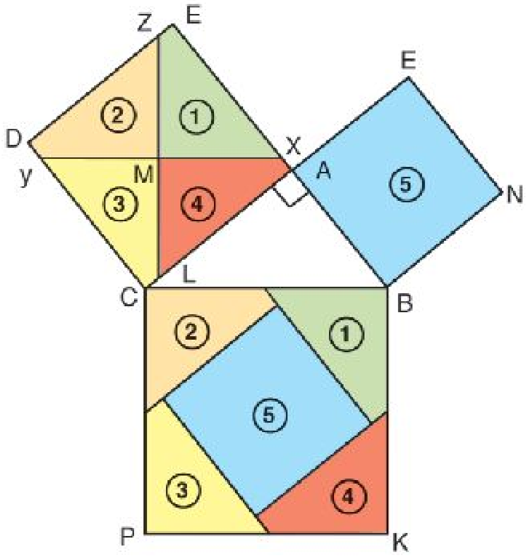
Aire du carré A	Aire du carré B	La somme des aires de deux carrés A et B	Aire du carré C
……………..	……………..	……………..	……………..

Quelle est la relation entre la somme des aires de deux carrés (A er B) et l'aire du carré C?

Activité (1) :

1 Trace ABC un triangle rectangle en A, puis construis les carrés sur les côtés comme indique la figure.

2 Marque M, le centre du carré ACDE Qui est le point d'intersection de deux diagonales.



3 Trace $\overleftrightarrow{Mx}$ // $\overline{BC}$ qui coupe $\overline{AE}$ en X et $\overline{CD}$ en Y .

4 Trace $\overleftrightarrow{MZ} \perp \overleftrightarrow{XY}$ qui coupe $\overline{AC}$ en L et $\overline{ED}$ en Z.

5 Sépare les deux carrés ABNF et ACDE en découpant la surface du carré En 4 parties ACDE (1), (2), (3) e (4).

Puis colle-les sur les 5 parties correspondantes dans le carré BCKI .

6 Si ton travaille est juste, tu vas trouver que les parties, correspondantes sont confondues.

On déduit que :

L'aire du carré BCKI = L'aire du carré ABNF + L'aire du carré ACDE

C'est-à-dire que.

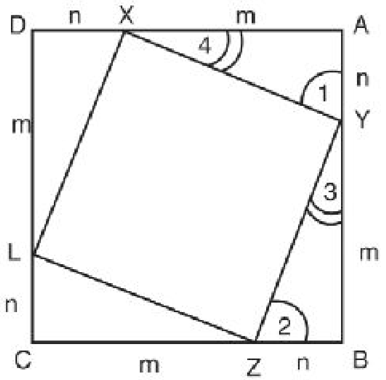
L'aire construit sur $\overline{BC}$ = L'aire construit sur $\overline{AB}$ + l'aire construit sur $\overline{AC}$

Répète ce que tu a fait avec d'autre triangle rectangle. Tu vas déduire le résultat précédent.

(7) Ese-ce que tu peux formuler ce résultat ?

Activité (2) :

ABCD est un carré. On a partagé les côtés comme indiqué la figure tel que AX = m unité de longueur et XB = n unité de longueur.



1) Démontre que les 4 triangles sont superposables (deux côtés et l'angle compris entre eux).

2) Démontre que XYZL est un carré.

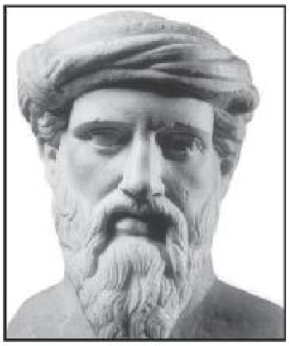
3) L'aire du carré XYZL = l'aire du carré ABCD - 4 aire d triangle XBM.

Alors $(XY)^2 = (m + n)^2 - 4 \times \frac{1}{2} m.n$

$$(XY)^2 = m^2 + 2m.n + n^2 - 2\ m.n$$

$$(XY)^2 = m^2 + n^2$$

Théorème de Pythagore



Pythagore

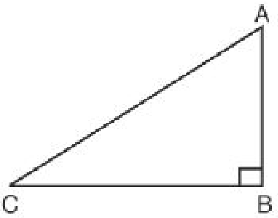
(582-501)

Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.

C'est-à-dire : Dans le triangle ABC

Si m (B) = 90°

Alors $(BA)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$



Exemple

ABC est un triangle rectangle en B, Détermine la longueur du troisième côté du triangle ABC.

1) AB = 3 cm et BC = 4 cm

2) AB = 5 cm et AC = 13 cm

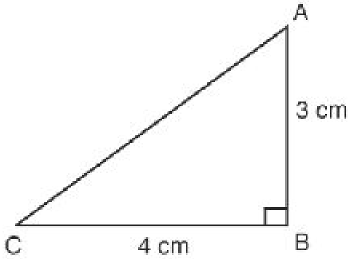
Solution :

1) ABC est un triangle rectangle en B

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$= 9 + 16 = 25$

$AC = \sqrt{25} = 5$ cm

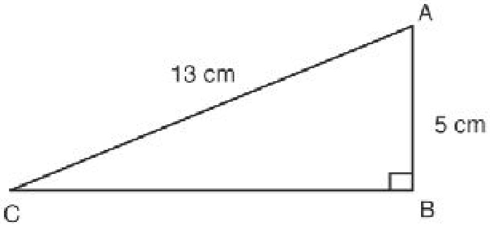


2) ABC est un triangle rectangle en B

$(BC)^2 = (AC)^2 - (AB)^2$

$= 169 - 25 = 144$

$AC = \sqrt{144} = 12$ cm

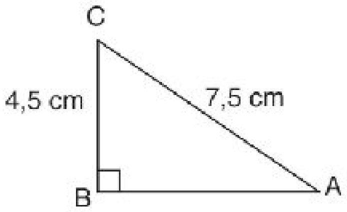


Exercices 3-4

1 ABC est un triangle rectangle en B.

BC = 4,5 cm et AC = 7,5 cm.

Trouve la longueur de $\overline{AB}$.



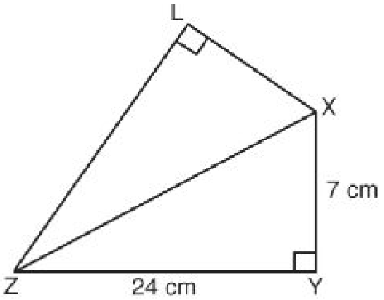
2 XYZL est un quadrilatère telq que

m ($\angle$ XYZ) = m ($\angle$ XLZ) = 90°

XY = 7 cm , YZ = 24 cm et XL = 15 cm .

Détermine la longueur de

$\overline{XZ}$ et de $\overline{LZ}$

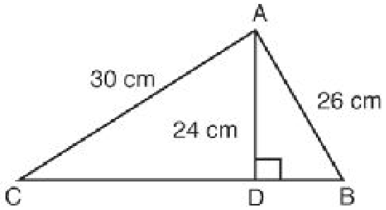


3 ABC est un triangle tel que $\overline{AD} \perp \overline{BC}$.

Si AD = 24 cm, AB = 26 cm et

AC = 30 cm, Calcule BC et

l'aire du triangle ABC.



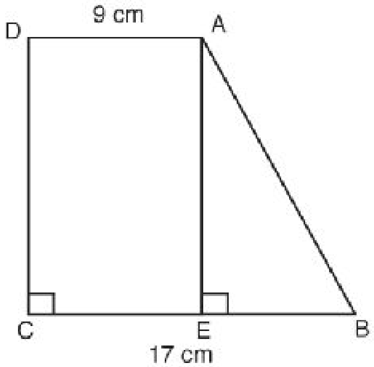
4 ABCD est un trapèze tel que

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, m($\angle$ DCB) = 90°

$\overline{AE} \perp \overline{BC}$. Si AB = BC =17 cm et

AD = 9 cm, calcule la longueur de $\overline{DC}$

e l'aire du trapèze ABCD.



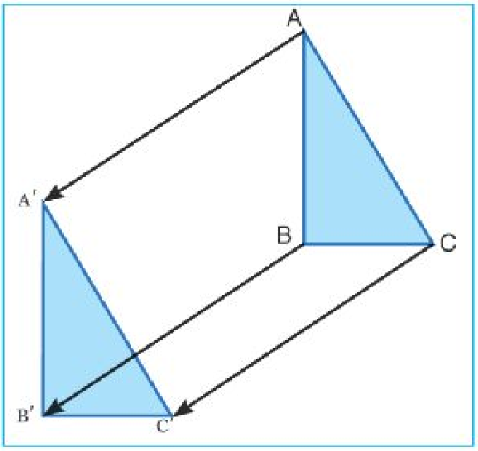
Leçon 5

Transformations géométriques

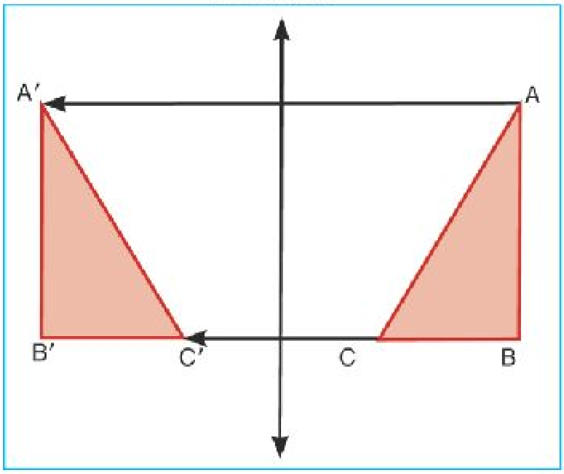
Si une figure géométrique se superpose à'une autre figure, on peut dire que c'est une transformation géométrique.

il y a plusieurs transformations géométriques par exemple :

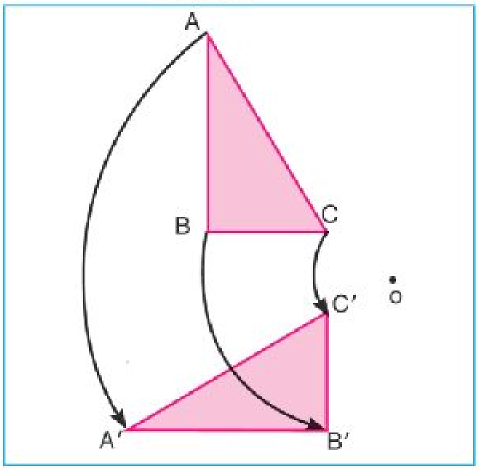
Translation



Réflexion



Rotation



Dans chacune des figures précédentes, il existe une relation entre les points correspondants aux deux triangles

Le point A est transformé en A' $A \longmapsto A'$

Le point B est transformé en B' $B \longmapsto B'$

Le point C est transformé en C' $C \longmapsto C'$

Les points A', B', C' sont les images des points A, B, C

> Une transformation géométrique est une application du plan dans lui même qui à tout point M, associe à un point M'

Exemple 1

Détermine l'image du triangle ABC

tel que A (1 ; 2), B (3 ; 2) et C (3 ; 5) par les transformations géométriques suivantes :

(1) $(x ; y) \rightarrow (x ; - y)$

(2) $(x ; y) \rightarrow (x + 1 ; y - 3)$

(3) $(x ; y) \rightarrow (- y ; x)$

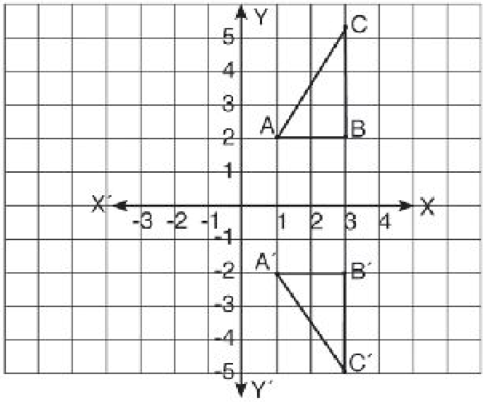
Solution :

(1) $\because (x ; y) \rightarrow (x ; - y)$

$\therefore A (1 ; 2) \rightarrow A' (1 ; - 2)$,

$B (3 ; 2) \rightarrow B' (3 ; - 2)$,

$C (3 ; 5) \rightarrow C' (3 ; - 5)$

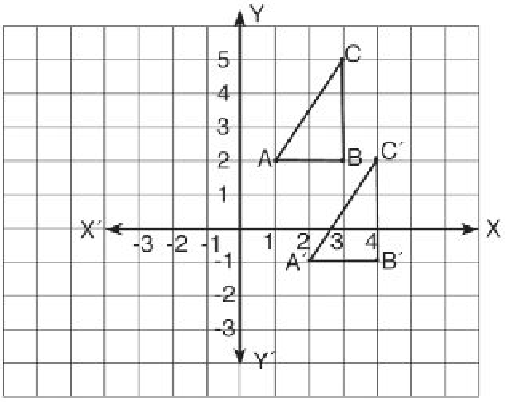


(2) $\because (x , y) \rightarrow (x + 1 ; y - 3)$

$\therefore A (1 ; 2) \rightarrow A' (2 ; - 1)$,

$B (3 ; 2) \rightarrow B' (4 ; - 1)$,

$C (3 ; 5) \rightarrow C' (4 ; 2)$

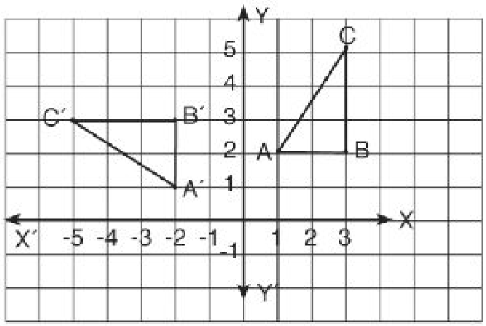


(3) $\because (x ; y) \rightarrow (- y ; x)$

$\therefore A (1 ; 2) \rightarrow A' (- 2 ; 1)$,

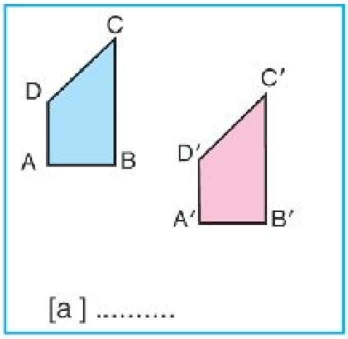
$B (3 ; 2) \rightarrow B' (-2 ; 3)$,

$C (3 ; 5) \rightarrow C' (- 5 ; 3)$

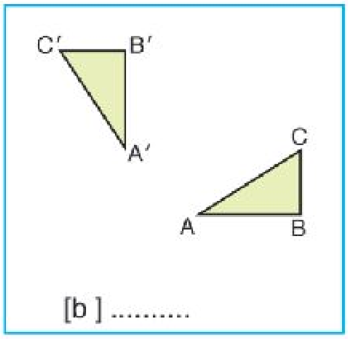


Exercices 3-5

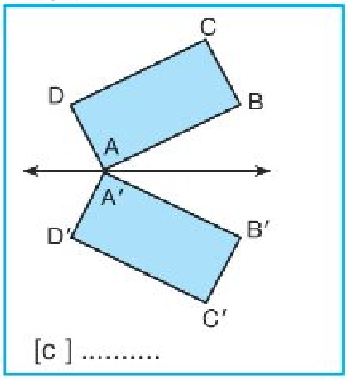
1 **Dans chacune des figures suivantes, précise la nature de la transformation géométrique (symétrie axiale - translation – rotation) :**



[a] ....



