Mathématiques appliqués

Mécanique

Troisième secondaire

Livre de l'élève

2025 - 2026

Auteurs

Mr. Kamal Younis Kabsha

Prof.Dr. Abd-Elshafy Fahmi Abada

Prof.Dr. Nabil Tawfik Eldabe

Mr. Osama Gaber Abdelhafez

Mr. Magdy Abdelfatah Essafty

Révision de Modifications

Prof. Galal Mahrouse Moatimid

Mr. Maged Mohamed Hassan

Dr. Mohamed Mohy Eldin Abdel Salam

Mr. Sherif Atef El-Borhemy

Mr. Amgad Samir Gebrael

Mr. Amr Farouk Mahmoud

Mr. Othman Mostafa Othman

Révision de traduction

M. Fathi Ahmed Chehata

M. Akram Fawzy

M. Kaled Sayed El Shehabey

Scientifique Supervision

Mrs. Manal Azkoul

Pédagogie Supervision

Dr. Akram Hassan

Introduction

بسم الله الرحمن الرحيم

يسعدنا ونحن نقدم هذا الكتاب أن نوضح الفلسفة التى تم فى ضوئها بناء المادة التعليمية ونوجزها فيمايلى:

يشهد عالم اليوم تطورًا علميًا مستمرًا ، وجيل الغد يلزمه أن يتسلح بأدوات تطور عصر الغد؛ حتى يستطيع مواكبه الانفجار الهائل في العلوم المختلفة، وانطلاقًا من هذا المبدأ سعت وزارة التربية والتعليم إلى تطوير مناهجها عن طريق وضع المتعلم في موضع المستكشف للحقيقة العلمية بالإضافة إلى تدريب الطلاب على البحث العلمى في التفكير؛ لتصبح العقول هى أدوات التفكير العلمى وليست مخازن للحقائق العلمية.

ونحن نقدم هذا الكتاب « الميكانيكا» للصف الثالث الثانوى؛ ليكون أداة مساعدة يستنير بها أبناؤنا على التفكير العلمى، ويحفزهم على البحث والاستكشاف .

وفى ضوء ما سبق روعى فى كتاب « الميكانيكا » مايلى:

- ★ تقسيم الكتاب إلى وحدات متكاملة ومترابطة، لكل منها مقدمة توضح مخرجات التعلم المستهدفة ومخططٌ تنظيمى لها، والمصطلحات الواردة بها باللغة العربية والإنجليزية، ومقسمة إلى دروس يوضِّح الهدف من تدريسها للطالب تحت عنوان (سوف تتعلم). ويبدأ كل درس من دروس كل وحدة بالفكرة الأساسية لمحتوى الدرس، وروعى عرض المادة العلمية من السهل إلى الصعب، ويتضمن الدرس مجموعة من الأنشطة التى تربطه بالمواد الأخرى والحياة العملية، والتى تناسب القدرات المختلفة للطلاب، وتراعى الفروق الفردية من خلال بند (اكتشف الخطأ لمعالجة بعض الأخطاء الشائعة لدى الطلاب)، وتؤكد على العمل التعاونى، وتتكامل مع الموضوع، كما يتضمن الكتاب بعض القضايا المرتبطة بالبيئة المحيطة وكيفية معالجتها.
- ★ كما قُدِّم فى كل درس أمثلة تبدأ من السهل إلى الصعب، وتشمل مستويات التفكير المتنوعة، مع تدريبات عليها تحت عنوان (حاول أن تحل)، وينتهى كل درس ببند «تمارين»، ويشمل مسائل متنوعة، تتناول المفاهيم والمهارات التى درسها الطالب فى الدرس.
- ★ تنتهى كل وحدة بملخص للوحدة، يتناول المفاهيم والتعليمات الواردة بالوحدة، وتمارين عامة تشمل مسائل متنوعة على المفاهيم والمهارات التى درسها الطالب فى هذه الوحدة.
- ★ تُختم وحدات الكتاب باختبار تراكمى، يقيس بعض المهارات اللازمة لتحقيق مخرجات تعلم الوحدة.
- ★ ينتهى الكتاب باختبارات عامة، تشمل بعض المفاهيم والمهارات التي درسها الطالب.

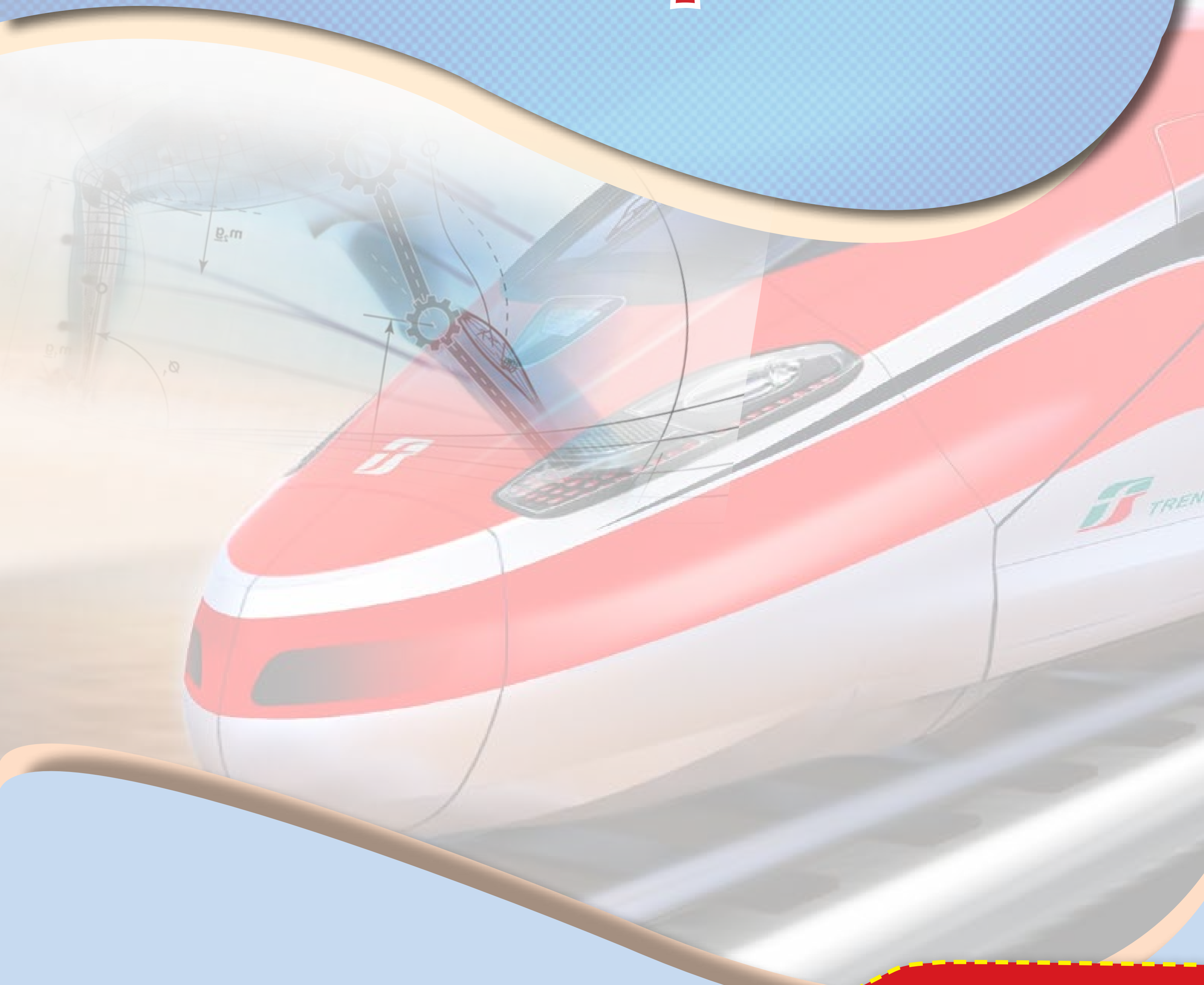
وأخيرًا ..نتمنى أن نكون قد وفقنا فى إنجاز هذا العمل لما فيه خير لأولادنا، ولمصرنا العزيزة.

والله من وراء القصد، وهو يهدى إلى سواء السبيل

Sommaire

Prérequis de

Statique

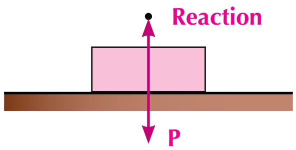


Troisième secondaire

Non requis pour l'examen

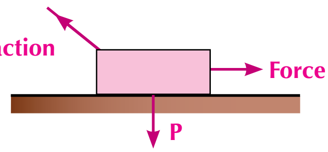
1 Surfaces lisses et surface rugueux :

Les savants expliquent le provenu des forces de frottement entre les objets, à la présence de protubérances et de cavités d'objets microscopiques de surface quel que soit le lissé, et le résultat dans le chevauchement de ces saillies et les creux des deux surfaces touchés la force du frottement et par conséquent, nous trouvons la résistance en essayant de déplacer l'un de deux surfaces sur l'autre surface. Le coefficient du frottement est une mesure de la rugosité de surfaces. Si la valeur du coefficient de frottement augmente alors la rugosité et vice versa. Si le coefficient de frottement s'annule, alors les forces de frottement sont complètement éliminées.
La réaction dépend de la nature des deux corps touchés, et dépend également aux d'autres forces agissant sur le corps. Dans le cas de surfaces lisses, la réaction est perpendiculaire à:
La surface de contact de deux corps touchés. Si les deux corps sont rugueux, la réaction a une composante dans la direction de la surface de contact est appelé frottement statique, a aussi une composante perpendiculaire à la surface de contact est appelée la réaction normale.



Réaction sur les sur faces lisses

Figure (1)



Réaction sur les surfaces rugueux

Figure (2)

2 Propriétés de force de frottement statique :

(1) La force de frottement statique (F') empêche le corps de bouger, elle est alors dans le sens contraire du mouvement possible du corps.

(2) L'intensité de la force de frottement statique (F') est égale à la force tangentielle qui provoque le mouvement et ne la dépasse jamais. Elles sont toujours de même intensité si le corps est en équilibre.

(3) La force de frottement statique (F') augmente de même que la force tangentielle qui provoque le mouvement. Jusqu'à une valeur limité que ne la dépasse pas. En ce moment le corps sera sur le point de se mouvoir et la force est appelée "la force de frottement statique limite" est note par (F_s).

(4) Le rapport de la force de frottement statique limite et la réaction normale est constante. Ce rapport dépond aux natures des deux corps ni aux leurs figures ni aux leurs masses. Ce rapport est appelé le coefficient du frottement statique et noté (μ_s) .

Alors $\mu_s = \frac{F_s}{R}$ où F_s la force du frottement statique limite

3 Force du frottement dynamique

Si un corps se meut sur une surface rugueux, il soumit à une force de frottement dynamique (F_D) dans le sens opposé du mouvement est définie par la relation : $F_D = \mu_D R$:
où μ_D est le coefficient du frottement dynamique, R est la réaction normale .

Alors : La force de frottement dynamique est égale aux produit du coefficient du frottement dynamique par la force de réaction normale
d'où on définie la coefficient du frottement dynamique c'est un nappent entre la force de frottement dynamique et la force de la réaction normale .

Alors : $\boxed{\mu_D = \frac{F_D}{R} \text{ où } F_D \text{ est la force du frottement dynamique}}$

4 Réaction résultante (R')

Dans le cas de la surface rugueux : La réaction résultante est inclinée sur la surface tangentielle où elle est la résultante de la réaction normale et la force de frottement statique .

Défini

La Réaction résultante ($\overrightarrow{R'}$) est la résultante de la réaction normale $\overrightarrow{R}$ et la force de frottement statique $\overrightarrow{F'}$

5 Angle du frottement

On remarque que la mesure de l'angle compris entre la réaction normale et la réaction résultante, augmente avec l'augmentation du frottement (sachant que la réaction normale est constante) et cette valeur atteint son maximum λ lors du frottement limite. Dans se cas l'angle est appelé l'angle du frottement.

Les figures suivantes indiquent les différentes situations

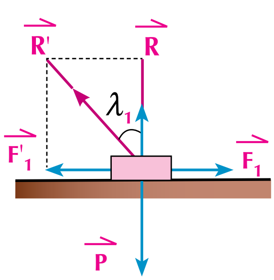


figure (3)

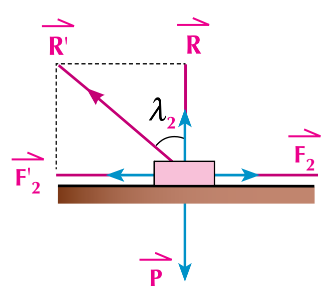


figure (4)

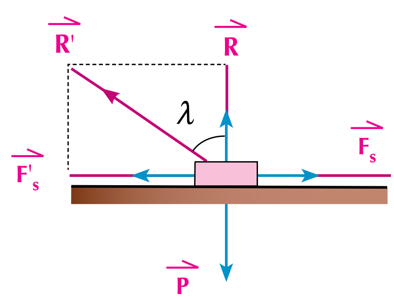


figure (5)

De les figure (3) et (4) on trouve que la réaction résultante $\overrightarrow{R'}$ est la résultante de la réaction normale $\overrightarrow{R}$ et la force du frottement $\overrightarrow{F'}$, d'où $R' = \sqrt{R^2 + F'^2}$

De la figure (5) quand la réaction est limite :

$\therefore\ R' = \sqrt{R^2 + {F'_s}^2}$ $\quad \because\ F_s = \mu_s R$ $\quad \therefore\ R' = \sqrt{R^2 + R^2 \mu_s^2}$ $\quad \therefore\ R' = R\sqrt{1 + \mu_s^2}$

6 La relation entre le coefficient du frottement et l'angle du frottement :

Dans le cas du frottement limite figure (8) :

On trouve que: $\text{tg}\lambda = \frac{F_s}{R}$ mais $\frac{F_s}{R} = \mu_x$

$\boxed{\text{d'où: } \mu_s = \text{tg}\ \lambda}$

Si le frottement est limite, alors le coefficient du frottement est égal à la tangente de l'angle du frottement

Réflexion critique: comparez les mesures de l'angle du frottement statique et le frottement dynamique.

7 Equilibre d'un corps sur un plan horizontal rugueux

Si un corps de poids P est placé sur un plan horizontal rugueux et une force, d'intensité F incliné sur l'horizontal par un angle de mesure θ, agit sur lui, alors le corps est en équilibre sous l'effet des forces :

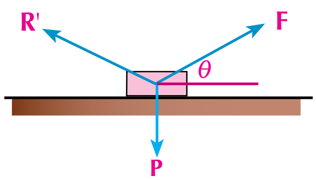


Figure (6)

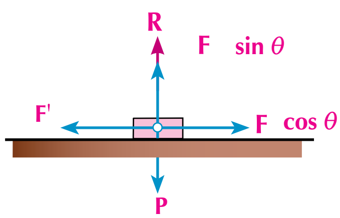


Figure (7)

1) La force du poids $\overrightarrow{P}$ d'intensité P verticalement vers le bas.

2) La force de la réaction résultante $\overrightarrow{R'}$ d'intensité R'

3) La force $\overrightarrow{F}$ d'intensité F . Comme indique la figure (9).

En décomposant la force $\overrightarrow{F}$ est en deux composantes orthogonaux d'intensités P cos θ ; P sin θ .

On décompose $\overrightarrow{R'}$ en deux composantes orthogonales, l'une est la réaction normale $\overrightarrow{R}$ d'intensité R et l'autre la force du frottement $\overrightarrow{F'}$ d'intensité F'. Comme indique la figure (10)

D'où les deux équations d'équilibre du corps sont :

$\boxed{F' = F\cos\theta}$, $\boxed{R + F\sin\theta = P}$

Exemple La force appliqué au corps

1 Karim pousse une boite contient des livres vers la voiture sur une route horizontale. Si le poids de la boite et des livres est 124 N. et le coefficient du frottement statique de la route avec la boite est 0,45. Par quelle force horizontale Karim doit pousser la boite pour qu'elle soit sur le point de se mouvoir?

Solution

Considérons P = 124 N, $\mu_s = 0,45$

D'après les conditions d'équilibre d'un corps sur un plan horizontal :

R = P

alors : R = 124 **(1)**

$F = \mu_s R$

de **(1)** on a : $F = 0,45 \times 124 = 55,8$ N

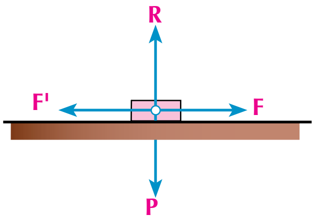


Figure (8)

Essayez de résoudre

1 Un corps de poids 32 N est posé sur un plan horizontal rugueux. Une force horizontal d'intensité F agit sur le corps jusqu'à la masse soit sur le point de mouvoir.

a Si F = 8 N, déterminez le coefficient du frottement statique entre la masse et le plan

b Si $\mu_s = 0,4$ déterminez F

Exemple Angle du frottement

2 Un corps de poids 12 kg.p est posé sur un plan horizontal rugueux. Deux forces dans un même plan horizontal d'intensités 4 et 4 kg.p forment un angle de 60°. Elles agissent sur le corps qui devient sur le point de se mouvoir. Déterminez le coefficient du frottement ainsi que la mesure de l'angle du frottement.

Solution

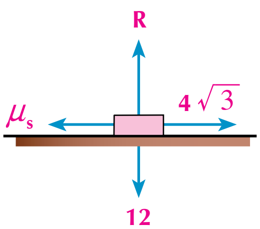


Figure (9)

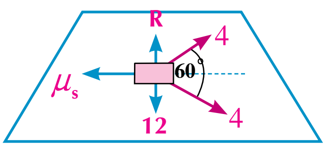


Figure (10)

$\because$ **Le corps est sur le point de se mouvoire:**

$\therefore$ Le corps est en équilibre:

$\therefore$ R = P $\qquad\qquad$ $\therefore$ R = 12 kg.p

La résultante des forces $4,4$ kg.p = la force de frottement limite

$\because F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \propto}$

$\therefore F = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2 \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2}} = 4\sqrt{3}$ kg.p

$\mu_s R = F$

$\therefore 12\mu_s = 4\sqrt{3}$

$\therefore \mu_s = \frac{4\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\because \mu_s = \tan \lambda$

$\therefore \tan \lambda = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \lambda = 30^\circ$

8 Équilibre d'un corps sur un plan incliné rugueux.

Considérons un corps en équilibre sur un plan rugueux incliné à un angle θ sur l'horizontal.

Un corps en équilibre sur le plan sous l'action de deux forces:

(1) Force de poids $\overrightarrow{P}$ agit verticalement vers le bas d'intensité (P)

(2) Force de la réaction résultante d'intensité (R')

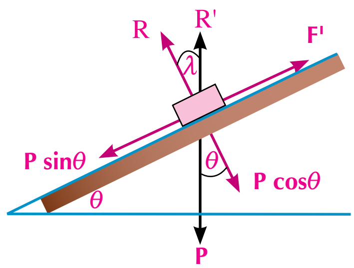


figure (11)

Des conditions d'équilibre:

Réaction résultante agit verticalement vers le haut.

Alors : R' = P .... (1)

On peut alors déterminer les deux forces, le frottement et la réaction normale comme deux composantes de la réaction résultante dans la direction parallèle au plan et la direction perpendiculaire au plan comme indique la figure (1) .

Force de frottement .

$F' = P \sin \theta$ .... (2)

Cette force agit dans le sens opposé du sens du mouvement possible, c.-à-d. qu'elle est parallèle à la ligne de plus grande pente du plan vers le haut.

Force de réaction normale .

$R = P \cos \theta$ ....(3)

Relation entre la mesure de l'angle de frottement statique et la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal.

Si un corps est posé sur un plan rugueux incliné et il était sur le point de gliser, alors la mesure de l'angle de frottement statique est égale à la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal.

Démonstration :

$\because$ le frottement est limite

$\therefore$ La force de frottement résultante forme avec la direction normale un angle de même mesure que l'angle du frottement statique. Soit sa mesure (λ).

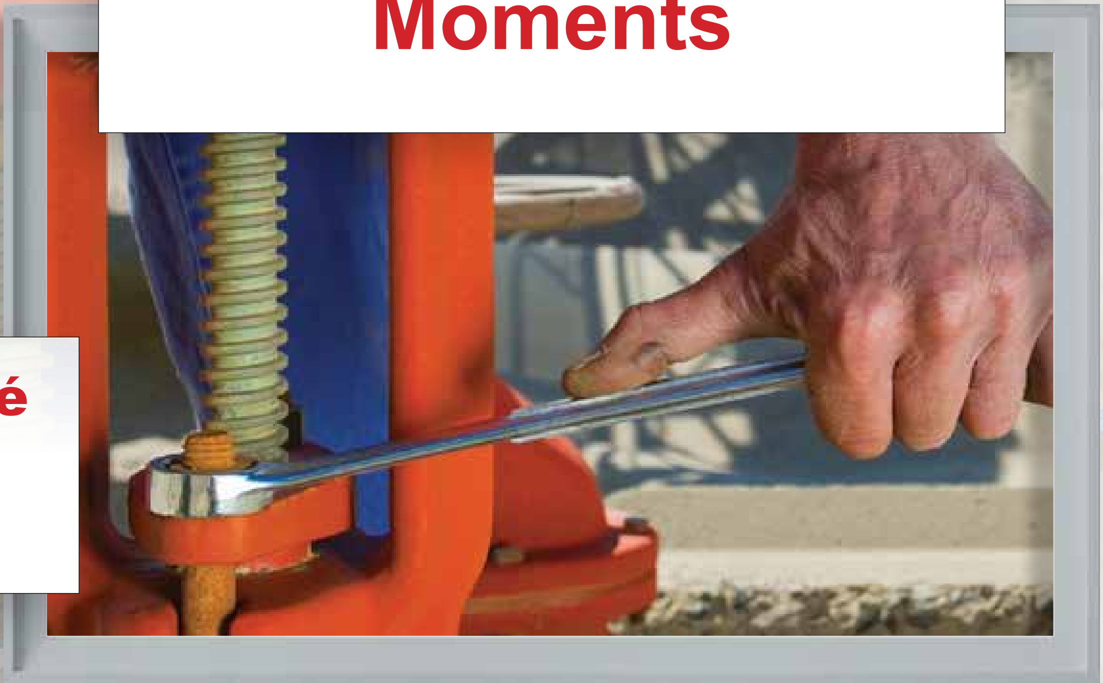
De la figure précédante on trouve que: $\theta = \lambda$

On peut écrire l'équation en fonction du coefficient du frottement comme ce qui suit :

$\boxed{\text{tg}\ \lambda = \mu_s}$ ou $\boxed{\mu_s = \text{tg}\ \theta}$

Unité 1

Moments



Introduction de l'unité

Les hommes ont dépondu à l'idée de leviers pour lui permettre de transporter et de déplacer les choses d'un endroit à un autre. Le système locomoteur de l'homme ressemble l'idée de leviers. L'os est l'objet solide affecté par la puissance de muscle pour tourner autour d'un point fixe (au centre), et que nous comprenons l'effet de la force de rotation (moment de la force). Dans cet unité, on mettra l'accent sur la notion du moment d'une force par rapport à un point dans un repère de trois dimensions.

Objectifs de l'unité

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Déterminer la norme et le sens du moment d'une force par rapport à un point.
- Déterminer le moment des forces coplanaires par rapport à un point situé au même plan.
- Savoir faire le théorème général du moment "si un ensemble des forces coplanaires agissant sur un corps rigide a une résultante, alors la somme algébrique des moments par rapport à un point est égale au moment de la résultante par rapport au même point".
- Résoudre des applications divers de moment.

Vocabulaires de base

- Moment
- Centre du Moment
- Axe du Moment
- Bras du moment
- Rotation
- Résultante
- Composante du moment
- Sens opposé des aiguilles d'une montre
- Même Sens des aiguilles d'une montre
- Mesure algébrique du moment
- Norme du moment

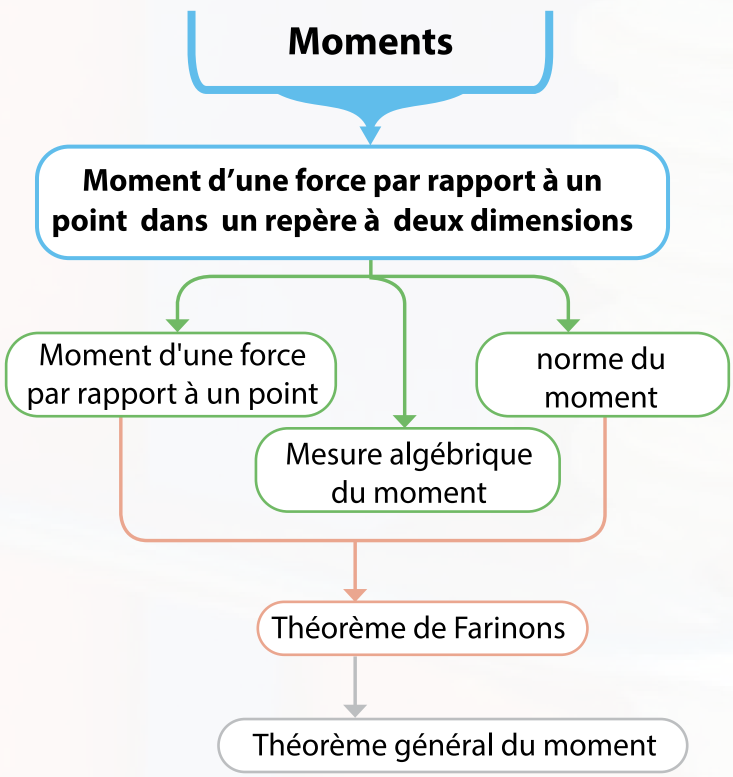
Leçons de l'unité

.**Lesson (1 -1):** Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à deux dimensions

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- Logiciel de graphisme

Organigramme de l'unité



Unité 1

1 - 1 Moment d'une force par rapport à un point dans un repère à deux dimensions

Apprendre

- Moment d'une force par rapport à un point
- Moment des forces plaines par rapport à un point du plan

Vocabulaire de base

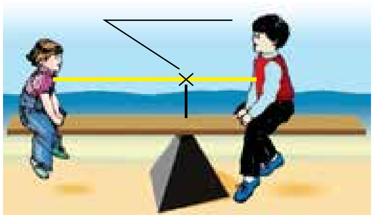
- Moment
- Centre du moment
- Axe du moment
- bras du moment

Aide Pédagogique

- Calculatrice scientifique

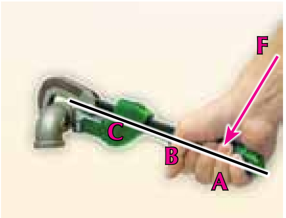
On a déjà appris que la force est produite par l'effet d'un corps à un autre. Cette action produit différentes sortes (dynamique – changement de forme ...). Si le corps se déplace d'une position à une autre, alors l'effet est cinesthésique. Si le corps fait un mouvement rotationnel autour d'un point, alors l'effet est rotationnel. En ce moment, on dit que la force peut tourner le corps autour d'un point ce qui est 'appelé moment par rapport à un point. L'effet rotationnel (moment) dépend à de l'intensité de la force et la distance de la ligne d'action de la force du point.

Réfléchissez et discutez



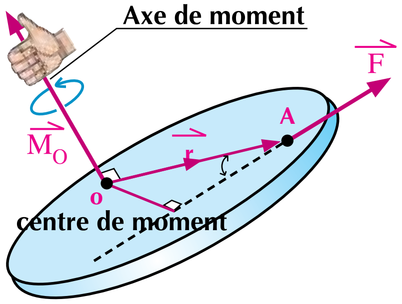
(1) La figure ci-contre indique deux enfants sur une balançoire en position d' équilibre horizontalement. Lequel des deux enfants est – il le plus (lourd – léger), le quel est le plus proche du centre des la rotation? Qu'est ce qu'il fait le plus lourd pour que le plus léger se lève vers le haut?

(2) La figure ci – contre indique la main d'un homme qui veut serrer un tuyau. La position la plus convenable est ... (A ; B ; C).



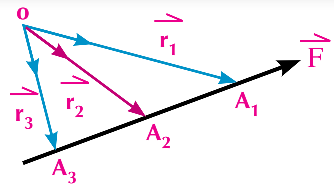
Apprendre

Le moment d'une force par rapport à un point dans un repère orthogonal à deux dimensions



Le moment d'une force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point O est défini par la puissance de faire tourner un corps autour d'un point O. On peut mesure l'effet rotationnel par la relation $\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$ où $\overrightarrow{r}$ est le vecteur position du point A par rapport au point O. Le point O est appelé le centre du moment. La ligne perpendiculaire au plan contenant la force ($\overrightarrow{F}$) et le point (O) est appelée l'axe du moment: On remarque que le moment est une quantité vectorielle. Selon la règle de main droite du produit vectoriel, le sens du moment de la force par rapport au point O est perpendiculaire au plan contenant la force $\overrightarrow{F}$ et le point O.

Réflexion critique: Est-ce - que le moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point O dépend de la position du point A sur la ligne d'action de la force?

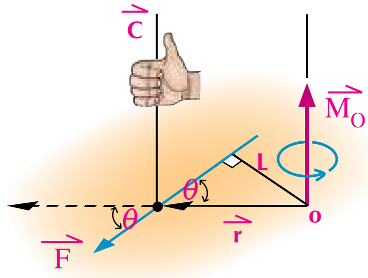


Notions de base (Mesure algébrique du moment)

(1) Moment d'une force par rapport à un point

De la définition du produit vectoriel de deux vecteurs:

$\overrightarrow{M}_O = (\|\overrightarrow{r}\| \, \|\overrightarrow{F}\| \sin\theta) \, \overrightarrow{e}$ où $\overrightarrow{e}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire au plan de $\overrightarrow{F}$; $\overrightarrow{r}$ où la rotation de $\overrightarrow{r}$ vers $\overrightarrow{F}$ est dans le même sens de $\overrightarrow{e}$; θ est la mesure de l'angle entre $\overrightarrow{r}$ et $\overrightarrow{F}$



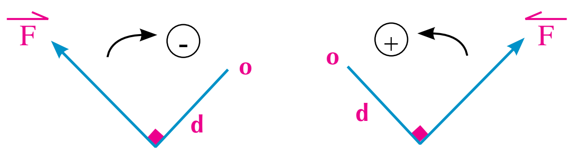
Soit $\|\overrightarrow{F}\| = F$ et $\|\overrightarrow{r}\| \sin\theta = d$

où d est la longueur de la hauteur issue de O sur la ligne d'action de la force $\overrightarrow{F}$ (est appelé le bras du moment); alors le moment de $\overrightarrow{F}$ par rapport au point O est

$\overrightarrow{M}_O = (Fd)\,\overrightarrow{e}$ **(1)**

(2) Mesure algébrique du moment

Si la force $\overrightarrow{F}$ agit sur la rotation autour du point O dans le sens opposé des aiguilles d'une montre, alors la mesure algébrique est positive (le vecteur du moment est dans le même sens du vecteur $\overrightarrow{e}$)



et si la force $\overrightarrow{F}$ agit sur la rotation autour le point O dans le même sens des aiguilles d'une montre, alors la mesure algébrique est négative. (le vecteur du moment est dans le sens opposé du vecteur $\overrightarrow{e}$)

(3) Norme du moment La norme du moment est $\|\overrightarrow{M}_O\| = Fd$ **(2)**

(4) Moment d'une force par rapport à un point sur sa ligne d'action = zéro

(5) Unité de mesure du moment :

L'Unité de mesure du moment = unité de mesure de l'intensité de la force × unité de mesure de la longueur. Par exemple Newton. m, Dyne. cm, kgp. m …

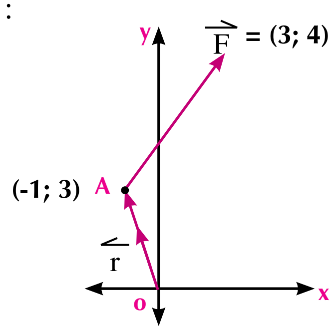
la ligne d'action de la force passe par le point O
$\therefore$ M_O = Zero

Exemple

1 Si $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{k}$ sont les vecteurs unitaires de base et la force $\overrightarrow{F} = 3\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j}$ agit sur le point A(-1; 3) d'un corps. Détermine :

a le moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point d'origine O (0 ; 0)

b La longueur de la perpendiculaire issue du point O sur la ligne d'action de la force $\overrightarrow{F}$



Solution

a $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{O}$

$= (-1; 3) - (0 ; 0) = (-1; 3)$

$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$$
$$= (-1; 3) \times (3; 4) = (-1 \times 4 - 3 \times 3)\ \overrightarrow{k}$$
$$= -13\ \overrightarrow{k}$$

La norme du moment = 13 unités du moment , la mesure algébrique du vecteur du moment = -13 unités du moment

Interprétions du résulat: c-à-d la force $\overrightarrow{F}$ fait tourner le corps auteur du point O dans le même seus des aiguilles d'une montre. (La direction du moment est - $\overrightarrow{k}$)

b Pour déterminer la longueur de la perpendiculaire issue de O sur la ligne d'action de la force F

$\because \| \overrightarrow{M_O} \| = F\ d \qquad \therefore d = \dfrac{\|\overrightarrow{M_O}\|}{F} = \dfrac{13}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \dfrac{13}{5}$ unités de longueur.

Essayez de résoudre

1. Si $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ and $\overrightarrow{k}$ sont les vecteurs unitaires de base et la force $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j}$ agit au point A (2; 3) Déterminez :
   - **a** le moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point B (2 ; 1)
   - **b** La longueur de la perpendiculaire issue du point B sur la ligne d'action de la force F .

Réflexion critique : Si le moment d'une force par rapport à un point s'annule, citez la signification

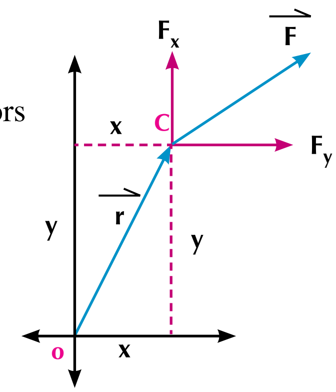
Apprendre

Principe du moment (Théorème de Farinons)

Moment de la force $\overrightarrow{F}$ par rapport au point est égal à la somme des moments des ses composantes par rapport au même point.

Si la force $\overrightarrow{F} = F_x\ \overrightarrow{i} + F_y\ \overrightarrow{j}$ appliqué au point A

dont le vecteur de position par rapport au point O est $\overrightarrow{r} = (x, y)$ alors



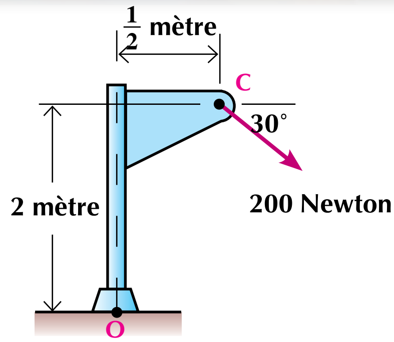
$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}$$
$$= (x, y) \times (F_x, F_y)$$
$$= (x\,F_y)\ \overrightarrow{k} + (-y\,F_x)\ \overrightarrow{k}$$

moment de F_y par rapport à O + le moment de F_x par rapport à O

Exemple

2 Dans la figure ci- contre:

Déterminez la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point O.



Première solution :

On décompose la force 200 N en deux composantes

$F_1 = 200 \cos 30 = 100\sqrt{3}$ Newton

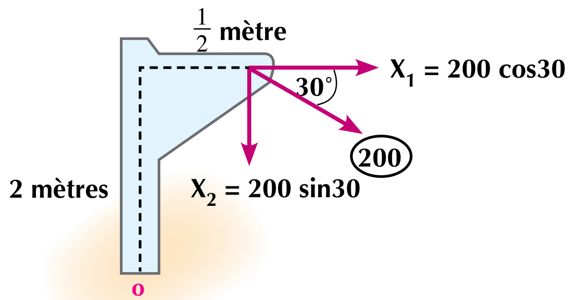
$F_2 = 200 \sin 30 = 100$ Newton

Par le théorème de Farinons

$M_O = -F_1 \times 2 - F_2 \times \frac{1}{2}$

$= -100\sqrt{3} \times 2 - 100 \times \frac{1}{2}$

$= (-200\sqrt{3} - 50)$ Newton . mètre



Deuxième solution :

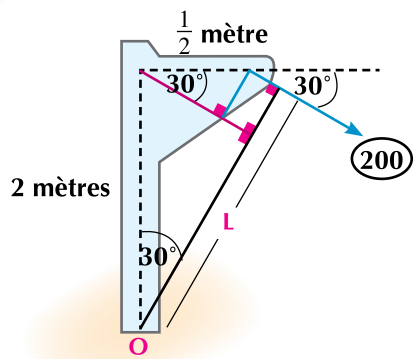
La longueur de la perpendiculaire issue de O sur la ligne d'action de la force = d

où $d = 2\cos 30 + \frac{1}{2}\sin 30 = (\sqrt{3} + \frac{1}{4})$ mètre

$\because$ La force fait une rotation autour de O dans le même sens des aiguilles de la montre

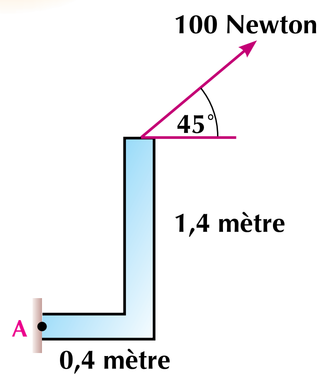
$\therefore$ La mesure algébrique du moment est négative

$\therefore M_O = -200 \times (\sqrt{3} + \frac{1}{4}) = (-200\sqrt{3} - 50)$ Newton.métre



Essayez de résoudre

2 Dans la figure ci – contre : Calculez la mesure algébrique du moment de la force 100 N par rapport au point A .



Théorème

La somme des moments de plusieurs forces concourantes par rapport à un point de l'espace est égale au moment de leur résultante par rapport au même point

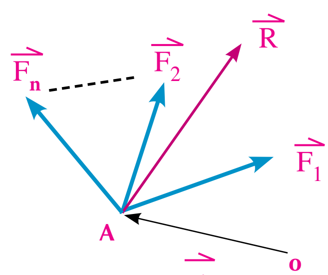
Démonstration

Soient $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, ..., $\overrightarrow{F_n}$ est un ensemble limité des forces concourentes agissant au point A, Soit O est le point auquel on calcule le moment

$\therefore \vec{r} = \overrightarrow{OA}$

La somme des moments des forces par rapport au point O

$= \vec{r} \times \overrightarrow{F_1} + \vec{r} \times \overrightarrow{F_2} + \dots + \vec{r} \times \overrightarrow{F_n}$



$= \vec{r} \times (\vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n})$

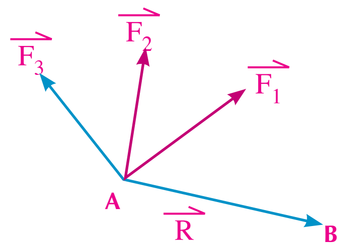
$= \vec{r} \times \vec{R}$

= le moment de leur résultante par rapport au même point O

Exemple (Moment des forces coplanaires concourantes)

3 Les forces $\vec{F_1} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{F_2} = (1; 3)$ et $\vec{F_3} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$ agissant au point A (- 2 ; 1). Déterminez la somme des moments des ces forces par rapport au point B (0 ; 2), puis déterminez le moment de leur résultante par rapport au point B. Que remarquez – vous?

Solution



$\vec{r} = \vec{BA} = \vec{A} - \vec{B} = (-2; -1)$

$\vec{M_1} = \vec{r} \times \vec{F_1}$

$= (-2; -1) \times (1; 2)$

$= (-4 + 1)\hat{k} = -3\hat{k}$

$\vec{M_2} = \vec{r} \times \vec{F_2} = (-2; -1) \times (1; 3) = (-6 + 1)\vec{k} = -5\vec{k}$

$\vec{M_3} = \vec{r} \times \vec{F_3} = (-2; -1) \times (4; 4) = (-8 + 4)\vec{k} = -4\vec{k}$

∴ La somme des moments des forces par rapport au point B

$= \vec{M_1} + \vec{M_2} + \vec{M_3}$

$= -3\vec{k} - 5\vec{k} - 4\vec{k} = -12\vec{k}$

La résultante des forces: $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = (1; 2) + (1; 3) + (4; 4) = (6; 9)$

∴ Le moment de la résultante $= \vec{r} \times \vec{R}$

$= (-2; -1) \times (6; 9)$

$= (-18 + 6)\vec{k} = -12\vec{k}$

On remarque que La somme des moments des forces par rapport à un point est égale au moment de leur résultante par rapport au même point.

Théorème général de moments

Théorème

La somme des mesures algébriques des moments des forces par rapport à un point est égale à la mesure algébrique au moment de leur résultante par rapport au même point

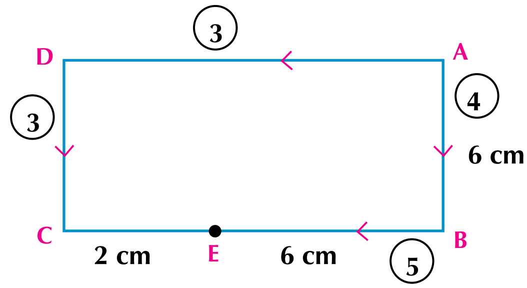
Essayez de résoudre

3 Les forces $\vec{F_1} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{F_2} = -2\vec{j} - 3\vec{j}$ agissent au point A (- 1 ; 4). Déterminez la somme des moments des ces forces par rapport au point B (1 ; 1), puis déterminez le moment de leur résultante par rapport au point B.