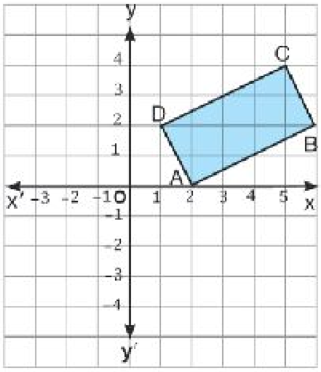
[b] ....



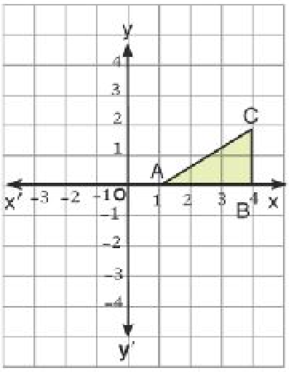
[c] ....

2 **Trace l'image de chacune des figures suivantes, selon la transformation géométrique indiquée et précise sa nature :**

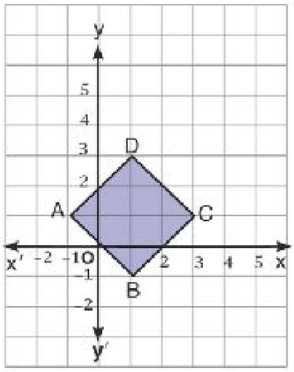
[a] $(x, y) \longrightarrow (x, -y)$



[b] $(x, y) \longrightarrow (-x, -y)$



[c] $(x, y) \longrightarrow (x + 2, y + 3)$



3 **Trace l'image du polygone A B C D E O selon la transformation géométrique indiquée, précise sa nature :**

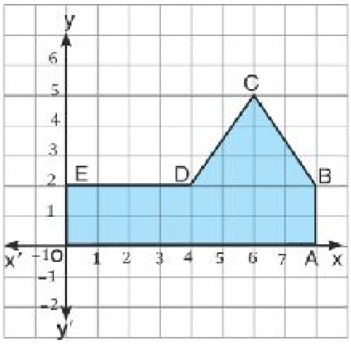
[a] $(x ; y) \longmapsto (-x ; y)$

[b] $(x ; y) \longmapsto (x ; y + 5)$

[c] $(x ; y) \longmapsto (-x ; -y)$

[d] $(x ; y) \longmapsto (x - 5 ; y)$

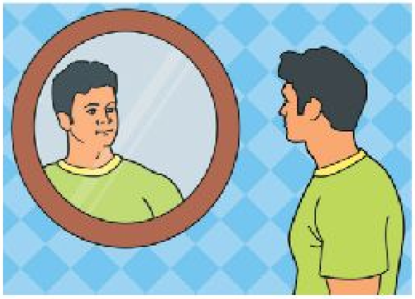
[e] $(x ; y) \longmapsto (x ; -y)$



Leçon 6 La réflexion (symétrie)

Quand tu regardes un miroir plan, toi et ton image sont équidistants par rapport au miroir.

La figure indique une transformation géométrique.



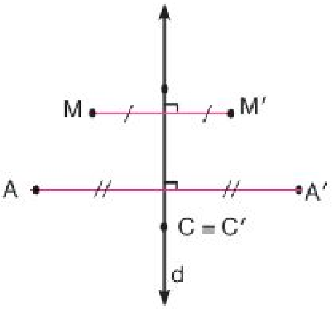
Symétrie orthogonale par rapport à une droite

On les appelle aussi des réflexions d'axe (d). La réflexion d'axe (d) est la transformation du plan qui laisse tous les points de (d) invariants et qui, à tout point M non situé sur (d), associe le point M' tel que (d) soit la médiatrice de $\overline{MM'}$

Comme il existe deux définitions équivalentes de la médiatrice, on connaît ainsi deux constructions équivalentes du point M'.

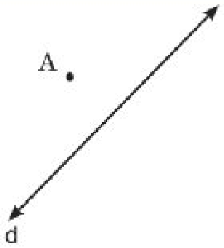
1) Si $A \notin d$, alors d est la médiatrice du segment $\overline{AA'}$

2) Si $C \in d$, $C \equiv C'$



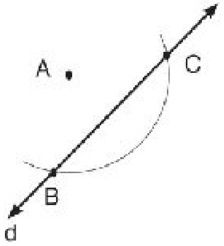
Exemple 1

Dans la figure ci-contre, trouve A' l'image de A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d

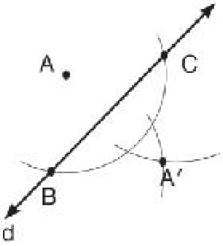


Solution

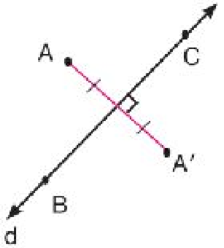
Trace un arc de cercle de centre A qui coupe d en B et C



Avec le même rayon, trace deux arcs des cercles des centres B et C qui se coupent en A'

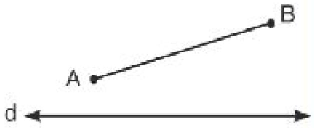


A' est l'image de A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d



Vérifie par la mesure que: $d \perp \overline{AA'}$ et passe par le milieu de $\overline{AA'}$

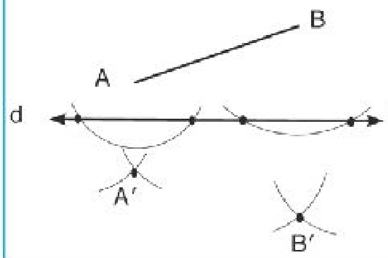
Exemple 2



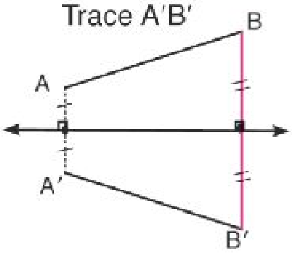
Dans la figure ci-contre, trouve l'image de $\overline{AB}$ par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d.

Solution

Trouve les images de B et C par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d

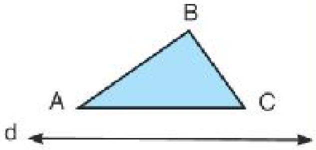


Trace $\overline{A'B'}$



$\overline{A'B'}$ est l'image de $\overline{AB}$ par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d. Vérifie par la mesure que d est la médiatrice de $\overline{AA'}$ et de $\overline{BB'}$, donc $\overline{A'B'} \equiv \overline{A'B'}$

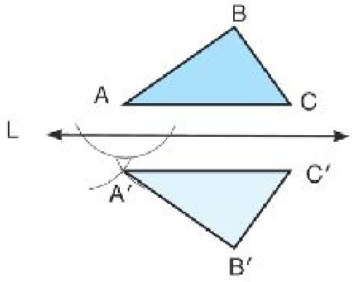
Exemple 3



Dans la figure ci-contre, trouve l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d.

Solution

Trouve les images de A, B et C par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d.



Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d.

Compare, par la mesure, les éléments des triangles ABC et A'B'C' puis complète :

[1] La droite d est la médiatrice de …… ; …… ; ………

[2] La lecture du triangle ABC est dans le sens des aiguilles d'une montre tandis que la lecture du triangle A'B'C' est le dans le sens …… des aiguilles d'une montre

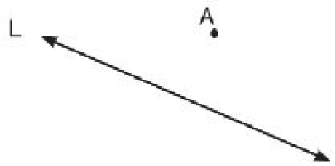
[3] AB = …… ; BC = …… ; CA = ……

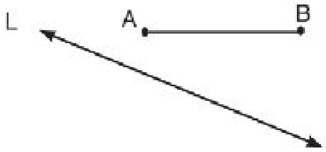
[4] m ($\angle$ A) = m ($\angle$ ....) ; m ($\angle$ B) = m ($\angle$ ....) ; m ($\angle$ C) = m ($\angle$ ....)

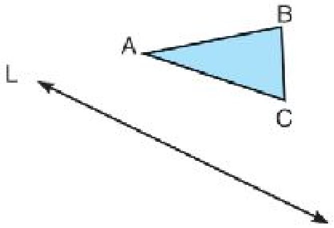
[5] La réflexion d'axe (d) est la transformation du plan qui, à chaque figure, associe la figure qui lui est …….

Exercices 3-6

1 **Construis les images de A, $\overline{AB}$ et △ ABC par la symétrie orthogonale par rapport à la droite L :**

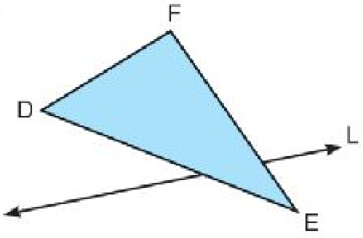




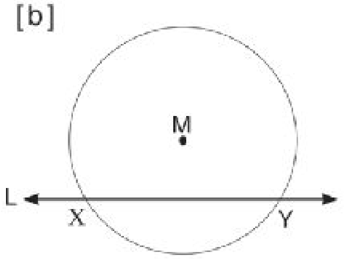


2 **Construis les images du triangle DEF par la symétrie orthogonale par rapport à la droite L et le cercle de centre M par la symétrie orthogonale par rapport à la droite L.**

[a]



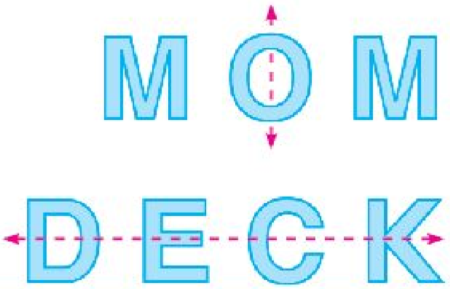
[b]



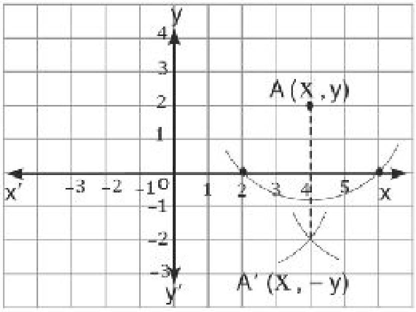
3 **Construis l'image de △ XYZ où XY = 3 cm, YZ = 5 cm et ZX = 7 cm par la symétrie orthogonale par rapport à la droite qui supporte le côté le plus long.**

4 **Construis l'image de △ ABC où AB = 3 cm. BC = 4 cm et AC = 5 cm par la symétrie orthogonale par rapport à la droite qui supporte le côté plus court.**

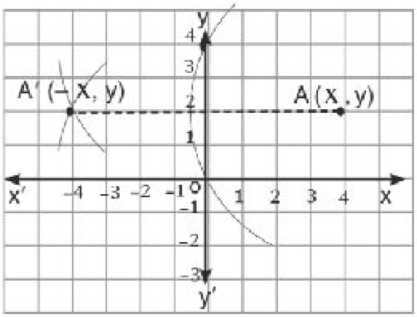
5 Dans la figure ci-contre, la symétrie orthogonale du mot « MOM » par rapport à la droite indiquée est la même. Donne d'autres mots ou lettres ou figures invariantes dont la symétrie orthogonale par rapport à une droite sera la même.



Symétrie orthogonale dans un repère cartésien



La symétrie orthogonale par rapport à l’axe des x transforme :
A (x ; y) → A′ (x; – y).

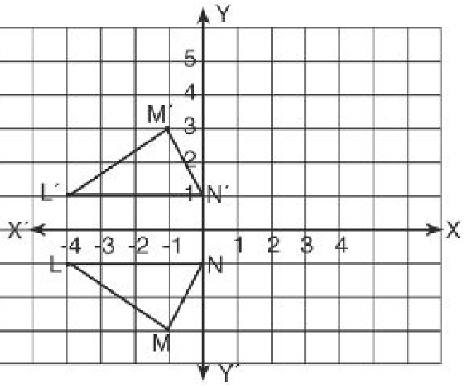


La symétrie orthogonale par rapport à l’axe des y transforme :
A (x ; y) → A′ (– x; y).

Exemple 1

En utilisant un repère orthonormé, détermine l’image du triangle LMN où
L (- 4 ; - 1), M (- 1 ; - 3) et N (0 ; - 1)
par la symétrie orthogonale par rapport à l’axe des x.

Solution



Propriétés de la symétrie dans un plan

Nos avons déjà étudié la symétrie. C'est une transformation qui transforme toute figure en une autre figure qui lui est superposable.

Maintenant, nous allons étudier les propriétés de la symétrie dans le plan à travers l'exemple suivant :

Exemple 2

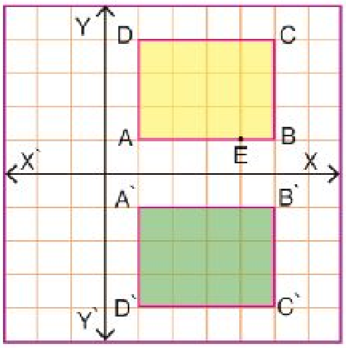
Dans un repère orthonormé, ABCD est un rectangle tel que :
A (1,1), B (5,1), C (5,4) et D (1,4).

(1): Trace l'image du rectangle ABCD par la symétrie par rapport à l'axe des x.

(2): Trace l'image du rectangle ABCD par la symétrie par rapport à l'axe des y.

Solution:

(1) L'image du rectangle ABCD par la symétrie par rapport à l'axe des x :



Soit : A` l'image de A (1,1)
∴ A` (1, – 1)

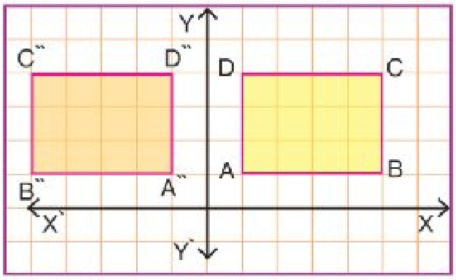
Soit : B` l'image de B (5,1)
∴ B` (5, – 1)

Soit : C` l'image de C (5,4)
∴ C` (5, – 4)

Soit : D` l'image de D (1,4)
∴ D` (1, – 4)

∴ Le rectangle A`,B`,C`,D` est l'image du rectangle ABCD par symétrie par rapport à l'axe des x.

(2) L'image du rectangle ABCD par la symétrie par rapport à l'axe des y :



Soit : A´´ l'image de A (1,1) ∴ A´´ (-1, 1)

Soit : B´´ l'image de B (5,1) ∴ B´´ (-5, 1)

Soit : C´´ l'image de C (5,4) ∴ C´´ (-5, 4)

Soit : D´´ l'image de D (1,4) ∴ D´´ (-1, 4)

∴ Le rectangle A´´ B´´ C´´ D´´ est l'image du rectangle ABCD par la symétrie par rapport à l'axe des y.

Mesure et conclue

Dans chaque cas, mesure les longueurs des côtés du rectangle et les longueurs des côtés correspondants de son image par la symétrie. Que remarques-tu ?

Est-ce que les angles du rectangle et les angles correspondant de son image ont la même mesure ?

On sait que :

Dans le rectangle ABCD, $\overline{AB}$ \\ $\overline{DC}$ et $\overline{BC}$ \\ $\overline{AD}$

Est-ce que $\overline{A'B'}$ \\ $\overline{D'C'}$ et $\overline{B'C'}$ \\ $\overline{A'D'}$?

Est-ce que $\overline{A''B''}$ \\ $\overline{D''C''}$ et $\overline{B''C''}$ $\overline{A''D''}$? Que peux-tu conclure?

Est-ce que les rectangles ABCD et A´ B´ C´ D´sont superposables ?

Est-ce que les rectangles ABCD et A´´ B´´ C´´ D´´ sont superposables ?

Soit E un point tel que E ∈ $\overline{AB}$. Détermine ´´l'image de E par la symétrie par rapport à l'axe des x. Est-ce que E´ ∈ $\overline{A'B'}$?

Propriétés de la symétrie par rapport à une droite :

1. **La symétrie conserve les longueurs des segments.**
2. **La symétrie conserve l'alignement.**
3. **La symétrie conserve les mesures des angles.**
4. **La symétrie conserve le parallélisme.**

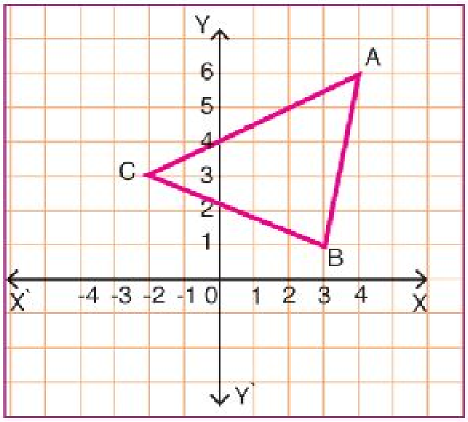
Est-ce que la symétrie conserve l'ordre rotatif des sommets des figures?

Est-ce que les lettres représentant les sommets du rectangle ABCD et les lettres représentant son image par la symétrie ont le même ordre rotatif?

Exercices

Sur chacun des quadrillages suivants, trace l'image du Δ ABC par la symétrie par rapport à l'axe des y :

1



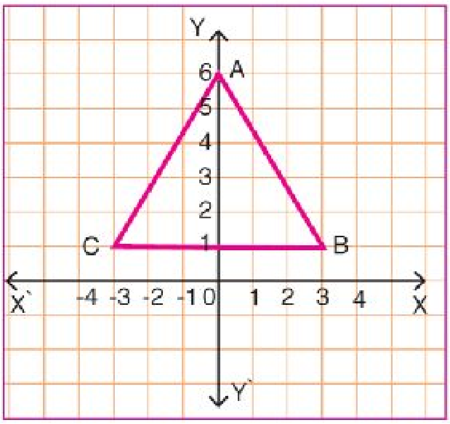
Pour cela, complète:

A (4, 6) → A´ (-4, 6)

B (...., ...) → B´ (...., ...)

C (...., ...) → C´ (...., ...)

2



Pour cela, complète :

A (0, 6) → A´ (0, 6)

B (...., ...) → B´ (...., ...)

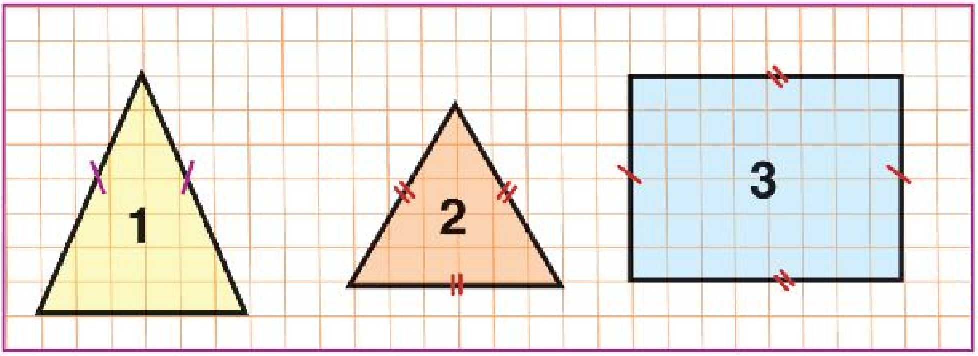
C (...., ...) → C´ (...., ...)

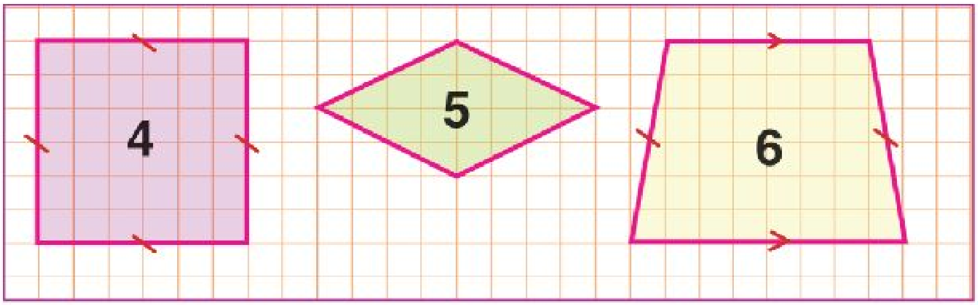
Remarque que : Si la symétrie par rapport à une droite transforme une figure en ellemême, alors cette droite est un axe de symétrie de la figure.

Dans la deuxième figure : l'axe des Y $\overleftrightarrow{YY'}$ est un axe de symétrie du triangle ABC.

Réfléchissons :

Quel est le nombre d'axes de symétrie de chacune des figures suivantes ?





(1) Le triangle isocèle.

(2) Le triangle équilatéral.

(3) Le rectangle.

(4) Le carré.

(5) Le losange.

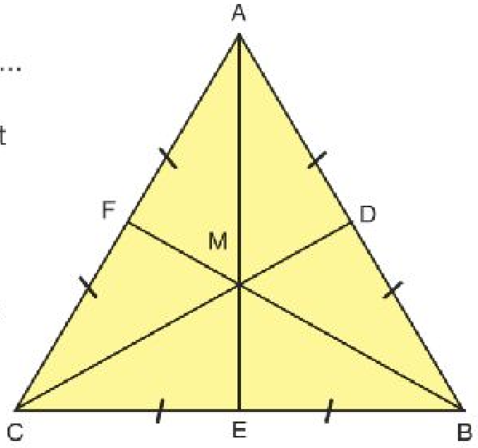
(6) Le trapèze isocèle.

Exercices

Dans la figure ci-dessous :

ABC est un triangle équilatéral. D, E et F sont les milieux de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ et $\overline{AC}$ respectivement, $\overline{AE} \cap \overline{BF} \cap \overline{CD} = \{M\}$:

Complète:



1 Les axes de symétrie du triangle ABC sont ....

2 $\overline{AB}$ est l'image de $\overline{AC}$ par la symétrie par rapport à ....

3 L'image de $\overline{AF}$ par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{BF}$ est .... et l'image de $\overline{CF}$ par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{AE}$ est ....

4 L'image du triangle AMD par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{AE}$ est ....

$\therefore$ m ($\angle$AMD) = m ($\angle$ ....), car la symétrie conserve ....

5 L'image du triangle AMB par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{AE}$ est ....

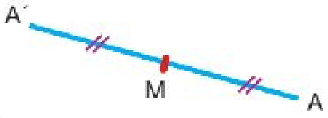
6 Le triangle BMC est l'image de .... par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{CD}$, et est l'image de .... par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{BF}$.

$\therefore$ BM = AM et CM = AM car la symétrie conserve ....

Symétrie par rapport à un point

Symétrie par rapport à un point

La symétrie par rapport à un point M transforme tout point A du plan en un point A´ du même plan tel que M soit le milieu de, $\overline{AA'}$. Le point M est appelé le centre de symétrie et l'image du point M par la symétrie par rapport à M est le point M lui-même.



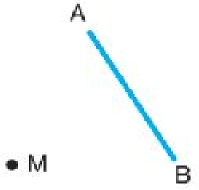
La symétrie par rapport à un point est une isométrie.

Exemple

Dans la figure ci-contre :

M $\notin \overline{AB}$, Trouve l'image de $\overline{AB}$ par la symétrie par rapport au poin M.

Solution:

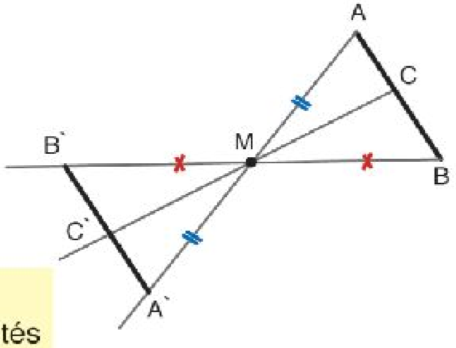


1. On trace $\overrightarrow{AM}$, puis on détermine le point A´de $\overrightarrow{AM}$ tel que A´M = AM
2. On trace $\overrightarrow{BM}$, puis on détermine le point B´de $\overrightarrow{BM}$ tel que B´M = BM
3. On trace $\overline{A'B'}$.
4. Pour tout point $C \in \overline{AB}$, détermine le point C´ de $\overrightarrow{CM}$ tel que C´M = CM .

   Est-ce que $C' \in \overline{A'B'}$?

   $\therefore$ $\overline{A'B'}$ est l'image de $\overline{AB}$, par la symétrie par rapport au point M.

La symétrie par rapport à un point :



1. conserve les longueurs des segments.
2. conserve les mesures des angles.
3. conserve le parallélisme.

Definition

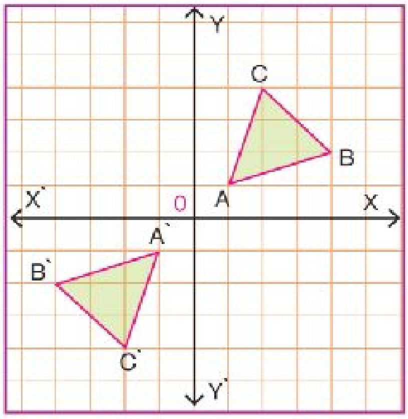
Le parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

La symétrie par rapport à un point dans un repère orthonorme :

Dans un repère orthonormé :

La symétrie par rapport au point d'origine O (0, 0) transforme A (x, y) → A´ (– x, – y).

Par exemple: L'image du point A (– 3, 2) par la symétrie par rapport au point d'origine est le point A´ (3, – 2).



Exemple

Dans la figure ci-dessus : le triangle A`B`C` est l'image du triangle ABC par la symétrie par rapport au point O, où A (1, 1), B (4, 2) et C (2, 4).

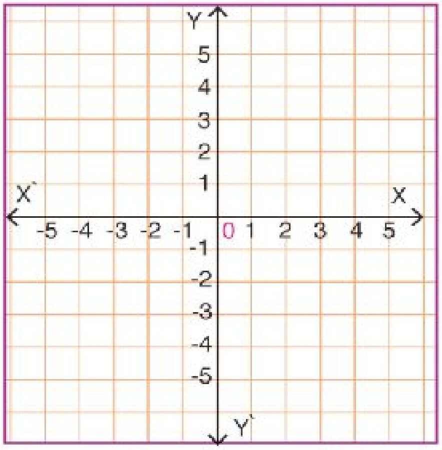
Exercices

1 Dans le repère ci-contre, trace :

un triangle :

ABC, tel que A (– 2, 1), B (4, – 3) et C (2, 3),

Complète :



A (– 2, 1) $\xrightarrow[\text{au point (0, 0)}]{\text{par la symétrie par rapport}}$ A´ (..... , ...)

B (4, – 3) $\xrightarrow[\text{au point (0, 0)}]{\text{par la symétrie par rapport}}$ B` (..... , ...)

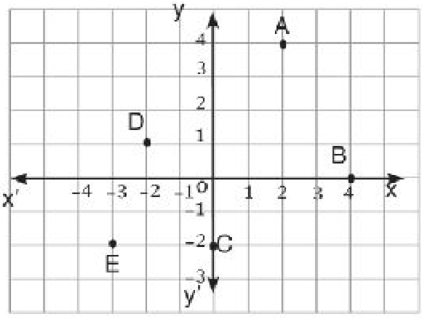
C (.....,.....) $\xrightarrow[\text{au point (0, 0)}]{\text{par la symétrie par rapport}}$ C` (..... , ...)

Trace le triangle A´ B´ C´, l'image du triangle ABC par la la symétrie par rapport au point d'origine O.

Remarque aue :

la symétrie par rapport à un point conserve l'ordre rotatif des sommets des figures.

Exercices 3-7



1 Détermine les coordonnées de l'image des points A, B, C, D, E par la symétrie orthogonale par rapport à :

[a] l'axe des x. [b] l'axe des y.

2 Détermine l'image du point M(2 ; 4) et celle du triangle ABC où A (–6 ; –1), B (–2 ; –1), C (–5 ; –6) par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x.

3 Détermine les images des points A (–4 ; 5), B (2 ; 4), C (5 ; –1), D (x ; y) par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x.

4 Détermine les images des points E(0 ; 5), F(6 ; 3), G (–3 ; 1), H (x ; y) par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des y.

5 Dans un repère orthonormé, détermine les points dont les images sont A′(2 ; –3), B′(–1 ; 2), C′(3 ; 1), par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des y.

6 Dans un repère orthonormé, détermine l'image du carré ABCD par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des y où A(0 ; 2), B(–5 ; 0), C(–3 ; –5), D(2 ; –3). Compare les longueurs des côtés du carré et son image ainsi que son aire.

7 Dans un repère orthonormé, détermine l'image du carré ABCD par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des y où A(2 ; 3), B(2 ; –1). Que remarques–tu ?

8 Dans un repère orthonormé, détermine l'image du rectangle XYZT par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x où X(2 ; 2), Y(–3 ; 2) sachant que sa largeur est 3 unités. Combien de rectangles possibles peut–on tracer ?

9 En utilisant les instruments géométriques :

trace un rectangle ABCD tel que AB = 3cm, BC = 4 cm. Détermine A l'image de A par la symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{CD}$. Démontre que :

a) m (∠ C′AC) = 2 m (∠ CAB)

b) $\overleftrightarrow{AC'} \,//\, \overleftrightarrow{A'C}$

10 Dans un repère orthonormé, trace un triangle ABC tel que :

A (-2, 4), B (5, 0), et C (3, -3), puis trouve :

a) l'image du triangle ABC par la symétrie par rapport à l'axe des x .

b) l'image du triangle ABC par la symétrie par rapport au point d'origine.