Exemple

(4) ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm, BC = 8 cm, des forces d'intensités 4 ; 5 ; 3 ; 3 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD}$ où E ∈ $\overline{BC}$, BE = 6cm. Démontrez que la résultante des forces passe par le point E.

Solution



La somme des mesures algébriques des moments des forces par rapport au point E = -4 × 6 + 3 × 2 + 3 × 6 = zéro

Selon le théorème du moment, alors le moment de la résultante par rapport au point E est égale à = 0

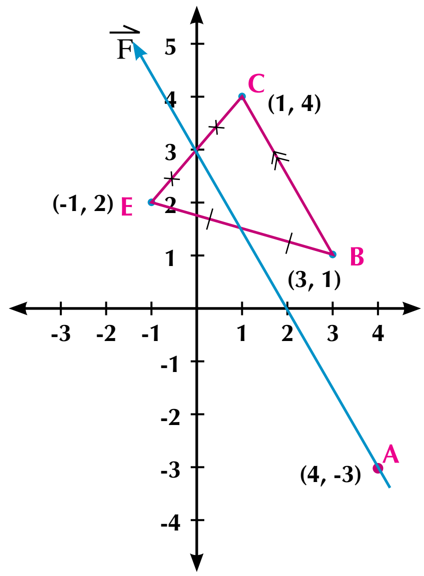
Alors la résultante passe par le point E

Essayez de résoudre

(4) ABCD est un carré de 6 cm de longueur E ∈ $\overline{BC}$ où BE = 1 cm, des forces d'intensités 1;2; 3; 4; et F Newten agissent suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{AC}$ respectivement . Si la ligne d'action de la résultante passe par le point E , trouvez la valeur de F.

Exemple

(5) La force $\overrightarrow{F} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$ agit sur le point A (4 ; - 3). Déterminez le moment de $\overrightarrow{F}$ par rapport chacun des points B (3 ; 1) ; C (1 ; 4) ; D (- 1 ; 2)



Solution

$\overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = (1; -4)$

$\therefore \overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{r_1} \times \overrightarrow{F} = (1; -4) \times (-2; 3) = (3 - 8)\overrightarrow{k} = -5\overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{R_2} = \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{C} = (3; -7)$

$\therefore \overrightarrow{M_C} = \overrightarrow{r_2} \times \overrightarrow{F} = (3; -7) \times (-2; 3) = (9 - 14)\overrightarrow{k} = -5\overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{R_3} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{D} = (5; -5)$

$\therefore \overrightarrow{M_D} = \overrightarrow{r_3} \times \overrightarrow{F} = (5; -5) \times (-2; 3) = (15 - 10)\overrightarrow{k} = 5\overrightarrow{k}$

De l'exemple précédent, on déduit que :

(1) Si le moment d'une force par rapport au point B = Le moment de cette force par rapport au point C, alors la ligne d'action de la force // $\overleftrightarrow{BC}$

(2) Si le moment d'une force par rapport au point B = – Le moment de cette force par rapport au point D, alors la ligne d'action de la force passe par le milieu de $\overline{BD}$

Essayez de résoudre

(5) La force $\overrightarrow{F}$ agit sur le point A (- 3;2). Si le moment de $\overrightarrow{F}$ par rapport à chacun des deux points B (3 ; 1) ; C (-1 ; 4) est égale à 28 $\overrightarrow{k}$. Déterminez $\overrightarrow{F}$.

Généralisation de résultat précédent

Soient plusieurs forces agissant à un corps et A ; B deux points de même plan:

(1) Si la somme des moments des forces par rapport au point A = la somme de leurs moments par rapport au point B, alors la ligne d'action de leur résultante // $\overleftrightarrow{AB}$.

(2) Si la somme des moments des forces par rapport au point A = – la somme de leurs moment par rapport au point B, alors la ligne d'action de leur résultante passe par le milieu de $\overline{AB}$

Remarque : Si la somme des moments des forces par rapport à un point C soit nulle, alors C est situé sur la ligne d'action de leur résultante ou la résultante soit le vecteur nul.

Exemple

6 Les forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 5\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = -3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ agissent au point (1 ; 1). Démontre en utilisant le moment que la ligne de leur résultante est parallèle à la ligne passant par les deux points B (2 ; 1) , C (6 ; 4).

Solution

$\because \overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = 4\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$

$\overrightarrow{r_1} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = (-1; 0)$ $\qquad \overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{r_1} \times \overrightarrow{F} = (-1; 0) \times (4; 3) = -3\overrightarrow{k}$

$\overrightarrow{r_2} = \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{C} = (-5; -3)$ $\qquad \overrightarrow{M_C} = \overrightarrow{R_2} \times \overrightarrow{F} = (-5; -3) \times (4; 3) = -3\overrightarrow{k}$

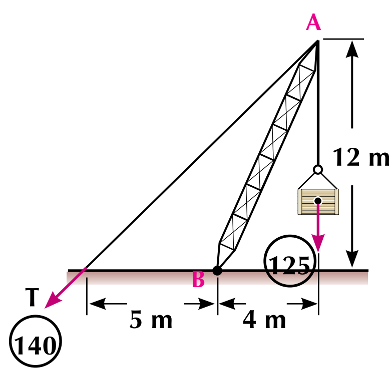
$\because \overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_C}$, $\overrightarrow{R} \neq \overrightarrow{0}$ $\qquad \therefore$ la ligne d'action de $\overrightarrow{R}$ // $\overleftrightarrow{BC}$

Essayez de résoudre

6 Les forces $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 3\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ agissent au point (- 2 ; 3). Démontrez en utilisant le moment que la ligne de leur résultante passe par le milieu du segment reliant les deux points B (- 1 ; 5) , C (1 ; 2).

Essayez de résoudre

7 **Dans la figure ci-contre:** $\overline{AB}$ représente un levier pour levage des marchandises. Si la tension dans le fil est égale à 140 N et le poids de la boite est 125 N. Déterminez la somme des moments de deux forces par rapport au point B.

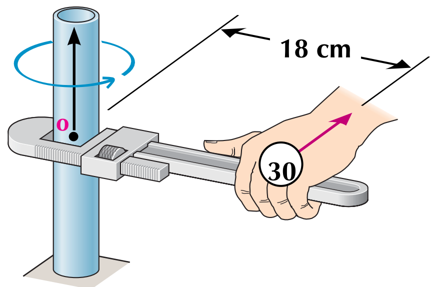


Exercises 1 - 1

Complétez ce qui suit

1) Une force d'intensité 50 N distante 8 cm d'un point A, alors la norme du moment de la force par rapport au point A est égale à .... N.cm

2) **Dans la figure ci-contre:** la norme du moment par rapport au point d'origine (O) est égale à ....

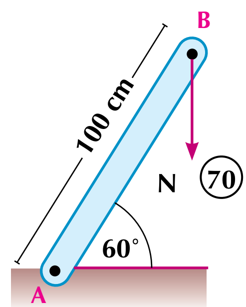


3) La force $4\ \overrightarrow{j}$ Newton agit sur un point dont le vecteur de position par rapport à l'origine est $5\ \overrightarrow{i}$ mètre, alors le moment de la force par rapport à l'origine est égal à ....

4) Si le moment d'une force par rapport à un point quelconque est égal à zéro, alors ça signifie que ....

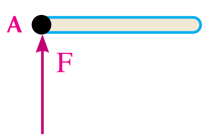
5) Si le moment d'une force par rapport à un point est constant, alors l'intensité de la force est inversement proportionnelle à ....

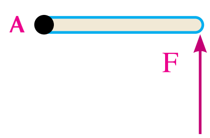
6) **La figure ci- contre :** une barre fixée par une charnière au point A, une force verticale d'intensité 70 N agit sur le point B vers le bas. alors, le moment de la force par rapport au point A est égal à .... N.m

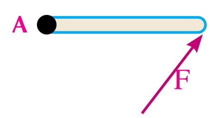


Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

7) La figure ci contre représente une porte fixée par une charnière en A. Une force $\overrightarrow{F}$ agit sur la porte, dans quelle figure la force $\overrightarrow{F}$ a le plus grand moment par rapport à A?

a 

b 

c 

d 

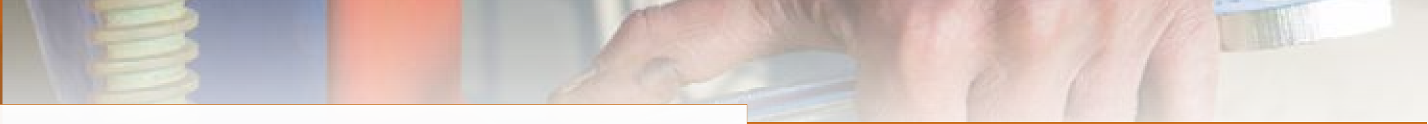
8) Une barre de longueur d peut tourner facilement autour d'un point à son extrémité. Une force, d'intensité F est inclinée à un angle de mesure θ à pa barre, agit à son autre extrémité. Si $\overrightarrow{F}$ est perpendiculaire à la barre alors à quelle position du centre de rotation, la force doit agir pour qu'elle cue le même moment?

a $d \sin\theta$ b $d \cos\theta$ c d d $d \operatorname{tg}\theta$

9) Si le moment de la force $\overrightarrow{F}$ point A est égal à son moment par rapport au point B alors ....

a $\overrightarrow{F} \perp \overline{AB}$ b $\overrightarrow{F}$ passe par le milieu de $\overline{AB}$

c $\overrightarrow{F}\ //\ \overline{AB}$ d Il n'y a pas de relation entre $\overleftrightarrow{AB}$ et la ligne d'action de $\overrightarrow{F}$

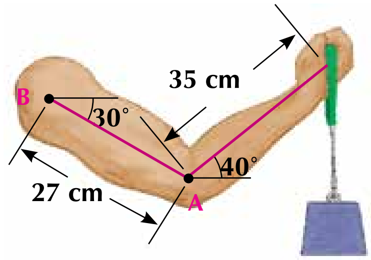


Répondez aux questions suivantes

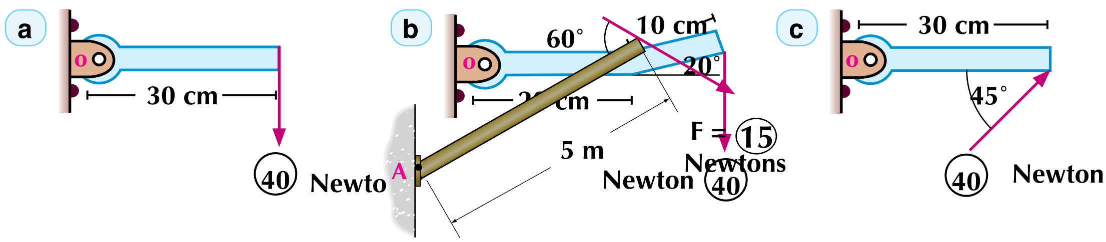
10 Les forces $\overrightarrow{F_1} = M\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{F_2} = L\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ agissent aux points A_1 (1; 1), A_2 (-1, -2) respectivement. Déterminez les valeurs des constantes L et M pour que la somme des moments de deux forces par rapport à l'origine et par rapport au point B (2 ; 3) soit nulle.

11 Les forces $\overrightarrow{F_1} = 2\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 5\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = -3\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ agissent au point A (1 ; 1). Démontrez en utilisant le moment que la ligne d'action de leur résultante est parallèle à la ligne passant par les deux points (2 ; 1) ; (6 ; 4)

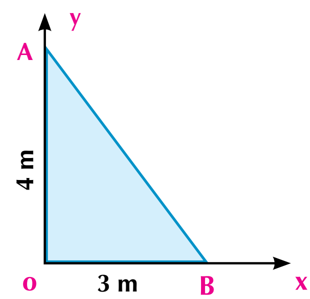
12 **La figure ci-contre** représente un homme qui porte un poids. Si la norme du moment du poids par rapport au point A est égale à 80 N.m. Déterminez le moment du poids par rapport au point B



13 Dans chacune des figures suivantes: déterminez la mesure algébrique du moment par rapport au point O



14 La force $\overrightarrow{F}$ dans le plan XOY agit sur le triangle AOB. Si la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point A est égale à – 100 N.m, et la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point B est nulle. Déterminez $\overrightarrow{F}$



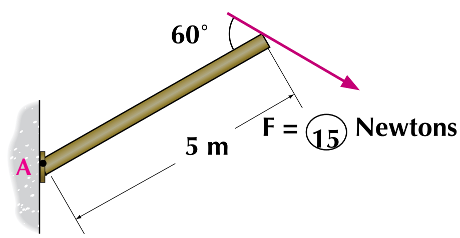
15 ABCD est un carré de 10 cm de longueur de côté .Des forces d'intensités 3; 5; 8; $5\sqrt{2}$ kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}$ respectivement. Déterminez la mesure algébrique de la somme des moments des forces:

a par rapport au point A

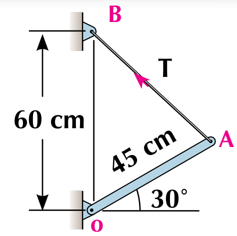
b par rapport au point B

c par rapport au centre du carré

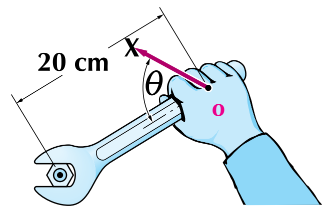
16 **Dans la figure ci - contre** Une force d'intensité 15 N agit sur une barre fixée par une charnière en A. Déterminez la mesure algébrique du moment de la force par rapport au point A.



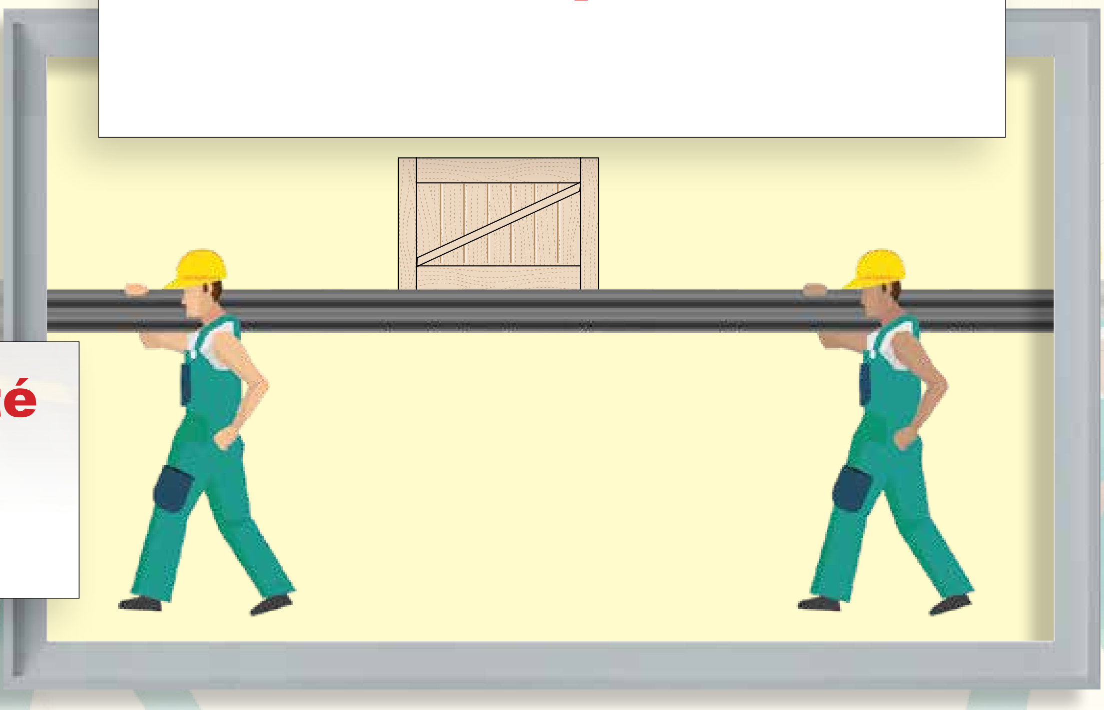
17 **Dans la figure ci - contre** L'intensité de la tension dans le fil $\overline{AB}$ est 150 N. Déterminez la mesure algébrique du moment de la tension par rapport au point O.



18 Si le moment nécessaire pour faire tourner le clou est égal à 400 N.cm. Déterminez la plus petite intensité de la force F et la valeur de θ qui vérifie le tour du clou.



Forces coplanaires



Unité

2

Introduction

Dans notre étude précédente d'un ensemble des forces coplanaires agissant sur un point matériel, on sait que les lignes d'actions de ces forces se rencontrent en un seul point. Par conséquent la ligne d'action de la résultante de ces forces passe par ce même point. Dans cette unité, on va étudier un ensemble des forces agissant sur un corps ou leur ligne d'action ne se rencontre forcement pas en un seul point.

Cette unité est limitée à l'étude des forces effet d'un corps dont les lignes d'action ne se croisent pas nécessairrement en un point

Objectifs de l'unité

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Reconnaitre les forces parallèles coplanaires
- Déterminer la ligne d'action de la résultante de deux forces parallèles de même sens ou de sens contraire
- Déterminer l'une des deux forces parallèles en connaissant l'autre force et leur résultante
- Déterminer le moment d'un ensemble des forces parallèles coplanaires par rapport un point
- Déterminer la résultante d'un ensemble des forces parallèles coplanaires
- Déduire que la somme des moments de plusieurs forces par rapport à un point est égale au moment de leur résultante par rapport au même point
- Déduire que la somme des moments de plusieurs forces par rapport à un point est égale à zéro si la ligne d'action de la résultante passe par ce point
- Déduire que la somme des moments de plusieurs forces par rapport un point est égale à zéro si leur résultante s'annule
- Détermine les conditions d'équlibre pour un corps soumis à un ensemble de forces
- équilibre des forces parallèles.
- équilibre des forces non parallèles et non concourantes
- Applique diverses méthodes pour resoudre l' équilibred'une echelle ou d'une barre posée sur une surface rugueuse، enprenant en compte la force de réaction du nur; le frottment ou un crochet

Vocabulaires de base

- Forces parallèles
- Résultante
- Intensité
- Norme
- Point d'application
- Réaction
- Poids
- Parallèles
- Support
- faisceau
- Tension
- Poulie
- Frottement
- Équlibre général
- Réation verticale
- Composante algélrique
- Composante horizontale
- Composante verticale
- equlibre d'un corps rigide
- triangle des forces

Leçons de l'unité

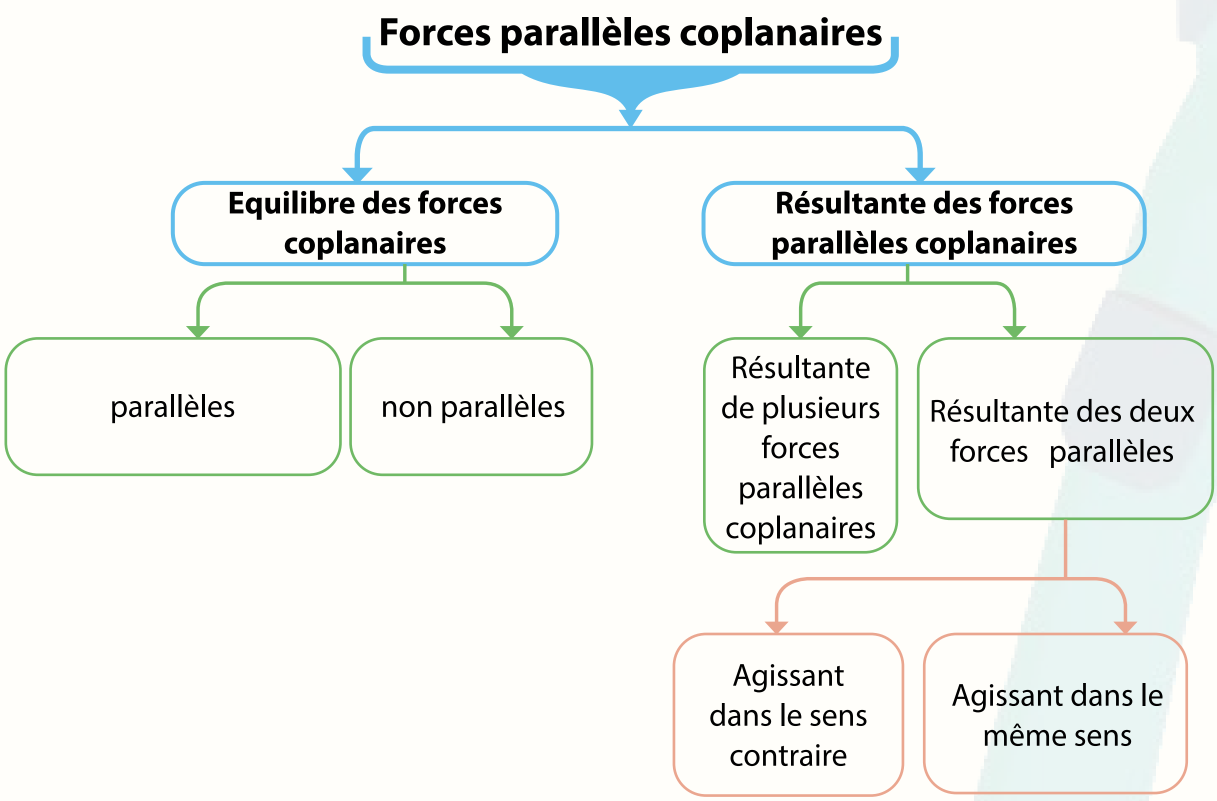
Lesson (2 - 1): La résultante d'un ensemble des forces parallèles coplanaires.

Lesson (2 - 2): Equilibre d'un ensemble des forces parallèles coplanaires.

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Organigramme de l'unité



Résultante des forces parallèles coplanaires

A apprendre

- Résultante des deux forces parallèles agissant dans le même sens
- Résultante des deux forces parallèles agissant dans le sens contraire
- Résultante de plusieurs forces parallèles coplanaires.

Vocabulaires de base

- Forces parallèles
- Résultante
- Intensité
- Norme
- Point d'application

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Travail collectif

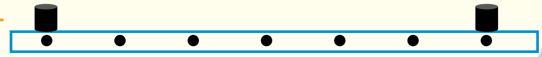


Figure (1)

Deux pierres identiques sont situées sur une règle graduée de 1 à 7 comme indique la figure (1).

(1) Déterminez un point de la règle sur lequel on peut la suspendre pour qu'elle soit en équilibre .

(2) Si on met deux poids sur l'une de ses extrémistes, la position du point de suspension a-t-elle changé?

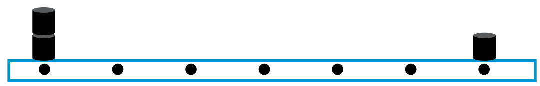


Figure (2)

1) La résultante de deux forces parallèles et de même sens

Vous savez que la résultantes de plusieurs forces coplanaires et concourantes $\vec{F_1}$; $\vec{F_2}$, ..., $\vec{F_n}$ est une force $\vec{R}$ où $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + ... + \vec{F_n}$ et sa ligne d'action passe par ce point.

Dans cette leçon, on va apprendre comment trouver la résultante de plusieurs forces parallèles coplanaires.

Détermination de la résultante de deux forces parallèles coplanaires et de même sens. Si $\vec{F_1}$; $\vec{F_2}$ sont deux forces parallèles, de même sens agissant sur un corps en deux points A et B, alors la résultante est $\vec{R}$ où: $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$.

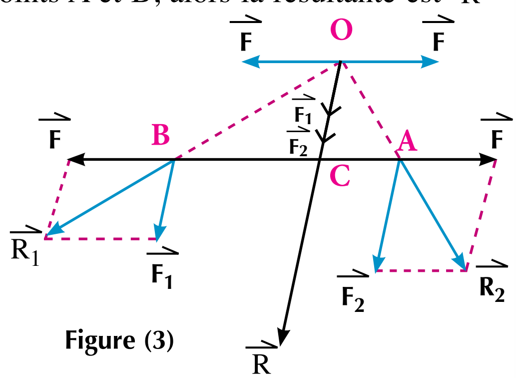


Figure (3)

Pour déterminer le point d'application de la résultante, on suppose que deux forces de même intensité, de sens contraire agissant en A et B ne changerons en aucun cas l'effet des deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$.

Soit R_1 est la résultante des deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F}$ agissant en A qui représente la diagonale du parallélogramme ainsi que $\vec{R_2}$ est la résultante de $\vec{F}$ et $\vec{F_2}$ agissant en B, alors les lignes d'action des deux résultante $\vec{R_1}$ et $\vec{R_2}$ se coupent au point O.

On peut remplacer la force $\vec{R_1}$ par ses composantes $\vec{F_1}$ et $\vec{F}$ ainsi que $\vec{R_2}$

par ses composantes $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{F}$ .Les forces agissant au point O sont $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ agissant dans la direction $\overrightarrow{OC}$ parallele à la droite d'action des deux forces d'origine). Les forces $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{F}$ de sens contraire sont supprimables sans aucun changement dans les forces d'origine $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ au point O. Les forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ agissant au point O dans la direction $\overrightarrow{OC}$ ont le même effet que les deux forces $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{F_2}$ agissant en A et B par conséquence

$$\boxed{\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} \text{ et agit dans la direction de } \overrightarrow{OC}}$$

agissant dans la direction $\overrightarrow{OC}$ Puisque les forces $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{R}$ sont parallèles, alors

$$\frac{F}{F_1} = \frac{AC}{OC} \quad (1) \qquad\qquad \frac{F}{F_2} = \frac{BC}{OC} \quad (2)$$

En divisant (2) par (1) , alors $\frac{F}{F_2} \times \frac{F_1}{F} = \frac{BC}{OC} \times \frac{OC}{AC}$ c-a-d $\frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}$

D'où $\boxed{F_1 \times AC = F_2 \times BC}$

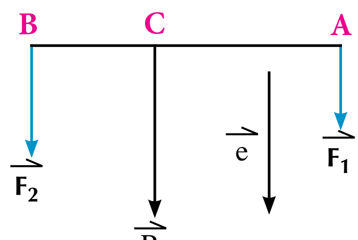


Figure (4)

Dans la figure 4, le vecteur unitaire $\overrightarrow{e}$; $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ ont le même sens

$\overrightarrow{F_1} = F_1 \overrightarrow{e}$, $\overrightarrow{F_2} = F_2 \overrightarrow{e}$

Donc $\overrightarrow{R} = (F_1 + F_2)\overrightarrow{e}$ cela signifie que l'intensité de la résultante est égale à la somme des intensités

> **Règle :** La résultante de deux forces parallèles de même sens est une force agit dans de même sens et d'intensité égale à la somme des intensités. Sa ligne d'action partage la distance entre les lignes d'action des deux forces dans un rapport inverse au rapport de leurs intensités.

Exemple **Détermination de la résultante de deux forces parallèles de même sens**

1 Deux forces parallèles de même sens et d'intensités 5 ; 7 N sont appliquées en deux points A et B où AB = 36 cm. Trouvez leur résultante.

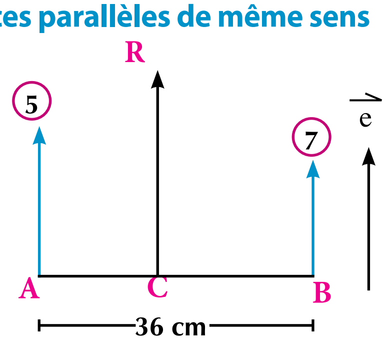


Figure (5)

Solution

Soit $\overrightarrow{C}$ le vecteur unitaire de même sens que les deux forces

$\therefore \overrightarrow{F_1} = 5\overrightarrow{e}$ and $\overrightarrow{F_2} = 7\overrightarrow{e}$

Détermination du point d'application de la résultante:

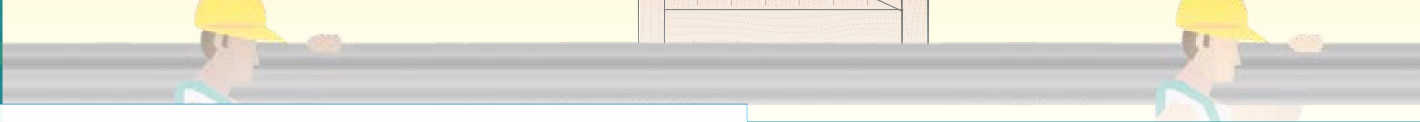
$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 5\overrightarrow{e} + 7\overrightarrow{e} = 12\overrightarrow{e}$

On suppose que la résultante agit au point

Let the resultant acts at point $C \in \overline{AB}$ $\quad \therefore \frac{AC}{CB} = \frac{7}{5}$ **c-à-d** $\frac{AC}{36 - AC} = \frac{7}{5}$

$\therefore 5\,AC = 252 - 7\,AC$ **i.e** $AC = 21$cm

c-à-d l'intensité de la résultante est égale à 21 Net de même sens que les deux forces agissant au point distante de 21 cm de A



Essayez de résoudre

(1) Deux forces parallèles de même sens et d'intensités 4 ; 6 N sont appliquées en deux points A et B où AB = 25 cm. Trouvez leur résultante

Réflexion critique : Si les deux forces sont parallèles de même intensité, de même sens où se trouve-le point d'application de la résultante?

A apprendre

Résultante de deux forces parallèles et de sens contraires

Si $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont deux forces parallèles et d'intensités différentes de sens contraires et agissant aux points A et B d'un corps rigide, alors la résultante est $\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ agissant au point C qui partage $\overline{AB}$ extérieurement dans un rapport inverse au rapport de leurs intensités.

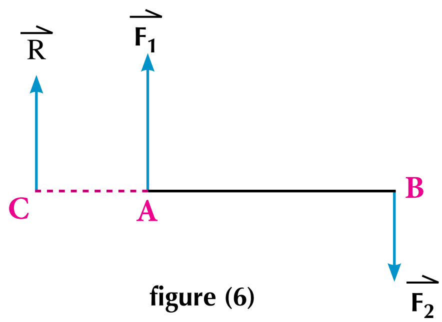


figure (6)

Si $F_1 > F_2$ alors $\frac{AC}{BC} = \frac{F_2}{F_1}$ d'où $\boxed{F_1 \times AC = F_2 \times BC}$

Règle: La résultante de deux forces parallèle de sens contraires a pour sens celui de la force de la plus grande intensité. Son intensité est égale à la différence de leurs intensités et sa ligne d'action partage la distance entre les lignes d'action des deux forces extérieurement du côté de la force de plus grande intensité dans un rapport inverse au rapport de leurs intensités.

Exemple Détermination de la résultante de deux forces parallèles de sens contraires

(2) Deux forces parallèles de sens contraires et d'intensités 40 ; 100 N distantes l'une de l'autre de 240 cm. Trouvez leur résultante.

Solution:

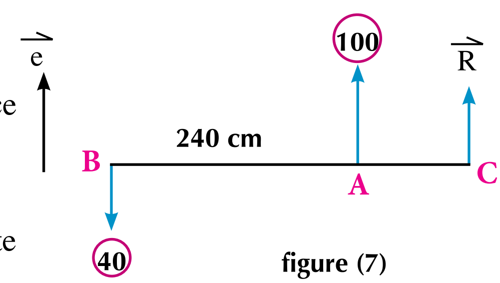


figure (7)

Soit $\vec{e}$ le vecteur unitaire de même sens que la force de plus grande intensité

$\therefore \vec{F_1} = 100\,\vec{e}$, $\vec{F_2} = -40\,\vec{e}$

Détermination du point d'application de la résultante

$\therefore \vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = 100\,\vec{C} - 40\,\vec{e} = 60\,\vec{e}$

On suppose que la résultante agit au point $C \in \overrightarrow{BA}$ where $\frac{CA}{CB} = \frac{40}{100}$

$\therefore \frac{CA}{240 + CA} = \frac{2}{5}$ $\therefore$ 5 AC = 480 + 2 AC $\therefore$ AC = 160 cm

c-a-d l'intensité de la résultante est égale à 60 N et de même sens que la force d'intensité 100 N agissant au point $\in \overrightarrow{BA}$ et $\notin \overline{AB}$ distante de 160 cm de A

Essayez de résoudre

(2) Deux forces parallèles de même sens et d'intensités 7 ; 12 N sont appliquées en deux points A et B où AB = 20 cm. Trouvez leur résultante

Réflexion critique : Si les deux forces sont parallèles de même intensité de sens contraires ou se trouve le point d'application de la résultante?

Théorème

La somme des moments d'un nombre fini de forces parallèles coplanaires par rapport à un point quelconque est égale au moment de leur résultante par rapport à ce même point

Démonstration : (la démonstration ne peut pas faire l'objet d'une question d'examen)

Commençons par démontrer le théorème dans le cas particulier d'un système composé de deux forces.

(1) Si les deux forces sont de même sens

Considérons un point quelconque O, appartenant au plan des forces et traçons de ce point la perpendiculaire commune aux lignes d'action des forces $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$ et leur résultante $\overrightarrow{R}$ Elle les coupe en A ; B ; C

La somme algébrique des moments des forces par rapport à O

$= - F_1 \times AO - F_2 \times OB = - F_1 (OC - AC) - F_2 (OC + CB)$

$= - F_1 \times OC + F_1 \times AC - F_2 \times OC - F_2 \times CB \qquad (1)$

Mais : $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{BC}{AC}$ = c-a-d $F_1 \times AC = F_2 \times BC$

En substituant en (1) $\quad \therefore M_O = - F_1 \times OC - F_2 \times OC$

$= - (F_1 + F_2) \times OC$

$= - R \times OC$ = le moment de la résultante par rapport à O

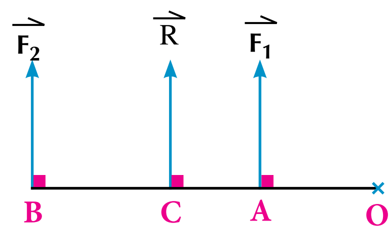


figure (8)

(2) Si les deux forces sont de sens contraires

Supposons que $F_1 > F_2$ la somme algébrique des moments des forces par rapport à O

$= F_1 \times OA - F_2 \times OB$

$= F_1 (OC + AC) - F_2 (OC + CB)$

$= F_1 \times OC + F_1 \times CA - F_2 \times OC - F_2 \times CB \qquad (2)$

Mais: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{CB}{CA}$ c.à.d $F_1 \times CA = F_2 \times CB$

En substituant en (2)

$\therefore M_O = F_1 \times OC - F_2 \times OC = (F_1 - F_2) \times OC$

$= R \times OC$ = le moment de la résultante par rapport à O

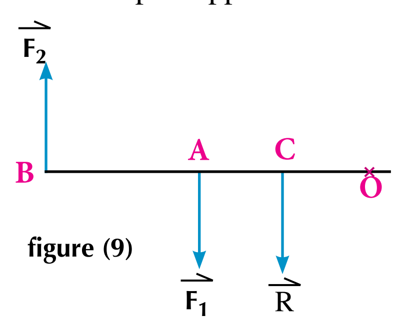


figure (9)

(3) Pour un système de forces donnés, composé d'un nombre fini (> 2) de forces ayant une résultante non nulle

le théorème peut être démontré comme suit : on commence par déterminer la résultante de deux forces (ayant une résultante non nulle) du système en appliquant le théorème, puis on ajoute au résultat une troisième force, etc .... jusqu'à épuisement de toutes les forces du système.

Exemple **Détermination l'une des deux forces parallèles en connaissant l'autre force et la résultante**

(3) Deux forces parallèles d'intensités 20 ; F N sont appliquées au point A ; B. Sachant que l'intensité de leur résultante est de 35 N et la ligne d'action est distante de 15 cm de la force connue. Trouvez $\vec{F}$ Dans chacun des cas suivants:

(a) la force connue et la résultante sont de même sens.

(b) force connue et la résultante sont de sens contraires.

Solution:

(a) Soit $\vec{e}$ le vecteur unitaire de même sens que la résultante

$\therefore \vec{R} = 35\,\vec{e}\ ,\ \vec{F_1} = 20\,\vec{e}$

$\because \vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ c-a-d $35\,\vec{e} = 20\,\vec{e} + \vec{F_2}$

$\therefore \vec{F_2} = 15\,\vec{e}$

c-à-d $\vec{F_2} = 15$ et de même sens de la force connue et la résultante

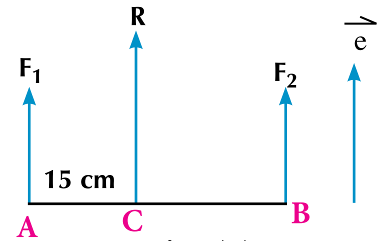


figure (10)

$\because$ la somme des moments des forces par rapport au point C est égale au moment de la résultante par rapport au point C = 0

$\therefore\ 20 \times 15 - 15 \times BC = 0$

$\therefore\ \vec{F_2}$ est appliqué au point B distante de 35 cm de A

(b) Soit $\vec{C}$ le vecteur unitaire de même sens que la résultante

$\therefore \vec{R} = 35\,\vec{e}\ ,\ \vec{F_1} = -20\,\vec{e}$

$\therefore \vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ i.e $35\,\vec{e} = -20\,\vec{e} + \vec{F_2}$

$\therefore \vec{F_2} = 55\,\vec{e}$

c-a-d $\vec{F} = 15$ et de même sens de la résultante

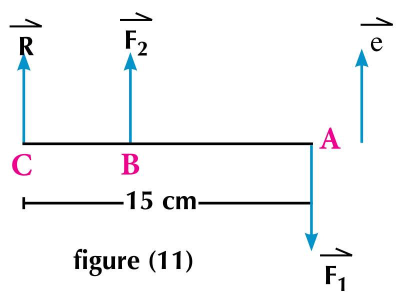


figure (11)

$\because$ la somme des moments des forces par rapport au point C est égale au moment de la résultante par rapport au point C = 0

$\therefore 20 \times 15 - 55 \times BC =$ zero c-à-d $BC = \dfrac{60}{11}$ cm

$\therefore F_2$ est appliqué au point B distante de $\dfrac{105}{11}$ cm de A

Essayez de résoudre

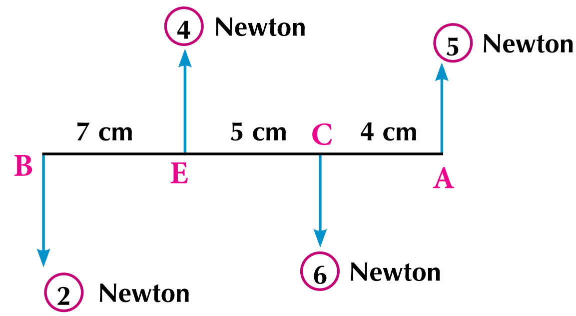
(3) L'intensité de la résultante de deux forces parallèles est 350 N. L'intensité de l'une des deux forces est de 500 N, sa ligne d'action est distante de 51 cm de celle de la résultante. Trouvez la deuxième force ainsi que la distance entre les lignes d'action des deux forces sachant que la force connue et la résultante sont

(a) de même sens (b) de sens contraires

Exemple — Moment des forces parallèles coplanaires par rapport à un point

(4) La figure ci-contre représente un ensemble des forces parallèles, perpendiculaires à $\overline{AB}$. Trouvez la somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport :

a au point A **b** au point C



Solution

a La force 5 est appliquée au point A, alors son moment par rapport au point A est égal à zéro En respectant la rotation des forces par rapport au point A (avec ou contre le sens de rotation des aiguilles d'une montre) La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point A

$= 6 \times 4 - 4 \times 9 + 2 \times 16 = 20$ N.cm

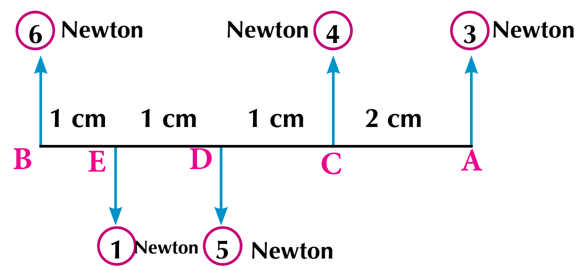
b La force 6 est appliquée au point C, alors son moment par rapport au point C est égal à zéro La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point C

$= 5 \times 4 - 4 \times 5 + 2 \times 12 = 24$ N.cm

Essayez de résoudre

(4) La figure ci-contre représente un ensemble des forces parallèles, perpendiculaires à $\overline{AB}$ Trouvez la somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport

a au point A **b** au milieu de $\overline{AB}$



Exemple — Résultante d'un ensemble des forces parallèles coplanaires

(5) A ; B ; C ; D ; E sont cinq points alignés tel que AB : BC : CD : DE = 2 : 3 : 4 : 7.Cinq forces parallèles, de même sens, d'intensités 30 ; 50 ; 20 ; 70 ; 40 N sont appliquées aux points A ; B ; C ; D ; E respectivement. Trouvez la résultante de ces forces.

Solution:

Supposons que $AB = 2x$, $BC = 3x$

$CD = 4x$, $DE = 7x$

et $\overrightarrow{e}$ vecteur unitaire de même sens que ces forces

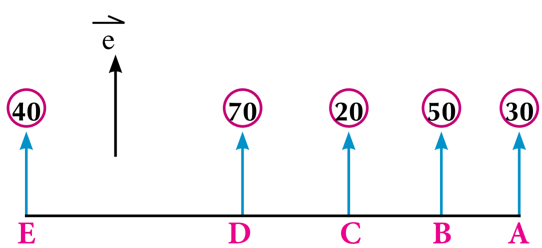


figure (12)

$\therefore \overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} + \overrightarrow{F_5}$

$= 30\overrightarrow{e} + 50\overrightarrow{e} + 20\overrightarrow{e} + 70\overrightarrow{e} +$

$40\overrightarrow{e} = 210\overrightarrow{e}$ Newtons

Donc l'intensité de la résultante est de 210 N dans le même sens de ces forces.