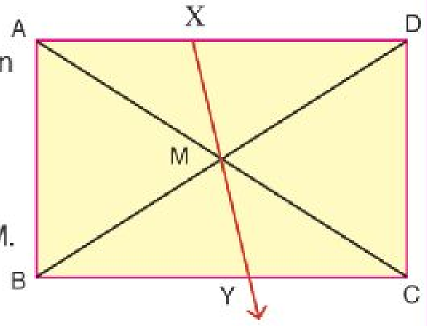
11 Dans la figure ci-contre :

ABCD est un rectangle, M est le point d'intersection de ses diagonales, $X \in \overline{AD}$ et $\overrightarrow{XM} \cap \overline{BC} = \{y\}$.

Démontre que :

a) Y est l'image de X par la symétrie par rapport à M.

b) la figure AXCY est un parallélogramme.



12 Dans la figure ci-contre:

ABCD est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en M,

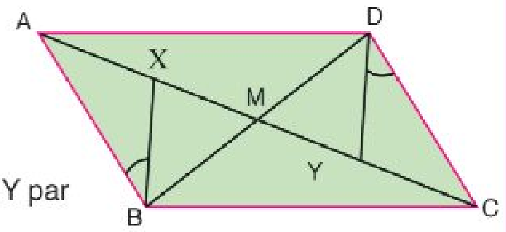
$X \in \overline{AC}$ et $Y \in \overline{AC}$,

m (∠ ABX) = m (∠ CDY)

Démontre que :

a) le triangle ABX est l'image du triangle CDY par la symétrie par rapport à M.

b) la figure XBYD est un parallélogramme.



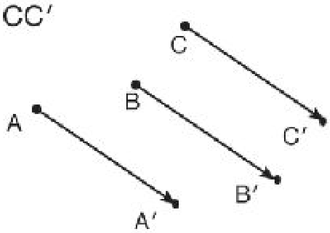
Leçon 7 Translation

Le dessin ci-contre indique un déplacement d'une position à une autre dans un sens déterminé.

Une translation est une transformation qui déplace tout point du plan A, B, C d'une distance fixe dans un sens déterminé telle que :

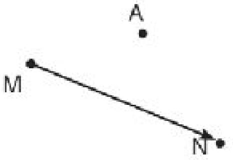
$AA' = BB' = CC'$

$\overline{AA'} \parallel \overline{BB'} \parallel \overline{CC'}$



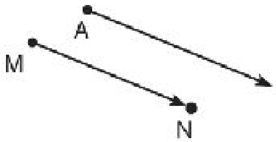
Exemple 1

Dans la figure ci-contre, construis l'image du point A par la translation d'amplitude MN, dans la direction de $\overrightarrow{MN}$.

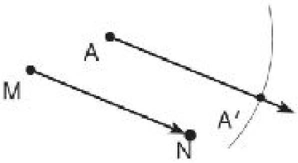


Solution

De A, trace la demi-droite parallèle à $\overrightarrow{MN}$ et de même sens



Trace un arc de cercle de centre A et de rayon MN.



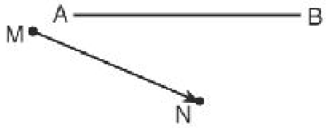
A' est l'image du point A par la translation d'amplitude MN, dans la direction de $\overrightarrow{MN}$

$AA' = MN$

$\overline{AA'} \parallel \overline{MN}$

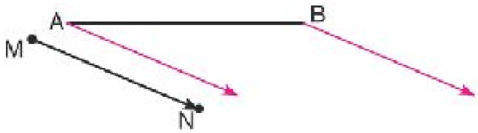
Exemple 2

Dans la figure ci-contre, construis l'image du segment $\overline{AB}$ par la translation d'amplitude MN, dans la direction de $\overrightarrow{MN}$.

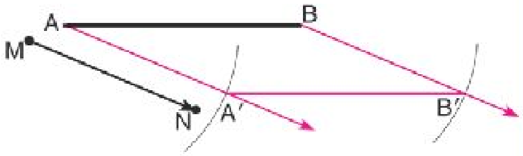


solution

De A et B, trace les demi-droites parallèles à $\overrightarrow{MN}$ et de même sens.



Trace des arcs des cercles des centres A et B, de rayon MN qui se coupent en A' et B', trace $\overline{A'B'}$

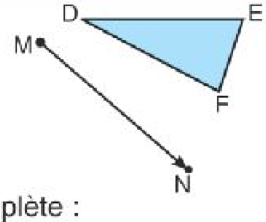


Vérifie que : $\overline{AB}$ // $\overline{A'B'}$ et AB = A'B'

$\overline{A'B'}$ est l'image $\overline{AB}$ par la translation d'amplitude MN, dans la direction de $\overrightarrow{MN}$

Exemple 3

Dans la figure ci-contre, construis l'image du triangle DEF par la translation d'amplitude MN, dans la direction de $\overrightarrow{MN}$.



solution

Depuis les points D, E et F, trace les demi-droites parallèles à $\overrightarrow{MN}$ et de même sens.

Détermine D', E', F' tels que

DD' = FF' = EE' = MN

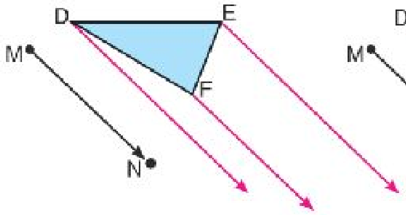
Trace le triangle D'E'F'

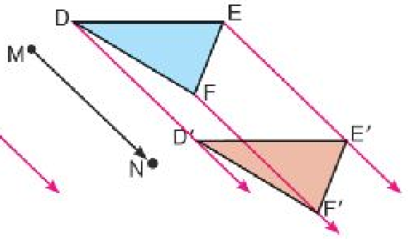
Complète :

1) DE = ..., EF = ..., FD = ...

2) m (∠ D) = m (∠ ...) ،
m (∠ E) = m (∠ ...) ،
m (∠ F) = m (∠ ...)

3) La translation est la transformation géométrique du plan qui, à chaque figure, associe la figure qui lui est ....

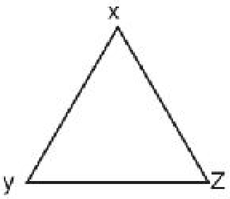


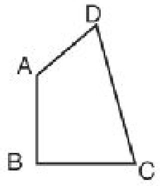


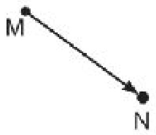
△A'B'C' est l'image △ABC par la translation d'amplitude MN dans la direction $\overrightarrow{MN}$.

Exercices 3-8

1 Construis l'image de chacune des figures ci-dessous, par la translation d'amplitude MN, dans la direction de $\overrightarrow{MN}$:



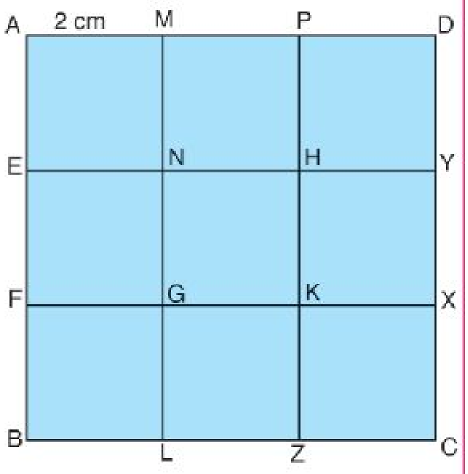




2 Trace un segment $\overline{AB}$ de 5 cm de longueur, puis construis son image par la translation d'amplitude 8 cm, dans la direction de $\overrightarrow{AB}$.

3 Trace un triangle ABC où AB = 4 cm, BC = 6 cm, CA = 5 cm, puis construis son image par la translation d'amplitude 3 cm, dans la direction de $\overrightarrow{CB}$.

4 La figure ci-contre représente un carré ABCD partagés en carrés identiques de 2 cm de côté. Complète :

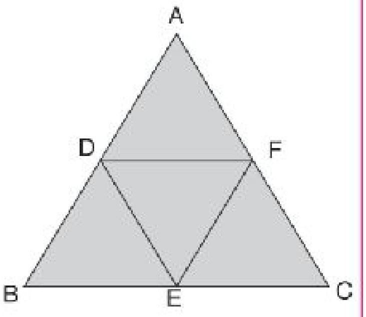


[a] L'image de $\overline{AE}$ par la translation d'amplitude 2 cm, dans la direction de $\overrightarrow{GK}$ est .....

[b] L'image du carré AENM par la translation d'amplitude 4 cm, dans la direction de $\overrightarrow{PK}$ est ....

[c] Le carré MNHP est l'image du carré GLZK par la translation d'amplitude .... cm, dans la direction de ....

5 Dans la figure ci-contre, tous les triangles ADF, DBF, DEF, EFC sont superposables. **Complète :**



[a] L'image de △ADF par la translation d'amplitude AD, dans la direction de $\overrightarrow{AD}$ est ....

[b] △ FEC est l'image du carré △DBE par la translation d'amplitude .... cm, dans la direction de ....

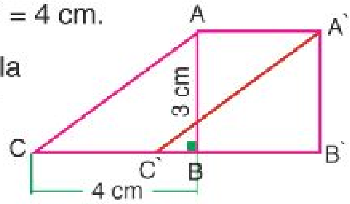
6 **Dans la figure ci-contre,**

ABC est un triangle rectangle en B tel AB = 3 cm , BC = 4 cm.

Trouve le triangle A´B´C´l'image du triangle ABC par la translation de distance 3 cm dans la direction de $\overrightarrow{CB}$.

Démontre que

la figure AA´C´C est un parallélogramme.

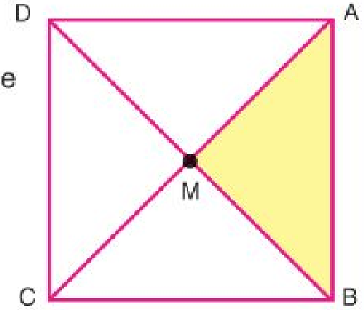


7 **Dans la figure ci-contre,** ABCD est un carré de 4 cm de longueur de côté et de diagonales qui se coupent en M.

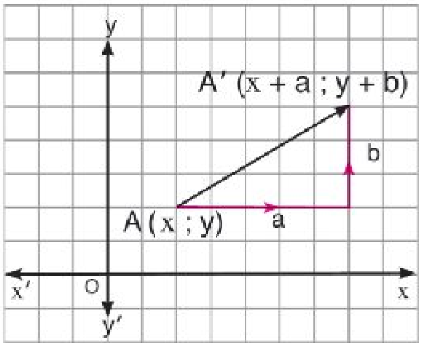
Trace :

(a) l'image du triangle MAB par la translation de distance 2 cm dans la direction de $\overrightarrow{AD}$.

(b) l'image du triangle AMB par la translation de distance AM dans la direction de $\overrightarrow{AM}$.



Translation dans un repère cartésien



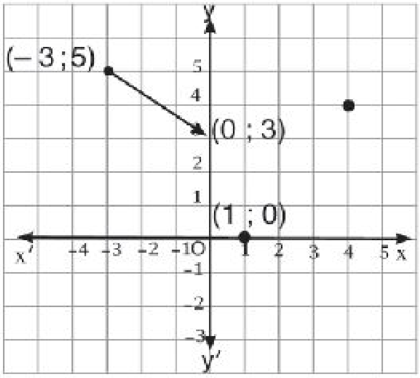
Une translation est une transformation géométrique qui déplace tout point d'un plan à une distance horizontale «a» suivie par une distance verticale «b».

A (x ; y) $\longmapsto$ A′ (x + a ; y + b)

1 [a] Détermine les images des points indiqués dans le tableau par la translation :

(x ; y) $\longmapsto$ (x + 3 ; y – 2)

(x ; y)	(x + 3 ; y – 2)
(– 3 ; 5)	(0 ; 3)
(1 ; 0)	(;)
(4 ; 4)	( )



[b] Relie chaque point à son image.

Que remarques-tu ?

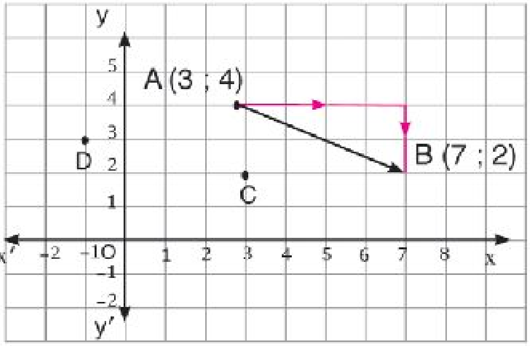
On remarque que :

- une translation déplace tout point du plan à une distance horizontale de … unités à droite suivie par une distance verticale de … unités vers le bas
- les segments ont …… longueur et sont ……

2 Détermine les images des points suivants par la translation d'amplitude AB, dans la direction de $\overrightarrow{AB}$ où A(3 ; 4) et B(7 ; 2)

[a] C (3 ; 2) [b] D (– 1 ; 3) [c] E (x ; y)

La translation d'amplitude AB dans la direction $\overrightarrow{AB}$ est équivalente à un déplacement de distance horizontale de 3 à 7 qui est égale à 7 – 3 = 4 unités, suivie par une distance verticale de 4 à 2 qui est égale à 2 – 4 = -2 unités



C (3 ; 2) $\longmapsto$ C′ (...... ; ......)

D (– 1 ; 3) $\longmapsto$ D′ (...... ; ......)

E (x ; y) $\longmapsto$ E′ (x + 4 ; y – 2)

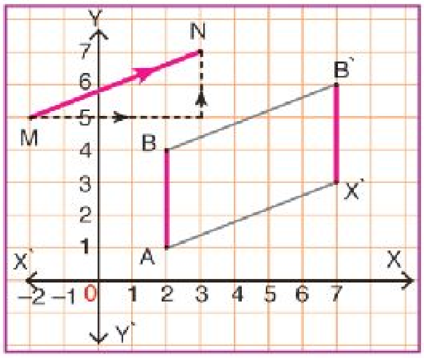
Propriété de la translation dans un plan :

1. **La translation conserve les longueurs des segments et la distance entre deux points.**
2. **La translation conserve les mesures des angles.**
3. **La translation conserve le parallélisme.**

Exemple

Soient A (2, 1) et B (2, 4). **Trouve** $\overline{A'B'}$ l'image de $\overline{AB}$ par la translation dans la direction de la demi-droite $\overrightarrow{MN}$ où M (-2, 5) et N (3, 7).

Solution:



La translation d'une distance MN dans la direction de $\overrightarrow{MN}$ est équivalente à :

un déplacement horizontale de -2 à 3 = 3 - (-2) = 5 unités.

un déplacement vertical de 5 à 7 = 7 - 5 = 2 unités.

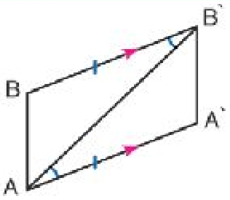
$\therefore$ La translation = (5, 2)

$\therefore A' = (2 + 5, 1 + 2) = (7, 3)$

$B' = (2 + 5, 4 + 2) = (7, 6)$

On trace $\overline{A'B'}$ qui est l'image de $\overline{AB}$. Est-ce que $\overline{A'B'} \,//\, \overline{AB}$?

Réfléchissons :



Dans l'exemple précédent, si on trace $\overline{AB'}$:

Est-ce que m (∠ A´AB´) = m (∠ BB´A) ? Pourquoi ?

Est-ce que ∆ A` AB` ≡ ∆ B`BA ? Pourquoi ?

Est-ce que $\overline{A`B`} \,//\, \overline{AB}$?

Est-ce que la figure ABCD est un parallélogramme ?

De ce qui précède, nous pouvons conclure que :

Dans un quadrilatère, si deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur, le quadrilatère est un parallélogramme.

Remarque que :

L'image d'un segment par une translation est un autre segment qui lui est parallèle et do même longueur.

Exercices 3-9

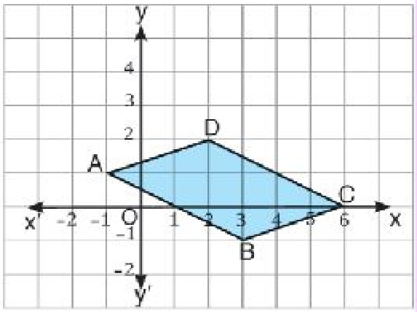
1 **Dans un repère orthonormé, détermine l'image du parallélogramme ABCD par la translation suivante :**

[a] $(x ; y) \longmapsto (x + 5 ; y + 2)$

[b] $(x ; y) \longmapsto (x - 8 ; y - 1)$

[c] $(x ; y) \longmapsto (x + 2 ; y - 4)$

[d] $(x ; y) \longmapsto (x - 4 ; y + 2)$



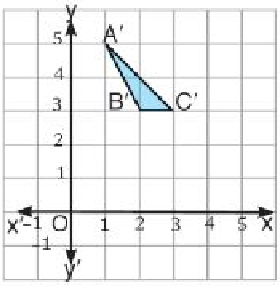
2 **A l'aide d'un quadrillage, détermine l'image de chacun des points des coordonnées suivantes par la translation d'amplitude MN dans la direction de $\overrightarrow{LM}$ où L(1 ; 3) et M(4 ; 5).**

[a] B (-2 ; 3) [b] C (5 ; 4) [c] D (3 ; 0)

3 Par la translation qui transforme le point de coordonnées (x ; y) en (x + 2 ; y + 3), détermine les coordonnées du point dont l'image est (2 ; 3).

4 Si △ A'B'C' est l'image de △ ABC par la translation qui $(x ; y) \longmapsto (x + 2 ; y + 3)$ construis le triangle ABC.

en écrivant les coordonnées de chaque sommet de △ ABC



5 Si l'image du point des coordonnées A(1 ; 1) par une translation plane est A′(2 ; 2), détermine l'image de chacun des points suivants par la même translation : O(0 ; 0), B(–1 ; 3), C(–3 ; 5).

6 Si les coordonnées des sommets du carré ABCD sont A(1 ; 1), (4 ; 2), C(3 ; 5), D(0 ; 4):

[a] Construis le carré et son image par la translation d'amplitude AB et dans la direction de $\overrightarrow{AB}$.

[b] Donne la règle qui exprime cette translation.

7 Le point A′(3 ; –3) est l'image du point A par la translation qui $(x ; y) \longmapsto (x - 1 ; y - 4)$. Place le point A et son image A′ sur un quadrillage et par la même translation, détermine l'image du triangle ABC où B(5 ; 0), C(–1 ; -2).

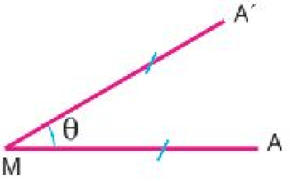
Leçon 8 Rotation

La rotation autour d'un point dans un plan

La rotation autour d'un point M et d'un angle de mesure θ est une transformation géométrique qui transforme tout point A du plan en un point A´ du même plane tel que :

- m (∠ AMA´) = θ
- MA´ = MA

Cette rotation est symbolisée par r (M , θ), où :



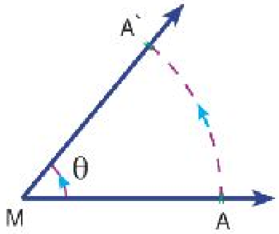
1 M est le centre de la rotation.

2 θ est l'angle de la rotation.

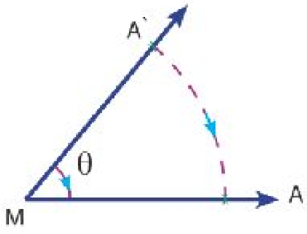
Remarque que :

1 Un rotation est parfaitement déterminée par trois éléments : le centre de la rotation, de la mesure de l'angle de la rotation et du sens de la rotation.

2 On considère que la mesure de l'angle de la rotation est positive si la rotation est effectuée en sens inverse des aiguilles d'une montre et est négative si la rotation est effectuée dans le sens des aiguilles de la montre.



A´ est l'image de A par une rotation de centre M et d'angle de mesure (θ)



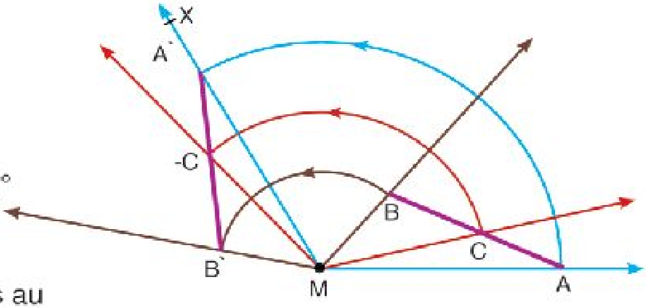
A est l'image de A´par une rotation de centre M et d'angle de mesure (- θ)

Tracer l'image d'un segment par une rotation donnée :

Exemple

Trace $\overline{A'B'}$, l'image de $\overline{AB}$ par la rotation r (M, 120°)

Pour tracer $\overline{A'B'}$ on suit les étapes suivantes :



1 On trace $\overrightarrow{MA}$.

2 On trace ∠AMX, de mesure = 120° (observe le sens de la rotation)

3 On fixe la pointe sèche du compas au point M, puis on trace un arc de cercle de rayon MA qui coupe $\overrightarrow{MX}$ en A´. qui est l'image de A par la rotation r (M, 120°).

4 On répète les étapes précédentes pour déterminer l'image de B par la rotation r (M, 120°).

5 Pour tout point C ∈ $\overline{AB}$, on détermine le pont C´ l'image de C par la rotation r (M, 120°).

6 On trace $\overline{A'B'}$. Remarque que C´ ∈ $\overline{A'B'}$.

7 Mesure les longueurs des segments : $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{AC}$, $\overline{A'C'}$, $\overline{CB}$ et $\overline{C'B'}$.

Est-ce que la rotation conserve les distances entre les points ?

Est-ce que la rotation conserve l'alignement des points ?

Exercices

1 **Dans la figure ci-contre :** M est un cercle de 3 cm de longueur de rayon, $\overline{AC}$ et $\overline{BD}$ sont deux diagonales perpendiculaires. Complète :

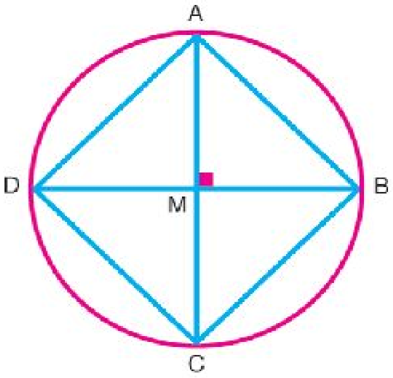
[a] Dans la rotation r (M, 90°) :

l'image du point A est ....,

et l'image du point B est ....

∴ l'image de $\overline{AB}$ est ....

et l'image de $\overrightarrow{AB}$ est ....



[b] Dans la rotation r (M, – 90°),

l'image de $\overline{AB}$ est .... , l'image de $\overrightarrow{AB}$ est .... et l'image de $\overleftrightarrow{AB}$ est ....

[c] Dans la rotation r (M, 180°):

l'image du point A est .... et l'image du point B est ....

∴ l'image de $\overline{AB}$ est ....

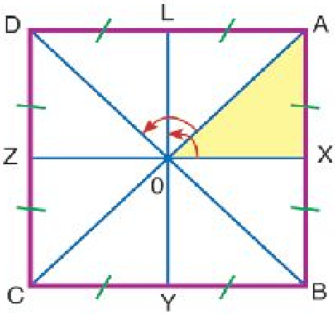
[d] Dans la rotation r (M, – 180°), l'image de $\overline{AB}$ est ....

Exercices

2 **Dans la figure ci-contre :** ABCD est un carré, O est le point d'intersection de ses diagonales . X, Y, Z, et L sont les milieux respectifs de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ et $\overline{DA}$. **Trouve:**

[a] l'image du triangle AXO par symétrie par rapport à la droite $\overleftrightarrow{AO}$, suivi par une symétrie par rapport à $\overleftrightarrow{LO}$. .

[b] l'image du triangle AXO dans la rotation r (O, 90 °).



La rotation dans un repère autour du point d'origine (O)

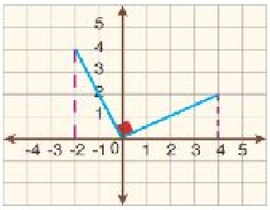
Dans la figure ci-contre :

1 A (4, 2) est un point dans le repère orthonormé,

A´ est l'image de A par la rotation r (O, 90°).

Remarque que: OA = OA´ et m (∠ AOA´) = 90°

De la figure, on trouve que A´ (-2, 4)



Donc : A (x, y) $\xrightarrow[\text{r (O, 90 °)}]{\text{par la rotation}}$ **A´** (-y, x).

Réfléchis : Est-ce qu'une rotation r (O, 90°) est équivalente à une rotation r (O, -270°) ?

2 Trace le point B (3, 4), puis trace le point B´ l'image du point B par la rotation (O, 180°) ?

Remarque que OB = OB´et m (∠BOB´) = 180° . La rotation est contre le sens des aiguilles d'une montre. De la figure, on trouve que B` (-3, -4).

Donc : B (x, y) $\xrightarrow[\text{r (O, 180°)}]{\text{par la rotation}}$ **B´** (-x, -y).

Réfléchis : Est-ce qu'une rotation r (O, 180°) est équivalente à une rotation r (O, -180°)?

Cite une rotation qui est équivalente à r (O, 270°).

Quelle est l'image de A par la rotation r (O, 360°) ?

Quelle est l'image de B par la rotation r (O, - 360°) ?

Rotation neutre

C'est la rotation d'angle de mesure 360° ou de - 360°. Dans ces rotations, l'image d'un point est le point lui-même. Cette rotation est appelée "rotation neutre" car elle transforme une figure en elle-même.

Exercices

Complète le tableau suivant comme dans la première ligne :

Point	L'image du point par une rotation de centre O et d'angle de mesure				
	90°	180° ou – 180°	270°	360°	–90°
A (2, 5)	(– 5, 2)	(– 2, – 5)	(5, – 2)	(2, 5)	(5, – 2)
B (,)				(– 1, 3)	
C (,)		(2, – 3)			
D (,)			(– 4, – 1)		
E (,)	(3, – 5)				

Réfléchis :

1. Est-ce que la rotation conserve les distances entre les points et leurs alignements ?

2. Est-ce que la rotation conserve les mesures d'angles ?

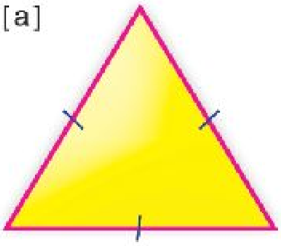
3. Est-ce que la rotation conserve le parallélisme ?

La rotation dans un plan est une trainsformation qui transforme une figure en une figure qui lui est superposable. Pour cela, on appelle cette transformation une isométrie. La rotation conserve également l'ordre rotatif des sommets des figures.

Exercices 3-10

1 **Trace les axes de symétrie de chacune des figures suivantes si cela est possible :**

[a]

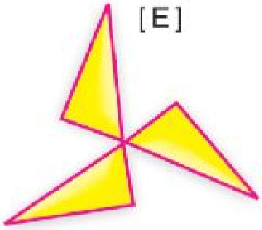


[b]

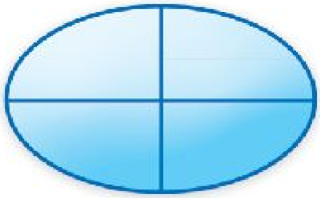
[c]

[d]

[E]



[F]



2 Trace un triangle ABC tel que AB = 5cm, AC = 3 cm, et m ($\angle$ A) = 40°

Trace C´, l'image de C par la rotation r (A, 40°) . Trace ensuite B´ l'image de B par la rotation r (A, -40°).

3 Trace un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 5 cm et BC = 12 cm. **Trouve:**

[a] X l'image de B par la translation d'une distance de 9 cm dans la direction de $\overrightarrow{BA}$.

[b] Y l'image de B par la rotation r (A, – 90°)

[c] la longueur de $\overline{XY}$.

4 **Trace** un triangle équilatéral ABC de longueur de côté 6 cm, puis trace son image par la rotation r (A, 60°).

5 **Trace** un carré ABCD de longueur de côté 5 cm. Trace l'image du carré par :

[a] r (B, 90°).

[b] r (A, 180°).

6 **Trace** un triangle ABC tel que AB = 5 cm, BC = 6 cm et AC = 4 cm.

Trace l'image du triangle ABC par :

[a] r (B, 180°).

[b] r (A, 360°).

7 **Trace** un rectangle ABCD tel que BC = 6 cm et AB = 4 cm.

Trace l'image du rectangle par : [a] r (A, 90°)

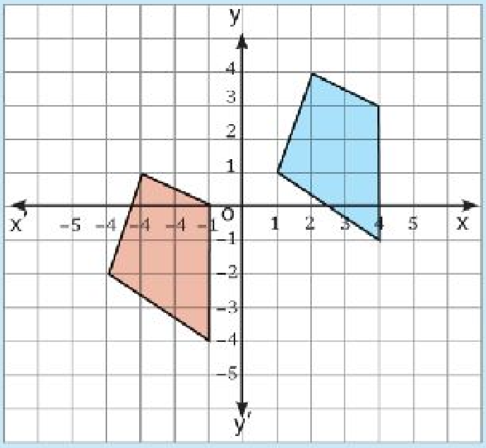
[b] r (M, 180°) où M est le point d'intersection de ses diagonales.