Pour déterminer le point d'application de la résultante, on pose que la résultante est appliquée au point $O \in \overline{AE}$

∵ la somme des moments des forces par rapport au point A est égale au moment de la résultante par rapport au point A

$\therefore -50 \times 2x - 20 \times 5x - 70 \times 9x - 40 \times 16x = -210 \times AO$

$\therefore AO = \dfrac{1470x}{210} = 7x$ cm

$\dfrac{AO}{AE} = \dfrac{7x}{16x} = \dfrac{7}{16}$ c-à-d la résultante est appliqué au point O qui partage $\overline{AE}$ intérieurement dans le rapport 7 : 16 du côté de A

Essayez de résoudre

(5) Si C , D et E ∈ $\overline{AB}$ tel que AC : CD : DE : EB = 1 : 3 : 5 : 7. Des forces parallèles, de même sens, de même intensités sont appliquées aux points A ; C ; D ; E ; B respectivement. Démontrez que la résultante partage $\overline{AB}$ dans le rapport 3 : 5

Exemple Résultante de plusieurs forces parallèles

(6) ans la figure ci-contre (figure 13) : Cinq point A ; B ; C ; D ; E sont alignés. Deux forces parallèles et de même sens d'intensités 20 et 30 N sont appliquées au points B et D verticalement vers le haut. Deux forces d'intensités 40 et 60 N sont appliquées aux points A et C et agissant en sens contraires des forces appliquées en B et D. Trouvez l'intensité, le sens de la résultante et son point d'application.

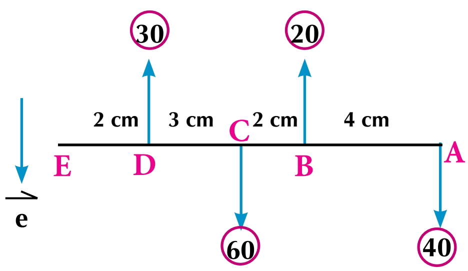


Figure (13)

Solution

Supposons que $\overrightarrow{e}$ est un vecteur unitaire dirigé vers le bas

$\therefore \overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4}$

$= -30\,\overrightarrow{e} + 60\,\overrightarrow{e} - 20\,\overrightarrow{e} + 40\,\overrightarrow{e} = 50\,\overrightarrow{e}$ N

La résultante est appliquée au point distant de x cm de A. $\overleftrightarrow{AE}$ and is distant x cm from A

∵ la somme des moments des forces par rapport au point A est égale au moment de la résultante par rapport au point A

$\therefore X = 0{,}2$

$-30 \times 9 + 60 \times 6 - 20 \times 4 = 50 \times X$

Donc la résultante est appliquée au point distant de 0,2 de A

Essayez de résoudre

(6) Dans la figure ci-contre : Des forces parallèles agissent sur une barre légère $\overline{AB}$. Si l'intensité de la résultante est 300 N. La résultante est appliquée à un point de la barre distant de 4 mètres de A vers le haut.
Trouvez F et K

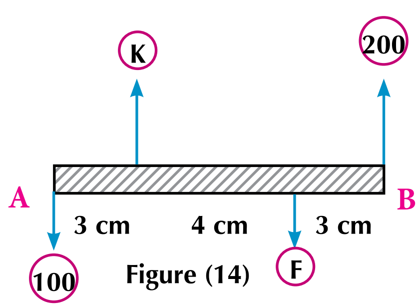


Figure (14)

Exemple — Démonstration théorique

7 L'intensité de la résultante de deux forces parallèles, de même sens, $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ appliquées aux points A et B est $\overrightarrow{R}$ Si $\overrightarrow{F_2}$ se déplace parallèlement dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de x cm. Démontrez que la résultante se déplace dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de $(\frac{F_2}{F_1 + F_2})$ x

Solution

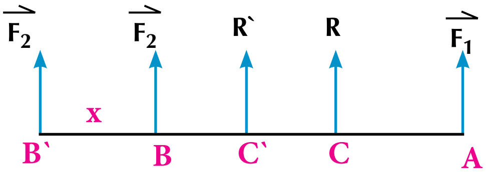


Figure (15)

1er cas:

Supposons que la résultante est appliquée au point C

$\because$ Moment de la résultante par rapport à A = Somme des moments par rapport à A

$\therefore$ R $\times$ AC = $F_2 \times$ AB (1)

2ème cas:

Si la force $\overrightarrow{F_2}$ se déplace parallèlement dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de x cm, on suppose que la résultante agit au point C '

$\because$ Moment de la résultante par rapport à A = Somme des moments par rapport à A

$\therefore R \times AC` = F_2 \times AB`$ (2)

De (1) et (2) par soustraction $\frac{F_2}{R}$

$\therefore R\,(AC` - AC) = F_2\,(AB` - AB)$ $\qquad \therefore R \times CC` = F_2 \times x$

$\therefore CC` = \frac{F_2}{R} \times x = (\frac{F_2}{F_1 + F_2})x$

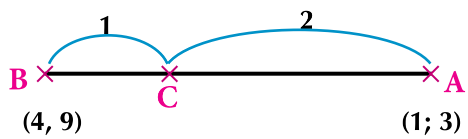
Essayez de résoudre

7 Les intensités des deux forces parallèles, de même sens, appliquées aux points A et B sont F et 2F. Si $\overleftarrow{F_2}$ se déplace parallèlement dans la direction $\overrightarrow{AB}$ une distance de x cm. Démontrez que la résultante se déplace dans la même direction une distance de $\frac{2}{3}$ x

Exemple

8 Les forces $\overrightarrow{F_1} = 2\,\overrightarrow{i} - 3\,\overrightarrow{j}$ and $\overrightarrow{F_2} = 4\,\overrightarrow{i} - 6\,\overrightarrow{j}$ sont appliques aux points A (1; 3) ; B(4; 9) respectivement. Trouvez leur résultante et le point d'intersection de sa ligne d'action avec $\overleftrightarrow{AB}$.

Solution



$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = 6\,\overrightarrow{i} - 9\,\overrightarrow{j}$

On remarque que $\overrightarrow{F_2} = 2\,\overrightarrow{F_1}$ donc les deux forces sont parallèles , de même sens.

On suppose que la résultante agit au point C $\in \overline{AB}$ où $\frac{AC}{CB} = \frac{2}{1}$

From the rule of the dividing a line segment internally point

$$C = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2} ; \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$\therefore\ C = \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1} ; \frac{2 \times 9 + 1 \times 3}{2 + 1}\right) = (3; 7)$$

Essayez de résoudre

8. Les forces $\overrightarrow{F_1} = 3\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$; $\overrightarrow{F_2} = -9\,\overrightarrow{i} + 3\,\overrightarrow{j}$ sont appliques aux points A (-1 ; 0) ; B (1 ; 2) respectivement. Trouvez leur résultante et son point d'application.

Exercices 2 - 1

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées:

1. Si les intensités de deux forces parallèles, de sens contraires, sont 7 ; 12 N, alors l'intensité de leur résultante est égale à :

   a) 19 N b) 12 N c) 7 N d) 5 N

2. Les intensités des deux forces parallèles, de même sens, appliquées aux points A et B où AB = 51 cm sont 7 et 10 N.Si leur résultante agit au point C, alors AC = ...

   a) 30 cm b) 27 cm c) 21 cm d) 12 cm

3. Si les intensités de deux forces parallèles, de sens contraires, sont 5 ; 7 N, alors l'intensité de leur résultante est égale à

   a) 12 b) 6 c) 2 d) 1

Répondez aux questions suivantes:

Ans les exercices de 4 - 6, $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ sont deux forces parallèles, agissant aux points A et B, si leur résultante agit au point $C \in \overleftrightarrow{AB}$

4. Dans ce qui suit, trouvez l'intensité, la direction et la longueur de $\overline{AC}$ (les deux forces sont de même sens)

   a) $F_1 = 9$ N , $F_2 = 17$ N , AB = 13 cm
   b) $F_1 = 23$ N , $F_2 = 15$ N , AB = 57 cm
   c) $F_1 = 16$ N , $F_2 = 10$ N , BC = 30 cm

5. Si $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ sont de même sens, répondez à ce qui suit:

   a) $F_1 = 8$ Newton , R = 13 Newton et AC = 10 cm trouvez F_2 et A B
   b) $F_2 = 6$ Newton , AC = 24 cm et AB = 56 cm trouvez F_1 et R
   c) $F_1 = 6$ Newton , AC = 9 cm , CB = 8 cm trouvez F_2 et R

6. Si $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ sont de sens contraires, répondez à ce qui suit:

   a) $F_1 = 15$ Newton , R = 20 Newton et AC = 70 cm trouvez F_2 , AB
   b) $F_2 = 6$ Newton , AC = 24 cm et $C \notin \overline{AB}$, AB = 56 cm trouvez F_1 , R
   c) $F_1 = 6$ Newton , AC = 9 cm et $C \notin \overline{AB}$, CB = 8 cm trouvez F_2 , R

7 Dans ce qui suit, trouvez l'intensité, la direction de la résultante et la distance de son point d'application au point A

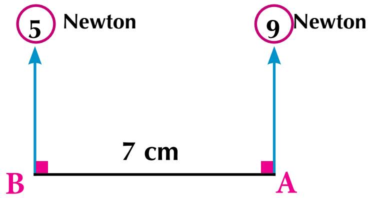


figure (16)

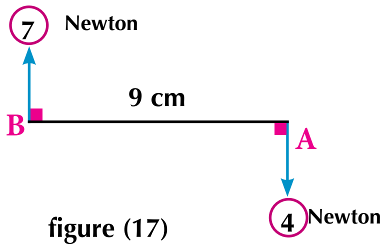


figure (17)

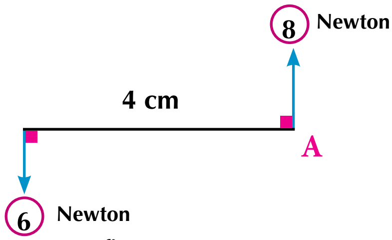


figure (18)

8 Deux forces parallèles, de sens contraires d'intensités 4 ; 9 N sont appliquées aux points A et B où AB = 15 cm. Trouvez leur résultante.

9 Si la résultante des deux forces parallèles 7 $\vec{e}$ et 5 $\vec{e}$ est appliquée à un point distant de $2\frac{1}{3}$ mètres à la ligne d'action de la plus petite force. Trouvez la distance entre les lignes d'action des deux forces.

10 Deux forces parallèles, l'intensité de la plus petite est 30 N agissant à l'extrémité A d'une barre légère $\overline{AB}$ et la plus grande agit à l'extrémité B. Si l'intensité de la résultante est 10 N et sa ligne d'action distante de 90 cm de l'extrémité B. Trouvez al longueur de la barre.

11 Cinq points A ; B ; C ; D et E sont alignés de sorte que AB = 4cm ; BC = 6cm ; CD = 8 cm et DE = 10 cm. Cinq forces d'intensités 60 ; 30 ; 50 ; 80 et 40 kgp sont appliquées aux points A ; B ; C ; D et E respectivement, perpendiculairement à $\overleftrightarrow{AE}$ les trois premières forces sont de même sens, les deux dernières agissant en sens contraire. Trouvez la résultante de ce système.

12 Dans la figure (19), la barre porte quatre poids de 1 ; 7 ; 5 ; 3 kgp comme indique la figure.

Déterminez le point de la suspension de la barre pour qu'elle reste horizontale.

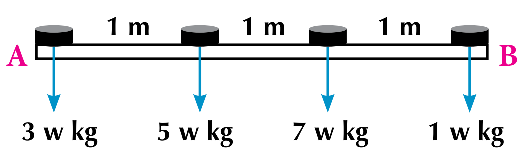


figure (19)

13 Deux forces parallèles, de même sens, d'intensités 5 et 8 N sont appliquées aux points A et B où AB = 39 cm. Si on ajoute une force d'intensité F à la première force et dans le même sens, alors la résultante se déplace 8 unités. Trouvez F.

14 A ; B ; C sont trois points alignes de sorte que AB = 1 mètre ; AC = 3 mètres ; B ∈ $\overline{AC}$. Des forces d'intensité 2 et $\frac{1}{2}$ N sont appliquées verticalement vers le bas aux points A et C respectivement. Une force d'intensité 4 N agit au point B à l'extrémité vers le haut. Trouvez l'intensité, la direction de la résultante et la distance de son point d'application du point A.

Unité 2

2 - 2

Equilibre d'un système des forces coplanaires

A apprendre

- Equilibre d'un corps sous l'action d'un ensemble des forces parallèles coplanaires

Key terms

- réaction
- poids
- parallèles
- support
- faisceau
- tension
- poulie
- rotation

Materials

- calculatrice scientifique
- laboratoire de mécanique

Règle

Un corps solide soumis à l'action d'un ensemble de forces coplanaires est en équilibre statique si les deux condition suivantes sont remplies:

1- la résultante des forces groupe est nulle: ($\vec{F} = \vec{o}$)

2- la somme des moments des forces du groupe par rapport à un point est nulle: ($M = \vec{o}$)

Ces deux condition sont nécessaires et suffisantes pour garantir l'équilibre.

Dans la figure (19) on voit l'ensemble de vecteurs unitaire ($\vec{i}$; $\vec{i}$ et $\vec{j}$) qui sont dans le plan des forces par conséquent $\vec{K}$ est perpendiculaire à ce plan ; et l'analyse de la résultante $\vec{R}$ peut se faire suivant les directions $\vec{i}$ et $\vec{j}$

Ainsi, nous avons

$\vec{R} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$, $\vec{M} = \overrightarrow{MK}$

ou

x est la somme des composantes algébrique des forces dans la directions $\vec{i}$

y est la somme des composantes algébrique des forces dans la directions $\vec{j}$

M est la somme des composantes des moments des forces dans la direction $\vec{K}$

Pour assurer les conditions nécessaires et suffisantes pour l'équilibre , il faut que

x = zéro ' y -zéro et M = Zéro

Exemple Equilibre d'un système des forces parallèles coplanaires

1 Dans la figure ci-contre: Une barre de bois de masse 30 kg par mètre repose horizontalement sur deux supports A et B

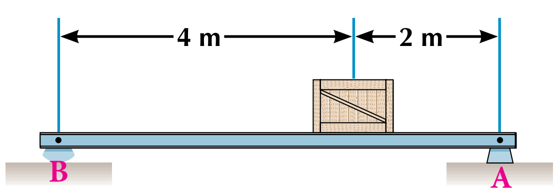


Figure (24)

et porte une boite de masse 240 kg.
Trouvez la pression sur chaque support.

Solution

Comme la barra est homogène, donc son poids agit en son milieu

Masse de la barre $= 30 \times 6 = 180$ kg

$\therefore$ Poids de la barre $= 180$ kg.p

Réaction de chaque support est égale à la pression sur lui

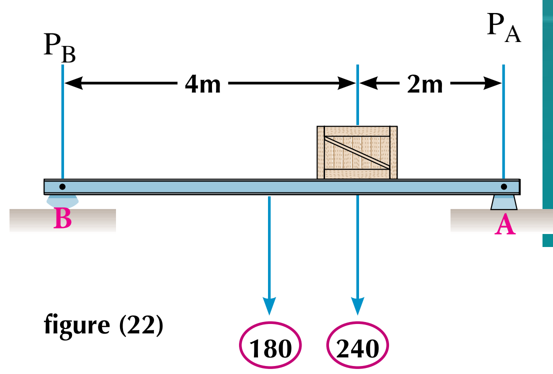


figure (22)

La somme des mesures algébriques des forces = 0

$\therefore P_A + P_B = 240 + 180 \qquad P_A + P_B = 420$ (1)

La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point B = 0

$- 180 \times 3 - 240 \times 4 + P_A \times 6 = 0 \qquad$ d'où $R_A = 250$ kg.p

$\therefore$ En substituant dans (1) alors $R_B = 170$ kg.p

Réflexion critique : Que passra-t-il au réaction en A et B quand la boite se rapprode du point A?

Essayez de résoudre

1) Deux hommes A et B portent une barre de bois de longueur 2 mètres et de poids 16 kgp agissant en son milieu. Elle porte une boite de poids 24 kgp. Trouvez la pression sur l'épaule de chaque homme puis déterminez la position de l'épaule de l'homme B de la barre pour que les deux pressions soient égales.

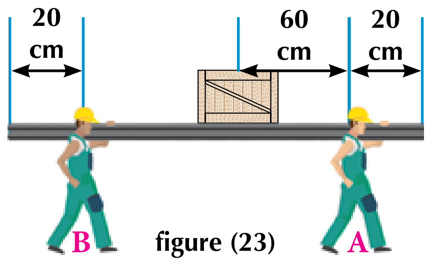


figure (23)

Exemple

Equilibre d'un système des forces parallèles coplanaires

2) Une barre homogène $\overline{AB}$ de 90 cm de longueur et de poids 60 N est suspendue en position horizontale à deux cordes verticales fixées à ses extrémités A et B. En quel point de la barre faut-il suspendre un poids de 150 N pour que la tension en A soit double de celle en B ?

Solution

Supposons que le poids 150 N soit suspendue en un point de la barre distant de x cm de A et que T soit la tension en B.L tension en A sera donc 2T.

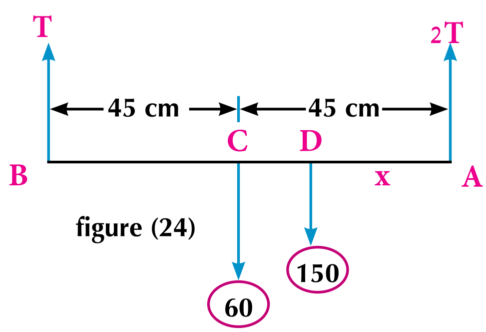


figure (24)

$\therefore$ La somme des mesures algébriques des forces = 0

$\therefore 2T + T - 150 - 60 =$ zéro, alors $T = 70$ Newton

$\because$ La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point A = 0

$\therefore 150 \times x + 60 \times 45 - T \times 90 = 0$

En substituant dans $T = 70$

$\therefore 150\,x = 3600 \qquad x = 24$ cm

Essayez de résoudre

2) Une barre homogène $\overline{AB}$ de 4metres de longueur et de masse 10 kg repose en position

horizontale sur, l'un en A et l'autre en un point de la barre distant de 1 mètre de B. En quel point de la barre, un enfant de poids 50 kgp est début pour que les tensions soient égale?

Exemple

(3) Une barre de bois AB non homogène de 4 mètres de longueur repose en position horizontale sur deux supports en C et D tel que AC = 1 mètre BD = $1\frac{1}{2}$ mètres. La distance maximale parcoures par un homme de poids 780 N sur la barre de A à B en conservant l'équilibre de la barre 3 mètres et la distance maximale parcoures par cet homme sur la barre de B à A est $3\frac{1}{2}$ mètres. Déterminez le poids de la barre et son point d'application.

Solution

Supposons que le poids de la barre est égal à P agissant à un point distant de x mètres de A .

1er cas:

Quand l'homme parcourt 3 mètres de A à B, la barre sera sur le point de basculer autour de D La réaction du support en C s'annule.

$\because$ La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point

$780 \times \frac{1}{2} - P(2\frac{1}{2} - x) = 0$

$\therefore P(2\frac{1}{2} - x) = 390$ **(1)**

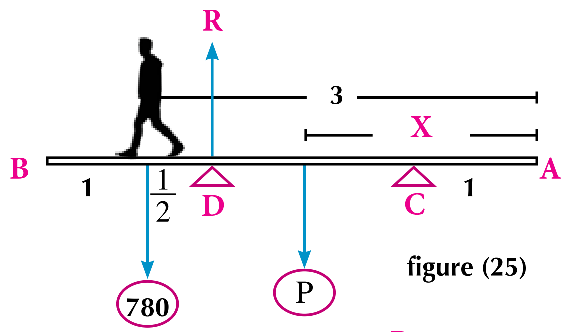


figure (25)

2ème cas:

Quand l'homme parcourt $3\frac{1}{2}$ mètres de B à A, la barre sera sur le point de basculer autour de C La réaction du support en D s'annule

$\because$ La somme des mesures algébriques des moments de ces forces par rapport au point C = 0

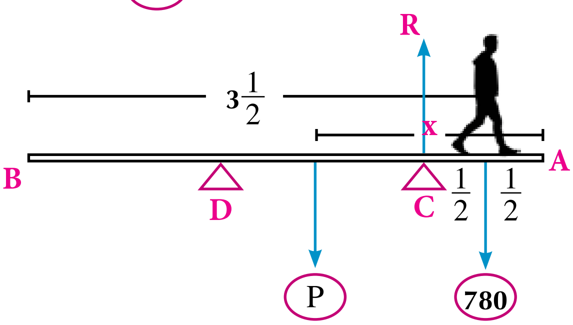


figure (26)

$\therefore P(x - 1) - 780 \times \frac{1}{2} = 0$ $\qquad \therefore P(x - 1) = 390$ **(2)**

De **(1)** et **(2)**

$\therefore x - 1 = 2\frac{1}{2} - x$ d'où $x = 1{,}75$ mètres

En substituant dans **(2),** on trouve que $P = 520$ N

c-a-d le poids de la barra est 520 N agissant au point distant de 1,75 mètres de A.

Essayez de résoudre

(3) Une barre $\overline{AB}$ de 90 cm de longueur et de poids 50 N agissant en son milieu repose en position horizontale sur deux supports, l'un en A et l'autre à 30 cm de B. Elle porte un poids de 20 N à 15 cm de B. Déterminez la pression sur chaque support ainsi que la valeur du poids qui doit être suspendue en B pour que la barre soit sur le point de basculer. Quelle est la pression sur C dans ce cas ?

Exemple

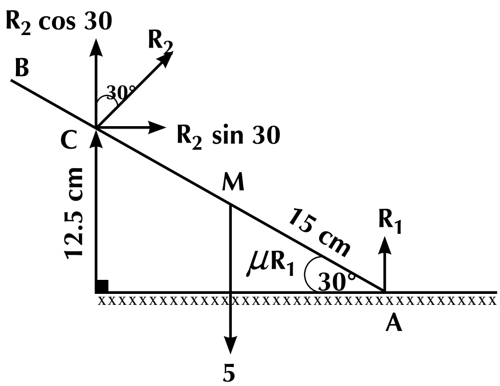
glissement d'une barre sur un plan horizontal rugueux et un support lisse

4 Une barre homogène $\overline{AB}$ de poids 5 kg.p de longueur 30 cm et, repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, et par un point C sur un support verticl lisse à 12,5 cm du sol horizontal. Quand la barre est sur le point de glisser, alors la mesure de son angle d'inclinaison sur l'horisontal est 30°. Trouver

1) la réaction du support.
2) le coefficient de frottement du sol..

Solution

on remarque que A C = 25 cm
La barre est en équilibre sous l'action des forces :
son poids 5 kg.p verticale vers le bas en son milieu
la réaction de l'extrémité A ses composantes perpendiculaires R_1 et μR_1 .
la réaction du support sur la barre R_2, perpendiculaires à la barre au point de contact C .



En appliquant les conditions de l'équilibre :
$X = 0$; $Y = 0$,; $M_A = 0$

$\because\ M_A = 0 \qquad \therefore 5 \times 15 \cos 30^\circ - R_2 \times 25 = 0$

$\therefore R_2 = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ .... (1)

De deux équation d'équilibre : $x = 0$; $y = 0$

$\therefore R_2 \sin 30^\circ - \mu R_1 = 0$ $\qquad \therefore R_2 = 2\mu R_1$ Par substitution de (1)

$\therefore 2\mu R_1 = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \therefore \mu R_1 = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ .... (2)

$, R_1 + R_2 \cos 30^\circ = 5$ $\qquad \therefore R_1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2} R_2 = 5$ Par substitution de (1)

$\therefore\ R_1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{3\sqrt{3}}{2} = 5$ $\qquad \therefore R_1 = 5 - \dfrac{9}{4} = \dfrac{11}{4}$ kg.wt .

Remplaçons de R_1 pour trouver la valeur de μ .

$\therefore\ \mu \times \dfrac{11}{4} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ $\qquad \therefore \mu = \dfrac{3\sqrt{3}}{11}$

Essayez de résoudre

4 Une barre homogène AB de poids 20 Newton de longueur 60 cm et, repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, et par un point C sur un support verticl lisse à 25 cm du sol horizontal. Quand la barre est sur le point de glisser, alors la mesure de son angle d'inclinaison sur l'horisontal est 30°. Trouver la réaction du support ainsi que le coefficient de frottement du sol.

Exemple **équilibr d' une échelle sur deux plans verticaux l'un d'eux est rugueux.**

5 Une échelle homogène de poids 20 kgp. Repose avec une extrémité sur un sol horizontale rugueux, l'autre extrémité étant en contact avec un mur lisse. L'échelle est en équilibre dans un plan verticale inclinée à 60° sur l'horizontale. Sachant que le coefficient de frottement entre le sol et l'échelle est égale à $\frac{1}{2\sqrt{3}}$, démontrez que une fille de poids 60 kgp. Ne peut monter plus de la moitié de la longueur de l'échelle sans que cette derniére ne glisse.

Solution

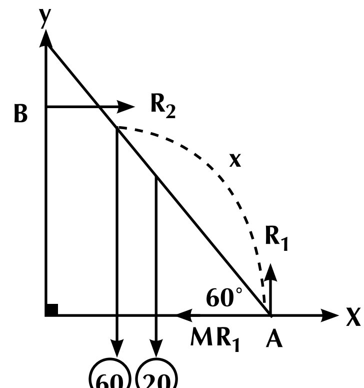


Figure (27)

L'échelle est en équilibre sous l'action des forces :

son poids 20 kgp. Verticale vers le bas en son milieu

le poids de la fille 60 kgp verticale vers le bas à une distance x de la base de l'échelle.

la réaction du sol rugueux en A sa composante verticale R_1 et sa composante horizontale μR_1 .

la réaction du mur lisse R_2 qui est perpendiculaire au mur.

Ecrivons les conditions de l'équilibre :

$X = 0$; $Y = 0$; $M_a = 0$ soit la longueur de l'échelle $= \ell$,

Soit la distance maximale que la fille peut monter pour que l'échelle soit sure le point de glissée $= x$

$\because R_1 = 20 + 60 = 80$ kg.p , $R_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} R_1$

$\therefore R_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times 80 = \frac{40}{\sqrt{3}}$ kg.p (1) $\because M_A = 0$

$\therefore 20 \times \frac{\ell}{2} \cos 60^\circ + 60 \times x \cos 60^\circ - R_2 \times \ell \sin 60^\circ = 0$ ...... (2)

De (1) , (2)

$\therefore 5\ell + 30x - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell \times \frac{40}{\sqrt{3}} = 0$ $\therefore 30x - 15\ell = 0$ $\therefore x = \frac{15}{30}\ell = \frac{1}{2}\ell$

$\therefore$ la distance maximale que la fille peut monter est égale à la moitié de la longueur de l'échelle.

Essayer de résoudre :

5 AB est une échelle homogène de poids 30 kgp et de longueur 4 mètres. Repose avec son extrémité A sur un plan horizontal lisse et avec son extrémité B sur un mur vertical lisse. L'échelle est inclinée à 45° sur l'horizontale. Elle est mantinue en équilibre dans un plan verticale au moyen d'une corde horizontale reliant l'extrémité A à un point du mur placé verticalement en dessous de B. Si un homme de poids 80 kgp monte cette échelle, démontrez que la tension dans la corde augmente lorsque cet homme monte sur l'échelle. Si la plus grande tension pouvant être par la corde est 67 kgp, trouvez la distance maximum cet homme peut monter sur l'échelle sans que cette derniére ne glisse.

Exercices 2 - 2

Dans chacune des figures suivantes, une barre légère est en équilibre horizontalement, trouvez les intensités des forces F et K ainsi que la distance x

1

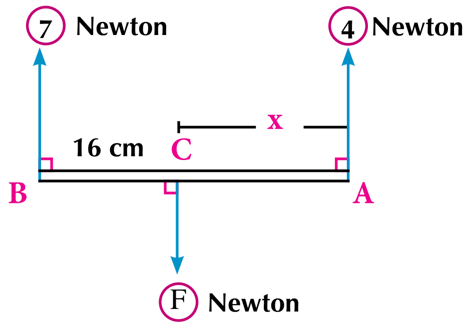


figure (28)

2

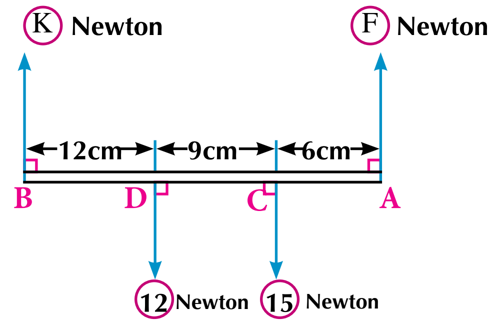


figure (29)

3

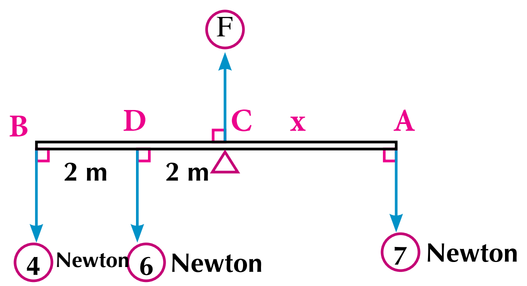


figure (30)

4

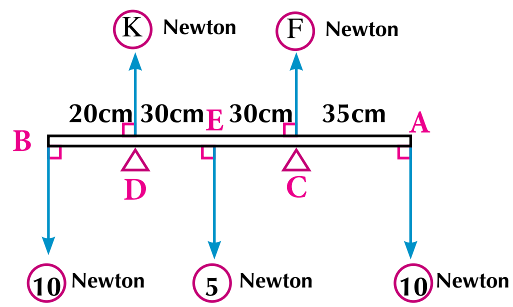


figure (31)

Répondez à ce qui suit:

5. Une barre homogène de 2 mètres de longueur et de masse 75 kg repose en position horizontale sur deux supports aux extrémités. Elle porte un poids de 15 kgp en un point distant de 50 cm de l'une de ses extrémités. Trouvez la réaction sur chaque support.

6. Une barre homogène de 3 mètres de longueur et de masse 4 kg porte deux corps dont les masses sont 5 kg et 1,5 kg aux extrémités. Trouvez la position du point de la suspension de la barre pour qu'elle soit en position horizontale.

7. Une barre non homogène AB de longueur 120 cm. Si on fixe un poids de 1 N en B et on suspend un poids de 16 N en A. alors la barre est en équilibre en un point distant de 30 cm de A. Si le poids en A est 8 N, la barre est en équilibre en un point distant de 40 cm de A. Trouvez le poids de la barre et la distance entre son point d'application et A

8) Dans la figure (38) : Une moto de masse 200 kg et son poids agit sur la ligne verticale passant par le milieu de la distance entre les deux roues. Si la masse du passager de la moto est 84 kg et son poids agit sur ligne verticale et distant de 1 mètre derrière la roue avant. Trouvez la réaction du sol sur les deux roues dans chacun des cas suivant :

a) la moto sans le passager.

B) la moto avec le passage.

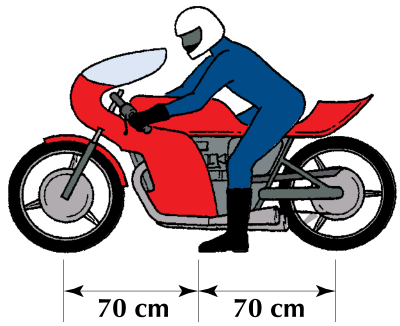


figure (32)

9) $\overline{AB}$ est une barre homogène de 60 cm de longueur et de poids 400 gp agissant en son milieu sur un support distant de 20 cm de A. La barre est maintenue en équilibre par un fil léger vertical en B. Trouvez:

a) la tension dans le fil et la réaction du support .

B) l'intensité du poids qu'il faut attacher au point A pour que la tension du fil est sur le point d'être nul.

10) Une barre AB de longueur 60 cm et de poids 10 gp agissant en son milieu est suspendue horizontalement par deux fils verticaux fixés, l'une au point A et l'autre au point C tel que AC = x cm. Un poids de 12 gp est suspendue au point D tel que AD = 25 cm. Si la tension maximale dans chaque fil est 15 gp. Trouvez les valeurs auxquelles x est situées entre elles et la plus petite tension dans chacune des deux fils.

11) Une régle léger $\overline{AB}$ ropose horizontalement sur deux supports aux points C et D, tels que C∈ $\overline{AD}$; 2AC = 2BD = CD, si un poids (P) est attaché au point M de la régle , elle est alors sur le point de basculer si on attache un poids 10N en (A) ou si on attache un poids de 6 N en (B). Trouvez la valeur de (P), Deemontrez que $\frac{AM}{MB} = \frac{9}{7}$

12) Deux hommes A ; B portent un corps de masse 90 kg suspendu d'une barra métallique forte et légère. Si la distance entre les deux hommes est 60 cm et le point de suspension du corps distant de 20 cm de A, Combien peut supporter chaque homme de ce poids ? Si l'homme B ne peut supporter plus que 50 kgp, déterminez la plus grande distance de A à laquelle on attache le poids pour que l'homme B peut supporter la barre

13) Une échelle homogène de poids 64kgp. Repose avec une de ses extrémités sur un mur vertical lisse et avec l'aure extrémité sur un plan horizontal lisse. L'échelle est inclinée à 45° sur l'horizontale. Elle est mantinue en équilibre dans un plan vertical au moyen d'une corde horizontale reliant la base de l'échelle à un point du mur placé verticalement en dessous du sommet de l'échelle. Si un homme de poids égale à celui de l'échelle, monte sur l'échelle en un point distance de $\frac{3}{4}$ de la longueur de l'échelle à partir de la base. Trouvez la tension dans la corde ainsi que les réactions. du mur et du sol

14 Une échelle homogène de poids 10 kgp repose avec son extrémité A sur un plan horizontal lisse et avec son extrémité B sur un mur vertical lisse. L'échelle est inclinée à 45° sur l'horizontale. Elle est mantinue en équilibre dans un plan verticale au moyen d'une corde horizontale reliant l'extrémité A à un point du mur placé verticalement en dessous de B. Si un homme de poids 80 kgp monte cette échelle,

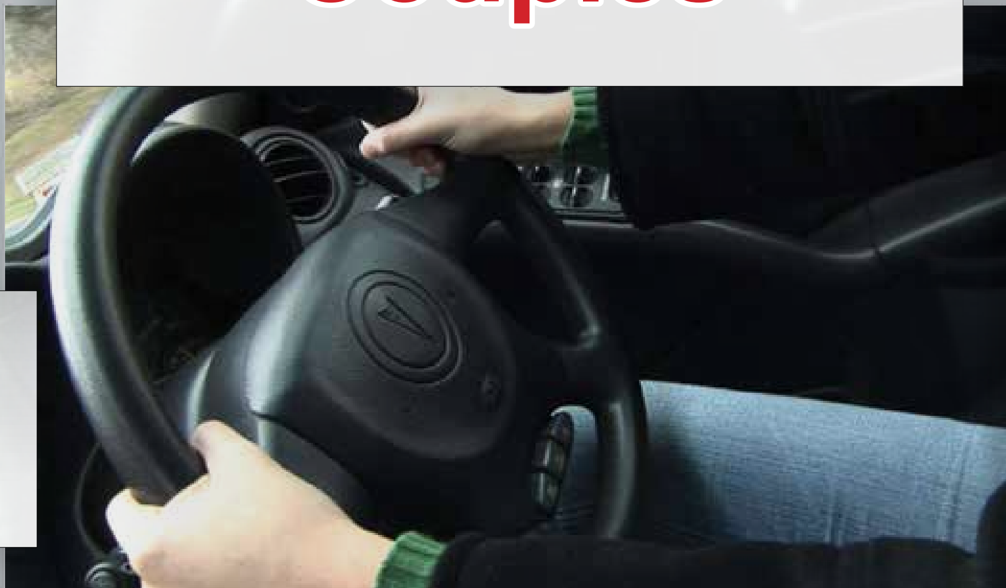
1) Trouvez la tension dans la corde lorsque cet homme monte une distance de $\frac{3}{4}$ de la longueur de l'échelle .
2) Trouvez la plus grande tension pouvant être par la corde sachant qu'elle sera sur le point de se coupée quand cet homme monte jusque sommet de l'échelle

15 Une échelle homogène de poids 40 N. Repose avec son extrémité A sur un sol horizontal rugueux, l'autre extrémité B étant en contact avec un mur lisse. L'échelle est en équilibre dans un plan verticale inclinée à 45° sur l'horizontale. Trouvez la plus petite force horizontale agit à l'extrémité A pour que la barre soit sue le point de glisser s'éloignant du mur, sachant que le coefficient de frottement entre le sol et l'échelle est égale à 0,75

16 Une échelle homogène repose avec son extrémité supérieur un mur vertical lisse et avec son extrémité inférieur sur un plan horizontal rugueux. Si l'échelle est inclinée sur l'horizontale d'un angle dont la tangente est égale à $\frac{3}{2}$. Trouvez le coefficient de frottement quand la barre est sur le point de glisser.

Couples

Unité 3



Introduction de l’unité

On a étudié dans les unités précédentes la résultante de deux forces parallèles et de sens contraire en les remplaçant par deux forces qui se rencontrent en un point.

On a remarqué que cela est possible quand les deux forces ne sont pas égales. Si les deux forces parallèles sont égales, il n’est pas possible de les remplacer par deux forces non parallèles. On obtient toujours deux forces parallèles, égales et de sens contraire. Il n’est donc pas possible de composer les deux forces en une seule force.

On déduit que l’ensemble formé de deux forces parallèles, égales et de sens contraire constitue dans la science de la Statique une nouvelle notion nommée « Couple ». Dans cette unité, on va étudier la notion « Couple », sa définition, le calcul de son moment, l’équilibre d’un corps sous l’action de deux couples égaux, le calcul du moment du couple. L’unité se termine par l’étude de la somme d’un nombre fini de couples.

Unit objectives

A la fin de l’étude de cette unité, l’élève doit être capable de :

- Connaitre le concept d’un couple
- Calculer le moment d’un couple
- Déduire que le moment d’un couple est un vecteur constant
- Reconnaitre le concept d’un équilibre de deux couples et d’équivalence de deux couples
- Reconnaitre le concept d’un équilibre d’un corps sous l’action de deux couples coplanaires
- Calculer la résultante de plusieurs couples
- Démontrer qu’un système de forces est équivalent à un couple (résultante = 0 ; somme des moments par rapport à un point ≠ 0) ou (somme des moments de forces par rapport à trois points non alignes est constant ≠ 0)
- Démontrer qu’un système de forces est équivalent à un couple en utilisant la définition
- Reconnaitre le théorème « des forces appliquées à corps sont représentées par les côtés d’un polygone، prise dans un ordre cyclique est équivalent à un couple… »
- Résoudre des applications variées sur les couples

Vocabulaires de base

- Couple
- Ligne d'action
- Equilibre
- Un corps rigide
- Equivalence

Leçons de l'unité

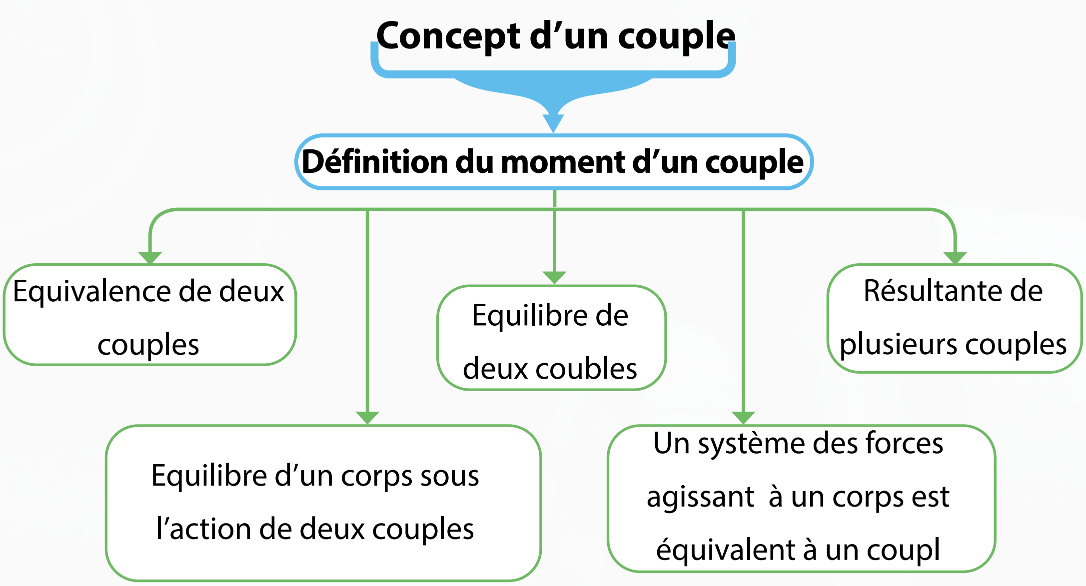
(3-1): Les couples

(3-2): Couple résultant

Aide pédagogique

Calculatrice scientifique

Organigramme de l'unité



Unité 3

3 - 1

Les couples

A apprendre

- Le couple
- Moment d'un couple
- Equivalence de deux couples
- Equilibre d'un corps sous l'effet de deux couples ou plus

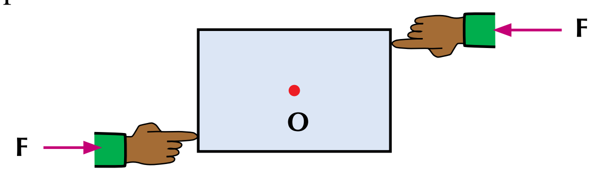
Vocabulaires de base

- Couple
- Ligne d'action
- Equilibre
- Un corps rigide
- Equivalence

Aide pédagogique

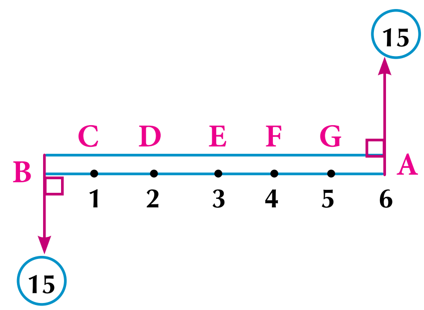
- Calculatrice scientifique
- Laboratoire de la m canique

Introduction : Certains pourraient penser que si le la résultante des forces agissant à un corps est égale à zéro, alors le corps est en équilibre mais si on regarde la figure ci-contre, on trouve deux forces de même intensités, de sens contraires (leur résultante est égale à zéro) On observe que le corps se déplace de mouvement de rotation autour de O. La vitesse de rotation dépend de plusieurs facteurs dont on peut les découvrir à partir du travail collectif suivant :



Travail collectif

La figure ci-contre représente deux forces parallèles, de même intensités 15 N, de sens contraires agissant aux extrémités d'une règle graduée. l'aide de vos camarades. calculez la somme des mesures algébriques des deux forces par rapport aux points A ; B ; C ; D ; E ; F ; G



Inscrivez les résultats obtenus dans le tableau suivant:

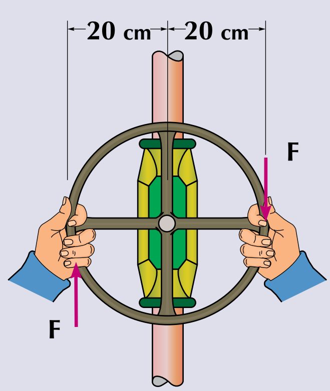
Somme des moments des forces	A	B	C	D	E	F	G

D'après les résultats du tableau précédent, que remarquez-vous ?