Activités :

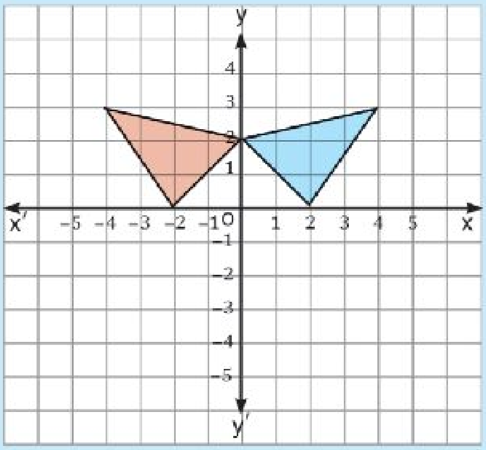
1 Précise la nature de la transformation géométrique (réflexion ou translation).

[a] Détermine l'axe de symétrie.

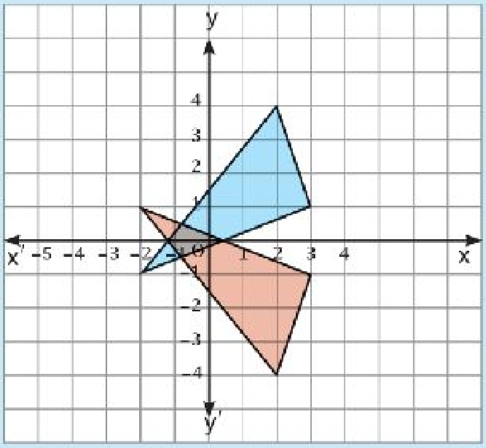
[b] Décris la translation.



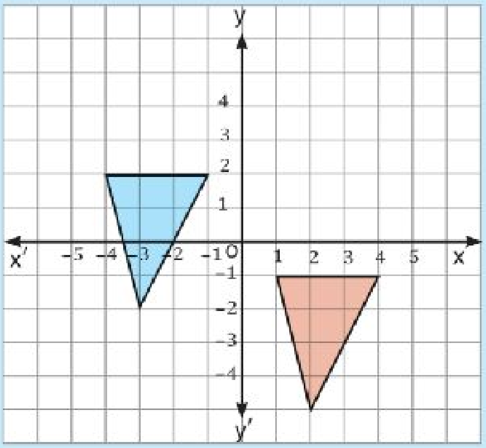
(1)



(3)

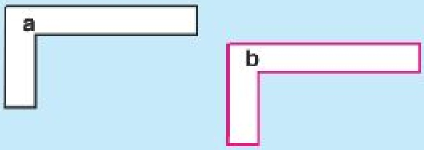


(2)

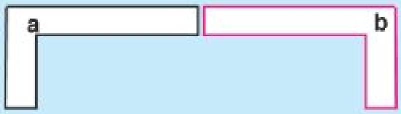


(4)

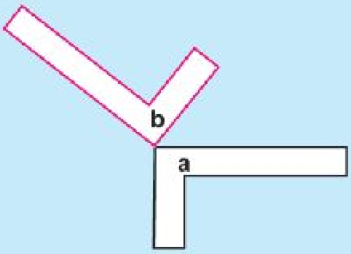
2 La figure rouge est l'image de la figure bleue par une transformation géométrique. Précise la nature (translation ou réflexion ou rotation).



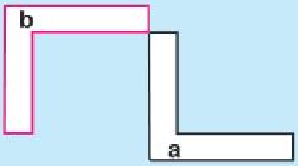
(1)



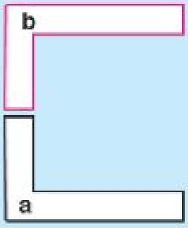
(2)



(3)



(4)



(5)

3 Dans un repère cartésien, trace le rectangle ABCD où A(0 ; 0), B(0 ; 2), C(4 ; 2), D(4 ; 0).

[a] Construis l'image du rectangle par la rotation du point origine et d'un angle de mesure :

1) 90° 2) 180° 3) 270°

[b] Détermine les coordonnées du centre du rectangle.

[c] Construis l'image du rectangle par la rotation du centre du rectangle, et d'un angle de mesure :

1) 90° 2) 180° 3) 270°

Epreuve de l'unité

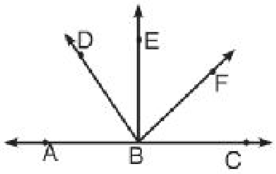
1 Mets le signe ☑ devant les propositions vraies et le signe ☒ devant celles qui sont fausses :

[a] L'image du point de coordonnées (3 ; 4) par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x est (3 ; -4). ☐

[b] Le point qui a pour image (y ; -x) par la rotation autour du point origine et d'un angle de mesure 90° est (x ; y). ☐

[c] L'image du point de coordonnées (5 ; -3) par la translation (x + 2 ; y + 4) est le point de coordonnées (7 ; 1). ☐

[d] Dans la figure ci-contre :



1) Si $\angle EBC$ est un angle droit, alors $\overrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{AC}$. ☐

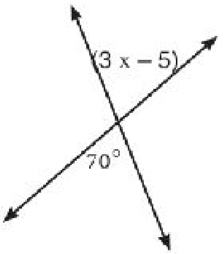
2) Si $\angle ABE$ est un angle droit, alors m ($\angle ABE$) = 90° ☐

3) Si $\overrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{AC}$, alors $\angle ABD$ et $\angle DBE$ sont complémentaires. ☐

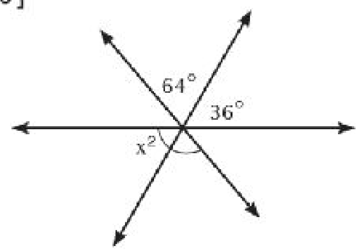
4) Si $\angle ABE = \angle CBE$, alors $\overrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{AC}$. ☐

2 Détermine la mesure de l'angle inconnu dans chacune des figures suivantes :

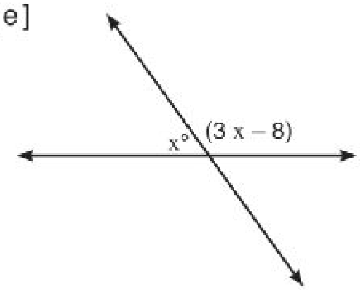
[a]



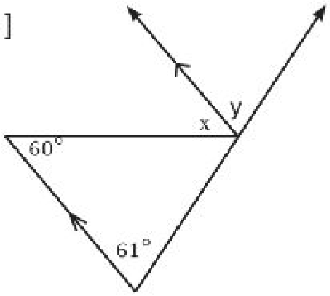
[c]



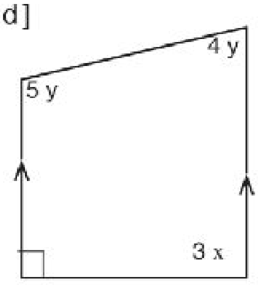
[e]



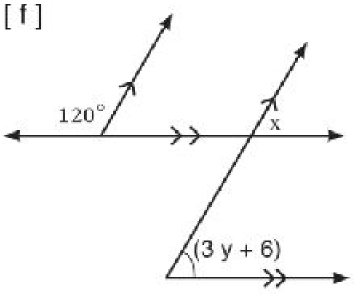
[b]



[d]



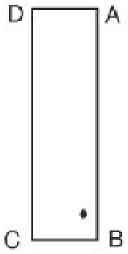
[f]



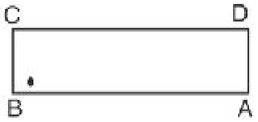
3 [a] Si l'image d'un point A par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x est le point de coordonnées (2 ; 1), trouve les coordonnées du point A, puis son image par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des y.

[b] Trace un triangle XYZ dans lequel XY = XZ = 3 cm, YZ = 4 cm. Trouve l'image du triangle XYZ par la rotation de centre X et d'angle de mesure (–90°).

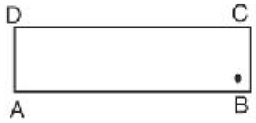
4 **Dans chacun des cas suivants :**



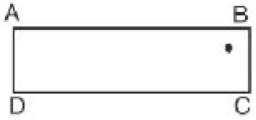
[1]



[2]



[3]



[4]

[a] l'image de la figure par la symétrie orthogonale par rapport à $\overleftrightarrow{AD}$ est [1, 2, 3, 4]

[b] l'image de la figure par la rotation de centre A et d'angle de mesure 90° est [1, 2, 3, 4]

[c] l'image de la figure par une translation vers la droite est [1, 2, 3, 4]

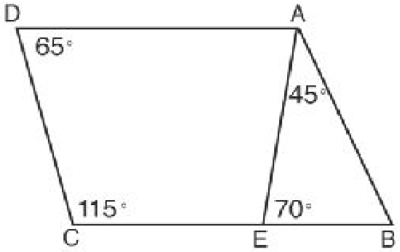
[d] l'image de la figure par la rotation de centre A et d'angle de mesure 180° est [1, 2, 3, 4]

5 **Dans la figure ci-contre :**

$E \in \overline{BC}$, m (∠ BAE) = 45° ,

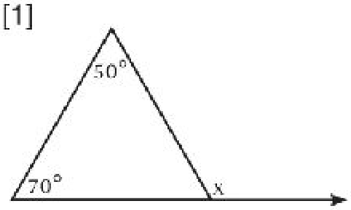
m (∠ AEB) = 70° , m (∠ D) = 65°

et m (∠ C) = 115°. Démontre que ABCD est un parallélogramme.

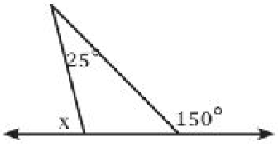


6 **[a]** Quelle est la mesure de l'angle inconnu dans chacun des cas suivants ?

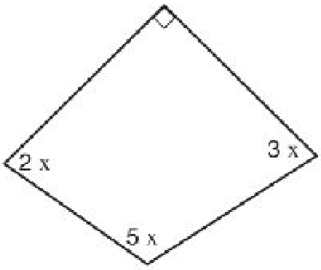
[1]



[2]



[3]



[b] Si le rapport entre les mesures des angles d'un quadrilatère est 2 : 3 : 3 : 4, trouve la mesure du plus petit angle.

[c] Un polygone a 15 côtés :

1) Trouve la somme des mesures de ses angles intérieurs.

2) Si la somme des mesures de cinq angles extérieurs est 200°, trouve la somme des mesures de dix angles intérieurs qui ne sont pas adjacents aux angles extérieurs.

7 **Dans la figure ci-contre :**

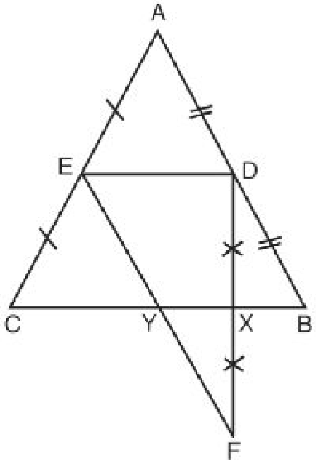
D est le milieu de $\overline{AB}$,

E est le milieu de $\overline{AC}$,

$\overline{DF} \cap \overline{BC} = \{ X \}$,

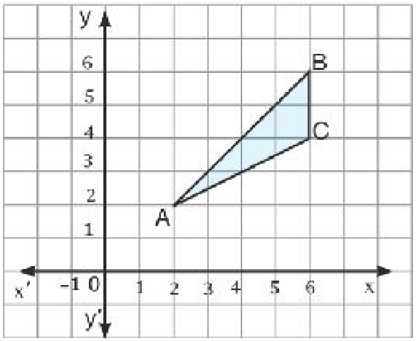
DX = XF et BC = 12 cm.

Calcule la longueur de $\overline{XY}$



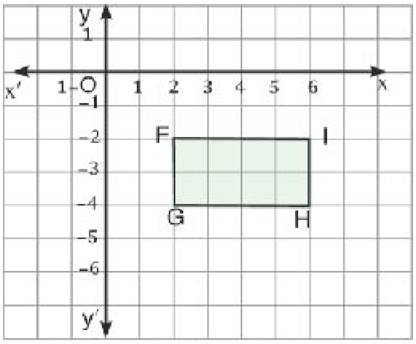
8 Reproduis chacune des figures suivantes sur un papier quadrillé, dessine leurs images par la transformation géométrique indiquée ci-dessous, puis détermine les coordonnes des sommets de chaque figure.

[a]



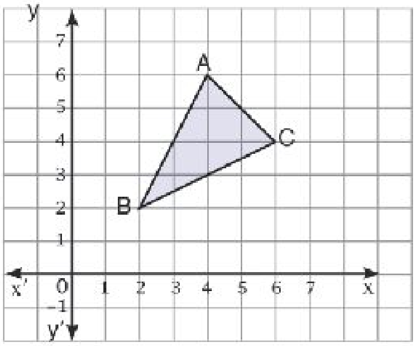
Symétrie orthogonale par rapport à l'axe des x

[b]



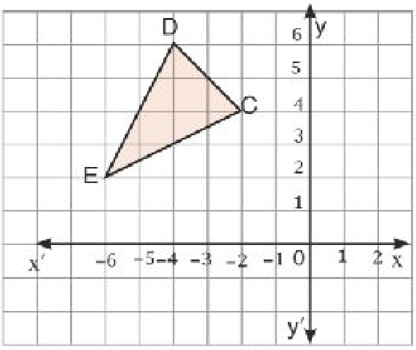
Symétrie orthogonale par rapport à $\overleftrightarrow{FG}$

[c]



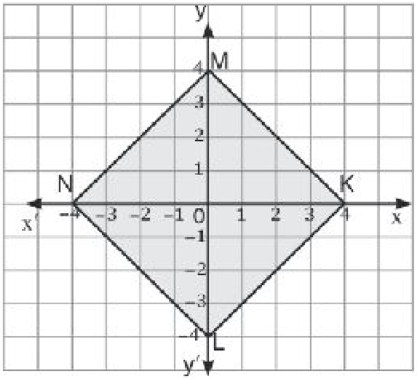
Translation $(x ; y) \longmapsto (x + 2 ; y + 3)$

[d]



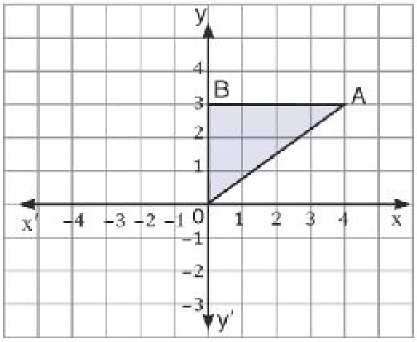
Rotation de centre O et d'angle de mesure 90° dans le sens des aiguilles d'une montre

[e]



Rotation de centre O et d'angle de mesure 90° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre

[f]



Translation d'amplitude (AO) dans la direction $\overrightarrow{AO}$

Exercices Généraux
Algèbre et Statistiques

Exercices (1)

1 Complète :

[a] $-3\,ab^2 \times 2\,a^2 b^3 =$ ....

[b] $\sqrt{9+16} =$ ....