Apprendre Le couple

Définition

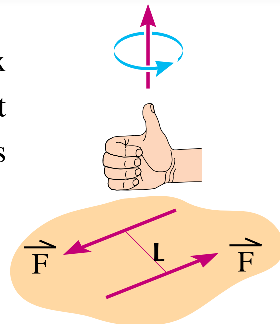
Un couple est un système composé de deux forces parallèles d'intensité égale, de sens contraires et n'ayant pas une ligne d'action commune.



Moment d'un couple

Le moment d'un couple est défini par la somme des moments des deux forces par rapport à un point de l'espace et sa norme est égale au produit de l'intensité d'une des deux forces par la distance séparant leurs lignes d'action. On le note M où $M = \|\overrightarrow{M}\|$

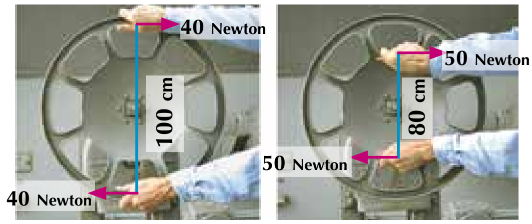
$\therefore \|\overrightarrow{M}\| = F \times d$ où $F = \|\overrightarrow{F}\|$; d est appelé « bras du couple



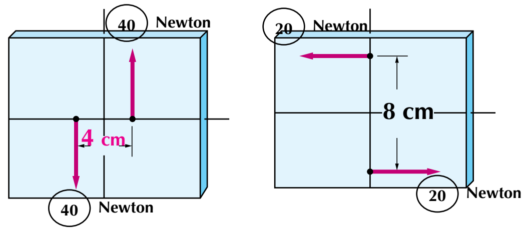
Exemple

1 Dans chacune des figures suivantes, calculez la mesure algébrique du moment du couple:

a



b



Solution

a Dans la figure (a), la mesure algébrique du moment de chaque couple = - 4000 N.cm

b Dans la figure (b), la mesure algébrique du moment de chaque couple = 160 N.cm.

Remarquez L'augmentation de la distance entre les deux forces, dimension d'intensités des deuxforces,la mesure algébrique du moment du couple est le même.

Essayez de résoudre

1 Dans la figure suivante, calculez la mesure algébrique du moment du couple:

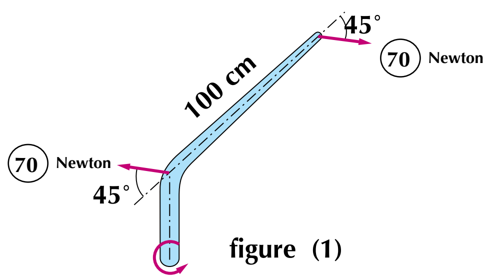


figure (1)

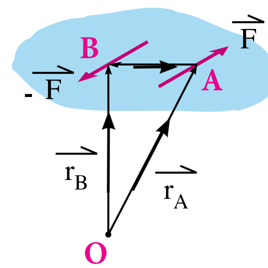
Théorème

Le moment d'un couple est une valeur constante, ne dépendant pas du point par rapport au quel les moments des deux forces du couple sont calculés.

La démonstration (ne fait pas l'objet d'une question d'examen)

Supposons que les deux forces $\overrightarrow{F}$ and - $\overrightarrow{F}$ agissant aux points A et B respectivement. O est un point quelconque de l'espace.

On trouve la somme des moments des forces par rapport au point O.



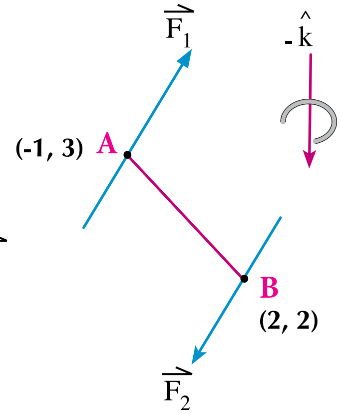
$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{F} + \overrightarrow{OB} \times -\overrightarrow{F} = (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \times \overrightarrow{F}$$

$\because \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ $\qquad \therefore \overrightarrow{M} = \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{F}$

La dernière formule montre que le moment d'un couple ne dépend pas du point par rapport au quel les moments des deux forces du couple sont calculés.

Exemple

(2) Si les deux forces $\overrightarrow{F_1} = 2\,\overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j}$ and $\overrightarrow{F_2} = a\,\overrightarrow{i} - 5\,\overrightarrow{j}$ forment un couple, agissant aux points A (- 1 ; 3) et B (2 ; 2) respectivement. Trouvez la valeur de a et b ainsi que le moment du couple.



Solution

$\because$ Les deux forces forment un couple $\quad \therefore \overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$

$\therefore a = -2 \quad , \quad b = 5$

Moment du couple = moment de $\overrightarrow{F_1}$ par rapport au point B

$= \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{F_1} \quad$ où $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$

$= (-3\,;\,1) \times (2\,;\,5)$

$= (-15 - 2)\,\overrightarrow{k} = -17\,\overrightarrow{k}$

Essayez de résoudre

(1) Si $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$ forment un couple telle que $\overrightarrow{F_1} = -3\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ agit au point A (1 ; 1) ; $\overrightarrow{F_2}$ agit au point (-1 ; 2), trouvez $\overrightarrow{F_2}$, le moment du couple ainsi que la longueur de la perpendiculaire abaisse de A à la ligne d'action de $\overrightarrow{F_2}$.

Equilibre d'un corps rigide sous l'action de deux couples coplanaires au moins

Définition

Un corps rigide est en équilibre sous l'action de deux couples coplanaires si la somme de leurs moments est le vecteur nul

Soient $\overrightarrow{M_1}$; $\overrightarrow{M_2}$ les moments de deux couples. La condition d'équilibre de ce corps sous l'action de ces deux couples est $\overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} = \overrightarrow{O}$

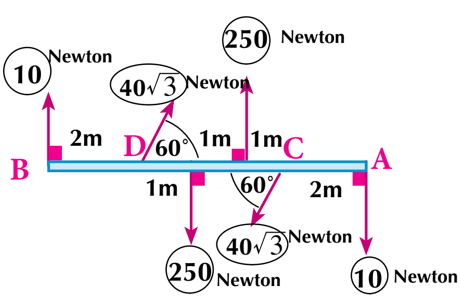
En général: si un corps est soumis sous l'action des couples coplanaires dont les moments sont $\overrightarrow{M_1}$, $\overrightarrow{M_2}$, ..., $\overrightarrow{M_n}$,alors la condition d'équilibre de ce corps sous l'action de ces deux couples est $\overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2} + ... + \overrightarrow{M_n} = \overrightarrow{O}$

Corollaire

Un corps est en équilibre sous l'action de deux couples coplanaires au moins si la somme des mesures algébriques de leurs moments est nulle

Exemple

(3) La figure ci-contre montre les forces agissant à la barre légère. Démontrez que la barre est en équilibre.



Solution

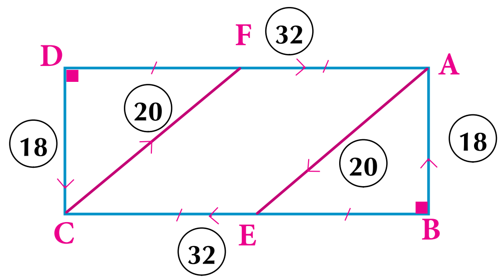
Les deux forces 10 et 10 forment un couple dont la mesure algébrique du moment est $M_1 = -10 \times 7 = -70$ N. mètre

Les deux forces $40\sqrt{3}$ et $40\sqrt{3}$ forment un couple dont la mesure algébrique du moment est $M_2 = -40\sqrt{3} \times 3 \sin 60 = -180$ N. mètre

Les deux forces 250 et 250 forment un couple dont la mesure algébrique du moment est $M_3 = 250 \times 1 = 250$ N. mètre

$\because M_1 + M_2 + M_3 = -70 - 180 + 250 =$ zéro $\quad \therefore$ la barre est en équilibre.

Essayez de résoudre

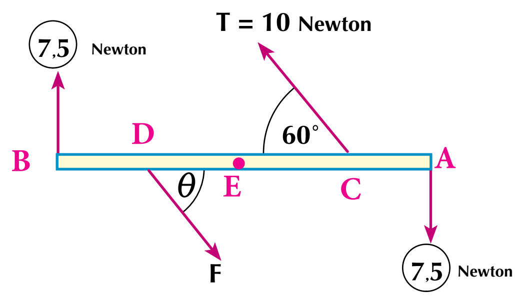


2 **Dans la figure ci- contre :** ABCD est un rectangle. E et F sont les milieux respectifs de $\overline{BC}$ et $\overline{AD}$ tels que AB = 6 cm ; BC = 16 cm. Démontrez que l'ensemble des forces indiquées sur la figure est en équilibre.

Exemple

4 Une barre de longueur 30 cm et de poids négligeable est suspendue horizontalement par un clou en son milieu. Deux forces parallèles de sens contraires d'intensité 7,5 chacune sont appliquées aux extrémités de la barre. La barre est tirée par un fil incliné à la barra d'un angle de mesure 60° en un point appartenant à la barre comme C. Trouvez l'intensité, le sens et le point d'application de la force qui doit être appliquée à la barre pour qu'elle reste horizontale en équilibre sachant que la tension dans le fil est 10 N.

Solution



Les deux forces 7,5 et 7,5 forment un couple dont la mesure algébrique du moment est

$M_1 = -7.5 \times 30 = -225$ N. mètre

Pour que la barre soit en équilibre, il faut que la tension du fil et la force cherchée forment un couple dont la mesure algébrique de son moment est 225 N.cm

$\therefore$ La force cherchée $F = T = 10$ N, $\theta = 60°$ d'où $10 \times CD \sin 60 = 225$

$\therefore CD = 15\sqrt{3}$ cm c-à-d le point D distant de $15\sqrt{3}$ cm du point C .

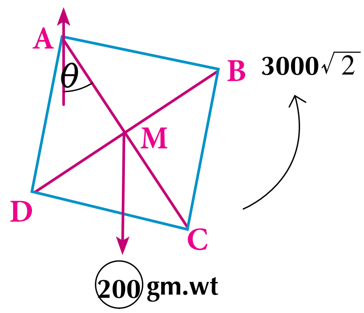
Essayez de résoudre

3 ABCDEF est un hexagone régulier. Des forces de 3 ; 9 ; F_1 ; 3 ; 9 ; F_2 gp agissant suivant $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$ and $\overrightarrow{AF}$ respectivement. Trouvez la valeur de F_1 et F_2 pour que le système soit en équilibre.

Exemple

(5) ABCD est une plaque homogène carrée mince de 60 cm de longueur de côtè et de poids 200 gp agissant aux points d'intersection des diagonales. Cette plaque est suspendue par un clou dans un trou près de sommet A de sorte qu'elle s'équilibre dans un plan vertical. La plaque est soumise à un couple de moment 3000 $\sqrt{2}$ gp. Trouvez l'inclinaison de $\overline{AC}$ sur la verticale.

Solution



A l'état de l'équilibre, la plaque est soumise au poids, la réaction en A et un couple extérieure. Supposons que le couple extérieur agit au sens contraire à celui aux aiguilles d'une montre Etant donné que le couple ne s'équilibre qu'avec un autre couple. Ceci veut dire que la réaction en A et le poids forment un couple dont la mesure algébrique de son moment est M_2 où

$M_2 = -200 \times AM \sin\theta$ où $AM = 30\sqrt{2}$

$M_1 + M_2 =$ zéro $\quad 3000\sqrt{2} - 200 \times 30\sqrt{2}\sin\theta =$ zero

$\sin\theta = \frac{1}{2}$ $\quad \theta = 30°$ ou $150°$

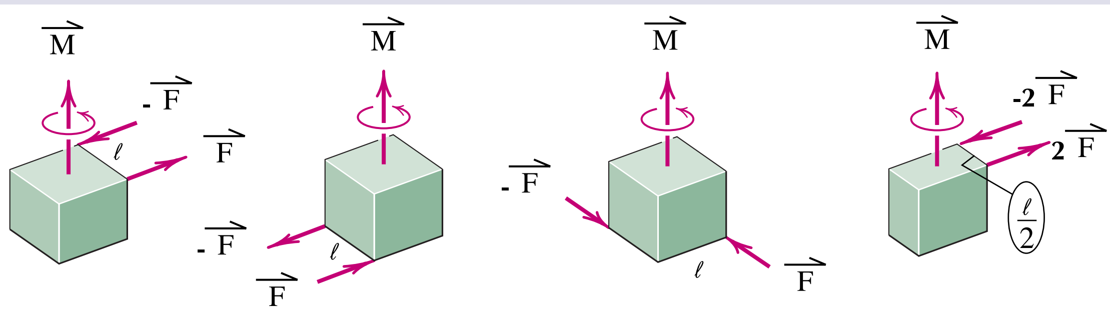
Essayez de résoudre

(4) Un barre de longueur 40 cm et de poids 2,4 kgp agissant en son milieu peut facilement tourner dans un plan vertical autour d'une charnière fixe à l'une de ses extrémités. La barre est soumise à un couple dont le moment est perpendiculaire à ce plan vertical et de norme 24 kgp .cm. Déterminez l'intensité, le sens de la réaction de la charnière et l'inclinaisons de la barre sur la verticale à l'état d'équilibre .

Equivalence de deux couples

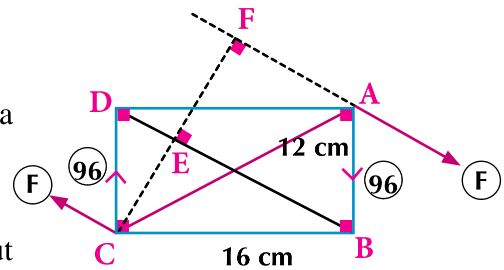
Définition

Deux couples coplanaires sont équivalents si et seulement si les mesures algébriques de leurs moments sont égales



Exemple

6 ABCD est un rectangle dans lequel AB = 12 cm et BC = 16 cm. Des forces d'intensités commune 96 N agissant suivant $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ Deux autres forces de même intensité F agissant en A et C parallèlement à $\overleftrightarrow{BD}$ Trouvez F pour laquelle les deux couples sont équivalents.



Solution

Les deux forces 96 et 96 forment un couple dont la mesure algébrique du moment est

$M_1 = -96 \times 16 = -1536$ N.cm

Pour que les deux couples soient équivalents, il faut que les deux forces tendent à produire une rotation dans le même sens des aiguilles d'une montre (comme montre la figure).

$\therefore\ M_2 = -F \times CF$

$\therefore\ M_2 = -F \times 19.2$

$\because$ Les deux couples sont equivalents $\therefore\ M_1 = M_2$

$\therefore -F \times 19.2 = -1536 \quad \therefore\ F = 80$ N

de le théorème d'Euclide

$CE = \dfrac{AB \times AD}{BD}$

$CE = \dfrac{16 \times 12}{20} = 9.6$cm

CF = 2 CE

CF = 19,2cm

Essayez de résoudre

5 AB est une barre légère de longueur 50 cm. Deux forces d'égale intensité 30 N et de sens contraires agissant en A et B. Deux autres forces d'égale intensité 100 N et de sens contraires agissant en C et D appartenant à la barre tel que CD = 30 cm de sorte qu'elles forment un couple équivalent au couple formé par les deux premières forces. Trouvez l'inclinaison des deux premières forces sur la barre.

Exercices 3 - 1

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1 Un couple est un système composé de :

a deux forces parallèles d'intensité égale, de même sens commune.

b deux forces perpendiculaires d'intensité égale.

c deux forces parallèles d'intensité égale, de sens contraires et ayant une ligne d'action commune.

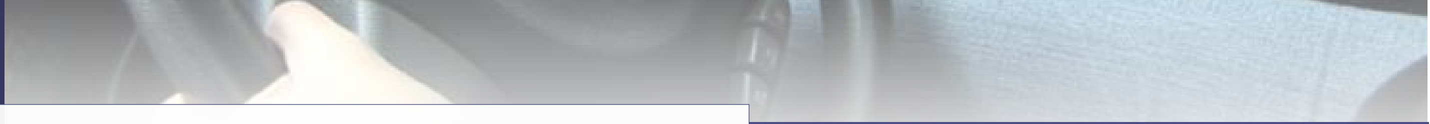
d deux forces parallèles d'intensité égale, de sens contraires et n'ayant pas une ligne d'action commune.

2 Laquelle des conditions suivantes ne change pas de l'effet d'un couple sur un corps?

a déplacement d'un couple en une autre position dans son plan .

b déplacement d'un couple en un autre plan parallèle à son plan

c rotation d'un couple dans son plan. d tout ce qui est précédé.



3. Deus forces agissant sur la roue d'une voiture tendent à produire une rotation de la roue forment:
   - **a** frottement.
   - **b** un couple.
   - **c** une force perpendiculaire à la roue .
   - **d** tout ce qui est précédé.

4. Deux forces forment un couple s'elles :
   - **a** sont de même intensité .
   - **b** sont de sens contraires.
   - **c** n'ont pas la même ligne d'action.
   - **d** tout ce qui est précédé.

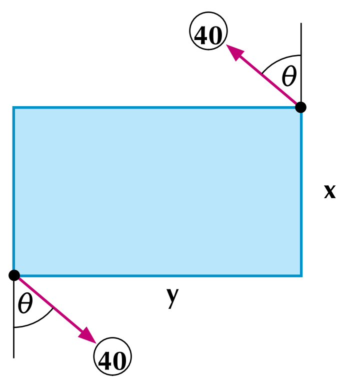
5. Si M_1 et M_2 son les mesures algébriques des moments de deux couples et $M_1 + M_2 =$ zero alors:
   - **a** les deux couples sont équivalents
   - **b** les deux couples ne sont pas en équilibre
   - **c** les deux couples sont en équilibre
   - **d** les deux couples sont équivalents à une force

6. Le produit de la mesure algébrique de l'une des deux forces d'un couple par le bras du couple est appelé :
   - **a** le couple résultant .
   - **b** moment du couple.
   - **c** moment de l'une des deux force du couple .
   - **d** aucune de ces réponses.

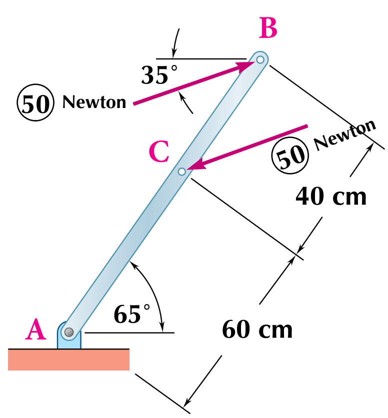
7. Si $\overrightarrow{F_1} = 3\ \overrightarrow{i} - b\ \overrightarrow{j}$; $\overrightarrow{F_2} = a\ \overrightarrow{i} - 5\ \overrightarrow{j}$ forment un couple, alors (a ; b) =
   - **a** (3; -4)
   - **b** (3; 5)
   - **c** (-3; 5)
   - **d** (-3; -5)

8. Si la mesure algébrique du moment d'un couple est 350 N.m et l'intensité de l'une de ses force est 40 N, alors la longueur du bras du couple est égale à :
   - **a** 50 m
   - **b** 5 m
   - **c** 5 cm.
   - **d** 24500 cm.

Répondez aux questions suivantes :



9. **Dans la figure ci-contre** : Une plaque rectangulaire de dimensions x ; y cm. Deux forces d'égale intensité 40 N agissant aux extrémités de la plaque. Trouvez la mesure algébrique du moment du couple formé par les deux forces dans chacun des cas suivants:
   - **a** $x = 3cm$, $y = 4$ cm , θ = zero
   - **b** $x = y = 6cm$, $\theta = \dfrac{\pi}{4}$
   - **c** $x = 0$, $y = 5cm$, $\theta = 30°$
   - **d** $x = 6cm$, $y = 0$, $\theta = 60°$
   - **e** $x = 5cm$, $y = 12$ cm , $tg\,\theta = \dfrac{5}{12}$

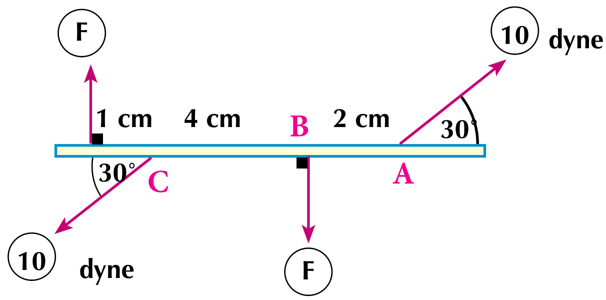


10. **Dans la figure ci-contre** Des forces d'égale intensités 50 N agissant à un levier AB. Trouvez la mesure algébrique du moment du couple en utilisant deux méthodes :
    - **a** la distance entre les lignes d'action des deux forces.
    - **b** la somme des moments des deux forces par rapport au point A

11 Les forces $(3\vec{i} - 5\vec{j})$; $(-3\vec{i} + 5\vec{j})$ N agissant aux points A et B respectivement dont les vecteurs de positions sont , $(6\vec{i} + \vec{j})$; $(4\vec{i} + \vec{j})$. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

12 Les forces $(A\vec{i} + B\vec{j})$; $(5\vec{i} - 2\vec{j})$ N agissant aux points C et D respectivement tel que C(- 2 ; 1) ; D (3 ; 1). Si les deux forces forment un couple, trouvez la valeur de A ; B, le moment du couple et la distance entre les lignes d'action des deux forces.

13 **Dans la figure ci-contre** Une barre est en équilibre sous l'action des quatre forces. Trouvez la valeur de F.



14 ABCD est un rectangle dans lequel AB = 8 cm ; BC = 6 cm. X ; Y ; Z ; L sont les milieux respectifs de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ Des forces d'intensités F , F , F , F , 6 et 6 agissant suivant $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{CZ}$, $\overrightarrow{YX}$, $\overrightarrow{LZ}$, $\overrightarrow{CY}$ et $\overrightarrow{AL}$ respectivement. Si le rectangle est en équilibre, trouvez la valeur de F.

15 Une barre ($\overline{AB}$) de longueur 60 cm et de poids 18 N agissant en son milieu peut facilement tourner dans un plan vertical autour d'un clou fixe passant par un petit trou dans la barre au point C distant de15 cm de A L'extrémité B la barre s'appuie sur une table horizontale lisse et son extrémité A est tirée horizontalement par un fil jusque la réaction de la table est égale au poids de la barre. Trouvez la tension dans le filet la réaction du clou sachant que la barre est en équilibre et incline sur le horizontale d'un angle de mesure 60° charnière fixe à l'une de ses extrémités. La barre est soumise à un couple.

16 ABCD est une plaque mince rectangulaire dans laquelle AB = 18 cm et BC = 24 cm et dont le poids de 20 N agit au point d'intersection des diagonales. Cette plaque est suspendue par un clou passant par un petit trou près du sommet A de tel sort que son plan est vertical. La plaque est soumise à un couple de moment perpendiculaire à son plan et dont la norme est de 150 N. Trouvez l'angle d'inclinaison de ($\overline{DB}$) sur la verticale à l'état d'équilibre.

17 ABCD est un carré de 10 cm se longueur de côté. Deux forces d'intensités 60 et 60 N agissant suivant $\overrightarrow{BA}$ and $\overrightarrow{DC}$. Trouvez deux autres forces d'égale intensité sont appliquées en A et C parallèlement à $\overrightarrow{BD}$ et formant un couple équivalent au couple formé par les deux premières forces.

Unité 3

3 - 2

Couple résultant

A apprendre

- somme des couples coplanaires(couple résultant)
- condition d'équilibre d'un système de forces à un couple

vocabulaires de base

- couples résultant d'équilibre

Aide pédagogique

- calculatrice scientifique.

Réfléchissez et discutez

1) Si un corps est soumis à un couple, quel est l'effet produit sur ce corps par ce couple?
2) Le corps qui est soumit à un couple, se déplace-t- il avec un mouvement linéaire ou un mouvement Circulaire ?
3) Si la résultante d'un ensemble des forces coplanaires concourantes est égale à zéro, ce système peut il représenter un couple ?
4) Si la résultante d'un ensemble des forces coplanaires non concourantes est égale à zéro, ce système peut il représenter un couple ?

A apprendre

Equivalence d'un système de forces coplanaires et un couple

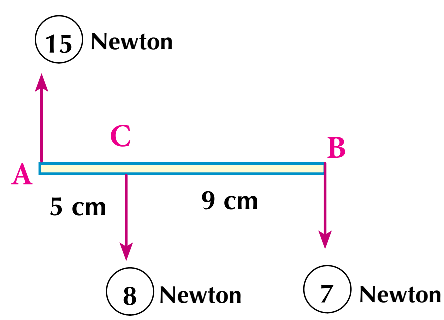
On dit qu'un système de forces coplanaires $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, ... , $\overrightarrow{F_n}$ est équivalent à un couple s'il vérifie les deux conditions suivantes :

1) la résultante des forces s'annule (la somme des composantes algébriques des forces dans une direction quelconque = 0)
2) la somme des moments de forces par rapport à un point quelconque n'est pas égale à zéro.

Remarque : la vérification de l'une des deux conditions n'est pas suffisante pour démontrer que le système est équivalent à un couple. Si la résultante d'un système de forces concourantes s'annule, alors le système est en équilibre et n'est pas équivalent à un couple.

Exemple

1 Dans la figure ci-contre : Les forces sont appliquées sur une barre légère AB. Démontrez que le système des forces est équivalent à un couple puis trouvez la mesure algébrique de son moment.



Solution

$\overrightarrow{e}$ un vecteur unitaire de même sens que la force d'intensité 15 N

$\therefore \overrightarrow{R} = 15\overrightarrow{e} - 8\overrightarrow{e} - 7\overrightarrow{e} = \overrightarrow{0}$

c-à-d la résultante s'annule

∴ L'ensemble est en équilibre ou équivalent à un couple donc on trouve la somme des moments des forces par rapport à un point (soit A)

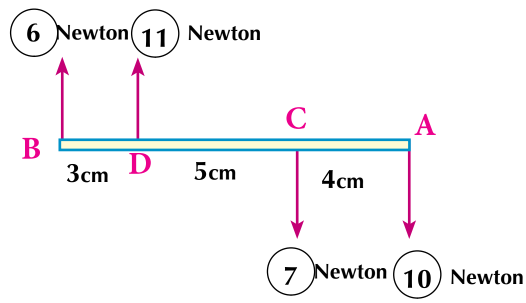
$M_A = -8 \times 5 - 7 \times 14 = -138$

∴ L'ensemble est équivalent à un couple dont la mesure algébrique de son moment = - 138 N.cm

Réflexion critique : Trouvez la somme des moments des forces par rapport aux points B et C. Que remarquez-vous?

Essayez de résoudre

1) **Dans la figure ci-contre ,** Démontrez que le système de forces est équivalent à un couple puis trouvez la mesure algébrique de son moment.

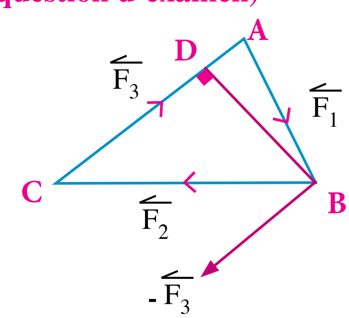


Règle

Si trois forces coplanaires non concourantes appliquées à un corps rigide sont complètement représentées par les trois côté d'un triangle, pris dans un ordre cyclique, ce système de forces est équivalent à un couple dont la norme du moment est égal au produit du double de l'aire du triangle par l'intensité de la force représentant l'unité de longueur.

Démonstration : (la démonstration ne peut pas faire l'objet de question d'examen)

Les trois forces sont complètement représentées (en intensité , sens et ligne d'action) par les segments de droite orientés $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$ Soit m l'intensité de la force représentée l'unité de longueur



c-à-d $m = \frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{BC} = \frac{F_3}{AC}$

$\because \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{O}$

$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{O}$

$\therefore \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{F_3}$

Donc la résultante des deux forces $\overrightarrow{F_1}$ et $\overrightarrow{F_2}$ est une force $(-\overrightarrow{F_3})$ agit au point B

Donc le système est équivalent aux deux force $\overrightarrow{F_3}$ appliquée au point C et $(-\overrightarrow{F_3})$ appliquée en B. Ce système est équivalent à un couple.

Pour déterminer le moment de ce couple, menez de B une perpendiculaire à $\overline{AC}$ qui la coupe en D La norme du moment du couple $= \|\overrightarrow{F_3}\| \times BD$

mais $\|\overrightarrow{F_3}\| = AC \times m$

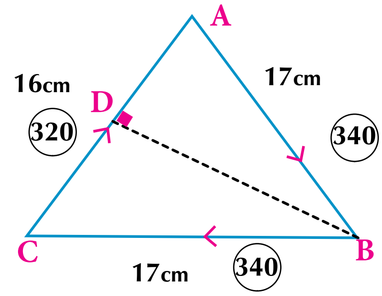
La norme du moment du couple $= AC \times m \times BD$

$= (AC \times BD) \times m = m \times$ double de l'aire du triangle ABC

Exemple

2 ABC est un triangle dans lequel AB = BC = 17 cm et AC = 16 cm. Des forces d'intensités 340 ; 340 et 320 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BM}$; $\overrightarrow{CA}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez la norme de son moment.

Solution



Puisque $\frac{340}{17} = \frac{340}{17} = \frac{320}{16} = 20$

$\therefore$ l'intensité de la force représentant l'unité de longueur est de 20 N et comme les trois forces sont prise dans un ordre cyclique, donc le système est équivalent à un couple

la norme du moment du couple = le double de l'aire du triangle × l'intensité de la force représentant l'unité de longueur

Pour déterminer l'aire du triangle ABC, tracez $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ qui le coupe en son milieu

$\therefore$ BD $= \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ cm

$\therefore$ la norme du moment du couple $= 2 \times \frac{1}{2} \times 16 \times 15 \times 20 =$ 4800 N.cm

Essayez de résoudre

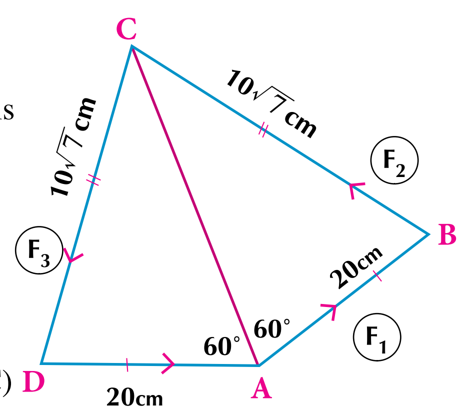
2 ABC est un triangle rectangle en B dans lequel AB = 30 cm ; BC = 40 cm. Des forces d'intensités 6 ; 8 et 10 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez la norme de son moment.

Généralisation : Si des forces coplanaires appliquées à un corps rigide sont complètement représentées par les côtés d'un polygones fermé, pris dans un ordre cyclique , ce système de forces est équivalent à un couple dont la norme du moment est égal au produit du double de l'aire du polygone par l'intensité de la force représentant l'unité de longueur.

Exemple

3 ABCD est un quadrilatère dans lequel AB = AD = 20 cm ; BC = CD = $10\sqrt{7}$ cm , m($\angle$ A) = 120°. Des forces sont représentées par les segmente de droites orientés $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ and $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Si le système tend vers un couple dont la norme du moment est de180 $\sqrt{3}$ N.cm dans la direction ABCD. Trouvez les intensités des forces agissant aux côtés de la figure.

Solution



$\because$ Les forces sont appliquées aux cotes de la figure, pris dans un ordre cyclique

$\therefore$ La norme du moment = double de l'aire de la figure × m = 180 $\sqrt{3}$ (1)

D'après la géométrie de la figure $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

D'après la loi de cosinus dans le triangle ABC

$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 - 2\,AB \times AC \times \cos(B\hat{A}C)$

$\therefore\ (10\sqrt{7})^2 = 20^2 + (AC)^2 - 2 \times 20 \times AC \times \cos 60$

$\therefore\ 700 = 400 + (AC)^2 - 20\ AC$

$\therefore\ (AC)^2 - 20\ AC - 300 = \text{zero}$

$\therefore\ (AC + 10)(AC - 30) = 0$ alors $AC = 30$

Aire de la figure ABCD $= 2 \times$ aire $\triangle ABC$

$= 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 60$

$= 20 \times 30 \times \sin 60 = 300\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

En substituant en (1)

$\therefore\ 2 \times 300\sqrt{3} \times m = 180\sqrt{3}$ d'ou $m = \frac{3}{10}$

$\because\ \frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{BC} = \frac{F_3}{CD} = \frac{F_4}{DA} = m$

$\therefore\ \frac{F_1}{20} = \frac{F_2}{10\sqrt{7}} = \frac{F_3}{10\sqrt{7}} = \frac{F_4}{20} = \frac{3}{10}$

d'ou $F_1 = 6$ N , $F_2 = 3\sqrt{7}$ N , $F_3 = 3\sqrt{7}$ N , $F_4 = 6$ N

Essayez de résoudre

3) ABCD est un trapèze dans lequel $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, AB = 6 cm ; BC = 9 cm ; AD = 3 cm. Des forces sont représentées par les segmente de droites orientést $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB}$ respectivement. Si le système tend vers un couple dont la norme du moment est de 360 N.cm dans la direction ABCD. Trouvez la valeur de $\overrightarrow{F_1}$; $\overrightarrow{F_2}$; $\overrightarrow{F_3}$; $\overrightarrow{F_4}$.

Règle

Si la somme des mesures algébriques des moments d'un ensemble des forces coplanaires par rapport aux trois points non alignés appartenant à son plan est égale à une valeur constante non nulle, alors cet ensemble est équivalent à un couple dont le moment est égal à cette valeur constante.

Démonstration : (la démonstration ne peut pas faire l'objet de question d'examen)

Un ensemble des forces est en équilibre ou tend vers une seule force , tend vers un couple. Puisque la somme
des mesures algébriques des moments d'un ensemble des forces par rapport à un point n'est pas nulle, alors les forces ne sont pas en équilibre. Supposons que l'ensemble est équivalent à une force, les trois points son A ; B ; C et les distances aux lignes d'action

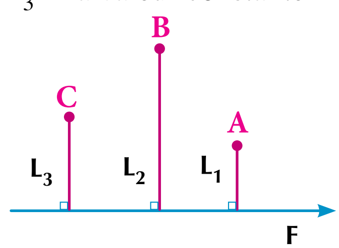
L_1 ; L_2 ; L_3 respectivement. $\therefore\ F \times L_1 = F \times L_2 = F \times L_3 =$ la valeur constante

En divisant par F car $F \neq$ zero $\therefore\ L_1 = L_2 = L_3$

i.c-a-d les points A ; B ; C appartiennent à une même droite // la ligne d'action de F et c'est une contradiction de la supposition .

$\therefore$ L'ensemble des forces n'est pas équivalent à une force

$\therefore$ L'ensemble est équivalent à un couple dont le moment est égal à la valeur constante.

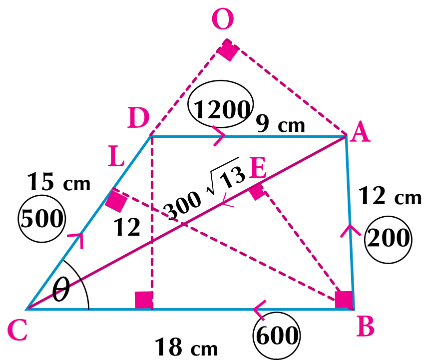


Exemple

4 ABCD est un trapèze dans lequel $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$, $m(\angle B) = 90°$, AB = 12 cm ; BC = 18 cm ; AD = 9 cm. Des forces d'intensités 200 ; 600 ; 500 ; 1200 ; $300\sqrt{13}$ kgp agissent suivant $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$ $\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{AC}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble de ces forces est équivalent à un couple.

Solution

On calcule la somme des mesures algébriques des moments des forces par rapport aux trois points non alignés (soient A ; B ; C).



$M_A = -600 \times 12 - 500 \times AO$

où $AO = 9 \sin\theta = 9 \times \dfrac{12}{15} = 7.2$

$\therefore M_A = -600 \times 12 - 500 \times 7{,}2 = -10800$ kgp.cm

$M_B = -1200 \times 12 - 500 \times BL + 300\sqrt{13} \times BE$

où $BL = 18 \sin = 18 \times \dfrac{12}{15} = 14{,}4$

, $BE = \dfrac{12 \times 18}{6\sqrt{13}} = \dfrac{36}{\sqrt{13}}$

$\therefore M_B = -1200 \times 12 - 500 \times 14{,}4 + 300\sqrt{13} \times \dfrac{36}{\sqrt{13}}$

$= -10800$ kgp.cm

$\therefore M_c = 200 \times 18 - 1200 \times 12$

$= -10800$ kgp.cm

$\therefore$ L'ensemble est équivalent à un couple de moment 10800 kgp.cm qui produit une rotation dans le même sens des aiguilles d'une montre

Essayez de résoudre

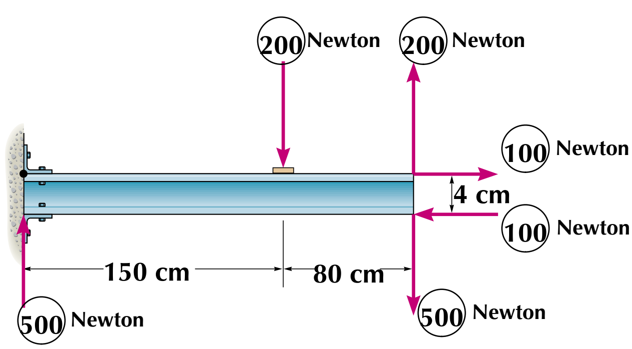
4 ABCD est un carré de 10 cm de longueur de côté, $E \in \overrightarrow{CB}$, $F \in \overrightarrow{CD}$, tel que C E = C F = 30 cm. Des forces d'intensités 40 ; 10 ; 20 ; 30 ; $20\sqrt{2}$ kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{EF}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

Le couple résultant

La somme de deux couples coplanaires est un couple dont le moment est la somme des moments de ces deux couples $\overrightarrow{M} = \overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2}$ et est appelée « couple résultant (l'ensemble est équivalent à un couple).

Exemple

5 **Dans la figure Trouvez la mesure algébrique du couple résultant**.



Solution

Les deux forces 200 ; 200 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$M_1 = 200 \times 0.8 = 160$ N.m

Les deux forces 500 ; 500 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$\overrightarrow{M_2} = -500 \times 2.3 = -1150$ N.m

Les deux forces 100 ; 100 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

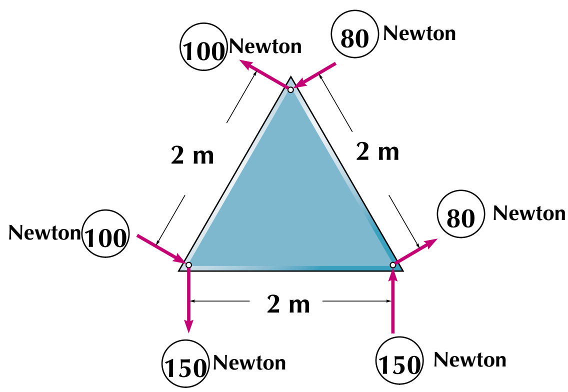
$M_3 = -100 \times 0.04 = -4$ N.m

Le couple résultant $= M_1 + M_2 + M_3$

$= 160 + (-1150) + (-4) = -994$ N.m

Essayez de résoudre

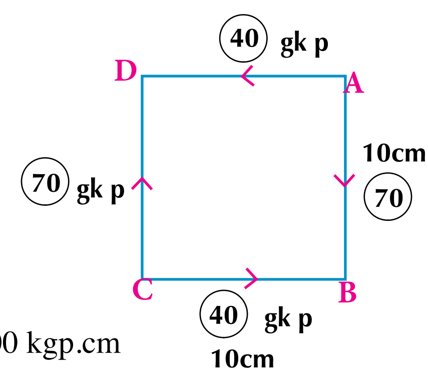
5 **Dans la figure ci-contre:** Une plaque homogène à la forme d'un triangle équilatéral est soumise à l'action représente des comme montre la figure. Trouvez la mesure algébrique du couple résultant .



Exemple

6 ABCD est un carré de 10 cm de longueur de côté. Deux forces de 40 kgp d'intensité chacune agissent suivant $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{CB}$; deux autres forces de 70 kgp d'intensité chacune agissent kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$. Trouvez la mesure algébrique du couple résultant.

Solution



Les deux forces 40 ; 40 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$M_1 = 40 \times 10 = 400$ kgp.cm

Les deux forces 70 ; 70 N forment un couple dont la mesure algébrique du moment

$M_2 = -70 \times 10 = -700$ kgp.cm

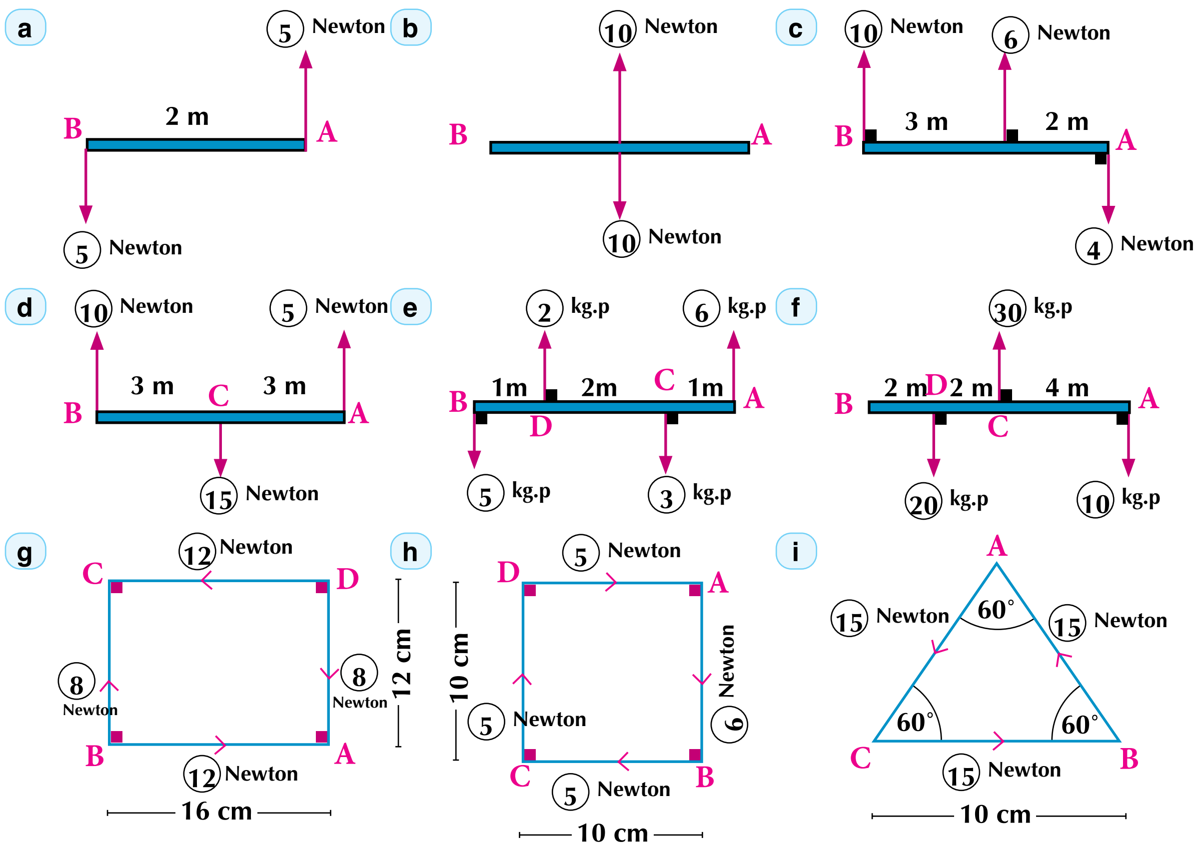
Le couple résultant $= M_1 + M_2 = 400 + (-700) = -300$ kgp.cm

Essayez de résoudre

6 ABCD est un rectangle dans le quel AB = 60 cm ; BC = 160 cm. X et Y sont les milieux respectivement de $\overline{BC}$ et $\overline{AD}$. Des forces d'intensités 200 ; 200 ; 400 ; 400 ; F ; FN agissent $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{XA}$; $\overrightarrow{YC}$, respectivement. Si la mesure algébrique du couple résultant est égale à 6400 N.cm, trouvez la valeur de F.

Exercices 3 - 2

1. Lequel des systèmes de forces suivant est équivalent à un couple ? Puis trouvez la mesure algébrique de son moment :



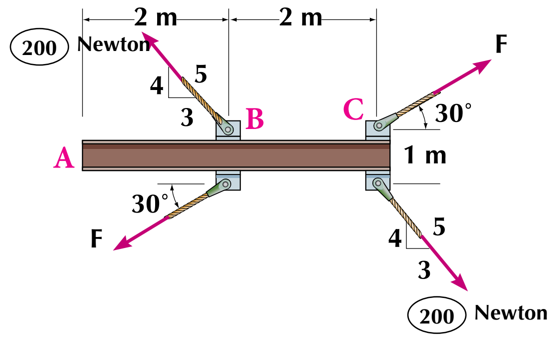
2. ABCD est un carré de 3 m de longueur de côté. Des forces d'intensités 5 ; 2 ; 5 ; 2 N agissent suivant $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DA}$, respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

3. ABCD est un rectangle dans le quel AB = 6 cm ; BC = 8 cm. Des forces d'intensité commune 7 kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

4. ABCD est un rectangle dans le quel AB = 30 cm ; BC = 40 cm. Des forces d'intensité 15 ; 30 ; 15 ; 30 gm.p agissent suivant $\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un Couple. Quel est son moment ? Trouvez deux forces devant être appliquées en A et C . perpendiculairement à $\overrightarrow{AC}$ pour équilibrer le système

5. ABCD est un losange de 10 cm de longueur de côté ; m ($\angle$ BAC) = 120°. Des forces d'intensité 20 ;15 ; 20 ; 15 kgm.p agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble est équivalent à un couple . Quel est son moment ? Trouvez deux forces devant être appliquées en B et D perpendiculairement à $\overline{BD}$ pour équilibrer le système.

6 **Dans la figure ci-contre** Si la mesure algébrique du couple résultant est egal à $200 - 200\sqrt{3}$ N.m, trouvez F.



7 ABCD est un trapèze isocèle dans lequel $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$, AD = 9 cm ; AB = DC = 15 cm ; BC = 33 cm. Des forces d'intensités 45 ; 99 ; 45 ; 27 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble de ces forces est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

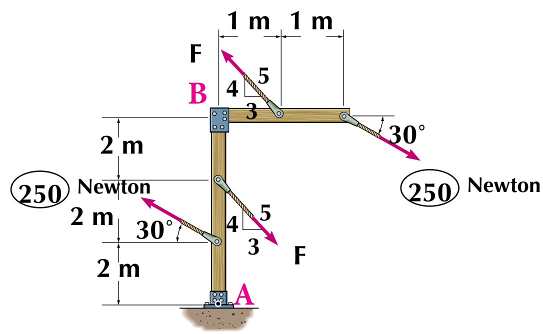
8 ABCDEF est un hexagone régulier de 15 cm de longueur de côté. Des forces d'intensités 40 ; 50 ; 30 ; 40 ; 50 ; 30N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{OE}$; $\overrightarrow{FA}$ respectivement. Déterminez le moment du couple résultant.

9 ABCDE est un pentagone régulier de 15 cm de longueur de côté. Des forces d'intensités chacune 10 kgp agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{EA}$ respectivement. Démontrez que l'ensemble de ces forces est équivalent à un couple puis trouvez son moment.

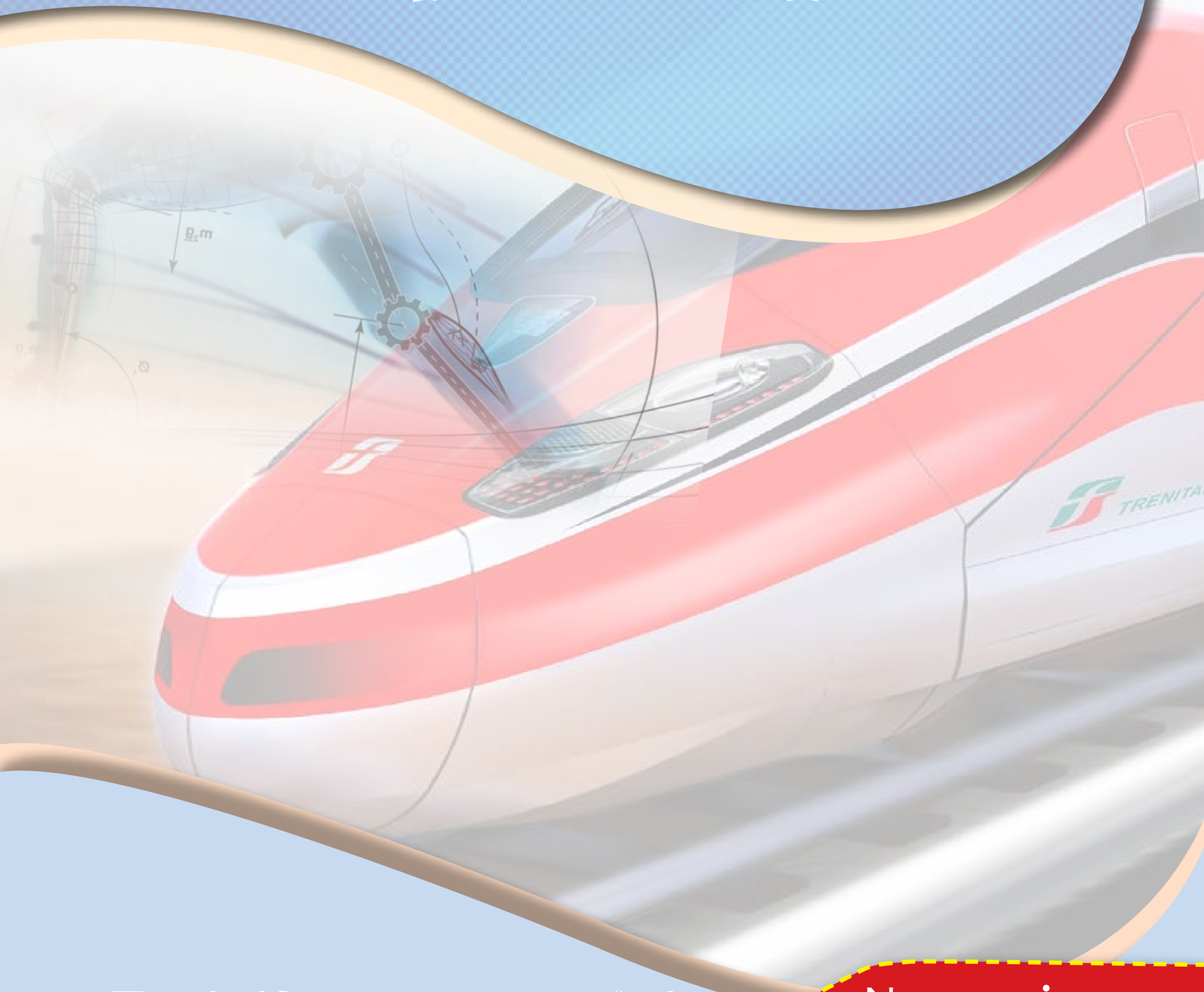
10 ABC est un triangle dans lequel AB = BC = 6 cm. m($\angle$ ABC) = 120°. Des forces d'intensités 18 ; 18 ; $18\sqrt{3}$ N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple puis trouvez la norme de son moment

11 ABCD est un carré de 60 cm de longueur de côté. Des forces d'intensités 10 ; 20 ; 80 ; 50 N agissent suivant $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{DA}$ respectivement. Deux autres forces d'intensités $50\sqrt{2}$; $20\sqrt{2}$ agissent suivant $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DB}$ respectivement. Démontrez que le système est équivalent à un couple dont la norme de son moment est égale à 4800 N.cm

12 **Dans la figure ci-contre** , Si la mesure algébrique du moment du couple résultant est égale à $150 - 500\sqrt{3}$ trouvez F .



Prérequis de
Dynamique



Troisième secondaire

Non requis pour l'examen

1 Quantité du mouvement

La quantité du mouvement d'un corps mobil est une quantité vectorielle a le même sens que le corps et sa norme pendant un instant quelconque vaut le produit de la masse du corps par sa vitesse en ce moment et le vecteur de la quantité du mouvement est noté $\vec{P}$.

$$\vec{P} = m\vec{V}$$

Dans le cas du mouvement rectiligne $\vec{P}$; $\vec{V}$ sont parallèles à la droite du mouvement. On peut représenter chacun des $\vec{P}$ et $\vec{V}$ par les mesures algébriques:

$$P = mV$$

Où P ; V sont les mesures algébriques des vecteurs de la quantité du mouvement et de la vitesse respectivement.

2 Unités de mesure de la quantité du mouvement

L'unité de la norme de la quantité du mouvement =

L'unité de la masse × l'unité de la vitesse

Dans le système international des unités, la norme de la quantité du mouvement est mesurée en kg. m/s

C.-à-d.: P (kg. m / s) = m(kg) × V(m / s).

Remarquez-vous que: P est proportionnelle à V quand la masse est constante et la relation entre eux est linéaire. En ce moment la quantité du mouvement est appelée quantité du mouvement linéaire.

Exemple Définition de la quantité du mouvement

1 Calculez la quantité du mouvement d'une bicyclette de masse 35 kg qui meut par une vitesse constante de 12 m/s vers l'Est.

Figure (1)

Solution

$\because$ P = mv

$\therefore$ P = 35 × 12 = 420 kg. m/sec

La quantité du mouvement de la bicyclette = 420 kg. m/sec vers l'Est.

Essayez de Résoudre

1. Calculez la quantité du mouvement d'un train de masse 40 tonnes se déplace dans la direction du Nord avec une vitesse de 72 km/h.
2. Calculez la quantité du mouvement d'une voiture de masse 800 kg qui se déplace vers le Sud-ouest avec une vitesse de 126 km/h.

Exemple Utilisation des vecteurs

Figure (2)

2 Une voiture de masse 2 tonnes se déplace dans une ligne droite tel que son vecteur de position $\vec{r} = (3t^2 - 4t + 1)\vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire. Si r est mesuré en mètre, déterminez la norme de la quantité du mouvement de la voiture au début et après 3 s de début du mouvement.

Solution

$\because \vec{r} = (3t^2 - 4t + 1)\,\vec{e}$

$\therefore \vec{V} = \dfrac{\vec{dx}}{\vec{dt}} = (6t - 4)\,\vec{e}$

(1) au début $t = 0$, $\vec{V} = -4\,\vec{e}$

$\because \vec{P} = m\,\vec{V}$

$\therefore \vec{P} = 2000\,(-4\,\vec{e}) = -8000\,\vec{e}$

La norme de la quantité du mouvement = 8000 kg. m/s

(2) en t = 3 s , **alors** $\vec{V} = (6 \times 3 - 4)\,\vec{e} = 14\,\vec{e}$

$\because \vec{P} = m\,\vec{V}$ $\qquad \therefore \vec{P} = 2000\,(14\,\vec{e}) = 28000\,\vec{e}$

La norme de la quantité du mouvement = 28000 kg. m/s.

Essayez de Résoudre

3 Une voiture de masse 1200 kg se déplace dans une ligne droite tel que $D = t^3 - 12\,t^2$ où D mesuré en mètre. Déterminez la quantité du mouvement après 4 s de le début de mouvement

3 La variation de la quantité du mouvement

Si le vecteur de la vitesse d'un corps mobil en deux instants consécutifs t_1 et t_2 sont $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ respectivement, alors la variation de la quantité du mouvement est définie par la relation:

$$\triangle \vec{P} = m \triangle \vec{V}$$

Où m est la masse du corps mobil, $\triangle \vec{V}$ la variation de la vitesse

$\therefore$ La variation de la quantité du mouvement $\triangle P = m\,(\vec{v_2} - \vec{v_1})$

Si $\vec{a}$ (t) est l'accélération du corps mobil alors:

$$\boxed{\triangle P = m\int_{t_1}^{t_2} a\,dt}$$

Exemple la variation de la quantité du mouvement

3 Une balle de masse 200 g est lâchée d'une hauteur de 90 cm sur un sol horizontal et elle rebondit à une hauteur de 40 cm. Calculez en kg. m/s la norme de la variation de la quantité du mouvement.

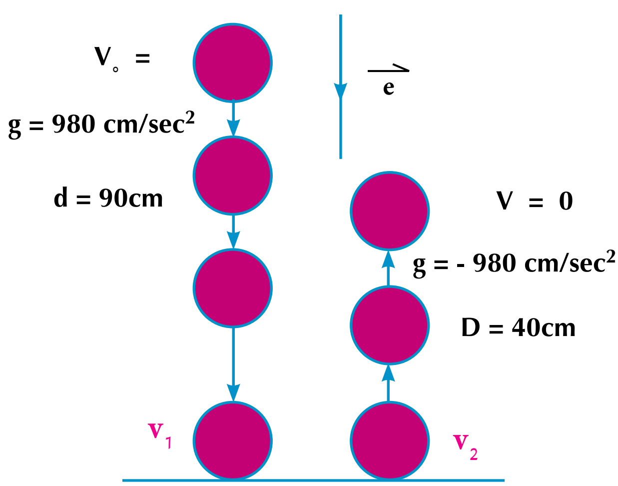


Figure (3)

Solution

Soit $\vec{e}$ un vecteur unitaire dans le sens du mouvement vers le bas

L'étude du mouvement de la balle vers le bas.

$\because v^2 = V_\circ^2 + 2gd$

$\therefore V_1^2 = 0 + 2 \times 980 \times 90$

$v_1 = 420$ cm / sec

$\therefore \vec{v_1} = 420\ \vec{e}$

L'étude du mouvement de la balle vers le haut.

$\because v^2 = V^2 + 2gd$

$\therefore 0 = V_2^2 - 2 \times 980 \times 40$

$v_2 = 280$ cm / sec

$\therefore \vec{v_2} = -280\ \vec{e}$

La variation de la quantité du mouvement $\triangle \vec{P} = m(\vec{v_2} - \vec{v_1})$

$$= \frac{200}{1000}(-2.8 - 4.2)\ \vec{e} = -1.4\ \vec{e}$$

$\therefore$ **La norme de la variation de la quantité du mouvement** $= 1.4$ kg. m/sec

4 Première loi de Newton

Newton a représenté à partir de cette loi ce qui passe d'un corps quand les forces agissant sur lui soit nulle.

Chaque corps garde son état de repos ou de mouvement uniforme rectiligne à moins d'être soumis à un influent extérieur qui change sons état.

On remarque de la première loi de Newton ce qui suit:

(1) Le corps en repos reste en repos à moins d'être soumis à une force qui le fait déplacer. Le corps mobil en mouvement uniforme reste mobil avec la même vitesse à moins d'être soumis à une force qui change son mouvement.

(2) La force dans la loi signifie que la résultante des forces agissant sur le corps. La force est mesurée par l'unité de Newton en son honneur.

(3) La loi concerne l'état du repos et de mouvement uniforme rectiligne sont équivalent. Chacun de deux états représente l'étant du corps quand la résultante des forces agissant sur le corps est nulle.

(4) La loi concerne l'état du repos et de mouvement uniforme rectiligne (c-.à-d. dans sont état normal) ne peut pas changer son état mais il faut qu'une force agisse sur lui pour changer sans état. Pour cela la première loi de Newton est appelée la loi d'inertie.

5 Inertie

De la première loi de Newton, on déduit que les corps Tendent à garder son état de repos ou de mouvement uniforme rectiligne. Ce défend de changer est appelé l'inertie.

Principe d'inertie

Chaque corps est mineur ou incapable à changer son état du repos et de mouvement uniforme rectiligne.

6 Force

La première loi de Newton définie la force qu'elle l'effet qui change ou essaye à changer l'état du corps de repos ou de mouvement uniforme rectiligne.

Exemple (le corps est dans le cas de se mouvoir)

4 La figure ci – contre représente un corps qui se déplace horizontalement dans le sens indiqué avec une vitesse uniforme de 8 m/s.
Déterminez F_1 et F_2.

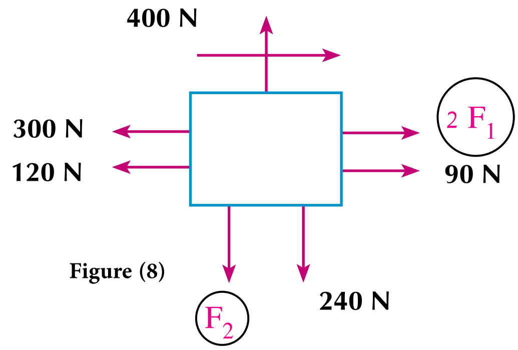


Figure (8)

Solution

$\because$ Le corps se déplace avec une vitesse uniforme

$\therefore$ Les forces horizontales sont en équilibres

$\therefore 2F_1 + 90 = 300 + 120$

$\therefore F_1 = 165$ N

$\because$ Les forces verticales sont en équilibres

$\therefore 240 + F_2 = 400$

$\therefore F_2 = 160$ N

Essayez de Résoudre

4 La figure ci – contre représente un corps qui se déplace verticalement vers le haut avec une vitesse uniforme de 8 m/s, sous l'effet d'un ensemble des forces. Déterminez F_1 et F_2.

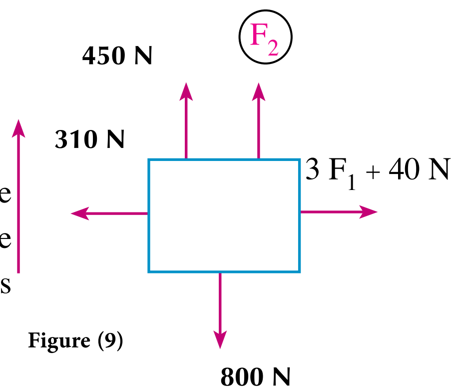


Figure (9)

Exemple

5 Un train de 200 tonnes de masse se déplace sous l'effet d'une résistance proportionnelle au carré de sa vitesse. Si la résistance est 9,6 kgp pour chaque tonne de la masse du train quand la vitesse du train Est 72 km/h. Déterminez la vitesse maximale du train sachant que la locomotive le tire par une force constante de 4,32 tonne. p.

Hypothèses

$r_1 = 9{,}6 \times 200$
$= 1920$ sec kg
$v_1 = 72$ km / h

Solution

Posons que la résistance = r_1 quand la vitesse du train est v_1.

La résistance = r_2 quand la vitesse du train est v_2.

$\because$ La résistance est proportionnelle au carré de la vitesse.

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2}$$


Figure (10)

La résistance est proportionnelle au carré de la vitesse.

Si v_2 est la vitesse maximale du train alors $r_2 = 4{,}32$ tonne. P $\quad \therefore r_2 = 4320$ kgp

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2} \qquad \frac{1920}{4320} = \frac{72 \times 72}{V_2^2} \qquad \therefore v_2 = 108 \text{ km/h.}$$

7 Deuxième loi de Newton

Le taux de variation par rapport au temps de la quantité de mouvement d'un corps est proportionnel à la force qui a provoqué cette variation et de même sens que cette force

$\frac{d}{dt}(m\vec{V}) \propto \vec{F}$ **c'est à dire que .** $\frac{d}{dt}(m\vec{V}) = C\vec{F}$

(où c est le coefficient de proportionnalité)

Si la masse est constante durant le mouvement, alors:

$m\frac{d\vec{V}}{dt} = C\vec{F}$ (où C est La constante de proportionnalité)

Donc $m\vec{a} = C\vec{F}$

Si on définit l'unité de la force comme étant l'intensité de la force qui appliquée à une masse de 1 kg, lui imprime une accélération de 1 m /s², **De l'équation précédente on obtient** :

$1 = C \times 1 \times 1 \qquad \therefore C = 1$

L'équation prend alors la forme suivante $m\vec{a} = \vec{F}$

Cette équation est appelée **l'équation du mouvement d'un corps de masse constante**, qui est l'équation fondamentale de la dynamique

Qu'on peut l'appliquer sur tous les corps de masse constante qui se meut, considérons qu'ils sont des points matériels.

De l'équation du mouvement on trouve que $\vec{F}$ et $\vec{a}$ ont même sens, si $\vec{a}$ est mesuré d'un sens $\vec{F}$ doit être mesuré dans le même sens, donc la formule convenable est :

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$$

Si a et F sont les mesurent algébriques de $\vec{a}$ et $\vec{F}$ respectivement alors : l'équation du mouvement d'un corps de masse constante s'écrit :

$$\boxed{m a = F}$$

Où m la masse du corps , (a) est l'accélération mouvement; F exprime l'intensité de la résultante des forces qui agissent sur le corps. C'est-à-dire :

$$\boxed{m a = \Sigma F}$$

8 Unités de la force et de la masse

Quand on déduit l'équation du mouvement d'un corps, on a choisies des unités précisent de chacune de la force ; la masse et l'accélération, pour que la constante de la proportionnalité soit égale à un, l'équation du mouvement devient alors ; m a = F. Donc quand on utilise l'équation

Rappel

1 kg.p = 9.8 Newton
1 kg.p = 980 dyne

du mouvement, on utilise les unités de la force comme Newton et Dyne.

$m \times a = F$
$1kg \times 1\ m/sec^2 = 1$ Newton
$1gm \times 1cm/sec^2 = 1$ dyne

9 Le poids et la masse

le poids du corps est la force qui attire le corps vers le bas, c'est la force de la pesanteur. Si on a un corps de masse 1 kg, alors son poids d'après l'équation du mouvement est égale à 1 kgp.

$\because\ m\ a = F \qquad \therefore\ 1 \times 9{,}8 = F \qquad F = 9{,}8$ newton $= 1$ kg.p

Exemple

6 Une force de 10 Newton agit sur un corps de masse 8 kg en repose, elle le déplacé dans sa sens à une accélération uniforme. Calculez la distance parcourue après 12 sec ; ainsi que sa vitesse à ce moment.

Solution

$F = 10$ Newton $\qquad v_0 = 0$

$m = 8$ kg $\qquad t = 12$ sec

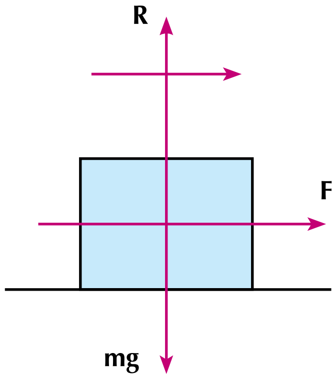


Figure (20)

Équation du mouvement du corps

$m\ a = F \qquad \therefore\ 8\ a = 10$

$a = \frac{5}{4}$ m/sec

$\because\ V = v_\circ + a\ t \qquad \therefore\ V = 0 + \frac{5}{4} \times 12 = 15$ m/sec

$\because\ d = v_\circ t + \frac{1}{2}\ a\ t^2 \qquad \therefore\ d = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{5}{4} \times 144 = 90$ m

Exemple

7 Un corps de masse 3 kg est tombé d'une hauteur de 10 m du sol sableuse et y pénètre à une profondeur de 5 cm. Calculez la résistance du sable, sachant que le corps se meut dans le sable avec une accélération uniforme.

Solution

L'étape Chute libre

$V^2 = V_\circ^2 + 2\ g\ S$

$V^2 = 0 + 2 \times 9.8 \times 10$

$V = 14$ m/sec

L'étape de pénètre dans le sable

$V^2 = v_\circ^2 + 2a\ D$

$0 = (14)^2 + 2a \times 0.05$

$a = -1960$ m/sec ^{2}

Équation de mouvement

$m\ a = mg - r$

$3 \times -1960 = 3 \times 9.8 - r$

$\therefore\ r = 3 \times 9{,}8 + 3 \times 1960$

$r = 5909.4$ newton

$r = 603$ kg.P

10 Troisième loi de Newton

A chaque action correspond une réaction de même intensité et de sens contraire.

Exemple

8 Un corps de masse 12 kg est posé sur un plans lisse incliné sur l'horizontale d'un angle de mesure 30°, une force d'intensité 88,8 N., dirigé vers le haut suivant la ligne de plus grand pente du plan, est appliquée à ce corps. Trouvez la vitesse de ce corps 14 sec depuis le début du mouvement. Si la force s'annule à ce moment-là, calculez la distance parcourue sur le plan avant d'atteindre l'état de repos instantané.

Solution

$\because$ F $= 88{,}8$ Newton

$\because$ $mg \sin\theta = 12 \times 9{,}8 \times \frac{1}{2}$

$= 58{,}8$ Newton

$F > mg \sin\theta$

$\therefore$ Alors le corps se meut d'une accélération uniforme a vers le haut

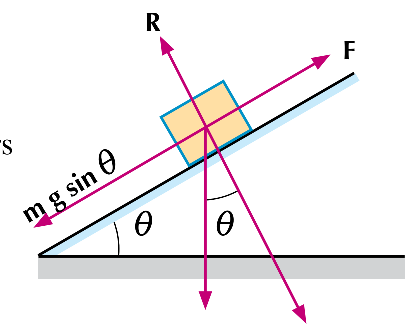


Figure (55)

L' équation de mouvement :

$m a = F - mg \sin\theta$

$12 a = 88{,}8 - 58{,}8$

$a = 2{,}5$ m/sec^2

$\because V = V_\circ + a t = 0 + 2.5 \times 14 = 35$ m/sec

Si F = 0, alors le corps se meut vers le haut par une décélération uniforme a'

L' équation de mouvement:

$m a` = -mg \sin\theta$

$a` = -9{,}8 \times \frac{1}{2} = -4{,}9$ m/sec^2

Le corps parcourt une distance d pour atteindre l'état de repos instantané

$v^2 = v_\circ^2 + 2 a` d$

$0 = (35)^2 - 2 \times 4{,}9\, d$ $\qquad d = 125$ meters

9 Un corps est posé sur un plan rugueux incliné de longueur 250 cm et de hauteur 150 cm. Si le corps se glisse vers le bas du plan et l'accélération du mouvement est 196 cm / s^2. Trouvez le coefficient frottement dynamique puis la vitesse du corps après avoir parcouru 200 cm sur le plan.

Solution

$R = ma \cos\theta = \frac{4}{5} mg$

$\because$ Le corps se déplace vers le bas avec une accélération uniforme

$$mg = ma \sin\theta - \mu_D R$$
$$196\ m = \frac{3}{5}\ mg - \mu_D \times \frac{4}{5}\ mg$$
$$196 = \frac{3}{5} \times 980 - \mu_D \times \frac{4}{5} \times 980$$
$$\therefore\ \mu_D = \frac{1}{2}$$
$$\because\ V^2 = V_0^2 + 2\,a\,D$$
$$V^2 = 0 + 2 \times 196 - 200$$
$$\therefore\ V = 280 \text{ cm /sec}$$

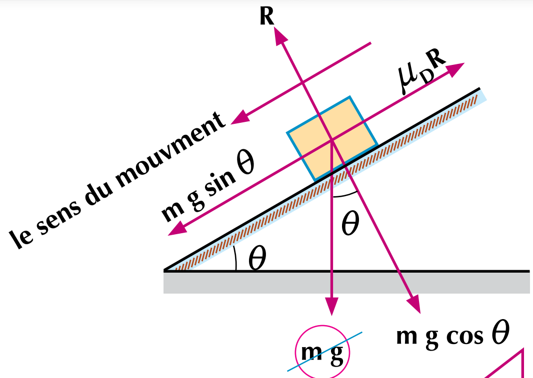
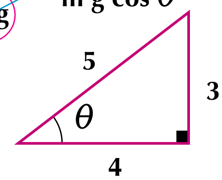


Figure (61)



Exemple

(10) Un corps de masse 12 kg est posé sur un plan rugueux horizontal. Le coefficient de frottement statique entre le corps et le plan est $\frac{\sqrt{3}}{3}$ mais le coefficient de frottement dynamique est $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Calculez la force qui rend le corps sur le point de basculer puis la force qui le rend déplacer avec une accélération $\frac{49\sqrt{3}}{20}$ m / s^2 sachant que la force est inclinée sur l'horizontal d'un angle de mesure 30°.

Solution

Premièrement: La force qui rend le corps sur le point de basculer

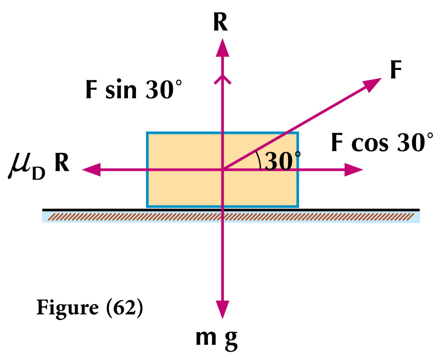


Figure (62)

$$R + F \sin 30 = P$$
$$R = (12 - \frac{1}{2}F)\ \text{kgp}$$
$$\because\ F \cos 30 = \mu_D R$$
$$\therefore\ \frac{\sqrt{3}}{2} F = \frac{\sqrt{3}}{3} (12 - \frac{1}{2}F)$$
$$3\,F = 24 - F$$
$$4F = 24$$
$$F = 6 \text{ kgp}$$

Deuxièmement: la force fait déplacer le crops avec l'accélération $\frac{49\sqrt{3}}{20}$ m/sec^2

$$\because\ R = mg - F \sin 30 \quad \text{c.à.d}\quad R = (12 \times 9{,}8 - \frac{1}{2}\ F)\ N$$
$$\because\ m\ a = F \cos 30 - \mu_D R$$
$$12 \times \frac{49\sqrt{3}}{20} = F \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} (12 \times 9{,}8 - \frac{1}{2}\ F)$$
$$12 \times \frac{49\cancel{\sqrt{3}}}{20} = \frac{5\cancel{\sqrt{3}}}{8} F - 3\sqrt{3} \times 9{,}8$$
$$F = 94{,}08\ N$$

[2]
Dynamique

Unité 1

Mouvement rectiligne

Introduction

Dans cette unité, on va étudier le mouvement rectiligne d'une particule qui se déplace. Analyser ce mouvement, étudier la position, déplacement, vecteur vitesse, et l'accélération de la particule et les déterminer en un instant quelconque durant le mouvement de la particule en une droite si le mouvement est uniforme ou uniformément varié en utilisant les méthodes de l'intégral ou la dérivation pour déduire les éléments de cette étude. On va analyser le mouvement rectiligne graphiquement en utilisant les courbes du mouvement et les utiliser pour résoudre des problèmes divers. L'étude de cette unité n'est pas uniquement sur les particules, mais sur les voitures, les trains, les avions et d'autre

Objectifs de l'unité

A la fin de l'étude de cette unité, l'élève doit être capable de :

- Exprimer la vitesse si le déplacement est une fonction de temps ($v = \frac{dD}{dt}$)
- Exprimer l'accélération si la vitesse est une fonction de temps ($a = \frac{dv}{dt}$)
- Exprimer l'accélération comme une fonction de déplacement si la vitesse est une fonction de déplacement ($a = v \frac{dv}{dD}$)
- Si D ; v et a sont des fonctions en temps, alors
  - $v = \frac{dD}{dt} \Leftrightarrow \int vdt = \int dD \quad \therefore D = \int vdt$
- $a = \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \int adt = \int dv \quad \therefore v = \int adt$
- Si a est une fonction de déplacement, alors
  - $a = V \frac{dv}{dD} \Leftrightarrow \int adD = \int vdv$

Vocabulaires de base

- Vecteur position
- Vecteur de vitesse instantanée
- Vecteur d'accélération instantanée
- La mesure algébrique de la vecteure vitesse instantanée
- La mesure algébrique de la vecteur d'accélération instantanée
- Vecteur de vitesse Moyenne
- La mesure algébrique de la vecteur vitesse moyenne
- La moyenne d'intensité de la vitesse
- Vecteur d'accélération moyenne
- La mesure algébrique de la vecteur d'accélération moyenne

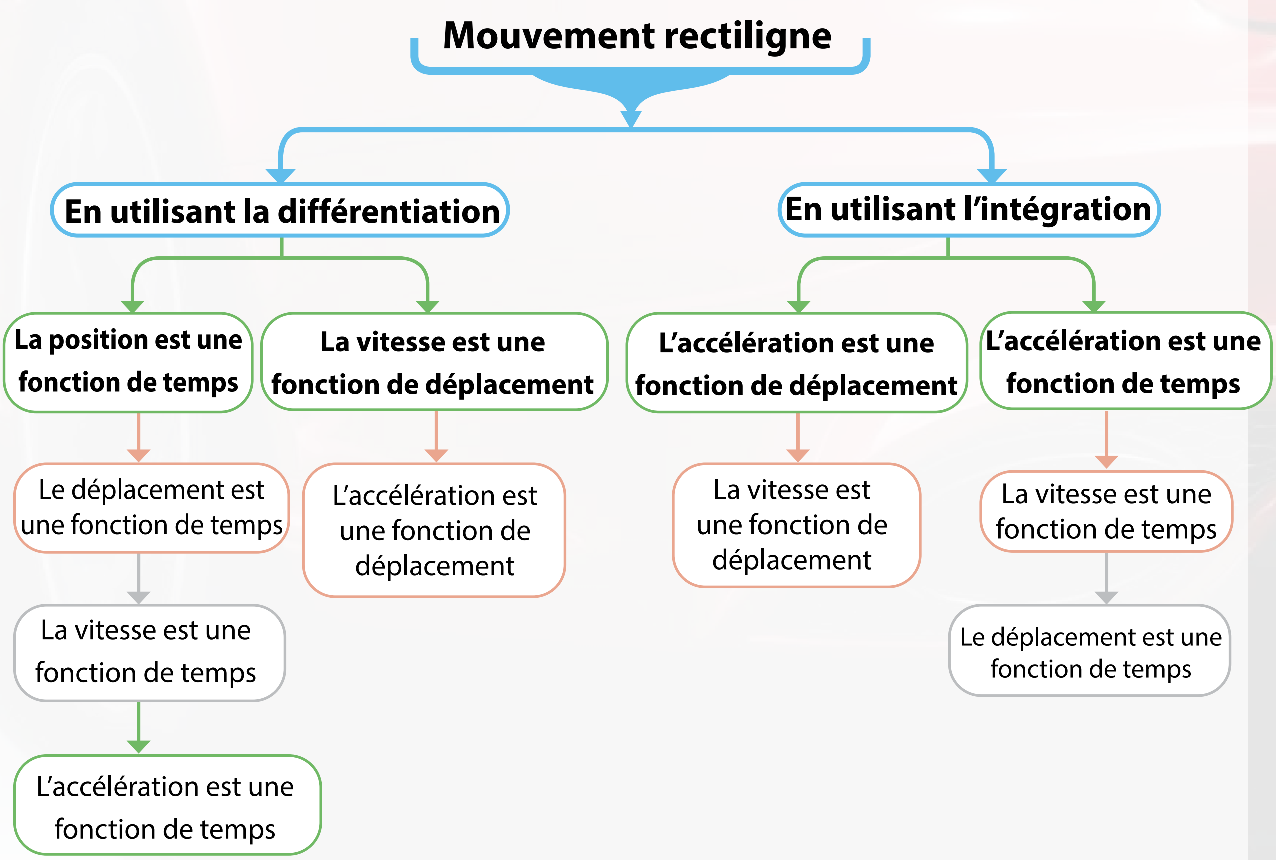
Leçons de l'unité

(1 -1): dérivation et intégration des fonctions vectorielles

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- logiciel de graphisme

Organigramme de l'unité



unité 1

1 - 1

Dérivée et intégral de fonctions vectorielles

A apprendre

- Si $\vec{D}$ est une fonction de temps , alors $\vec{v} = \frac{d\vec{D}}{dt}$
- Si $\vec{v}$ est une fonction de temps, alors $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$
- Si $\vec{v}$ is est une fonction de déplacement $\vec{D}$ alors $\vec{a} = \vec{v}\,\frac{dv}{dt}$

Vocabulaires de base

- Mouvement rectiligne
- Position
- Distance
- Vitesse
- Vecteur de vitesse
- Accélération moyenne
- Vecteur de vitesse instantanée
- Vecteur de vitesse moyenne
- Accélération moyenne
- Accélération

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- logiciel de graphisme

Apprendre

Intégral fini

$$\int_a^b f`(x) \cdot dx = f(b) - f(a)$$

Par exemple $\int_1^4 (x^2 + 2x - 1)\, dx$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} - x\right]_1^4$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x^2 - x\right]_1^4 = \left[\frac{64}{3} + 16 - 4\right] - \left[\frac{1}{3} + 1 - 1\right] = 33$$

On va étudier l'intégral fini au calcul différentiel

Mouvement rectiligne

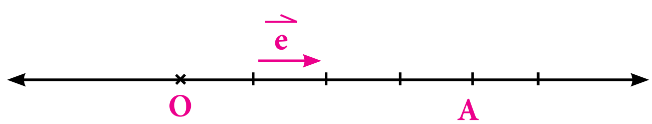
Si une particule se déplace sur une ligne droite, on dit que le corps se déplace dans un mouvement rectiligne.

vecteur de position

Quand une particule se déplace dans un mouvement rectiligne, alors elle occupe une certaine position sur une ligne droite. Pour déterminer la position $\vec{r}$, d'une particule en un instant quelconque t, on choisit un point fixe sur la droite comme point d'origine et la direction positive sur la droite.