[c] $3 \times 4 - 21 \div 7 =$ ....

[d] L'opposé de $\left(\frac{-2}{3}\right)^3$ est ....

2 Choisis la bonne réponse :

[1] $7.35 \times 10^{-4} =$ ....

(a) 0,000735 (b) 0,00735 (c) 0,0735 (d) 7350

[2] $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} =$ ....

(a) $\frac{-4}{9}$ (b) $\frac{-2}{3}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{4}{9}$

[3] $3^{10} + 3^{10} + 3^{10} =$ ....

(a) 3^{10} (b) 3^{11} (c) 3^{20} (d) 3^{30}

[4] Si l'âgé de Amr maintenant est x ans, alors son âge depuis 5 ans = ...

(a) $5x$ (b) $5 + x$ (c) $5 - x$ (d) $x - 5$

3 (a) Trouve la valeur de $\frac{5^{-2} \times 5^5}{5^3}$ sous la forme la plus simple.

(b) Si $300000 = 3 \times 10^x$, trouve la valeur de x.

(c) Trouve l'ensemble solution, dans Q, de l'inéquation $4x + 7 \leq 3$

(d) Trois nombres pairs consécutifs dont la somme est 204. Trouve ces nombres.

Exercices (2)

1 Complète:

[1] $\sqrt{100 - 64} =$ ……………..

[2] Si $x + 9 = 11$, alors $7x =$ ……..

[3] Si on retranche 3 au double de x = ……….

[4] Si $x = \frac{1}{4}$ et $y = \frac{1}{8}$, alors $(x - y)^{-1} =$ ………

2 Choisis la bonne réponse :

[1] $2^4 \times 3^4 =$ ……….

(a) 5^4 (b) 6^4 (c) 6^8 (d) 6^{16}

[2] Si $x = 0{,}0009$, alors $\sqrt{x}$ = …………

(a) 0,0003 (b) 0,0081 (c) 0,003 (d) 0,03

[3] Parmi les nombres suivants, quel est le plus petit ? ……………

(a) 314×10^3 (b) $3{,}14 \times 10^4$ (c) $31{,}4 \times 10^5$ (d) $0{,}314 \times 10^6$

[4] Si $-x < 3$, alors ……………

(a) $x > 3$ (b) $x > -3$ (c) $x < 3$ (d) $x < -3$

[5] Le quart de 4^{20} = …………

(a) 4^5 (b) 4^{10} (c) 4^{19} (d) 2^{10}

3

(a) Mets sous la forme la plus simple $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3$

(b) Si $x = \frac{-1}{2}$; $y = \frac{3}{4}$, trouve la valeur numérique de $\left(\frac{y}{x^2}\right)^{-2}$ sous la forme la plus simple .

(c) Trouve l'ensemble solution de l'inéquation $3 - 2x \geq 1$, dans Z, et représente le sur une droite numérique.

(d) La longueur d'un rectangle est le double de sa largeur. Si on augmente sa largeur de 6 cm et on diminue sa longueur de 5 cm. Il devient un carré. Trouve l'aire du rectangle.

Exercices (3)

1 Complète:

[1] L'écriture scientifique du nombre 0,00003 = ...

[2] $\sqrt{10^2 - 6^2}$ = ...

[3] L'ensemble solution de l'équation $3x + 7 = 5$ où $x \in Q$ est ....

[4] Si : $ac > bc$, alorsa .... b (où $c < 0$)

2 Choisis la bonne réponse :

[1] $2^7 \times 3^7$ = ...

(a) 5^7 (b) 6^7 (c) 6^{14} (d) 6^{49}

[2] Si $a = b$, alors $\left(\frac{3}{7}\right)^{b-a}$ = ...

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{7}{3}$

[3] $\frac{4a^2\,b^4}{2a^3\,b^3}$ = ...

(a) $2ab$ (b) $2a^5b^7$ (c) $\frac{2b}{a}$ (d) $\frac{2}{ab}$

3

(a) Trouve, dans Q, l'ensemble solution de l'inéquation : $1 < x - 3 \leq 6$

(b) L'âge actuel d'un homme est le triple de l'âge de son fils. Dans deux ans la somme de leurs âges sera 52 ans. Quel est l'âge de chacun d'eux?

(c) Trouve la valeur $\frac{7^{-3} \times 7^5}{7^2}$ sous la forme la plus simple.

(d) Si $x = \frac{-3}{2}$; $y = \frac{-4}{3}$, trouve $\left(\frac{x}{y}\right)^2$ sous la forme la plus simple.

Deuxièmement: Statistique

Exercices (1)

1 **Complète:**

[1] La probabilité d'un événement certain = ...

[2] Si on jette une pièce de monnaie une seule fois, la probabilité d'obtenir "face" = ...

[3] On a écrit les lettres du mot "El Mansora" sur des cartes. On tire au hasard une carte. Quelle la probabilité d'obtenir une carte porte la lettre "S" = ...

2 **Choisis la bonne réponse :**

[1] Si la probabilité de réussite d'un élève dans un examen est 75%, alors la probabilité de son échec = ...

(a) –0,25 (b) 0,25 (c) 0,75 (d) 1,25

[2] Si on jette un dé une seule fois et on observe le nombre apparu sur la face supérieur. Alors la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 3 = ...

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

[3] Si on tire une carte au hasard parmi des cartes numérotées de 1 à 10. La probabilité que cette carte porte un nombre impair supérieur à 3 = ...

(a) $\frac{3}{10}$ (b) $\frac{4}{10}$ (c) $\frac{5}{10}$ (d) $\frac{7}{10}$

3 (a) Si la probabilité de réussite d'un élève dans un examen est 0,85, trouve la probabilité de son échec dans cette examen.

(b) Un sac contient des boulles identiques; 2 sont vertes, 4 sont bleues et le reste des boulles sont rouges. Si la probabilité de tirer une boulle verte est $\frac{1}{6}$, trouve le nombre de boulles rouges.

(c) On forme un nombre de deux chiffres de l'ensemble {2; 3; 5}.

Premièrement : Ecris l'espace des éventualités.

Deuxièmement : Trouve la probabilité pour que.

i) la somme de deux chiffres soit 12.

ii) les deux nombres soient égaux.

Exercices (2)

1 Complète:

[1] La probabilité de l'événement impossible = ...

[2] Si on jette un dé une seule fois alors la probabilité d'apparaitre le nombre 3 sur la face supérieure = ...

[3] Si on choisit un chiffre de nombre 37450, alors la probabilité d'obtenir un nombre pair = ...

2 Choisis la bonne réponse :

[1] Laquelle des réponses suivantes représente la probabilité d'un événement ....

(a) – 0,35 (b) 98% (c) 102% (d) 1,13

[2] Si on jette un dé une seule fois, la probabilité d'obtenir un nombre plus grand ou égal à 6 = ...

(a) 0 (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{5}{6}$ (d) 1

[3] Un sac contient 48 boulles identiques, de couleurs blanches; rouges et vertes. Si la probabilité de tirer au hasard une boule rouge est égale à $\frac{5}{8}$, alors le nombre de boulles rouges = ...

(a) 24 (b) 30 (c) 32 (d) 36

3

(a) Un sac contient 15 cartes numérotés de 1 à 15. On tire au hasard une carte. Trouve la probabilité que la carte tirée porte un nombre pair supérieure à 7.

(b) On jette un dé une seule fois. Trouve la probabilité des événements suivants.

1) Obtenir un nombre divisible par 7.

2) Obtenir un nombre Premier inférieur ou égale à ....

(c) On a tiré au hasard une carte parmi des cartes numéroter de 1 à 8. Calcule la probabilité des événements suivants.

1) Obtenir un nombre pair supérieure ou égale 4.

2) Obtenir un nombre premier.

Exercices (3)

1 Complète:

[1] La probabilité d'un événement est plus grand que .... et plus petit que ....

[2] Si on jette un dé une seul fois, alors la prob abilité d'obtenir un nombre impair = ...

[3] Si la probabilité de réussit d'un élève dans un examen 0,85, alors la probabilité d'échec = ...

2 Choisis la bonne réponse :

[1] Si on jette une pièce de monnaie 200 fois, alors le nombre de fois d'obtenir "une face? est .... environ.

(a) 96 (b) 106 (c) 199 (d) 201

[2] Dans une école, il y a 320 élèves. Dans une classe, il y a 32 élèves. Si on choisit au hasard un élève, quel est la probabilité d'obtenir un élève de cette classe?

(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{10}$

[3] Si on jette un dé deux fois de suite, alors la probabilité d'obtenir le nombre 5 dans les deux fois = ...

(a) $\frac{1}{36}$ (b) $\frac{5}{36}$ (c) $\frac{6}{36}$ (d) $\frac{25}{36}$

3

(a) Un sac contient 6 boules rouges ; 10 boules noirs et 4 boules blanches. On tire une boule au hasard. Calcule la probabilité que la boule tirée ne soit pas rouge.

(b) Une boite contient 15 cartes numérotées de 1 à 15. On tire au hasard une carte. Calcule la probabilité que la carte tirée porte un nombre divisible par 3.

(c) En utilisant l'ensemble de chiffres {2; 3; 5} forme un nombre de deux chiffres différents. Calcule la probabilité de chacun des événements suivants:

1) Le chiffre des unités est pair.

2) La somme de deux chiffres est supérieure à 5.

Modèles des examens d'Algèbre

Modèle (1)

Question (1) : Complète :

1) $\frac{81}{625} = \left(\frac{25}{9}\right)^{\cdots\cdots}$

2) Si $7 - 2x = 3$, alors $x = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ où $x \in N$

3) $3^{-3} + 4^{-1} = \ldots\ldots$

4) L'écriture scientifique du nombre $0,7 \times 0,005 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

5) La probabilité d'un événement certain = ………………..

Question (2) : Choisis la bonne réponse :

1) La somme de tous les probabilités possibles d'une expérience aléatoire est :

(a) 0 (b) 1 (c) > 1 (d) < 1

2) Si $3a = \sqrt{4}\ b$, alors $\frac{a}{b}$ est égale à :

(a) 2 : 3 (b) 3 : 2 (c) 3 : 4 (d) 4 : 3

3) $(\frac{-2}{3})^{-3}$ est égale à :

(a) $\frac{-27}{8}$ (b) $\frac{-8}{27}$ (c) $\frac{8}{27}$ (d) $\frac{27}{8}$

4) Une classe contient 21 garçons et 15 filles. Si on choisit ou hasard un élève, alors la probabilité que l'élève soit une fille est égale à :

(a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{7}{12}$ (c) $\frac{4}{7}$ (d) $\frac{5}{6}$

5) $\sqrt{(-8)^2 + (-6)^2}$ est égale à :

(a) $|-10|$ (b) ± 10 (c) 14 (d) - 14

6) 10 % de $2\frac{1}{2}$ L.E = …….. L.E

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) 25

Question (3) :

a)Mets à la forme la plus simple possible : $(\frac{-3}{7})^0 \times (\frac{-2}{5})^2 \times \sqrt{6\frac{1}{4}}$

b) Détermine la valeur numérique de l'expression (3ab + 8a) : 4b quand a = 4 et b = -2 .

Question (4) :

a) **Trouve dans ℕ, l'ensemble solution de : $3x + 1 = 25$**

b) Calcule la valeur de $\frac{8 \times 8^{-3}}{8^{-4}}$

Question (5) :

(a) **Une usine de pneus registre la distance parcourue des 800 d'une sorte de pneus avant abimés comme indiqué dans le tableau suivant :**

La distance en mille km	Inférieure à 50	De 50 à 100	Plus que 100 à 150	Plus que 150
Nombre de pneus abimés	80	120	280	320

Si tu achètes un pneu de cette sorte quelle est la probabilité que tu le change.

Premièrement : avant qu'elle fait 50 mille kilomètres.

Deuxièmement : après qu'elle fait plus que 100 mille kilomètres

b) **Trouve dans ℕ, l'ensemble solution de :**

$2x + 5 < 16$

Modèle (2)

Question (1) : Complète :

1) $(\frac{-2}{3})^0$ = ………… 2) $\sqrt{\frac{16}{49}}$ = ………

3) La probabilité d'un événement impossible = ………………..

4) Complète en suivant la même règle 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; ………. ; ………..

5) Le nombre d'élèves d'une école est 600 élèves. Si la probabilité d'absences dans un jour est 0,15 ; alors le nombre de présences est égale à = ………………..

6) Un rectangle de longueur 120 cm et sa largeur 80 cm ; alors son aire = ... m^2

(a) 9600 (b) 400 (c) 9,6 (d) 0,96

Question (2) : Choisis la bonne réponse :

1) $2^3 \times 2^5$ est égale à :

(a) 2^2 (b) 2^8 (c) 2^{15} (d) 2^{53}

2) Le plus grand nombre parmi les nombres suivants est ……………..

(a) $2,3 \times 10^4$ (b) $2,3 \times 10^5$ (c) $3,2 \times 10^4$ (d) $3,2 \times 10^5$

3) $(x^2)^{-3} \times x^6$ = ...

(a) x^{12} (b) x^{-12} (c) x (d) 1

4) Le nombre qui représente la probabilité d'un événement :

(a) -0,25 (b) 87% (c) 1,05 (d) 130%

5) Si $-x > 4$, alors :

(a) $x > -4$ (b) $x > 4$ (c) $x < -4$ (d) $x < 4$

Question (3) :

a)Deux nombres entries où le plus petit est 2x ; le plus grand est 5x. Si leur différence est 30. Trouve les deux nombres.

b) Trouve la valeur $\frac{5^{-4} \times 5^7}{5^3}$ sous la forme la plus simple.

Question (4) :

a) Trouve dans ℕ, l'ensemble solution:

Premièrement : $(3x + 2) + 5 = 13$ Deuxièmement : $2x + 15 < 19$

b) Calcule la valeur de : $(\frac{-1}{3})^2 + \sqrt{\frac{64}{81}} - (\frac{3}{7})^0$. sous la forme la plus simple.

Question (5) :

a) On jette un dé une seule fois, trouve la probabilité d'obtenir :

i) Un nombre premier et pair.

ii) Un nombre impair plus petit que 4.

b) Si $x = \frac{-1}{2}$; $y = \frac{-3}{4}$, trouve la valeur numérique de : $\left(\frac{y}{x^2}\right)^{-2}$ sous la forme la plus simple.

Modèle d'examen d'algèbre pour les élèves intégrés

Réponds aux questions suivantes :

Question (1) Choisis la bonne réponse :

(a) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2 = \ldots\ldots$ $\left[\frac{4}{9}\ ;\ \frac{-4}{9}\ ;\ \frac{4}{6}\ ;\ \frac{-4}{6}\right].$

(b) $\left(\frac{4}{6}\right)^0 = \ldots\ldots$ $\left[\textit{Zéro}\ ;\ 1\ ;\ \frac{4}{7}\ ;\ -1\right]$

(c) $2 \times 6 - 4 \times 2 = \ldots\ldots.$ $[4\ ;\ 8\ ;\ 10\ ;\ 2]$

(d) $(7)^{-2} = \ldots\ldots.$ $\left[49\ ;\ \frac{1}{49}\ ;\ 14\ ;\ -14\right]$

(e) $\sqrt{9+16} = \ldots\ldots$ $[7\ ;\ 5\ ;\ 25\ ;\ -7]$

Question (2) Complète :

(a) Si $x + 2 = 6$; alors $x = \ldots\ldots.$

(b) Si on jette une pièce de monnaie une seule fois, la probabilité d'obtenir « face » = ……

(c) La probabilité d'un événement impossible = ………………..