Par exemple

Quand la particule est en A sur la droite, alors $\vec{r} = 4\,\vec{e}$



où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire de même sens que $\overrightarrow{OA}$,

vecteur de Déplacement

Le déplacement d'une particule est défini par le changement de sa position

Si une particule se déplace d'une position A à la position A' sur une droite, **alors:**

Le déplacement $\vec{D} = \triangle\,\vec{r}$ où $\triangle\,\vec{r} = \vec{r}\,` - \vec{r}_0$, dans ce cas là $\triangle\vec{x}$ est positif car la position finale de la particule A'est située à la droite de la position initiale A. Si la position finale de la particule A'est située à la gauche de la position initiale A, alors $\Delta \vec{r}$ est négatif. En générale $\vec{D}(t) = \vec{r}(t) - \vec{r}_0$

- Le déplacement de la particule $\vec{D}$ est une quantité vectorielle. On peut l'exprimer comme une fonction de temps t, **c-à-d,** $\vec{D} = f(t)$, Le déplacement est caractérisé par la distance parcourue par la particule et plus particulièrement la distance est une quantité scalaire positive représentant la longueur totale d'un trajet parcoure par la particule.
- On utilise les symboles x pour exprimer la mesure algébrique du vecteur de position $\vec{r}$ et D pour le vecteur de déplacement.
- Si la position de la particule au début de mesurer le temps est au point d'origine, alors $\vec{r}_0 = \vec{o}$ et $\vec{D} = \vec{r}$

Vecteur vitesse moyenne

Si $\vec{D} = \Delta \vec{r}$ est le déplacement d'une particule durant un intervalle du temps Δt , alors le vecteur de vitesse moyenne $\vec{V}_m$ est égal au quotient de déplacement par le temps

c-à-d $\vec{V}_m = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$

Le vecteur de vitesse instantanée $\vec{V}$ est défini par la relation

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

D'aprés la dérivation $\vec{V} = \dfrac{d}{dt}\vec{r}$ (la pente de la courbe de position - temps)

$\int_{r_0}^{r} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}\, dt \to \vec{r} - \vec{r}_o = \int_0^t \vec{v}\, dt \to \vec{D} = \int_0^t \vec{v}\, dt$

La distance par courve de corps dans l'intervale du temps $[t_1 ; t_2]$ = l'aire de la région compris entre l'axe du temps et l'axe de la vitesse dans cette intervale = $\int_{t_1}^{t_2} |V|\, dt$

La moyenne d'intensité de la vitesse

La moyenne d'intensite de la vitesse dans L'intervale de temps est égale le quotient de la divison de la distance parcouroue sur le temps

moyenne d'intensite de la vitesse = $\dfrac{\text{La distance}}{\text{Le temps}}$

Exemple

1. Un piérre est lancé verticalement vers le haut. Dans t secondes sa hauteur D est donnée par la relation $D = 49\,t - 4{,}9\,t^2$ où D est mesurée par mètre

   a) Trouvez la hauteur maximale.

b Trouvez la mesure algébrique du vecteur vitesse quand le corps à 78,4 mètres puis trouvez sa vitesse à ce moment

c Tracez la courbe de positon-temps et la courbe de la vitesse-temps et les utilisez pour analyser le mouvement.

Solution

Dans le mouvement rectiligne, on considère que D mesure la hauteur (position) , v est positive dans le cas de mouvement vers le haut.

$\because D(t) = 49\,t - 4{,}9\,t^2$ $\qquad \because v(t) = \dfrac{dD}{dt}$ $\qquad \therefore v(t) = 49 - 9{,}8\,t$

a Le corps atteint la hauteur maximale quand $V = 0$

$\therefore 49 - 9{,}8\,t = 0$ $\qquad \therefore t = 5$ sec

$\therefore$ La hauteur maximale= $D(5) = 49 \times 5 - 4{,}9 \times 5^2 = 122{,}5$ mètres

b Le corps atteint la hauteur 78,4 quand $D = 78{,}4$

$\therefore 49\,t - 4{,}9\,t^2 = 78{,}4$ $\qquad \therefore 4{,}9\,t^2 - 49\,t + 78{,}4 = 0$

En divisant les deux membres de l'équation par 4,9 $\qquad t^2 - 10\,t + 16 = 0$

$\therefore (t - 2)(t - 8) = 0$ $\qquad \therefore t = 2$ sec or $t = 8$ sec

$\therefore v(2) = 49 - 9{,}8 \times 2 = 29{,}4$ m/s $\qquad \therefore v(8) = 49 - 9{,}8 \times 8 = -29{,}4$ m/s

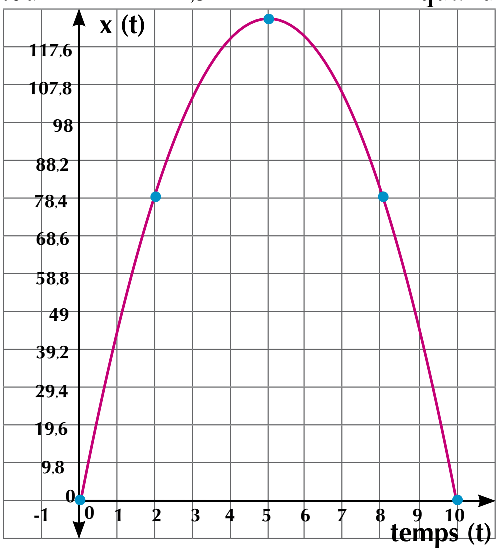
c-à-d le corps atteint la hauteur 78,4 m en montant dans 2 s et une autre fois en descendant dans 8 s

la mesure algébrique du vecteur vitesse est 29,4 ou - 29,4

$\therefore$ Vitesse du corps dans les deux cas $= |\pm 29{,}4| = 29{,}4$ m/s

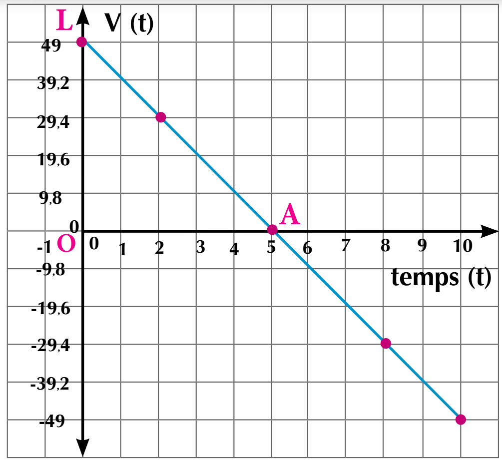
c **D'après la courbe de position- temps, on trouve que :**

- Le corps atteint la hauteur 122,5 m quand $t = 5$ s **(sommet de la courbe).**
- Le corps arrive au point de lancement une autre fois quand $t = 10$ s **le point B (10 ; 0))**
- Le temps de la montée est 5 s et le temps de la descente est 5 s
- Le corps atteint la hauteur 78,4 m quand $t = 2$ s, $t = 8$ s



D'après la courbe de vitesse - temps, on trouve que:

1- La vitesse initiale du corps est 49 m / s et commence à diminuer pendant] 0 ; 5 [jusque son repos instantané quand t = 5 s. En ce moment le corps est arrivé à la hauteur maximale et sa vitesse commence à augmenter dans le sens inverse dans] 5 ; 10[jusque son arrivé au point de lancement avec la même vitesse de lancement 49 m / s



2- On peut calculer la hauteur maximale d'après la courbe vitesse- temps par l'une des deux méthodes:

- La hauteur maximale = aire du $\triangle$ OAL = $\frac{1}{2}$ OA $\times$ OL = $\frac{1}{2} \times 5 \times 49 = 122{,}5$ mètre carré
- Par le calcul intégral

la hauteur marimale = $_0\int^5 V\,d\,t = {}_0\int^5 (49 - 9{,}8)\,d\,t = [49\,t - 4{,}9\,t^2]_0^5 = 122{,}5$ m

Réflexion critique : D'après la courbe précédente de vitesse - temps, comment calculez la distance parcourue dans **l'exemple (1)** jusque son arrivé au point de lancement ainsi que son déplacement pendant cette période du temps.

Essayez de résoudre

(1) Une particule se déplace sur une ligne droite dont le vecteur position est donné par la relation $\vec{r}\,(t) = (t^2 - 4t + 3)\,\vec{e}$ en un instant quelconque où r est mesuré par mètre, t par seconds, $\vec{e}$ est le vecteur unitaire de même sens du mouvement de la particule.

- **a** Trouvez le déplacement pendant les trois premières seconds
- **b** Trouvez le vecteur de la vitesse moyenne de la particule quand $t \in [\,0; 2]$
- **c** Trouvez le vecteur de la vitesse de la particule quand t = 4
- **d** D'après la courbe de vitesse – temps ; position- temps, analysez le mouvement de la particule et montrez quand la particule change le sens de son mouvement ?

le vecteur d'Accélération moyenne :

Si $\triangle\vec{v}$ exprime la variation du vecteur vitesse pendant une période de temps $\triangle t$, alors l'accélération moyenne $\vec{a}_m$ est donnée par la relation

$$\vec{a}_m = \frac{\triangle\vec{v}}{\triangle t} \qquad \text{c-à-d} \quad \vec{a}_m = \frac{\vec{v}\,(t+\triangle t) - \vec{v}\,(t)}{\triangle t}$$

Et l'accélération instantanée $\vec{a}$ est **(accélération)** en un instant t par la relation

$$\vec{a} = \lim_{\triangle t \to 0} \frac{\vec{v}\,(t+\triangle t) - \vec{v}\,(t)}{\triangle t}$$

D'après la définition de la dérivée, on déduit que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

C'est-à-dire l'accélération est le taux de variation du vecteur vitesse par rapport au temps(pente de la tangente de la courbe vitesse-temps) et la norme du vecteur de l'accélération est mesurée par l'unité m/s/s (m / s^2) dans le système international d'unités

De ce qui précède, on trouve que : si la position de la particule $\vec{r}$ (t) est une fonction de temps, alors le vecteur vitesse $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ et le vecteur accélération $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Attention : Pour les mesures algébriques de la position, la vitesse et l'accélération, on utilise les symboles r ; v ; a

Donc: $\int_{v_o}^{v} d\vec{v} = \int_{o}^{t} \vec{a}\, d\, t$ $\qquad\qquad$ $\vec{v} - \vec{v}_o = \int_{o}^{t} \vec{a}\, d\, t$

le mouvement accéléré et décléré (retardé) :

C'est-à-dire :

Le mouvement est accéléré si $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même sens (v a > 0)

Le mouvement est retardé si $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de sens contraire (v a < 0)

Exemple

2 Une particule se déplace sur une ligne droite, si la mesure algébrique du vecteur déplacement est donné par la relation: $D = t^3 - 6t^2 + 9t$ où D est mesuré par mètre, t par second

a Trouvez l'accélération quand la vitesse s'annule

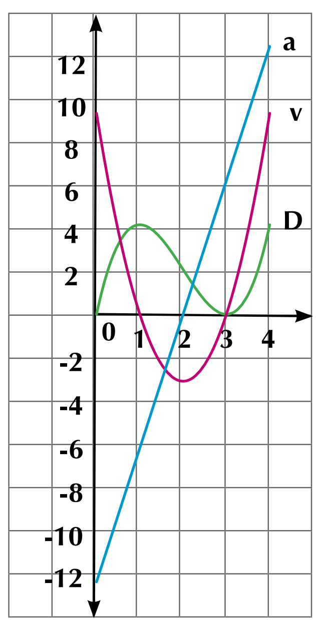
b Trouvez la vitesse quand l'accélération s'annule

c Trouvez la distance parcourue pendant la période de t = 0 à t = 2.

Solution

$\because D = t^3 - 6\,t^2 + 9\,t$ $\qquad$ $\therefore v = \frac{dD}{dt} = 3\,n^2 - 12\,t + 9$

$\therefore a = \frac{dv}{dt} = 6t - 12$



a La vitesse de la particule s'annule **quand** $3\,t^2 - 12\,t + 9 = 0$

$\therefore t^2 - 4\,t + 3 = 0$

$(t - 1)\,(t - 3) = 0$ $\qquad$ quand $t = 1$ ou $t = 3$

a (1) = 6 (1) - 12 = -6 m/s^2

a (3) = 6 (3) - 12 = 6 m/s^2

b l'accélération de la particule s'annule **quand** 6 t - 12 = 0

$\therefore\ t = 2$

La vitesse = $|V(2)| = |3 \times 4 - 12 \times 2 + 9| = 3$ m/s

c D'après l'étude de la courbe vitesse- temps du mouvement de la particule ou par l'étude du signe de v(t), on trouve que la particule se déplace dans le sens positif dans l'intervalle $0 \leqslant t < 1$ puis change le sens de son mouvement dans le sens contraire dans l'intervalle $1 < t < 3$.

$\therefore$ La distance parcourue de t = 0 à t = 2 pendant la premier et la deuxième second

$$= |D(1) - D(0)| + |D(2) - D(1)|$$
$$= |4 - 0| + |2 - 4| = 6 \text{ m}$$

Exemple

3 Une particule se déplace sur une ligne droite et commence son mouvement du point d'origine d'une vitesse initiale 8 m/s. Si son accélération du mouvement dans 2 s est donnée par la relation (3 t – 2). Trouvez la vitesse de la particule et son déplacement dans 2 s à partir de commençant du mouvement.

Solution

$\because\ a = 3t - 2$ $\quad\therefore\ v = \int (3t - 2)\, dt$ $\quad\therefore\ v = \frac{3}{2}t^2 - 2t + c$

$\because\ V_\circ = 8\text{m/sec}$ $\quad\therefore\ v = 8\text{m/sec}$ quand $t = 0$ $\quad\therefore\ c = 8$

$\therefore\ V = \frac{3}{2}t^2 - 2t + 8$ $\quad\therefore\ v(2) = \frac{3}{2} \times 4 - 2 \times 2 + 8 = 10$ m/s

$\because\ V = \frac{3}{2}t^2 - 2t + 8$ $\quad\therefore\ r = \int (\frac{3}{2}t^2 - 2t + 8)\, dt$

$\therefore\ r = \frac{1}{2}t^3 - t^2 + 8t + c`$

$\because\ r = 0$ quand $t = 0$ $\quad\therefore\ c` = 0$ $\quad\therefore\ r = \frac{1}{2}v^3 - v^2 + 8t$

$s(2) = x(2) - x(0) = \frac{1}{2}(2)^3 - (2)^2 + 8(2) = 16$ mètres

Autre solution:

$\because\ a = 3t - 2$ $\quad\therefore\ \frac{dv}{dt} = 3t - 2$

$\therefore\ \int_8^v dv = \int_0^t (3t - 2)\, dt$ $\quad\therefore\ v - 8 = \frac{3}{2}t^2 - 2t$

$\therefore\ v = \frac{3}{2}t^2 - 2t + 8$ $\quad\therefore\ v(2) = \frac{3}{2} \times 4 - 2 \times 2 + 8 = 10$ m/sec

$\because\ D = \int_0^t v\, dt$ $\quad\therefore\ D(2) = \int_0^2 (\frac{3}{2}t^2 - 2t + 8)\, dt$

$\therefore\ D(2) = [\frac{1}{2}t^3 - t^2 + 8t]_0^2 = \frac{1}{2}(2)^3 - (2)^2 + 8(2) = 16$ mètres

Essayez de résoudre :

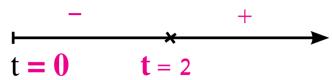
2 Une particule commence son mouvement du repos et de 8 m d'un point fixe sur une ligne droite. Si a = 6t - 4 où a est mesurée par m/s^2, trouvez la relation entre la vitesse et le temps; le déplacement et le temps

Exemple

4 Une voiture roule sur une ligne droite et commence son mouvement d'un point fixe sur la droite. Si la mesure algébrique du vecteur vitesse dans un temps t est donnée par la relation $v = 3t^2 - 6t$ où v est mesurée par m/s et t est mesurée par s. Trouvez le vecteur vitesse moyenne et la vitesse moyenne dans l'intervalle $0 \leqslant t \leqslant 3,5$

Solution

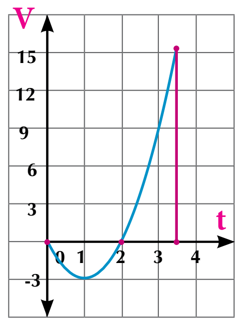
$\because \ v = 3t^2 - 6t \qquad \therefore \ v = 3t(t-2)$



On trouve que la voiture change le sens de son mouvement dans 2 s. L'étude du signe de v (t) ou la courbe vitesse-temps

$\therefore D = \int_0^{3,5} v\,dt = \int^{3,5} (3t^2 - 6t)\,dt$

$\therefore D = [t^3 - 3t^2]_0^{3,5} = (3,5)^3 - 3(3,5)^2 = \frac{49}{8}$



$\therefore$ vecteur vitesse moyenne $\overrightarrow{V_m} = \dfrac{\frac{49}{8}\vec{c}}{3,5 - 0} = 1,75\ \vec{e}$

où $\vec{e}$ est un vecteur unitaire dans le même sens du mouvement et la mesure algébrique du vecteur vitesse moyenne est égale à 1,75 m/s

La distance parcoure dans l'intervalle $t \in [0 ; 3,5]$

$$= \left|\int_0^2 v\,dt\right| + \left|\int_2^{3,5} v\,dt\right| = \left|[t^3 - 3t^2]_0^2\right| + \left|[t^3 - 3t^2]_2^{3,5}\right| = 4 + \frac{49}{8} + 4 = \frac{113}{8} \text{ mètres}$$

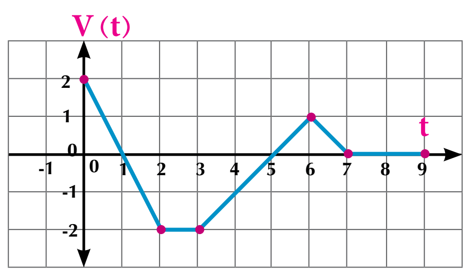
$\therefore$ La vitesse moyenne $= \dfrac{\frac{113}{8}}{3,5 - 0} = \dfrac{113}{28} \simeq 4,04$ m/sec

Essayez de résoudre :

3 Une voiture roule sur une ligne droite et commence son mouvement d'un point fixe sur la droite. Si la mesure algébrique du vecteur vitesse dans un temps t est donnée par la relation $V = 4t - 3t^2$ où v est mesurée par m / s et t est mesurée par s. Trouvez vitesse moyenne et le vecteur vitesse moyenne dans l'intervalle $t \in [0 ; 4]$ Quand la voiture atteint vitesse maximale ? Trouvez l'accélération à ce moment là ?

Réflexion critique :

La figure ci-contre montre la vitesse d'une particule qui se déplace sur une ligne droite



a Quand la particule se déplace vers devant ? Quand elle se déplace en arrière ? Quand sa vitesse augmente? Quand elle diminue ?

b Quand l'accélération du mouvement est positive ? Quand est elle négative ? Quand s'annule t-elle?

c Quand la vitesse de la particule sera maximale ?

d Quand la particule s'arrête pendant plus d'une seconde ?

Déduction de l'accélération quand le vecteur vitesse est une fonction du position.

Si V = f (r) et r = f(t)

En utilisant la règle de chaîne, on peut déduire que : $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$

c-àd $a = v \times \frac{dv}{dr}$

et c'est une autre forme de l'accélération qu'on peut utiliser quand le vecteur vitesse $\vec{V}$ est une fonction de position $\vec{r}$

en utilisant l'integral fini

Donc: ${}_{v_o}\int^{v} v dv = a\ {}_{r_o}\int^{r} dr$

et quand l'accélaration est fixée donc:

$\frac{1}{2}(v^2 - v^2_o) = a\ {}_{r_o}\int^{r} dr \rightarrow \frac{1}{2}(v^2 - v^2_o) = a\,(r - r_o)$

$\frac{1}{2}(v^2 - v^2_o) = a\,D \rightarrow v^2 = v^2_o + 2\,a\,D$

Exemple

5 Une particule se déplace sur une ligne droite, si la mesure algébrique du vecteur vitesse $\vec{V}$ est donné par $V = \frac{1}{20}(400 - r^2)$ où r exprime la mesure algébrique de la position $\vec{r}$. Trouvez la mesure algébrique de l'accélération du mouvement $\vec{a}$ quand r = 15

Solution

$\because v = \frac{1}{20}(400 - r^2)$

$\therefore \frac{dv}{dr} = \frac{-1}{10} r$

$\because a = v \frac{dv}{dx}$

$a = \frac{-1}{200} x (400 - r^2)$

Quand r = 15.

$\therefore a = \frac{-1}{200} \times 15\,(400 - 225)$

$a = -\frac{105}{8}$ unité d'accélération

Essayez de résoudre :

4 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre v et r est sous la forme $v = \frac{5}{4 + r}$ où v est mesurée par m / s et r par mètre. Trouvez l'accélération du mouvement quand r = 2 mètres.

Exemple

6 Une particule se déplace sur une ligne droite et commence son mouvement d'un point fixe sur la droite. Si la mesure algébrique de son accélération a est donnée en fonction de la mesure algébrique de sa position r par la relation a = 2 r + 5,sachant que sa vitesse initiale est de 2m/sec. **Trouvez :**

a) v^2 en fonction de r

b) sa vitesse quand r = 1

c) r quand v = 4 m/s

Solution

a) $\because\ a = 2r + 5$ $\qquad$ $\because\ \int a\,dx = \int v\,dv$

$\therefore\ {}_0\int^x (2r + 5)\,dx = {}_2\int^V v\,dv$ $\qquad$ $\therefore\ [r^2 + 5r]_0^r = \frac{1}{2}[v^2]_2^v$

$\therefore\ r^2 + 5r = \frac{1}{2}(v^2 - 4)$ $\qquad$ $\therefore\ v^2 = 2r^2 + 10r + 4$

b) Quand r = 1, **alors**

$v^2 = 16$ $\qquad$ $\therefore$ La vitesse = $|v| = 4$ m/s

c) Quand V = 4 m/s, **alors**

$16 = 2r^2 + 10x + 4$ $\qquad$ $\therefore\ r^2 + 5x - 6 = 0$

$(x + 6)(r - 1) = 0$ $\qquad$ r = - 6 mètres $\quad$ ou $\quad$ r = 5 mètres

Essayez de résoudre :

5 D'une distance de 4 mètres d'un point fixe et sur une ligne droite, une voiture roule avec une vitesse initiale de 12 m / s . Elle prend une direction positive tel que a = r – 4. Trouvez :

a) v^2 en fonction de r

b) la vitesse de la voiture quand r = 0

Exemple

7 Une particule se déplace sur une ligne droite avec une vitesse initiale 8 m / s d'un point fixe sur la droite tel que t a = 40 e^{-r} , Trouvez :

a) v^2 en fonction de r

b) r quand v = 10 m/s

c) la vitesse maximale de la particule

Solution

a) $\because\ a = 40\,e^{-r}$ $\qquad$ $\because\ \int a\,dx = \int v\,dv$

$\therefore\ 40\ {}_0\int^r e^{-r}\,dx = {}_8\int^v v\,dv$

$\therefore -40\,[e^{-x}]_0^r = \frac{1}{2}\,[v^2]_8^V$ $\qquad$ $\therefore -80\,(e^{-r} - 1) = v^2 - 64$

$\therefore\ v^2 = 144 - 80\,e^{-r}$

b Quand v = 10 m/s **on trouve que** : $\qquad$ $80\,e^{-r} = 44$

$\therefore\ e^r = \frac{20}{11}$ $\qquad$ $\therefore\ r = \ln \frac{20}{11}$ mètres

c $\because\ v^2 = 144 - \frac{80}{e^r}$ $\qquad$ $\because\ e^r > 0$ pour toute les valeur de r

$\therefore\ \frac{80}{e^r} \longrightarrow 0$ **quand** $r \longrightarrow \infty$ $\qquad$ $\therefore$ la vitesse maximale = 12 m/sec

Essayez de résoudre

6. Une particule se déplace sur une ligne droite avec une vitesse initiale 2m/sec d'un point fixe sur la droite tel que $a = e^r$. Trouvez : v^2 en fonction de r; v quand r = 4 m puis r quand v = 20 m/s

Exercices 1 - 1

Dans tous les exercices, considérez que la particule se déplace sue une ligne droite ; r ; v ; a sont les mesures algébriques de position ; vitesse ; accélération respectivement

Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1. Si une particule se déplace sur une ligne droite tel que $V = 3e^{t+2}$, alors sa vitesse initiale est égale à ....

a 3 $\qquad$ **b** e

c $3e^2$ $\qquad$ **d** e^2

2. Si une particule se déplace sur une ligne droite et l'équation de son mouvement est r = tg t, alors son accélération est égale à ....

a $\sec^2 t$ $\qquad$ **b** 2 sec t

c 2v r $\qquad$ **d** vr

3. Si une particule se déplace sur une ligne droite et l'équation de son mouvement est $r = 2 + \ln(t + 1)$, alors ....

a sa vitesse et son accélération diminuent toujours

b sa vitesse et son accélération augmentent toujours

c sa vitesse diminue et son accélération augmente

d sa vitesse augmente et son accélération diminue

4. Si $v = 3t^2 - 2t$ et r = 1 quand t = 0 , alors

a $r = 6t - 2$ $\qquad$ **b** $r = 3t^2 - 2t + 1$

c) $r = t^3 - t^2 + 1$ d) $r = t^2 - t - 1$

5) Si $v = 1 + \sin t$, $r = -2$ quand $t = 0$, alors

a) $r = t + \cos t$ b) $r = t - \cos t$

c) $r = t - \cos t + 2$ d) $r = t - \cos t - 2$

6) Si $v = 3t - 2$, alors D dans l'intervalle $[0 ; 2] =$

a) 1 unité de longueur b) 2 unités de longueur

c) 3 unités de longueur d) 4 unités de longueur

7) Si $v = 3t^2 - 2t$, alors la distance parcourue dans l'intervalle $[0 ; 2] =$

a) $\frac{4}{27}$ unité de longueur b) 4 unités de longueur

c) $\frac{112}{27}$ unités de longueur d) $\frac{116}{27}$ unités de longueur

8) Si $v = t^3 - 3t^2 + 2t$, alors la distance parcourue dans l'intervalle $[0 ; 3] =$

a) $\frac{1}{4}$ unité de longueur b) $\frac{1}{2}$ unités de longueur

c) $\frac{9}{4}$ unités de longueur d) $\frac{11}{4}$ unités de longueur

9) Si $a = 3$, $v_{.} = -1$, alors D dans l'intervalle $[0 ; 2] =$

a) $\frac{1}{6}$ unité de longueur b) 4 unités de longueur

c) $\frac{25}{6}$ unités de longueur d) $\frac{13}{3}$ unités de longueur

10) Si $a = 3$, $V_0 = -1$, alors D dans l'intervalle $[0 ; 2] =$

a) $\frac{1}{6}$ unité de longueur b) 4 unités de longueur

c) $\frac{25}{6}$ unités de longueur d) $\frac{13}{3}$ unités de longueur

11) Choisissez le graphique qui convient chacune des phrases suivantes ?

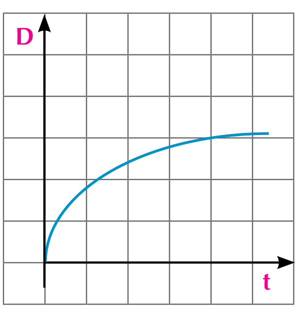


figure a

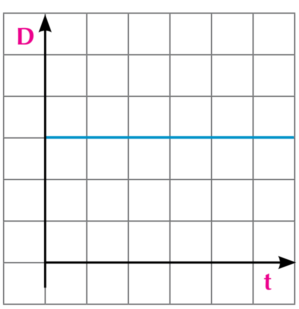


figure b

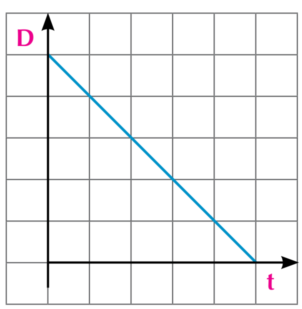


figure c

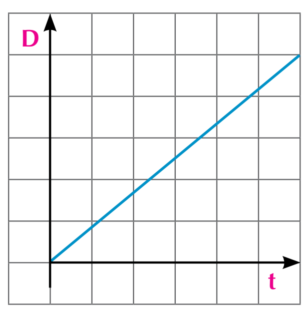


figure d

(1) La particule en ropose

(2) La particule se déplace vers devant avec vitesse contstante

(3) la particale se déplace en arrière

(4) la vitesse de la particule diminue

(12) Laquelle des figures suivantes représente une particule qui se déplace avec un mouvement retardé

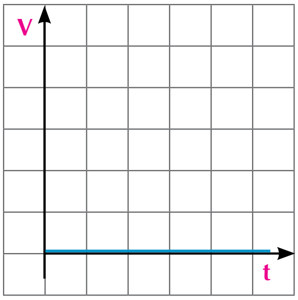


figure a

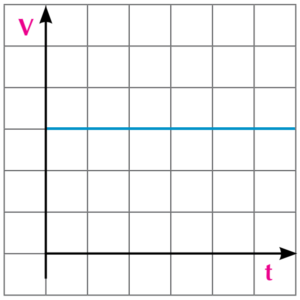


figure b

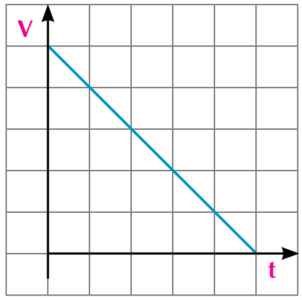


figure c

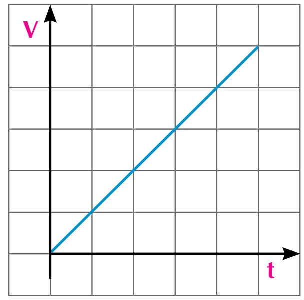


figure d

(1) Le mouvement de la particule est reetardée

(2) La vitesse de la particule est constante

(3) La particule est en ropose

(4) Le mouvement de la particule est accéléreé

(13) Dans chacune des courbes suivantes **(position-temps),** déterminez le signe de la mesure algébrique du vecteur vitesse. Quand le mouvement est-il accéléré ? Quand est-il retardé ?

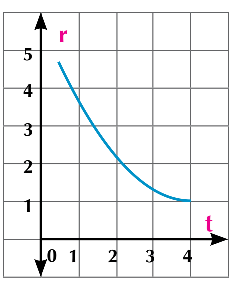


figure (1)

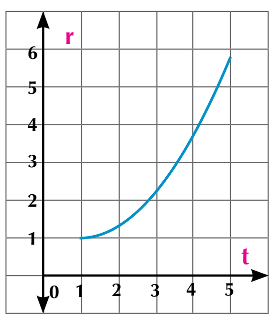


figure (2)

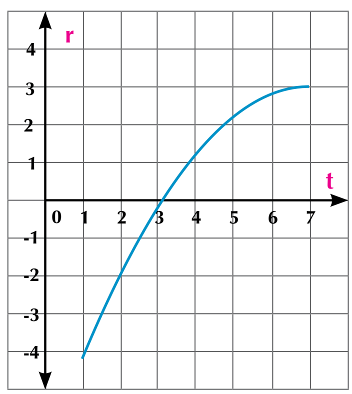


figure (3)

14 Dans chacune des courbes suivantes **(vitesse-temps),** déterminez le signe de l'accélération Quand le mouvement est-il accéléré ? Quand est-il retardé ?

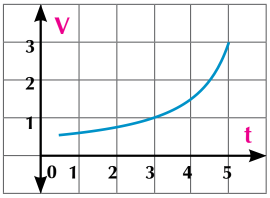


figure (1)

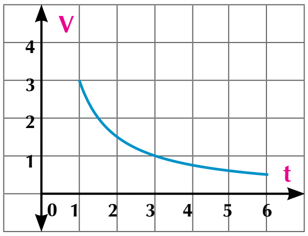


figure (2)

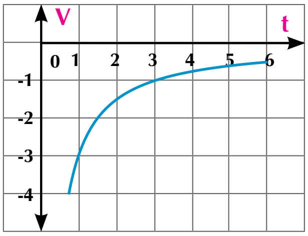
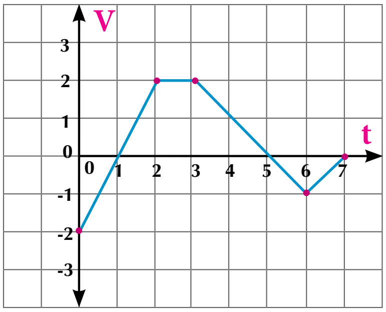


figure (3)

15 De la courbe vitesse-temps ci-contre, la valeur du déplacement = ...



a 3 unités de longueur

b 5 unités de longueur

c 7 unités de longueur

d 8 unités de longueur

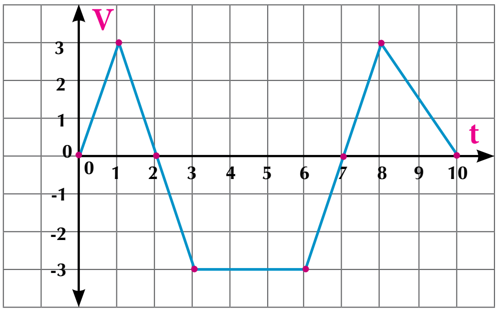
16 De la courbe vitesse-temps ci-contre, la distance parcourue = ...

a 4,5 unités de longueur

b 10,5 unités de longueur

c 13,5 unités de longueur

d 19,5 unités de longueur



17 Si v = 3r, trouvez a en fonction de r puis a quand r = 2

18 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $V = r + \frac{1}{r}$. Trouvez l'accélération quand r = 2 où la vitesse est mesurée par m/s et r par m

19 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $V = \frac{1}{r^2}$. Trouvez a en fonction de r puis a quand $x = \frac{1}{2}$.

20 Une particule se déplace sur une ligne droite. La relation entre la mesure algébrique v et celle de sa position r est sous la forme $v^2 = 16 - 9 \cos t$. Trouvez la vitesse maximale de la particule et l'accélération à ce moment la

21 D'un point situé à 24,5 du sol, on lance une particule verticalement vers le haut avec une vitesse initial 5,6 m /s. Trouvez v et r en fonction de temps puis la hauteur maximale.

22 D'un point fixe, une particule se déplace sur une ligne droite avec une vitesse initiale 2 m/s. Si $a = 2t - 6$ où a est mesurée par m $/s^2$, trouvez v et r en fonction de temps puis r quand $v = 18$ m /s.

23 D'un point fixe, une particule commence à se déplacer sur une ligne droite tel que $a = 8 - 2t^2$ où a est mesurée par m $/s^2$, trouvez la vitesse maximale ; la distance parcourue jusqu'à ce qu'elle attient cette vitesse.

24 D'un point fixe, une particule commence à se déplacer sur une ligne droite tel que $a = \frac{3}{8} r^2$ où a est mesurée par m $/s^2$; r par mètre, trouvez la vitesse quand $r = 2$ mètres puis trouvez sa position quand $v = 4$ m /s.

25 D'un point fixe, une particule commence à se déplacer sur une ligne droite avec vitesse initial 3 m/s tel que $a = 6r + 4$ où a est mesurée par m $/s^2$; r par mètre, trouvez v^2 en fonction de r ; la vitesse de la partiucle quand $r = 2$ puis r quand $v^2 = 87$

Applications Sur Les Lois de mouvement de Newton

Unité 2

Introduction de l'unité

Crédit pour découvrir la Loi de la gravitation générale dans le savant anglais Isaac Newton (1642-1727), qui est l'un des symboles de la révolution scientifique en mécanique moderne, puis vint le savant allemand Johann Kepler (1571-1630) et devant lui, mettre quelques règles mathématiques qui régissent le mouvement des planètes autour du soleil. à l'études des savants musulmans qui traduite au cours des siècles précédents. fondé le savant italien Galileo Galilée (1564-1643) kinésiologie où il a occupé de nombreuses expériences sur la chute d'objets ou levée ainsi que des objets en mouvement horizontalement et avait de nombreuses expériences par le biais de propriétés de tâche Active du mouvement et des épaules de retours crédités déplacement d'objets sur des surfaces horizontales sans résistance de poursuivre leur mouvement à une vitesse constante et croit que Galileo était venu par le biais de sa loi première et deuxième lois de Newton du mouvement. Isaac Newton a apporté la recherche globale dans son livre appelé (Brescia) les principes mathématiques de philosophie de la nature et font de ce livre un des livres plus importants scientifiques paraissant dans l'ère moderne, dans lequel Newton a rédigée les trois lois. la Loi de la Gravitation générale de Newton a expliqué entendait que la force peut être produire d'effet à distance, les objets s'attirent même s'ils ne touchent pas la terre, par exemple s'oppose fermement attirer appelé la force du poids ,

Pour la masse, Notons que la définition statique de la masse ne pas définie la masse des objets en mouvement, mais elle compare les masse selon de la résistance des leurs poids, comme une définition de la masse dynamique peut être donnée en examinant le mouvement des objets et aborder cette étude de l'unité de masse, quantité du mouvement, les lois du mouvement de Newton, et des applications sur ces lois comme le mouvement sur un plan lisse ou rugueux et d'étude du mouvement des poulies simple.,

Après l'étude de l'unité et pratiquer les activités, l'élève doit être capable de:

- Savoir la relation entre l'accélération et la force:

  Si la force F est une fonction du temps: $F = f(t)$

  alors : $F = m\,\frac{dV}{dt}$ c.à.d $\int F\,dt = m\int dV$

  Si la force est une fonction de déplacement:

  $F = f(D)$ alors: $F = m\,V\,\frac{dV}{dD}$

  c.à.d $\int F\,dD = m\int V\,dV$.

  Savoir appliquer les lois du mouvement de Newton dans la situation de la vie comme: Un corps dans un ascenseur déplacé avec une accélération uniforme– le mouvement reliant avec des fils.
- Mouvement des poulies simples.
- Mouvement de deux corps pendants verticalement، reliant par un fil passant sur une poulie lisse.
- Mouvement de deux corps reliant par un fil، l'un se déplace sur un plan horizontal rugueux et l'autre est vertical.
- Mouvement de deux corps reliant par un fil، l'un se déplace sur un plan incliné lisse et l'autre est vertical.
- Mouvement de deux corps reliant par un fil، l'un se déplace sur un plan incliné rugueux et l'autre est vertical.
- Savoir notion d`implusion.
- Estimer la relation entre l` implusion et lu quantité du mouvement.

Vocabulaire de base

- Quantité du mouvement
- L'équation du mouvement
- Poids
- Troisième loi de Newton
- Pression
- Réaction
- Animation d'ascenseur
- Dynamomètre
- balance de pression
- balance
- poule lisse
- impulsion
- forces d' impulsion

Leçons de l'unité

(2 - 1): Mouvement de corps de masse ou d'accélération a variable

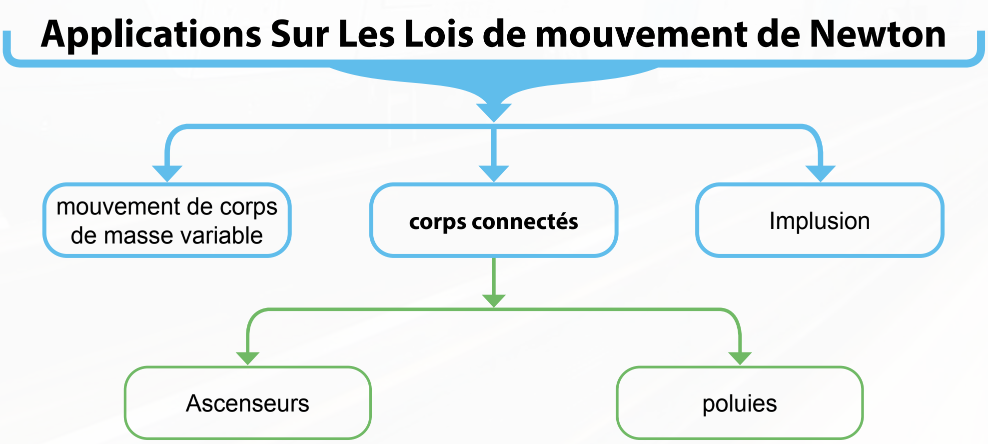
(2 - 2): Mouvement de corps de connectés

(2 - 3): implusion

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique
- Logiciel graphisme

Organigramme de l'unité



Unité 2

2 - 1

mouvement de corps varié de masse ou l'accélération

A apprendre

- déuxieme loi de Newton
- équiation du mouvement
- force
- masse
- foids

Vocabulaire de bas

- Calculatrice scientifique.

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique.

Réfléchissez et discutez

On sait de la première loi de Newton que la résultante de forces qui agissent sur un corps se meut avec une vitesse uniforme est nulle. Tandis que si la résultante de forces n'égale pas à zéro, alors le corps se meut par une accélération.

- Est-ce que il y a une relation entre l'intensité de la résultante et l'accélération du mouvement?
- vous pouvez déduire cette relation ?