(d) $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \ldots\ldots$ **(e)** $7\ (6^2 - 5 \times 6) = \ldots\ldots\ldots.$

Question (3) Complète la solution pour trouver les résultats :

(a) $12 \times 2^2 : 24 + 3^2$

$= 12 \times \ldots : 24 + \ \ldots.$

$= \ldots : 24 + \ \ldots.$

$= \ldots.. + \ldots\ldots = \ldots\ldots$

(b) $\frac{8+20-4}{8-4}$

$= \frac{\ldots.. - 4}{\ldots\ldots\ldots}$

$= \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$

$= \ldots.$

Question (4) : Met le signe (√) ou (X)

(a) Si $2x + 3 = 7$; alors $x = 2$ ( )

(b) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^5 = \left(\frac{2}{5}\right)^6$ ( )

(c) $(x^2)^3 = (x)^6$ ( )

(d) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{-9}{4}$ ( )

(e) $\sqrt{100 - 64} = 2$ ( )

Question (5) : Si on a tiré au hasard une carte parmi des cartes numéroté de 1 à 8.

Relie de la colonne (A) avec ce qui convient de la colonne (B)

A	B
(1) Obtenir un nombre pair	$\frac{1}{2}$
(2) La probabilité d'obtenir un nombre pair	$\{2\ ;4\ ;6;8\}$
(3) Obtenir un nombre plus grand que6	**1**
(4) La probabilité d'obtenir un nombre plus grand que 9	$\frac{1}{8}$
(5) La probabilité d'obtenir le nombre 8	$\{7\ ;8\}$

Modèles des Examens de la Géométrie

Modèle (1)

Réponds aux questions suivantes

Question (1) : Choisis la bonne réponse :

1) Si le rayon d'un cercle est égal à 7cm alors son périmète = ... $(\pi \simeq \frac{22}{7})$

(a) 11 (b) 12 (c) 44 (d) 88

2) L'image du point (-1 ; 3) par la translation (4 ; -2) est :

(a) (3 ; 1) (b) (3 ; -1) (c) (5 ; 1) (d) (5 ; -5)

3) La mesure de l'angle extérieure d'un triangle équilatéral est égale à :

(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 120°

4) Dans un parallélogramme s'il a deux côtés adjacents ont la même longueur. Il sera un :

(a) carré (b) losange (c) rectangle (d) trapèze

5) Le nombre de diagonales d'un pentagone est égale à :

(a) 3 (b) 5 (c) 7 (d) 9

6) Le nombre d'axes de symètre d'un triangle isocèle est égale à ....

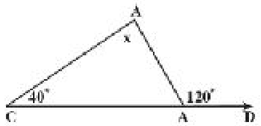
(a) Zéro (b) 1 (c) 2 (d) 3

Question (2) : Complète :

1) L'image du point (2 ; 1) dans la symétrie par rapport l'axe des X est = ...

2) Dans la figure ci- contre

x = ...°



3) x y z est un triangle rectangle en y ; xy = 3cm et xz = 5cm alors yz = ... cm

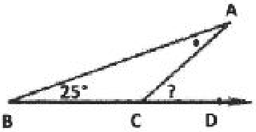
4) ABCD est un parallélogramme tel que m(∠ A)= 100° ; alors m(∠ B) + m(∠ D)= ....°

5) La somme de mesure des angles intérieurs d'un triangle est égale à ....°

Question (3) :

a) Dans la figure ci-contre : m (∠A) = m (∠ B) = 25°

Trouve m (∠ ACD)

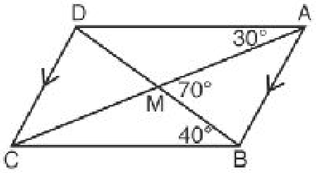


b) Trace un triangle ABC tel que AB = 5cm, AC = 3 cm, et m (∠ A) = 40°

Trace C´, l'image de C par la rotation r (A, 40°) . Trace ensuite B´ l'image de B par la rotation r (A, -40°).

Question (4) :

a) Dans la figure ci-contre :



$\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{ M \}$.

m (∠ DAC) = 30° , m (∠ DBC) = 40°.

et m (∠ AMB) = 70° .

Démontre que ABCD est un parallélogramme.

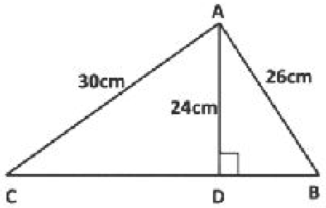
b) Trouve l'image du point (2,3) par la translation $(x ; y) \longrightarrow (x + 2; y+3)$.

Question (5) :

a) Dans la figure ci-contre $\overline{AD} \perp \overline{BC}$.

Si AD = 24cm ; AB = 26cm ; AC = 30cm.

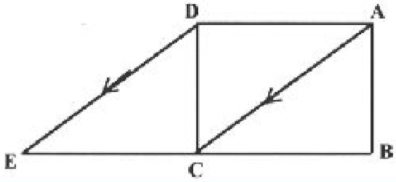
Trouve la longueur du $\overline{BC}$ et l'aire du triangle ABC.



b) Dans la figure ci-contre

ABCD est un carré $E \in \overrightarrow{BC}$; $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$

Démontre que ACED est un parallélogramme.



Modèle (2)

Réponds aux questions suivantes

Question (1) : Choisis la bonne réponse :

1) ABC est triangle rectangle en B; AB = 6 cm et BC = 8 cm ; alors AC = ... cm

(a) 15 (b) 28 (c) 100 (d) 160

2) La masure d'un angle d'un hexagone régulier est égale à :

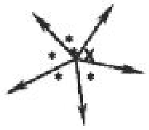
(a) 60° (b) 108° (c) 120° (d) 135°

3) Les deux diagonales sont égaux et ne sont pas perpendiculaires dans :

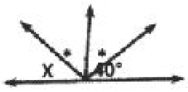
(a) le parallélogramme (b) le rectangle (c) le losange (d) le carré

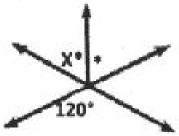
4) Dans toutes les figures m ($\angle$ X) = 60° sauf la figure :

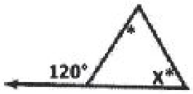
(a)



(b)

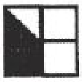






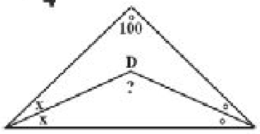
5) Dans la figure ci-contre :

L'aire de la partie hachurée par rapport toute la figure est égale à :



(a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{3}{8}$ (d) $\frac{3}{4}$

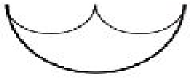
6) Dans la figure Ci - contre
m($\angle$ BCD) = ...°



(a) 60° (b) 80° (c) 100° (d) 140°

Question (2) : Complète :

1) Dans la figure ci - contre si le rayon du grand demi - cercle est égale à 14 cm et le rayon du petit cercle est égal à 7 cm pour chacun ; alors le prémètre de la figure est égal à .... cm.

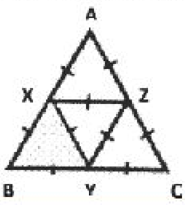


2) L'image du point (2 ; 3) par translation d'amplitude MN dans la direction de $\overline{MN}$ où M (2 ; -1) et N (5 ; 1) est le point …………………..

3) Le volume d'un cube d'arête de longueur 1,2 cm = ... cm^3

4) La demi-droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle parallèle à un autre côté …………………..

5) Dans la figure ci-contre, l'image du Δ XBY par translation d'amplitude XZ dans la direction $\overrightarrow{XZ}$ est le triangle …………………..



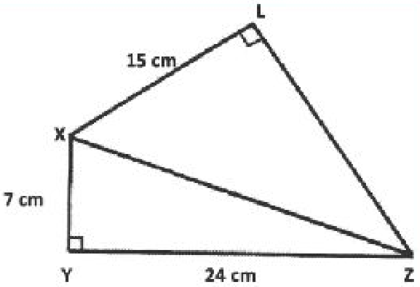
Question (3) :

a) Dans la figure ci-contre

XYZL est un quadrilatère M ($\angle$ Y) = m ($\angle$ L) = 90°

XY = 7cm ; YZ = 24cm ; XL = 15cm.

Trouve la longueur de $\overline{XZ}$ et $\overline{LZ}$



b) Dans un repère cartésien. Trace $\overline{AB}$ où A (4 ; 3) ; B (-1 ; 1) puis trace son image par translation (x ; y) → (x +2 ; y -1)

Question (4) :

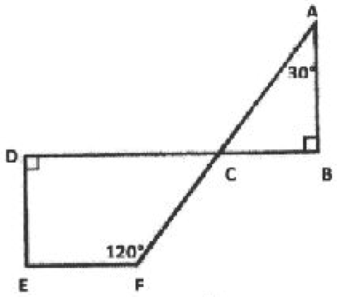
a) Trace l'image du Δ ABC où A (1 ; 1) ; B (3 ; 4) ; C (5 ; 2) par la symétrie par rapport dans l'axe des X.

b) Dans la figure ci-contre

$\overline{AB}$ et $\overline{ED}$ sont deux perpendiculaires sur $\overline{BD}$

$\overline{BD} \cap \overline{AF} = \{C\}$; m ($\angle$ A) = 30°

m ($\angle$ EFC) = 120° . Trouve m ($\angle$ E).

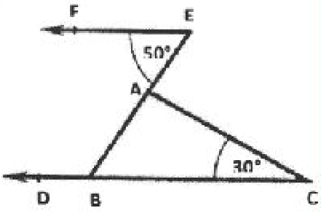


Question (5) :

a) Dans la figure ci-contre

$\overrightarrow{EF}$ // $\overrightarrow{CD}$; m ($\angle$ E) = 50° ; m ($\angle$ C) = 30°.

Trouve les mesures des angles au triangle ABC, m ($\angle$ ABD)

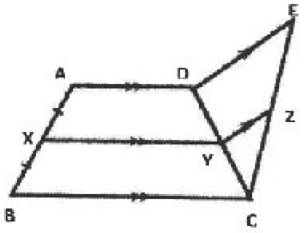


b) Dans la figure ci-contre

X est le milieu de $\overline{AB}$; $\overline{AD}$ // $\overline{XY}$ // $\overline{BC}$

$\overline{YZ}$ // $\overline{DE}$

Démontre que CZ = ZE



Modèle d'examen de géométrie pour les élèves intégrés

Réponds aux questions suivantes :

Question (1) Choisis la bonne réponse :

(1) La somme de mesures des angles intérieurs d'un triangle est égale à ………

[90° ; 360° ; 180° ; 540°]

(2) L'image du point (3 ; -2) dans la symétrie par rapport l'axe des ordonnés est = …………

[(3 ; 2) ; (-3 ; -2) ; (-3 ; 2) ; (-2 ; 3)]

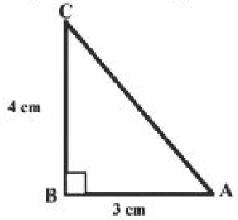
(3) Les deux diagonales sont égaux et perpendiculaires dans ……………..

[le losange ; le carré ; le rectangle ; le parallélogramme]

(4) Dans la figure ci-contre :

AC = …. cm

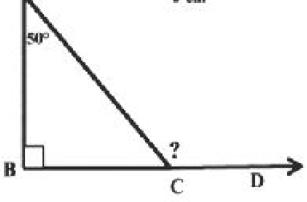
[5 ; 7 ; 25 ; 625]



(5) Dans la figure ci-contre :

m (∠ ACD)= …….. °

[40° ; 140° ; 90° ; 50°]



Question (2) : Complète :

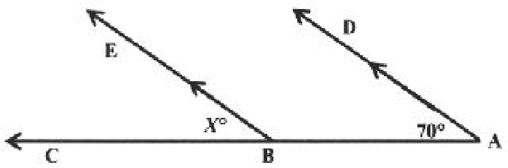
(1) La longueur de segment joignent les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à ………………. la longueur du troisième côté.

(2) Le rectangle est un parallélogramme dont l'un de ses angles est …….

(3) Un losange dont le périmètre est 24 cm, alors la longueur de son côté = …….. cm.

(4) L'image du point (-3 ; 2) dans la symétrie par rapport au point d'origine est le point (…… ; …..)

(5) Dans la figure ci-contre : x = ……°



Question (3) : Met le signe (√) ou (X)

(1) L'image du point (4 ; 3) dans la symétrie par rapport l'axe des X est le point (3 ;-4) ( )

(2) Si ABC est un triangle rectangle alors, $(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$ ( )

(3) Le pentagone a 5 diagonales ( )

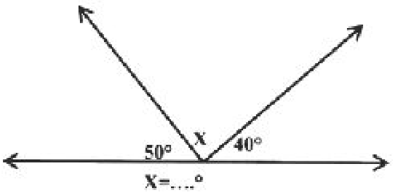
(4) ABCD est un parallélogramme si m(∠ A) = 70°, alors m (∠ C) = 110° ( )

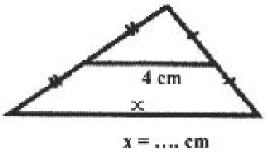
(5)Le triangle contient au moins deux angles aigu ( )

Question (4) : Relie de la colonne (A) avec ce qui convient de la colonne (B)

A	B
(1) La somme de mesures des angles intérieurs d'un quadrilatère = …	120°
(2) La masure de chaque angle d'un hexagone régulier = ……………..	360°
(3) L'image du point (3 ; 2) par la translation (1 ; -2) est …………	(−1 ; −3)
(4) L'image du point (1 ; 3) par rotation de centre du point d'origine et d'un angle de mesure 180° est ………………..	45
(5) La diagonale d'un carré partage l'angle de sommet à deux angles la mesure de chacune = ………°	(4 ; 0)

Question (5) : Trouve la valeur de x dans ce qui suit





المواصفات الفنيـة:

رقـم الكتـــاب:	٢٤/١/٢٢/١٥/١٠/١٥٥٢
مقـاس الكتـــاب:	$\frac{١}{٨}$ (٥٧ × ٨٢) سم
طبـــع المتـــن:	٤ ألوان
طبـــع الغـــلاف:	٤ ألوان
ورق المتـــــــن:	٨٠ جم أبيض
ورق الغــــــلاف:	٢٠٠ جم كوشيه
عدد الصفحات بالغلاف:	١٣٦صفحة

http://elearning.moe.gov.eg

الأشراف برنتنج هاوس