Apprendre

1- Deuxième loi de Newton

Le taux de variation par rapport au temps de la quantité de mouvement d'un corps est proportionnel à la force qui a provoqué cette variation et de même sens que cette force

La masse est varie durant le mouvement, alors:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\,\vec{V})}$$

$$\Sigma\ \vec{F} = \frac{d}{d\,t}(m\,V)$$

(où c est La constante de proportionnalité)

De l'équation précédente on obtient :

$F = ma$

Si $a = \frac{dV}{dt}$

alors $F = m\frac{dV}{dt}$ $\qquad \therefore \int_{t_1}^{t_2} F\,dt = m\int_{v_1}^{v_2} dV$

Si $a = V\frac{dV}{dr}$

alors $F = mv\frac{dV}{dr}$ $\qquad \therefore \int_{r_1}^{r_2} F\,dr = m\int_{v_1}^{v_2} dV$

Unités de la force et de la masse

Quand on déduit l'équation du mouvement d'un corps, on a choisies des unités précisent de chacune de la force ; la masse et l'accélération, pour que la constante de la proportionnalité soit égale à un, l'équation du mouvement devient

Rappel

1 kg.p = 9,8 Newton
1 kg.p = 980 dyne

alors ; m a = F. Donc quand on utilise l'équation du mouvement, on utilise les unités de la force comme Newton et Dyne.

$m \times a = F$
$1kg \times 1\ m/\ sec^2 = 1$ Newton
$1gm \times 1cm/\ sec^2 = 1$ dyne

Le poids et la masse

le poids du corps est la force qui attire le corps vers le bas, c'est la force de la pesanteur. Si on a un corps de masse 1 kg, alors son poids d'après l'équation du mouvement est égale à 1 kgp.

$\because\ m\ a = F \qquad \therefore\ 1 \times 9{,}8 = F \qquad F = 9{,}8$ Newton $= 1$ kg.p

Exemple

1 Un corps de unité de masse se déplace sous l'effet de trois forces $\overrightarrow{F_1} = a\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j} + 3\,\overrightarrow{K}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j} - c\,\overrightarrow{K}$, si le vecteur de déplacement $\overrightarrow{D}$ est donnée par la relation $\overrightarrow{D} = t\,\overrightarrow{i} + (\frac{1}{2}t^2 + t)\,\overrightarrow{j} + 5\,\overrightarrow{K}$ Trouvez les valeurs de a ; b et c

Solution

$\because\ \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (a + 2)\,\overrightarrow{i} + (b + 3)\,\overrightarrow{j} + (3 - c)\,\overrightarrow{K}$

$\because\ \overrightarrow{S} = t\,\overrightarrow{i} + (\frac{1}{2}t^2 + t)\,\overrightarrow{j} + 5\,\overrightarrow{K}$

$\overrightarrow{V} = \frac{d\,D}{d\,t} = \overrightarrow{i} + (t + 1)\,\overrightarrow{j}$

$\overrightarrow{a} = \frac{d\,\overrightarrow{V}}{d\,t} = \overrightarrow{j}$

$\because\ m\,\overrightarrow{a} = \overrightarrow{F} \qquad \therefore\ \overrightarrow{j} = (a + 2)\,\overrightarrow{i} + (b + 2)\,\overrightarrow{j} + (3 - c)\,\overrightarrow{K}$

$a + 2 = 0 \qquad , b + 3 = 1 \qquad 3 - c = 0$

$a = -2 \qquad , b = -2 \qquad c = 3$

Essayez de résoudre

1 Un corps de masse 3 kg se déplace sous l'effet de trois forces $\overrightarrow{F_1} = a\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ $\overrightarrow{F_2} = 2\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = 3\,\overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ deux vecteurs unitérs orthonormés dans le plan des forces ; Si le vecteur de déplacement $\overrightarrow{D} = (t^2 + 1)\,\overrightarrow{i} + (2\,t^2 + 3)\,\overrightarrow{j}$, Trouvez les valeurs de a et b.

Exemple

(2) Un corps se déplace en ligne droite sous l'effet des trois forces $\overrightarrow{F_1} = 4\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j} - 15\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{F_3}$ où le vecteur déplacement $\overrightarrow{D}$ est une fonction du temps t donné par la relation $\overrightarrow{D} = 2t\overrightarrow{i} - t\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$ Déterminez la norme de $\overrightarrow{F_3}$.

Solution

$\because \overrightarrow{D} = 2t\overrightarrow{i} - t\overrightarrow{j} + \overrightarrow{K}$ $\qquad \therefore \overrightarrow{V} = \frac{d\overrightarrow{D}}{dt} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{a} = \frac{d\overrightarrow{V}}{dt} = \overrightarrow{0}$

$\therefore$ Le corps se déplace avec une vitesse uniforme de $\sqrt{5}$ unité de vitesse

$\therefore \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{0}$ $\qquad \therefore \overrightarrow{F_3} = -\overrightarrow{F_1} - \overrightarrow{F_2}$

$\overrightarrow{F_3} = (-4, 0, -3) + (1, -4, 15)$ $\qquad \overrightarrow{F_3} = -3\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j} + 12\overrightarrow{K}$

$\overrightarrow{F_3} = \|\overrightarrow{F_3}\| = \sqrt{9 + 16 + 144} = 13$ force unit.

Essayez de Résoudre

(2) Un corps se déplace avec une vitesse uniforme, sous l'effet des forces $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ et $\overrightarrow{F_3}$ où $\overrightarrow{F_1} = a\overrightarrow{i} - 5\overrightarrow{j} + 7\overrightarrow{K}$, $\overrightarrow{F_2} = -3\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = 2\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j} + c\overrightarrow{K}$,
Déterminez a , b et c.

Exemple

(3) Une force $\overrightarrow{F}$ agit sur un corps en repos de masse 1 kg, qui se déplace en ligne droite commençant du point de l'origine O si F = 5x + 6 où x la distance de corps du point O, en mètre et F en Newton.

Trouvez :

a) La vitesse du corps v quand x = 4 m **b)** Le déplacement du corps quand v = 9 m /s.

Solution

Figure (25)

$\because F = 5x + 6$

$\therefore ma = 5x + 6$

$\because a = v\frac{dv}{dx}$, m = 1 kg

a:

$\therefore V\frac{dV}{dx} = 5x + 6$ $\qquad \therefore \int_0^V V\,dV = \int_0^4 (5x + 6)\,dx$

$\therefore [\frac{1}{2}v^2]_0^v = [\frac{5}{2}x^2 + 6x]_0^4$ $\qquad \therefore \frac{1}{2}v^2 = (\frac{5}{2} \times 16 + 6 \times 4) - 0$

$v^2 = 128$ $\qquad \therefore V = \pm 8\sqrt{2}$ m/sec

b:

$\because V\dfrac{dV}{dx} = 5x + 6$ $\qquad\therefore {}_0\int^9 V\, dv = {}_0\int^x (5x + 6)\, dx$

$\therefore [\frac{1}{2}v^2]_0^9 = [\frac{5}{2}x^2 + 6x]_0^x$ $\qquad\therefore \dfrac{81}{2} = \dfrac{5}{2}x^2 + 6x - 0$

$\therefore 5x^2 + 12x - 81 = 0$

$(5x + 27)(x - 3) = 0$ $\qquad\therefore x = 3 \;, \quad x = -\dfrac{27}{5}$

Essayez de résoudre

(3) Une force F agit sur un corps en repos de masse 2 kg, qui se déplace en ligne droite commençant d'une vitesse de 2 m/s. si $F = \dfrac{3}{2v + 1}$ où v est la vitesse de corps après t second, quand la vitesse devient 6 m / s.

Exemple

(4) Une force agit sur un corps en repos de masse 250 g, qui se déplace en ligne droite commençant de repos du point de l'origine O . si $\vec{F} = (5t - 2)\,\vec{i} + 4t\,\vec{j}$ où F est mesuré en Newton et t en second. Trouvez $\vec{V}$ et $\vec{D}$ en function de t.

Solution

$\because \vec{F} = (5t - 2)\,\vec{i} + 4t\,\vec{j}$ $\qquad\because \vec{F} = m\,\vec{a}$ où $m = \dfrac{1}{4}$ kg

$\therefore \dfrac{1}{4}\,\vec{a} = (5t - 2)\,\vec{i} + 4t\,\vec{j}$ $\qquad\therefore \vec{a} = (20t - 8)\,\vec{i} + 16t\,\vec{j}$

$\because \vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt}$ $\qquad\therefore \dfrac{d\vec{V}}{dt} = (20t - 8)\,\vec{i} + 16t\,\vec{j}$

$\therefore {}_0\int^V d\vec{V} = {}_0\int^t [(20t - 8)\,\vec{i} + 16t\,\vec{j}]\, dt$

$\therefore \vec{V} = (10t^2 - 8t)\,\vec{i} + 8t^2\,\vec{j}$

$\because \vec{V} = \dfrac{d\vec{D}}{dt}$ $\qquad\therefore \dfrac{dD}{dt} = (10t^2 - 8t)\,\vec{i} + 8t^2\,\vec{j}$

$\therefore {}_0\int^S dD = {}_0\int^t [(10t^2 - 8t)\,\vec{i} + 8t^2\,\vec{j}]\, dt$

$\therefore \vec{D} = (\dfrac{10}{3}t^3 - 4t^2)\,\vec{i} + \dfrac{8}{3}t^3\,\vec{j}$

Essayez de résoudre

(4) Une force agit sur un corps en repos de masse $\dfrac{1}{2}$ kg qui se déplace en ligne droite commençant d'un point fixe ' O'. si $\vec{F} = (4t - 1)\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ où F est mesuré en Newton et t en second. Trouvez la vitesse du corps et sa distance du point O quand t = 2 sec .

Exemple

5 Un corps de masse variante $m = 2t + 1$, est animé d'un mouvement rectiligne, son vecteur déplacement étant donné par la relation : $\overrightarrow{D} = (\frac{1}{2}t^2 + t)\overrightarrow{i}$ où $\overrightarrow{i}$ est un vecteur unitaire parallèle à la ligne droite. Calculez la quantité de mouvement de ce corps et en déduire la loi de la force à laquelle il est soumis.

Solution

$m = 2t + 1$

Vecteur vitesse $\overrightarrow{V} = \frac{d\overrightarrow{D}}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}t^2 + t)\overrightarrow{i} = (t + 1)\overrightarrow{i}$

Vecteur quantité de mouvement $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{V}$

$= (2t + 1)(t + 1)\overrightarrow{i} = (2t^2 + 3t + 1)\overrightarrow{i}$

De la deuxième loi de Newton on a :

$\overrightarrow{F} = \frac{d}{dt}(m\overrightarrow{V}) = \frac{d\overrightarrow{H}}{dt} = \frac{d}{dt}(2t^2 + 3t + 1)\overrightarrow{i} = (4t + 3)\overrightarrow{i}$

Donc. **la force qui agit sur le corps dans le sens de $\overrightarrow{i}$ et sa valeur est égale à $(4t + 3)$**

Essayez de résoudre

5 Une boule métallique de masse 100 g se meut en ligne droite à la vitesse de 10 m / s dans une atmosphère poussiéreuse. La poussière se colle à la surface de la boule à un taux de 0,06 g / s. Trouvez la masse de la boule et la force exercée sur elle à un instant quelconque.

Exemple Utilisation d'intégrale

6 Un corps se déplace dans une ligne droite sachant que son accélération du mouvement a donnée comme une fonction du temps par la relation $a = 2t - 6$ où a mesurée en m/s², le temps par seconde. Déterminez la variation de la quantité du mouvement du corps pendant l'intervalle $3 \leqslant t \leqslant 5$ sachant que la masse du corps est 8 kg.

Solution

$\because \Delta P = m\int_{t_1}^{t_2} a\,dt$

$\therefore \Delta P = 8\int_3^5 (2t - 6)\,dt = 8\,[t^2 - 6t]_3^5$

$= 8\,[(25 - 30) - (9 - 18)] = 32\text{kg. m/sec}$

$\therefore \Delta\overrightarrow{P} = 32\,\overrightarrow{e}$ où $\overrightarrow{e}$ est un vecteur unitaire dans le sens du mouvement du corps.

Essayez de Résoudre

6 Une voiture de masse 1,5 tonne, se déplace en ligne droite tel que a (t) donnée comme une fonction du temps par la relation $a = 12 - t^2$ où a mesurée en m/s², le temps t par seconde. Déterminez :

a La variation de la quantité du mouvement de la voiture pendant les six premières secondes du mouvement .

b La variation de la quantité du mouvement de la voiture pendant l'intervalle du temps [2 ; 14]

Exercices 2 - 1

Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées :

1. Un corps de masse de l'unité, se meut sous l'effet de la force $\vec{F} = 5\,\vec{e}$ si le vecteur vitesse $\vec{V} = (a\,t^2 + b\,t)\,\vec{e}$, alors a + b est:

   a) 0 b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{7}{2}$ d) 5

2. Un corps de masse m = (2 t + 3)kg, est animé d'un mouvement rectiligne, son vecteur déplacement étant donné par la relation $\vec{D} = (\frac{3}{2}t^2 + 2t)\,\vec{e}$ où D est mesurer en mètre ; t en second alors la force à laquelle il est soumis en Newton est:

   a) $2\,t + 3$ b) $12\,t + 3$ c) $12\,t + 13$ d) $6t + 13$

3. Un corps de masse de l'unité se deplace en ligne droite tel que l'a ccertion de son mouvement et donnée par le relation a = 4 T + 2 mésurée par m/s2, alors le relation de son quantité de son mouvment dans l'intervalle de temps [2; 6] est égale à .... :

   a) 16 b) 32 c) 64 d) 84

4. Un corps de masse 3kg se déplace sous l'effet de trois forces $\vec{F_1} = 2\,\vec{i} - b\,\vec{j}$, $\vec{F_2} = a\,\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{F_3} = 3\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs unitérs orthonormés dans le plan des forces ; Si le vecteur de déplacement $\vec{D}$ est donnée par la relation $\vec{D} = (t^2 + 1)\,\vec{i} + (2t^2 + 3)\,\vec{j}$, Trouvez a et b .

5. Un corps de masse m = (2t +5) kg. Son vecteur de position est $\vec{R} = (\frac{1}{2}t^2 + t - 5)\,\vec{e}$ où $\vec{e}$ est un vecteurs unitérs constant, si r en mètre et t en second, trouvez :

   a) Les vecteurs vitesse et accélération à un instant quelconque t.

   b) L'intesité de la force agit sur le corps en t = 10 sec

6. Une sphère métallique de masse 150 g, se meut d'une vitesse de 12 m/s dans une atmosphère poussiéreuse. La poussière se colle à la surface de la sphère à un taux de 0,5 g / s. Trouvez la masse de la sphère et la force en dyne exercée sur elle à un instant quelconque t.

7. Une sphère métallique de masse 10 g, se meut en ligne droite dans une atmosphère poussiéreuse. La poussière se colle à la surface de la sphère à un taux de un gramme par second. Si le vecteur de déplacement $\vec{D}$ est donnée par la relation $\vec{D} = (t^2 + 3t)\,\vec{i}$ où est un vecteurs unitérs dans le sens de son mouvement, Trouvez la force exercée sur elle à un instant quelconque t. puis calculez sa valeur en t = 3 sec, sachant que le déplacement en cm.

8 Un corps de masse variante $m = (4t + 1)$, est animé d'un mouvement rectiligne, son vecteur déplacement étant donné par la relation $\overrightarrow{D} = (t^2 + 2t)\ \overrightarrow{i}$ où $\overrightarrow{i}$ est un vecteur unitaire parallèle à la ligne droite, t en second et d en cm. Calculez :

a Le vecteur quantité de mouvement de ce corps .

b L'intensité de la force à laquelle il est soumis en $t = 4$.

9 Une force $F = 3t + 1$ agit sur un corps en repos de masse 4 kg. au point d'origine O sur une ligne droite.

a Trouvez v quand $t = 2$ sec .

b Trouvez d quand $t = 2$ sec , F en Newton.

10 Un corps se déplace en ligne droite avec une accélération uniforme $a = - 3$ m/s² et avec une vitesse initiale 5 m/s. Si la masse du corps est 18 kg. Déterminez la norme de la variation de la quantité du mouvement pendant les intervalles du temps suivants:

a [0 ; 3] **b** [1;2]

11 Un corps se déplace en ligne droite sachant que $a = (3t - 12)$ m/s². Déterminez la variation de la quantité du mouvement pendant les intervalles du temps suivants:

a [1; 3] **b** [3; 5]

Mouvement de corps connectés

Mouvement des ascenseurs - Poulies sample

Unité 2

2 - 2

Activité

Figure (36)

Lorsque vous placez un poids sur la balance et qu'un changement de poids se produit; l'équiliblrage se déclanche et l'appareil commence a bouger vers le haut. Lisez la lecture de la balance; puis arrétez l'appareil. Notez la lecture de la balance avant que l'appariel ne se stabilise. Une fois que l'appareil s'arrâte ; retirez le poids ou remplacez-Le par un autre . Lisez la nouvelle lecture du poids et notez-La. Répétez cette procédure pour chaque poids que nous placez sur la balance. A chaque changment de poids; l'appareil doit se déplacer a chaque étape; et la lecture de la balance doit être effecture avant que l'appareil ne s'immobilse complétement quelle sont les actions a prendre si l'appareil ne réagitpas

ou si le poids ne déclenche aucub mouvement?

Apprendre

1 - Troisième loi de Newton

A chaque action correspond une réaction de même intensité et de sens contraire.

2 - La pression et la réaction

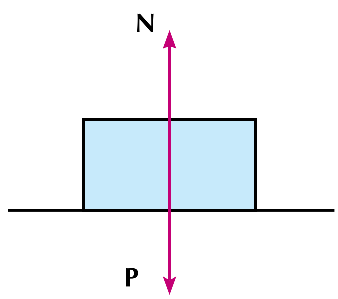


Figure (37)

Quand on pose un corps de masse m sur un plan en repos, ce corps agit sur le plan par une force de pression égale au poids du corps, qui produit une force de réaction du plan qui agit sur le corps est égale à la force de pression du corps sur le plan, ces deux forces en sens contraires et de même intensité, la pression sur le plan ça change si le plan se meut vers le haut ou vers le bas . La pression en ce cas est connue par le poids.

Mouvement des ascenseurs

Le mouvement des ascenseurs est l'application le

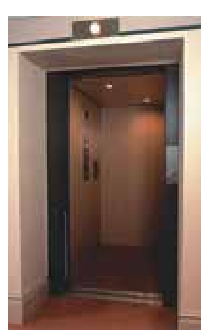


Figure (38)

Allez apprendre

- *la pression et la réaction*
- *mouvement des ascenseurs*

Vocabulaire de bas

- *Troisieme loi de Newton*
- *pression*
- *dynamométre*
- *balance*
- *balance a pression*

Aide pédagogique

- *Calculatrice scientifique*
- *dynamométre*
- *balance*
- *balance a pression*

plus célèbre de la action et la réaction, quand une Person de masse m débout dans un ascenseur de masse m', alors il y a un système des forces agissent sur chacune d'elle.

Les forces agissent sur une personne dans un ascenseur

Deux forces agissent sur la personne dans l'ascenseur :

1 - **Son poids** = mg (**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement**)

2 - **2) La force de réaction du plancher de l'ascenseur = R**

(**Dirige verticalement vers le haut quel que soit le sens du mouvement**).

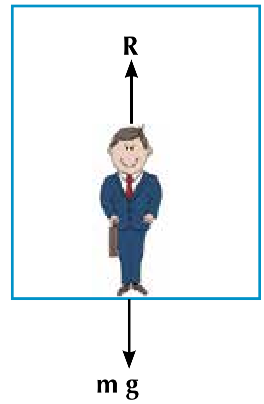


figure (39)

L'équation du mouvement de la personne

L'ascenseur est au repos ou animé d'un mouvement uniforme (vitesse constante vers le haut ou vers le bas) alors $\boxed{m\,g = R}$

Mouvement vers le haut d'une vitesse a ; l'équation du mouvement $\boxed{m\,a = R - mg}$

Mouvement vers le bas d'une vitesse a ; l'équation du mouvement $\boxed{m\,a = mg - R}$

Pensez critique : Quelle sera la réaction du plancher de l'ascenseur sur la personne si l'ascenseur descend à une accélération égale à l'accélération pesanteur ?

Les forces agissent sur la plancher de l'ascenseur seulement (figure 40)

Trois forces agissent sur la plancher de l'ascenseur seulement:

1 - Son poids = **m`** g (**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement**)

2 - La pression de la personne sur le plancher de l'ascenseur = **P**

(**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement**)

3 - 3) La tension la corde qui tir l'ascenseur = **T**

(**Dirige verticalement vers le haut quel que soit le sens du mouvement**)

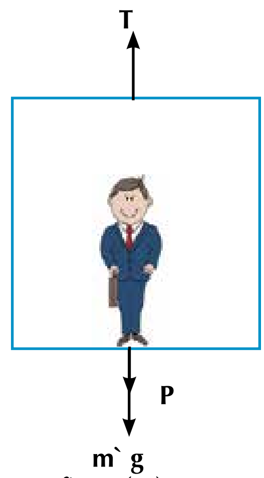


figure (40)

L'équation du mouvement de l'ascenseur

Quand l'ascenseur monte avec une accélération(a) son équation du mouvement est $\boxed{m`\,a = T - P - m`\,g}$

Quand l'ascenseur descend avec une accélération(a) son équation du mouvement est $\boxed{m`\,a = m`\,g + P - T}$

The forces acting on a system (the lift and the person together) (Figure 41)

Les forces agissent sur la plancher de l'ascenseur et la personne :

Deux forces agissent sur la plancher de l'ascenseur et la personne

1 - 1) le poids de système = **(m + m`)** g

(**Dirige verticalement vers le bas quel que soit le sens du mouvement**)

figure (41)

2 - 2) La tension la corde qui tir l'ascenseur = **T**

(Dirige verticalement vers le haut quel que soit le sens du mouvement)

Remarque :

La pression de la personne sur la plancher de l'ascenseur est égale à la réaction du plancher de l'ascenseur sur la personne et en sens contraire

Equation du movement du systéme

Quand l'ascenseur monte avec une accélération(a) son équation du mouvement est

$$\boxed{(m + m`)\, a = T - (m + m`)g}$$

Quand l'ascenseur descend avec une accélération(a) son équation du mouvement est

$$\boxed{(m + m`)\, a = (m + m`)\, g - T}$$

Le dynamomètre

Quand un corps de masse m est suspendu à un dynamomètre fixé au plafond d'un ascenseur, alors la lecture du dynamomètre represente la tension au fil du dynamomètre.

Figure (42)

Palence de pression

Quand un corps de masse m est placé sur un palence fixé à la plancher de l'ascenseur, alors la lecture du palence represente la pression du corps sur le palence.

Figure (43)

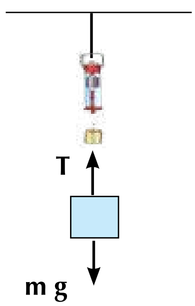


Figure (44)

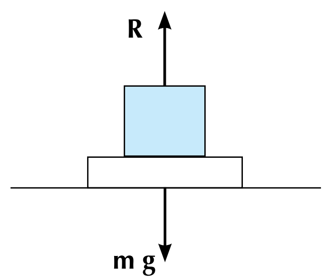


Figure (45)

1 - Si la lecture du dynamomètre **>** poids T > mg ; P > mg, Alors l'ascenseur monte par une accélération positive ou descend par une accélération négative .

2 - Si la lecture du dynamomètre **<** poids T < mg ; P < mg. Alors l'ascenseur descend par une accélération positive ou monte par une accélération négative .

3 - Si la lecture du dynamomètre **=** poids T = mg ; P = mg. Alors l'ascenseur est en repos ou se déplace par une vitesse uniforme. La lecture du palence (pression) ; la lecture du dynamomètre (poids)

Remarque que

Si l'ascenseur monte par une accélération uniforme et descend par la même accélération: Alors La lecture du palence en montant + La lecture du palence en desendant = double du poids.

Balence

La balance est la seule machine par laquelle le poids est mesuré dans toutes les conditions.

Figure (46)

Exemple

① Un homme de masse 80 kg est dans un ascenseur. Calculez en kg.p la pression de l' homme sur le plancher de l'ascenseur dans les cas suivants :

1 - L'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

2 - L'ascenseur se meut par une vitesse uniforme de 80 cm /s.

3 - L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 98 $cm.s^2$.

Solution

La pression de l' homme sur le plancher de l'ascenseur est égale à la réaction de l'ascenseur sur l' homme .

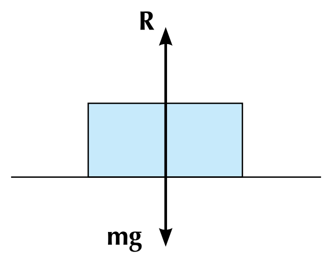
1 - L'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

$\therefore ma = R - mg$

$80 \times 0{,}49 = R - 80 \times 9{,}8$

$\therefore R = 80 \times 0.49 + 80 \times 9{,}8$

$R = 823.2$ Newton $\qquad R = 84$ kg.wt



2 - L'ascenseur se meut par une vitesse uniforme.

$\therefore a = 0$

$\therefore R = mg \qquad g = 80$ kg.p

3 - L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 98 $cm.s^2$.

$m a = mg - R$

$80 \times 0.98 = 80 \times 9.8 - R$

$R = 80 \times 9{,}8 - 80 \times 0{,}98 \qquad R = 705{,}6$ Newton. $\qquad R = 72$ kg .p

Essayez de résoudre

① Une personne de masse 60 kg est dans un ascenseur. Calculez en kg.p la pression de l' homme sur le plancher de l'ascenseur dans les cas suivants :

1 - L'ascenseur en repos .

2 - L'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

3 - L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 49 $cm.s^2$.

Exemple

(2) Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur se meut verticalement, si la tension au fil quand l'ascenseur monte avec une accélération de 2,45 m/s² est égale à 50 kg.p. Trouvez la masse du corps. Si l'ascenseur descend avec la même accélération, quelle est l'intensité de la tension au fil ?

Solution

a) L'ascenseur monte avec une accélération de 2,45 m/s²

Equation du mouvement : $ma = T - mg$

$m \times 2{,}45 = 50 \times 9{,}8 - m \times 9{,}8$

$m\,(2{,}45 + 9{,}8) = 50 \times 9{,}8$ $\quad$ $m = 40$ kg

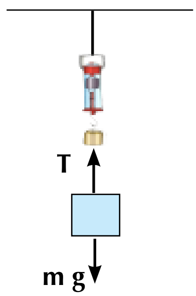


Figure (48)

b) L'ascenseur descend avec une accélération de 2,45 m/s²

Equation du mouvement : $ma = mg - T$

$40 \times 2{,}45 = 40 \times 9{,}8 - T$

$T = 40\,(9{,}8 - 2{,}45)$ $\quad$ $T = 294$ Newton $\quad$ $T = 30$ kg.p

Essayez de résoudre

(2) Un corps de poids 240 g.p est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur dont la lecture indique 276 g .p. Montrez que l'accélération du mouvement de l'ascenseur a deux valeurs qu'on doit les déterminer en précisant le sens du mouvement.

Exemple

(3) Un ascenseur monte avec une accélération de 140 cm /s², la force de pression d'un homme sur le plancher de l'ascenseur est de 72 kg.p. **Calculez la masse de cet homme. Puis calculez la pression de l'homme sur le plancher de l'ascenseur quand l'ascenseur descend**.

Solution

a) L'ascenseur monte avec une accélération de $a = 1{,}4$ m /s².

Equation du mouvement : $m\,a = R - m\,g$

$m \times 1.4 = 72 \times 9.8 - m \times 9.8$

$\therefore\ m = 63$ kg

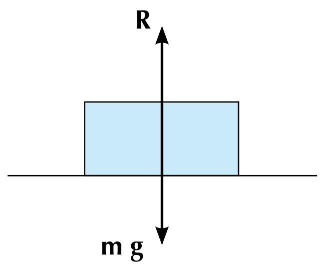
b): L'ascenseur descend avec une accélération de $a = 1.4$ m/s².

Equation du mouvement : $m\,a = m\,g - R$

$63 \times 1{,}4 = 63 \times 9{,}8 - R$

$R = 63\,(9.8 - 1{,}4)$ $\quad$ $R = 529.2$ Newton

$R = 54$ kg.p



Essayez de résoudre

(3) Un homme masse 70 kg dans un ascenseur de masse 420 kg ; l'ascenseur monte avec une accélération de 70 cm /s², Trouvez : la tension au fil en kg.p et la force de pression d'un homme sur le plancher de l'ascenseur .

Exemple

(4) Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Lorsque l'ascenseur monte avec une accélération de (a) m /s, la lecture du dynamomètre est 8 kg .p. Lorsque l'ascenseur descend avec une accélération de norme (2a) m /s, la lecture du dynamomètre est 5 kg .p. Trouvez la valeur de (a). Si la corde qui tir l'ascenseur ne support une tension plus que 1,2 t.p, trouvez le maximum charge peut supporter l'ascenseur quand il monte avec une accélération (a), sachant que sa masse vide est de 600 kg.

Solution

a) L'ascenseur quand il monte avec une accélération (a),

Equation du mouvement : $m\,a = T - mg$

$m\,a = 8 \times 9{,}8 - m \times 9{,}8$

$m\,a = (8 - m) \times 9{,}8$ **(1)**

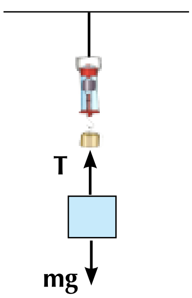


Figure (48)

b) l'ascenseur descend avec une accélération de norme (2a)

Equation du mouvement $m\,a = mg - T$

$2ma = m \times 9{,}8 - 5 \times 9{,}8$

$2ma = (m - 5) \times 9{,}8$ **(2)**

De (1) et (2) on a

$$\frac{2ma}{ma} = \frac{(m - 5) \times 9{,}8}{(8 - m) \times 9{,}8}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{m - 5}{8 - K}$$

$m - 5 = 16 - 2m$ $3m = 21$

$\therefore m = 7$ kg

de (1) on trouve que

$7\,a = 9{,}8$ $a = 1{,}4$ m/sec^2.

c)

soit le maximum charge peut supporter l'ascenseur est (m) donc la tension à la corde est de 1200 kg.p

Equation du mouvement : $(m + m`)\,a = T - (m + m`)\,g$

$\therefore (m + 600) \times 1{,}4 = 1200 \times 9{,}8 - (m + 600) \times 9{,}8$

$\therefore (m + 600) \times 11{,}2 = 1200 \times 9{,}8$

$m + 600 = 1050$

$m = 450$ kg

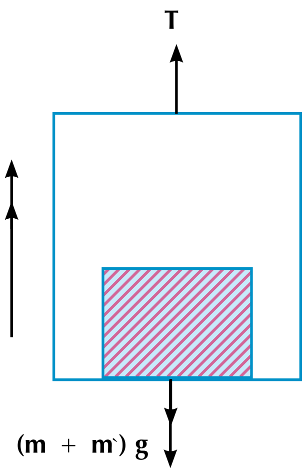


Figure (51)

Essayez de résoudre

4. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Lorsque l'ascenseur monte avec une accélération uniforme de 1,5 a m /s, la lecture du dynamomètre est 17 kg .p. Lorsque l'ascenseur descend avec une accélération négative a m /s, la lecture du dynamomètre est 16 kg .p. Trouvez la masse du corps et la valeur de (a).

2 - Mouvement de deux corps reliés par un fil passant sur une poulie lisse, pendents verticalement

Préliminaire

L'utilisez des poulies à plusieurs objectives, y compris la réduction de la force nécessaire pour soulever le corps et faciliter le mouvement et changement la direction des forces, parmi eux ce qui sont fixe et ce qui mobile, dans ce leçon nous adressons un système d'une poulie fixe.

Quand la poulie est lisse alors la tension sur les deux côtés de la poulie sont égales.

La figure suivante montre les forces appliquées quand on soulève un sac (corps) en utilisant une poulie.

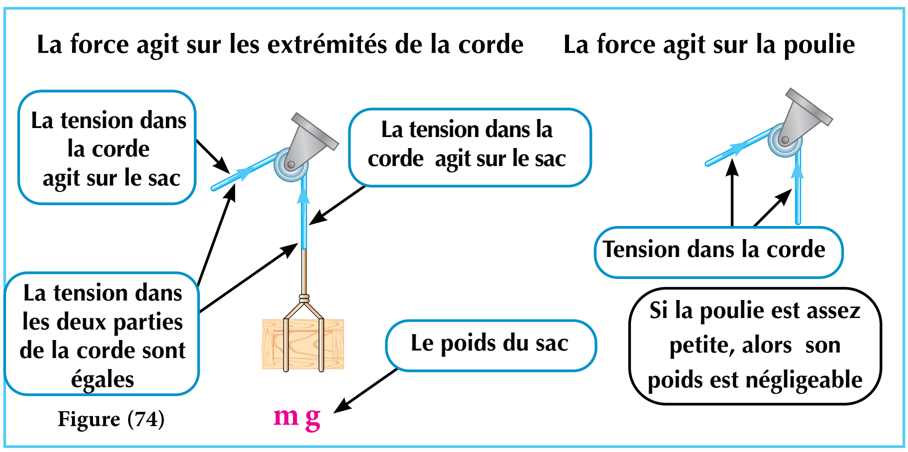


Figure (74)

Considérons deux corps de masses m_1 et m_2 ($m_1 > m_2$) reliés par un fil passant sur une poulie lisse, le système commence à se mouvoir du repos avec une accélération uniforme d'intensité a

Equation du mouvement

$m_1\, a = m_1\, g - T \qquad m_2\, a = T - m_2\, g$

Ajoutant (1) à (2) on obtient:

$(m_1 + m_2)\, a = (m_1 - m_2)\, g \qquad \therefore\ a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) g$

Donc on calcule la tension de 1' une de deux équations.

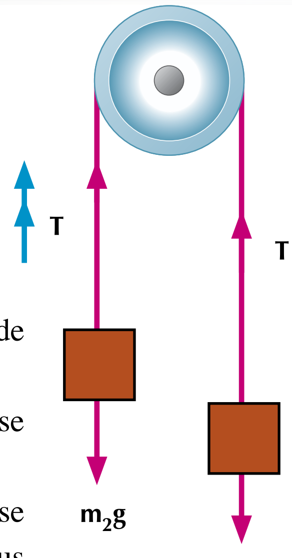


Figure (75)

Si on coupe le fil:

Si on coupe le fil qui relie les deux corps après un temps t , alors chacun de deux corps se meut dans le même sens qu'avant le coupage du fil.

1) La masse m_1 descend avec une vitesse initiale V (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil) avec l'accélération pesanteur.

2) La masse m_2 monte avec une vitesse initiale v (c'est la même vitesse au moment de coupage du fil) Jusqu' à l'état de repos instantané sous l'accélération pesanteur puis il descend librement.

Remarque que

Si le système commence à se mouvoir et les deux masses dans un même plan horizontal, si la distance parcourue en temps t ,est égale à (d) unité de longueur, alors la distance verticale entre les deux corps est égale à (2d) unité de longueur

Pression sur la poulie

Les deux masses reliées par le fil passant par la poulie, le fil devient tendu et la tension au fil produit une force de pression sur la poulie qui est égale à la résultante de deux forces de tension. $P = 2T$

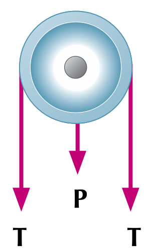


Figure (76)

Cas similaire (1)

Dans la figure si:

$(m_1 + m_3) > m_2$ et si $m_1 < m_2$, alors l'équation du mouvement

$(m_1 + m_3)\, a = (m_1 + m_3)\, g - T$

$m_2\, a = T - m_2\, g$

Quand on détache la masse supplémentaire

Si la masse m_3 est détachée après un temps t sec, alors le système se meuvent dans le même sens, mais par une décélération, Jusqu' à l'état de repos instantané, puis il change le sens du mouvement, pour trouver cette accélération après la détachement de la masse m_3 L'équation du mouvement

$m_1\, a` = m_1\, g - T`$

$m_2\, a` = T` - m_2\, g$

Le système après la détachement de la masse m_3 la masse se meut par une vitesse initiale égale à la vitesse au moment de détachement, Jusqu' à l'état de repos instantané, puis il change le sens du mouvement, et la masse m_2 est la leader.

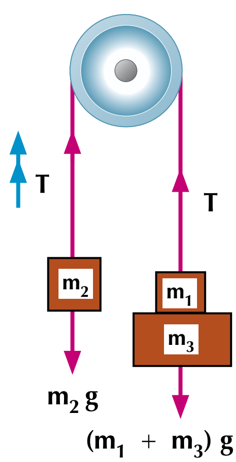


Figure (77)

La tension au fil reliant les deux corps

Dans la figure précédente si les masses m_1 et m_3 sont relié par un autre fil, alors les tensions sont comme indique la figure (78), les équations du mouvement sont:

$m_1 a` = m_1 g + T` - T$

$m_3 a` = m_3 g - T`$

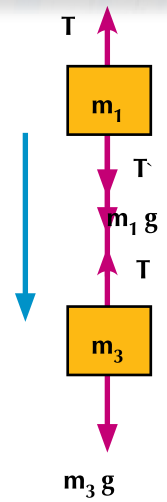


Figure (78)

Cas similaire (2)

Si $m_1 = m_2 = m$ Figure (78)

C'est-à-dire que les masses égales ; le système alors en repos, Quand on ajoute la masse (m') à l'une de deux masses Alors le système se meut dans le sens de masses (m + m`) l'équation de mouvement

$(m + m`)\ a = (m + m`)\ g - T$

$m\ a = T - mg$

Quand on détache la masse supplémentaire:

Si la masse (m') est détachée après t sec ; le système alors se meut avec une vitesse uniforme dans le même sens, la vitesse acquise pendant t sec (la vitesse au moment de la séparation de la masse (m')

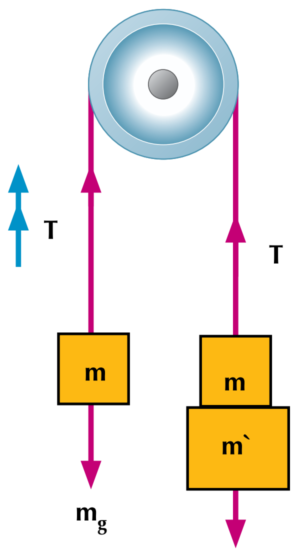


Figure (79)

Cas similaire (3) figure (79)

Si les deux corps de masses m_1 et m_2 sont reliés par un fil , On connaisse pas qui est le plus grande, si on acquise la masse m1 Une vitesse v vers le bas et le système se meut, alors on a trois cas

1) Le système revient à son position initiale après un temps t, on déduit que $m_1 < m_2$ et que le système se meut avec une décélération jusqu'au repos instantané, puis change le sens du mouvement et on peut l'accélération du système des hypothèses où la vitesse initiale est la vitesse de m_1 , la vitesse finale = 0, le temps = $\frac{t}{2}$

2) Le système se meut avec une vitesse constante qui acquise m1 on déduit que $m_1 = m_2$ et le mouvement suit la premier loi de Newton.

3) Le système se meut avec une accélération uniforme croissante, on déduit que $m_1 > m_2$ et on peut étudier le mouvement des équations du mouvement

$m_1 a = m_1 g - T \qquad m_2 a = T - m_2 g$

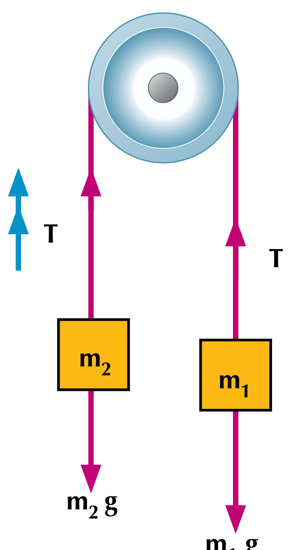


Figure (79)

Exemple

1 Deux corps de masses m_1 et m_2 où $m_1 > m_2$ sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence se mouvoir du répons quand les deux corps de même plan horizontale. Si la distance entre les deux corps devient 20 cm après une second, trouve $m_1 : m_2$

Solution

Au début du mouvement les deux corps sont dans le même plan horizontal, la distance entre les deux corps devient 20 cm après une seconde.

$\therefore D = \frac{20}{2} = 10$ cm

$\because D = V_{\bullet}t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$

$10 = 0 + \frac{1}{2} \times a \times 1$

$a = 20$ cm /sec^2

Équation du mouvement

$m_1\, a = m_1\, g - T$

$m_2\, a = T - m_2\, g$

Par l'addition on obtient

$(m_1 + m_2)\, a = (m_1 - m_2)\, g$

$20\,(m_1 + m_2) = 980\,(m_1 - m_2)$

$m_1 + m_2 = 49\,(m_1 - m_2)$

$m_1 + m_2 = 49\, m_1 - 49\, m_2$

$50\, m_2 = 48\, m_1$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{25}{24}$

$m_1 : m_2 = 25 : 24$

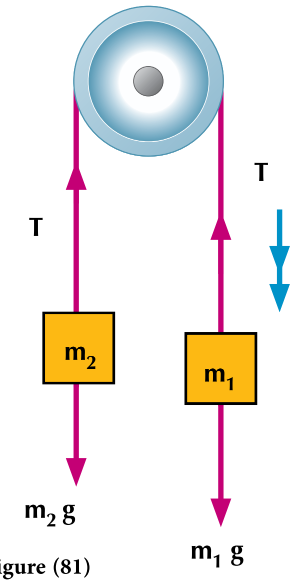


Figure (81)

Essayez de résoudre

5 Deux corps de masses 21 g et 28 g sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos. Calculez l'accélération du système et la tension au fil et la vitesse après deux seconds de début du mouvement.

Exemple

2 Deux corps de masses 105 g et 70 g sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos, quand les deux corps de même plan horizontale. Calculez la norme de l'accélération du système. Si le premier corps heurte le sol près qu'il parcourt 50 cm, trouvez le temps total dès le début du mouvement pour que le deuxième corps soit en repos instantané..

Solution

Équation du mouvement:

$105\,a = 105 \times 980 - T$

$70\,a = T - 70 \times 980$

Par l'addition de deux équation on obtient

$175\,a = 35 \times 980$

$a = 196\ \text{cm/sec}^2$

Au moment où le corps 105 g heurte le sol en temps t_1

$V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$V^2 = 0 + 2 \times 196 \times 50$

$V = 140\ \text{cm/sec}$

$V = V_\circ + a\,t$

$140 = 0 + 196\,t$

$t = \frac{5}{7}\ \text{s}$

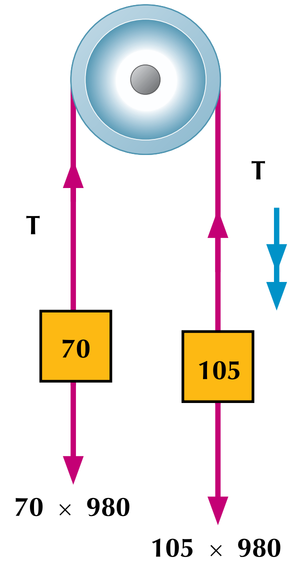


Figure (82)

Au moment où le corps 105 g heurte le sol, le corps 70 g se meut verticalement vers le haut par l'accélération pesanteur avec une vitesse initiale $V_0 = 140$ cm/s puis il arrive au repos instantané après t sec

$\because\ V = V_\circ + g\,t$

$\therefore\ 0 = 140 - 980\,t$

$t = \frac{1}{7}$ seconds

$\therefore$ Le corps 70 g arrive au repos instantané dès le début du mouvement après t sec

où $t = t_1 + t_2 = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ s

Essayez de résoudre

6) Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités un corps de masse 90 g et à l'autre extrémité un corps de masse 70 g. Le système commence à se mouvoir du repos, quand la masse 70 g à une distance de 245 cm du sol:

a) Calculez le temps nécessaire pour que la masse 90 arrive au sol.

b) Le temps nécessaire pour que le fil devient tendue encore une fois.

Exemple

3) Deux corps de masses 5 kg et 3 kg sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos, quand les deux corps de même plan horizontale à une distance de 245 cm du sol, si le fil est coupé une seconde après le début du mouvement. Calculez l'accélération du mouvement et la vitesse de chacun de deux corps quand ils arrivent au sol.

Solution

Equation du mouvement:

$5\,a = 5 \times 9{,}8 - T$ **(1)**

$3\,a = T - 3 \times 9{,}8$ **(2)**

Par addition:

$8\,a = 2 \times 9{,}8$

$\therefore\ a = 2{,}45\ m/sec^2$

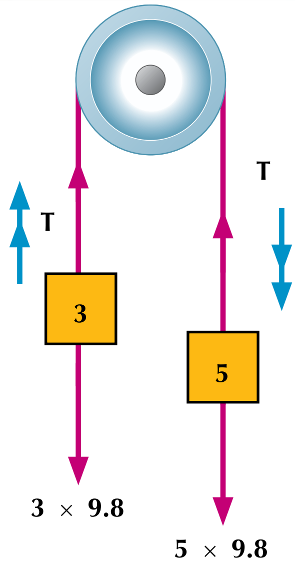


Figure (83)

Au moment de découpage du fil

$V = V_\circ + a\,t$

$= 0 + 2.45 \times 1 = 2.45\ m/sec$

$d = V_\circ t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 2.45 \times 1 = 1.225$ meters

Après le découpage du fil

Le corps 5 kg se meut verticalement vers le bas

$V_\circ = 2.45\ m/sec$, $g = 9.8\ m/sec^2$, $S = 2.45 - 1.225 = 1.225$ meters

$\because\ V^2 = V_\circ^2 + 2\,g\,S$

$\therefore\ V^2 = (2.45)^2 + 2 \times 9.8 \times 1.225$

$\therefore V = \frac{49\sqrt{5}}{20}\ m/sec$

Le corps 3 kg se meut librement verticalement vers le haut d'un point à une distance D du sol, puis il revient en ce point puis au sol.

$V_\circ = 2{,}45\ m/sec$, $g = -9{,}8\ m/sec^2$, $d = -(2{,}45 + 1{,}225) = -3{,}675$

$\because\ V^2 = v_\circ^2 + 2\,g\,D$

$= (2{,}45)^2 + 2 \times -9{,}8 \times -3{,}675$

$V = \frac{49\sqrt{13}}{20}\ m/sec$

Essayez de résoudre

7. Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à ses extrémités deux corps de masse 20g et 12 g pendants verticalement. Calculez l'accélération et la tension au fil. Si le système commence à se mouvoir du repos et si le fil est coupé deux secondes après le début du mouvement. Calculer la hauteur maximum lacorps 12 g attient-il de son position initiale.

Exemple

4. Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités un corps de masse 40 g et à l'autre extrémité deux corps de masse 30 g chacun. Le système commence à se mouvoir du repos, Une seconde après le début du mouvement une de deux petit corps est détaché ; trouvez la distance qu'elle monte la masse 40g dès le début du mouvement pour arriver au repos instantané.

Solution

Equation du mouvement:

$60\,a = 60 \times 980 - T$

$40\,a = T - 40 \times 980$

Par l'addition des équations, on obtient

$100\,a = 20 \times 980$

$a = 196\ \text{cm/sec}^2$

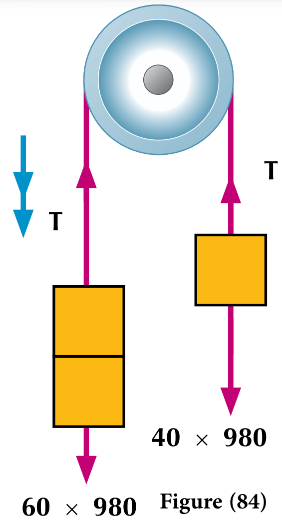


Figure (84)

Le moment où la petite masse est séparée

$V = V_\circ + a\,t$

$= 0 + 196 \times 1 = 196\ \text{cm/sec}$

$d_1 = V_0 t + \frac{1}{2}\,a\,t^2$

$= 0 + \frac{1}{2} \times 196 \times 1 = 98\ \text{cm}$

Après la séparation de la petite masse - les équations du mouvement

$40\,a' = T' - 40 \times 980$

$30\,a' = 30 \times 980 - T'$

Par l'addition des équations, on obtient

$70\,a = -\,10 \times 980$

$a = -\,140\ \text{cm/sec}^2$

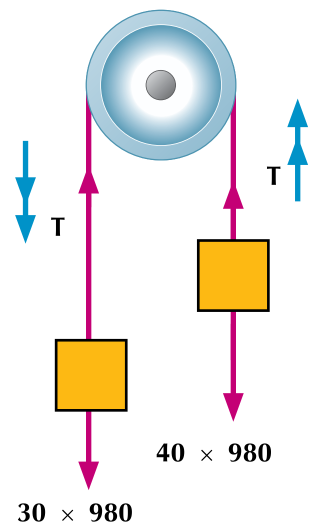


Figure (85)

c-à-d le système se meut dans le même sens que avant la séparation de la petite masse mais avec une décélération jusqu'il arrive au repos instantanément après pargourir une distance de D puis il change son sens du mouvement .

$\because V^2 = V_\circ^2 + 2\,a\,D$

$0 = (196)^2 - 2 \times 140\,d_2 \qquad \therefore\ d_2 = 137{,}2\ \text{cm}$

$\therefore$ La masse 40 g monte une distance D avant qu'il arrête instantanément où

$D = D_1 + D_2 = 235{,}2\ \text{cm}$

Essayez de résoudre

8. Un fil passe sur une petite poulie lisse et porte à une de ses extrémités deux corps de masse 235 et 20 g sont reliés par un file tel que le corps 20 g sous le corps 235 g et à l'autre extrémité un corps de masse 235 g. Le système commence à se mouvoir du repos, calculez l'accélération du système, si on coupe le fil qui porte le corps 20g après que le système parcourt une distance de 45 cm et le corps 235 g descendant a était à 90 cm du sol, en ce moment calculez le temps pour que ce corps arrive au sol.

Exercices 2 - 2

Complétez ce qui suit :

1. Un corps de masse 70 kg est posé sur un balance dans un ascenseur descend avec une accélération uniforme de 1,4 m/s^2 ; alors la lecture de la balance est .... kgp.

2. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur, la lecture du dynamomètre est 390 g .p. Lorsque l'ascenseur monte :
   Si l'accélération du mouvement est 70 cm/s^2 , alors la masse du corps est .... gm.
   Si la masse du corps est 350 g alors, l'accélération du mouvement est .... cm/sec^2.

3. Une personne debout sur un balance dans un ascenseur, la lecture du balance est de 75 kg.p, quand l'ascenseur monte avec une accélération de (a) m/s^2, et 69 kg.p quand l'ascenseur descend avec la même accélération, alors le poids de cet homme est .... kg.p.

4. Un enfant debout sur un balance dans un ascenseur, descend avec une accélération1,4 m/s^2.
   Si la lecture de la balance est 30 kg.p, alors le poids de cet enfant est .... kg.p
   Si le poids de cet enfant est 49 kg.p, alors la lecture de la balance est .... kg.p

Répondre aux questions suivantes :

5. Une personne masse 80 kg debout sur une balance fixé sur le plancher d'un ascenseur, Trouvez la lecture de la balance, dans les cas suivantes :
   - a) L'ascenseur se meut par une vitesse uniforme.
   - b) L'ascenseur monte avec une accélération négative de 44,1 $cm.s^2$.
   - c) L'ascenseur descend avec une accélération uniforme de 29,4 $cm.s^2$.

6. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Trouvez la masse du corps dans les cas suivants :
   - a) L'ascenseur monte avec une accélération accéléré de 98 $cm.s^2$, la lecture du dynamomètre est 44 g .p.
   - b) L'ascenseur descend avec une accélération accéléré de 140 $cm.s^2$, la lecture du dynamomètre est 210 g .p.
   - c) L'ascenseur en repos et la lecture du dynamomètre est 100 g .p.

7. Un ascenseur se meut avec un mouvement retardé monte avec une accélération uniforme (a) m /s², Un corps de masse 35 kg est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond du ascenseur, si la lecture du dynamomètre est 30 kg .p. Trouvez la valeur de (a).

8. Un corps est posé sur une balance dans un ascenseur, si la lecture de la balance est de 14 kg.p quand l'ascenseur en repos, Trouvez la lecture de la balance quand il monte avec une accélération uniforme de 70 cm/s² .

9. Un corps de masse 94,5 kg est placé dans une boîte de masse 52,5 kg, la boîte est tirée verticalement vers le haut au moyen d'une corde avec une accélération 1,4 m/s², trouvez la pression du corps sur la base la boîte, et la tension à la corde. Si on coupe la corde, trouvez la pression du corps sur la base la boîte.

10. Un homme de poids70 kg.p dans un ascenseur poids 350 kg.p; l'ascenseur descend avec une accélération décéléré de 49 cm /s², Trouvez : la force de pression de l'homme sur le plancher de l'ascenseur et la tension au fil en kg.p .

11. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur, si la lecture du dynamomètre est 7 kg .p quand l'ascenseur en repos, puis 8 kg.p quand il se meut verticalement avec une accélération uniforme. Trouvez la valeur et le sens de l'accélération.

12. Un corps est suspendu à un dynamomètre à ressort fixé au plafond d'un ascenseur. Lorsque l'ascenseur monte avec une accélération uniforme de a m /s, la lecture du dynamomètre est 16 kg .p. Lorsque l'ascenseur descend avec une accélération de 1,5a cm /s², la lecture du dynamomètre est 11 kg .p. Trouvez la masse du corps et la valeur de (a).Puis calculez la lecture du dynamomètre, lorsque l'ascenseur descend avec une décélération uniforme de $\frac{1}{2}$ a cm /s² .

Complétez ce qui suit :

13. Deux corps de masses 3 kg chacun sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Si le système acquis une vitesse de 2 m/s, alors:

a) l'accélération du mouvement est a =.................. m/sec²

b) La tension au fil T =.................. kgp

c) La distance parcouru par l'une de deux masses pendant un second dès le début du mouvement = ... m.

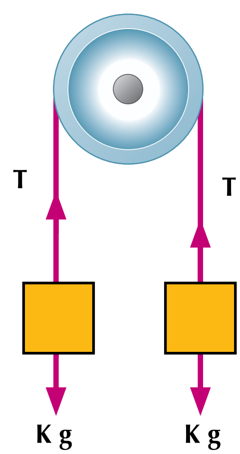


Figure (96)

14 **Dans la figure ci-contre :** Si le système se meut du repos alors :

- **a** l'accélération du mouvement est =.................... m/sec^2
- **b** la vitesse du système après 2 sec =.................... m/sec
- **c** si on détache la masse 2g après 2 sec, alors le système se meut avec une accélération =....................
- **d** La distance parcouru par la masse g pendant 5 sec dès le début du mouvement =....................

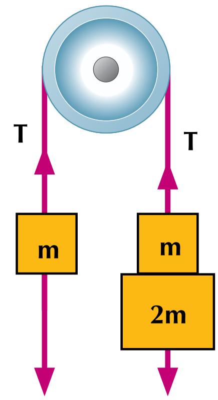


Figure (97)

15 Deux masses 420 g chacun, l'une est posé dans un plateau de masse, le système se meut du repos, alors:

- **a** l'accélération du mouvement est =.................... cm/sec^2
- **b** La tension au fil =.................... gp
- **c** La pression sur la poulie =.................... gp
- **d** La pression sur le plateau =....................gp

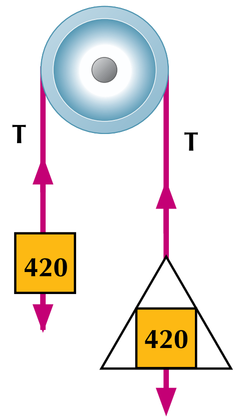


Figure (98)

16 Dans la figure ci-contre : Deux corps de masses m ; 2m sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse, le système se meut du repos, quand les deux corps dans un même plan horizontal, alors .

- **a** L'accélération du mouvement =.................... m/sec^2.
- **b** La pression sur la poulie =.................... kgp
- **c** la vitesse du système après $\frac{3}{2}$ sec dès le début du mouvement =.................... m/sec.
- **d** La distance verticale de deux corps après $\frac{3}{2}$ sec dès le début du mouvement =.................... m.
- **e** Si le fil est coupé après $\frac{3}{2}$ sec dès le début du mouvement, alors la masse (m) arrive au repos instantané après un temps .... Sec.
- **f** Si la distance de deux corps après t sec après qu'on coupe le fil est devenu 12,25 m, alors t = ... seconds.

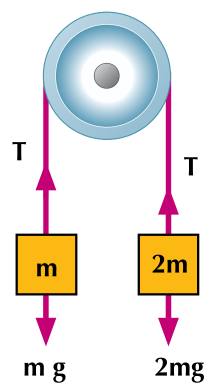


Figure (99)

Répondez aux questions suivantes :

17 Dans chacune des figures suivantes ; trouvez:

a L'accélération du mouvement.

b La tension au fil.

c La pression sur la poulie.

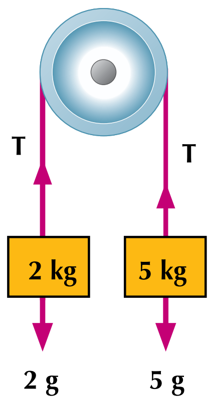


Figure (104)

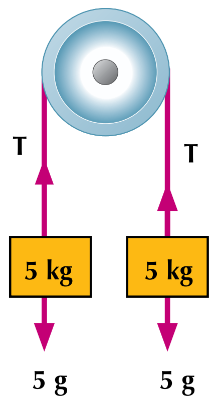


Figure (103)

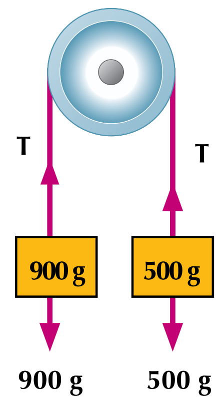


Figure (102)

18 Deux corps de masses 5 kg et 3 kg sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système commence à se mouvoir du repos, quand les deux corps de même plan horizontale. Calculez l'accélération du mouvement et la pression sur la poulie, ainsi que la vitesse du corps de masse 5 kg quand il descend 40 cm.

19 Deux corps de masses $m_1$et m_2 où $m_1 > m_2$ sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système se meut avec une accélération 196 cm/sec^2, trouve $m_1 : m_2$.

20 Deux masses (3 m) et (m) g , sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. Le système est gardé en équilibre, les deux fils sont verticaux, si le système se meut du repos quand la distance verticale de deux masses est 160 cm et la masse m sous la masse 3m. Trouvez le temps pour que les deux masses soient dans un même plan horizontal.

21 Deux plateaux de masses 210 g chacun sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse, pendants verticale, un corps de masse 700 g est posé sur l'un de deux plateau et un corps de masse 840 g est posé sur l'autre. Calculez l'accélération du système et la pression sur chaque plateau..

22 Deux masses (5 m) et (2m) kg , sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. . Le système est gardé en équilibre, les deux fils sont verticaux, si le système se meut du repos. Calculez l'accélération de mouvement du système et si la pression sur la poulie est égale à 112 Newton ; trouvez la valeur de (m).

23 Deux masses 420 g et 560 g , sont reliés par un fil passant sur une petite poulie lisse. si le système se meut du repos, les deux corps dans un même plan horizontal, Une seconde après le fil est coupé. Calculez la distance verticale de deux corps après deux seconde du moment

Unité 2

2 - 3

Impulsion

Allez apprendre

- *Connaitre le concept de l'impulsion.*
- *Connaitre la relation entre l'impulsion et la variation de la quantité de mouvement.*

Vocabulaire de bas

- ***Impulsion***
- ***Quantité de mouvement***
- ***Force impulsive***

Aide pédagogique

- *calculatrice scientifique*

Que remarquez- vous quand:

- On lance une balle dans la même direction d'un mur vertical
- Accident de voitures sur l'autoroute
- Le contact des roues des avions lors de son atterrissage à l'aéroport

Dans ces cas, c'est très difficile d'étudier le mouvement de ces corps car il y a beaucoup de facteurs agissant sur eux et le délais est très petit

Dans cette leçon, on va étudier quelques informations particuliers pour relier l'état du corps avant et après la variation du vecteur vitesse à partie de l'activité suivante.

Activité

Matériels: Une règle en bois de longueur un mètre au moins – un ensemble de boules comme une boule de golf, tennis, billard, argile, ...

Nature de la balle	Hauteur	Le rebond maximal
Balle de verre	2 m	....
Balle de billard	2 m	....
Balle de tennis	2 m	....
Balle de bois	2 m	....
Balle de golf	2 m	....
Balle de bowling	2 m	....
Balle de Ping–pong	2 m	....
Balle d'argile	2 m	....

Exécutez de l'activité: Jetez ces boules successivement d'une hauteur constante, par exemple, 2 mètres sur le plancher d'une salle de marbre ou de céramique et inscrivez la hauteur rebondit de chaque boule

La remarque et la déduction: Avez-vous remarquez la différence entre les hauteurs des boules rebondit ? Pouvez-vous ranger les boules selon les hauteurs rebondit dans l'ordre décroissant ?

Les hauteurs des boules rebondit sont différentes car il y a quelques facteurs, parmi lesquels la variation de sa quantité de mouvement à cause du contact de la boule par le plancher de la salle.

Cherchez sur l'internet le concept de l'impulsion et la quantité de mouvement

Premièrement : Impulsion

Lorsqu'une force constante $\vec{F}$ agit sur un corps pendant un temps t, l'impulsion de cette force, dénotée I , est définie par le produit de cette force par le temps de son action

$$\vec{I} = \vec{F} \times t$$

Il apparait de cette définition que l'impulsion $\vec{I}$ est une quantité vectorielle de même sens que le vecteur force $\vec{F}$:

On peut aussi écrire la relation entre la mesure algébrique de l'impulsion I et la mesure algébrique de la force F comme suit :

$$I = F \times t$$

Unités de mesure de la norme de l'impulsion

D'après la définition de l'impulsion

Unité de mesure de la norme de l'impulsion = Unité de mesure de l'intensité de la force × unité de mesure du temps

Dans le système international, l'impulsion est mesurée par Newton.s ou par le produit d'une unité de force par une unité du temps

On peut aussi exprimer l'unité de mesure de l'impulsion par Kgm.s (c'est la même unité Newton.s) ou gcm.s (c'est la même unité dayen.s)

Si la masse est mesurée en kg et la vitesse en m / s, alors la norme de l'impulsion est en kg.m / s, c'est la même unité N.s Si la masse est mesurée en g et la vitesse en cm / s, alors la norme de l'impulsion est en g.m / s, c'est la même unité dyne.s

Exemple — Sur la définition de l'impulsion

1. Une force d'intensité 25 kgp agit sur un corps pendant un temps temporaire $\frac{1}{10}$ s. Trouvez l'impulsion de la force sur le corps en N.s

Solution

$$\text{Impulsion} = F \cdot t = 25 \times 9{,}8 \times \frac{1}{10} = 24{,}5 \text{ N.s}$$

Essayez de résoudre :

1. Une force d'intensité 10^{12} kgp agit sur un corps pendant un temps temporaire.10^{-5}. Trouvez l'impulsion de la force sur le corps en N.s

Exemple **Trouver la norme d'une impulsion**

2 Des forces $\overrightarrow{F_1} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{F_2} = \vec{i} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{F_3} = 4\vec{i} - \vec{k}$ agissent sur un corps pendant un temps temporaire 5 s. Trouvez la norme de l'impulsion de la force sur le corps sachant que la force est mesurée par N

Solution

$\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$

$= (4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) + (\vec{i} + 2\vec{k}) + (4\vec{j} - \vec{k}) = 5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$,

$\because \vec{I} = \vec{F} \times t = 5(5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k})$

La norme de l'impulsion $= \sqrt{(25)^2 + (5)^2 + (10)^2} = 5\sqrt{30}$ N.s

Essayez de résoudre :

2 Des forces $\overrightarrow{F_1} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\overrightarrow{F_2} = \vec{j} - 5\vec{i}$ agissent sur un corps pendant un temps temporaire t.

Trouvez la norme de l'impulsion de la force sur le corps sachant que la force est mesurée par N

Deuxièmement : L'impulsion et la quantité de mouvement

Rappel

$\because$ **v = v$_0$ + a t**
$\therefore$ **v − v$_0$ = a t**

L'impulsion d'une force constante sur un corps pendant un temps temporaire t est égale à F • t et d'après la deuxième loi de Newton, on trouve que :

Impulsion = mg • t

$\therefore$ Impulsion $= m(v - v_0)$ où v et v_0 sont les mesures algébriques de la vitesse finale et vitesse initiale dans un temps t respectivement c'est-a-dire que l'impulsion est égale à la variation de la quantité de mouvement

Mais si la force est variable, alors l'impulsion est donnée par l'intégral suivant :

Impulsion $= \int_0^t F\,dt$

$\therefore \int_0^t F\,dt = \int_0^t m\,a\,dt$

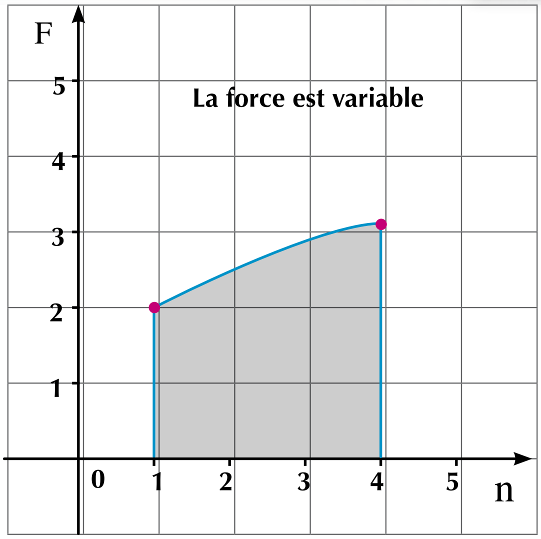
$\int_0^t F\,dt = m\int_0^t \left(\frac{dv}{dt}\right)dt$

$= m\int_{v_0}^{v} dv$

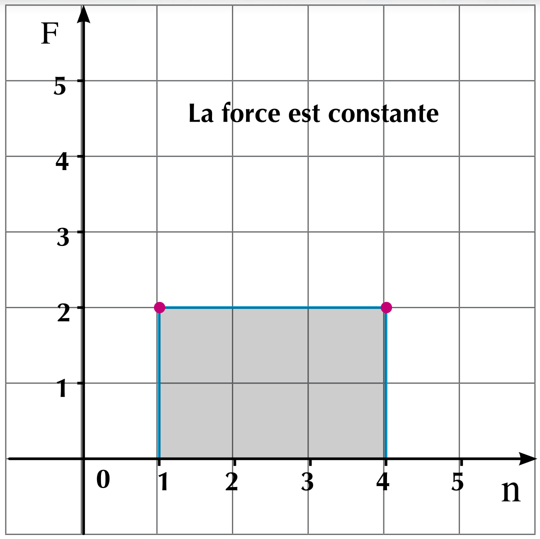
$\int_0^t F\,dt = m\,[v]_{v_0}^{v}$

$\int_0^t F\,dt = m(v - v_0)$

En générale :

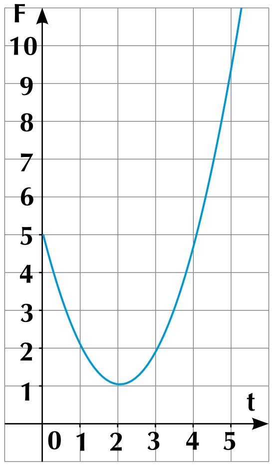


Impulsion $= \int_{t_1}^{t_2} F\,d\,t$



Impulsion $= \int_{t_1}^{t_2} F\,d\,t$

Exemple



3 La figure ci-contre représente la courbe force-temps où $F = 1 + (t - 2)^2$. Trouvez:

a l'impulsion de la force durant les trois premières secondes

b l'impulsion de la force durant la cinquième seconde

Solution :

$F = 1 + (t - 2)^2$ $\qquad\qquad F = t^2 - 4t + 5$

a La force est mesurée en N et le temps en seconde $= \int_0^3 F\,d\,t$

$$= \int_0^3 (t^2 - 4t + 5)\,d\,t$$

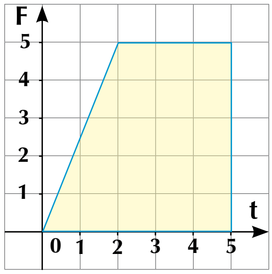
$$= [\tfrac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 5t]_0^3 = 6 \text{ N.s}$$

b l'impulsion de la force durant la cinquième seconde $= \int_4^5 F\,d\,t$

$$= \int_4^5 (t^2 - 4\,t + 5)\,d\,t$$

$$= [\tfrac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 5\,t]_4^5 = \frac{22}{3} \text{ N.s}$$

Essayez de résoudre :



3 La figure ci-contre représente la courbe force-temps. Trouvez

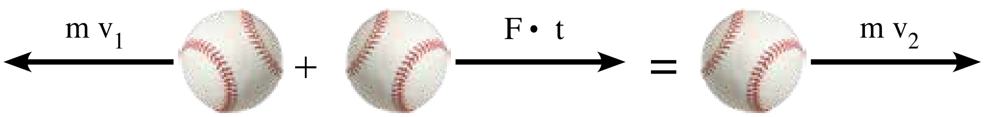
a l'impulsion de la force durant la première seconde

b l'impulsion de la force durant les cinq premières secondes.

Force impulsive :

C'est une force ayant une intensité infiniment grande agit pendant un temps infiniment petit sans effectuer un changement à la position. Par exemple, quand on frappe le pisse-ball , le temps de contact est infiniment petit bien que la force agit est infiniment grande et l'impulsion est grande pour qu'elle puisse changer la quantité de mouvement sans changer la position de la balle.

Quand une force impulsive agit sur un corps, alors $m\,v_1 + F\,.\,t = m\,v_2$ où t est infiniment petit



Exemple **Impulsion et quantité de mouvement**

4 Un corps au repos de masse 4 kg est posé sur un plan lisse horizontal est soumis à l'action d'une force d'intensité 5 N. Trouvez la norme de l'impulsion et la norme de sa vitesse pendant 8s.

Solution

$\because$ Impulsion = $F \times t$

$\therefore$ impulse $= 5 \times 8 = 40$ N.s

$\because$ Impulsion = la variation de la quantité de mouvement

$40 = m\,(v - v_0)$

$40 = 4\,(v - 0)$

$v = 10$ m/s

Essayez de résoudre

4 Une force constante d'intensité F agit sur un corps de masse m pendant $\frac{1}{49}$ s. Sa vitesse a augmenté de 3 m / s à 54 km /h suivant le même sens de la force. Si l'impulsion de la force est égale à 4,8 N.s, trouvez la masse du corps et l'intensité de la force en kgp.

Exemple **Exprimer l'impulsion et la quantité de mouvement en utilisant les vecteurs**

5 Une force $\overrightarrow{F} = 2\,\overrightarrow{i} + 7\,\overrightarrow{j}$ agit sur un corps de masse 5 kg durant 10 s quand sa vitesse $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{i} - 2\,\overrightarrow{j}$. Trouvez sa vitesse après l'effet de la force sachant que la force est mesurée en N et la vitesse en m / s.

Solution

$\because$ Impulsion = la variation de la quantité de mouvement

$\therefore \vec{F} \cdot t = m(\vec{v} - \vec{v}_\circ)$

$\therefore 10(2\vec{i} + 7\vec{j}) = 5(\vec{v} - \vec{v}_\circ) \qquad \therefore \vec{v} - \vec{v}_\circ = 2(2\vec{i} + 7\vec{j})$

$\therefore \vec{v} = 2(2\vec{i} + 7\vec{j}) + (\vec{i} - 2\vec{j})$

$\therefore \vec{v} = 4\vec{i} + 14\vec{j} + \vec{i} - 2\vec{j} \qquad \therefore \vec{v} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$

$\therefore \|\vec{v}\| = \sqrt{25 + 144} = 13$ m/sec

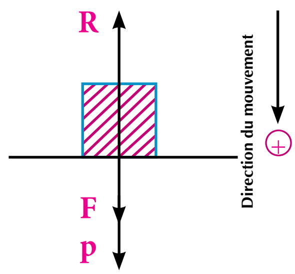
Essayez de résoudre :

5 Une force constante agit sur un corps de masse 3 kg durant un temps t quand à la vitesse est $6\vec{i} + 9\vec{j}$. Trouvez sa vitesse après l'effet de la force sachant que la force est mesurée en N et l'impulsion en N.S.

Remarquez que :

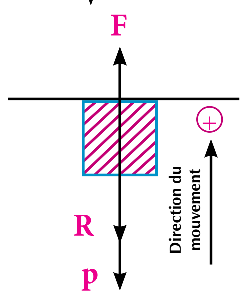
- Quand un corps du poids « P » tombe verticalement sur le sol, **alors**

  La pression du corps sur le sol = la réaction du sol sur le corps = F + P



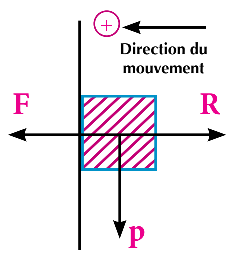
- Quand un corps du poids « P » est projeté verticalement et s'est heurté par le plafond, **alors**

  La pression du corps sur le plafond = la réaction du plafond sur le corps = F - P



- Quand un corps du poids « P » est projeté horizontalement et s'est heurté par un mur vertical, **alors**

  La pression du corps sur le mur = la réaction du mur sur le corps = F où F est la norme de la force impulsive dans tous les cas précédents



Exemple — Mouvement vertical

6 Une balle en caoutchouc de masse $\frac{1}{4}$ kg est tombée d'une hauteur 10 m sur le sol, elle heurte le sol et rebondit pour atteindre de 2,5 mètres de hauteur. Trouvez l'impulsion produite puis déterminez la réaction du sol si le temps de contact de la balle et le sol est $\frac{1}{10}$ s.

Solution

Etude de chute vers le bas

$\because v^2 = v_0^2 + 2g\,D$

$\therefore v_1^2 = 0 + 2 \times 9{,}8 \times 10$

$\therefore v_1 = 14$ m/sec

C'est la vitesse juste avant le contact avec le sol

Etude de rebondissement

$\because v^2 = v_0^2 + 2g\,D$

$\therefore 0 = v_2^2 - 2 \times 9{,}8 \times 2{,}5$

$\therefore v_2 = 7$m/sec

$\therefore$ La vitesse de rebondissement = 7m/s

Impulsion = la variation de la quantité de mouvement

$= m\,(v_2 - v_1)$

$= \frac{1}{4}\,[7 - (-14)] = 5{,}25$ kgm / s

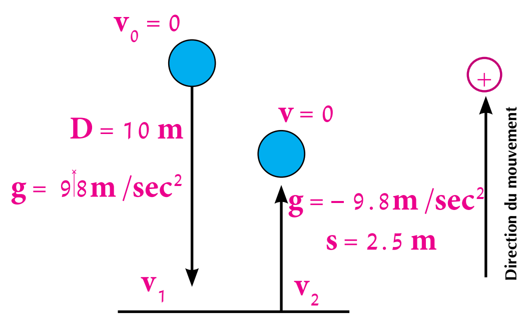
$\because$ Impulsion = F . t $\quad \therefore 5{,}25 = F \times \frac{1}{10}$

$\therefore F = 52{,}5$ Newton

La réaction du sol sur la balle =

la force impulsive + le poids de la balle

$= 52{,}5 + \frac{1}{4} \times 9{,}8 = 54{,}95$ N



Essayez de résoudre :

6) D'un point situé à 110 cm au dessous du plafond d'une salle, un corps de masse 300g est projeté verticalement vers le haut à la vitesse de 840 cm / s. Il heurte le plafond et rebondit dans $\frac{1}{2}$ seconde de rebondissement. Trouvez l'impulsion du plafond sur le corps sachant que la hauteur du plafond est de 272,5 cm. Si le temps de contact est $\frac{1}{10}$s, trouvez la force impulsive.

Réflexion critique : Une balle d'argile de masse 1 kg tombe d'une hauteur 40 cm sur une balance de pression et le temps de choc est $\frac{1}{7}$ seconde. Trouvez la lecture du balance sachant que la balle ne rebondit pas après le choc.

Exemple — Mouvement horizontal

7) Une balle de masse 100 g se déplace horizontalement à la vitesse 9 m / s. Elle heurte un mur vertical et rebondit à la vitesse 7,2 km / h. Si le temps de contact de la balle avec le mur est $\frac{1}{10}$ s, Trouvez l'impulsion du mur sur la balle puis la pression de la balle sur le mur.

Solution

Si le sens de rebondissement est le sens positif de mouvement

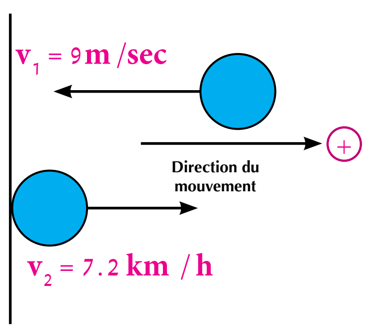
$\therefore v_1 = -9$m/sec , $v_2 = 7{,}2 \times \frac{5}{18} = 2$m/s

$\because I = m\,(v_2 - v_1)$

$\therefore I = \frac{100}{1000}\,[2 - (-9)] = 0{,}11$ gm. m/s

$\because I = F \times t \qquad \therefore 0{,}11 = F \times \frac{1}{10}$

$\therefore F = 1{,}1$ N



Essayez de Résoudre

7) Une balle de tennis de 40 g se déplace horizontalement avec une vitesse de 50 cm/s. elle heurte le raquette et rebondie dans le sens opposé avec une vitesse de 110 cm/s. Déterminez l'impulsion du raquette à la balle. Si le temps du choc est $\frac{1}{49}$ seconde alors quelle est l'intensité de la force d'impulsion du raquette à la balle?

Exercices 2 - 3

Premièrement : Choisissez la bonne réponse parmi les proposées :

1) Si une force d'intensité 16 kgp agit sur un corps durant un quart seconde, alors la norme de l'impulsion de la force sur le corps en N.s est égale à :

a) 4 b) 39,2 c) 49 d) 64

2) Si la norme de l'impulsion d'une force F sur un corps durant 10^{-4} seconde est égale à 10 N, alors l'intensité de la force est égale à :

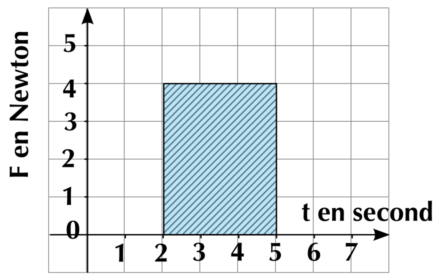
a) 10^3 dyne b) 10^5 dyne c) 10^3 N d) 10^5 N

3) Si des forces $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j} + 7\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{F_2} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ agissent sur un corps durant 2 s, alors la norme de l'impulsion des forces en N.s est égale à :

a) $5\sqrt{2}$ b) $10\sqrt{2}$

c) $50\sqrt{2}$ d) $100\sqrt{2}$

4) Si une force constante agit sur un corps durant un intervalle du temps comme le montre la figure, alors la norme de l'impulsion en N est égale à:



a) 8 b) 12

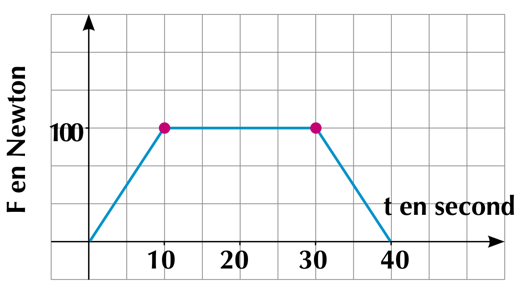
c) 20 d) 50

5) Si une force d'intensité 90 N agit sur un corps de masse 10 kg durant 5 s, alors la variation de la norme de la vitesse suivant la direction de la force est égale à :

a) 45 m/s b) 50 m/s

c) 90 m/s d) 120 m/s

6) Un corps de masse 20 kg est posé sur un plan lisse horizontal. Si ce corps se déplace sous l'action d'une force de direction fixe et son intensité varie avec le temps comme le montre la figure, alors la



norme de l'impulsion de cette force est égale à:

a 1000 b 2000

c 3000 d 4000

Deuxièmement : répondez aux questions suivantes :

7 Un obus de canon de masse 20 g est tiré. S'il se poursuit son cours à l'intérieur du canon pendant 0,5 seconde et l'impulsion de canon est égale à 20 N, trouvez la vitesse de sorti d'obus du canon .

8 Un canon lance des fusils verticalement vers le haut. La masse de chacun d'eux est de 500 g. Si la moyenne de la force d'impulsion dans le tuyau du canon est de 250 N. Cette force agit sur le fusil pour une période 0,2 seconde jusqu'à sa sorti du canon. Calculez la vitesse du fusil quand il sort de canon.

9 Un balle en caoutchouc de masse 20 g est tombée d'une hauteur 6,4 de la surface de terre. Elle est rebondit verticalement vers le haut. Si la moyenne de force fourni par la terre sur la balle est $18^2 \times 10^4$ dyne et le temps de contact de la balle avec la terre est 0,02 seconde. Trouvez:

a la norme de l'impulsion de la terre sur la balle

b la hauteur maximale de la balle après son rebondissement

10 Une balle lisse de masse 200 g se déplace en ligne droite sur une table lisse à la vitesse 10 m / s. S'elle heurte un mur vertical et rebondit à la vitesse 4 m / s. Trouvez :

a la norme de l'impulsion du mur sur la balle.

b la norme de l'impulsion du mur sur la balle si le temps de contact de la balle sur le mur est 0,05 seconde .

11 Un wagon de masse 10 tonnes roulant à la vitesse 18 km / h percute une barrière et rebondit à la vitesse 9 km / h. Trouvez la norme de l'impulsion de la barrière sur le wagon .

12 Une force d'intensité 200 kgp agit sur un wagon au repos de masse 1 tonne pendant 5 secondes. Dans 15 seconde, le wagon reprend la position du repos. Trouvez la norme de la résistance sachant qu'elle est constant dans les deux cas ainsi que la vitesse maximale du wagon en utilisant la relation entre l'impulsion et la quantité de mouvement .

13 Une balle de masse 1 kg est lancée verticalement vers un plafond. Le plafond est de 360 cm du point de lancement à la vitesse 14 m / s. Si la balle heurte le plafond et rebondit à la vitesse 10 m / s, trouvez la norme de l'impulsion du plafond sur la balle si le temps de contact de la balle et le plafond est 0,02s .

14 Un canon lance 600 fusils par minute. La masse de chacun d'eux est de 39,2 g à la vitesse 1260 km / h. Calculez la force de la réaction qui agit sur le canon en kgp

15 Une boule de masse 1500 g tombe d'une hauteur 2,5 m sur la surface d'un liquide visqueux. Il s'enfonce de 70 cm en 0,2 seconde à une vitesse uniforme. Trouvez la norme de l'impulsion du liquide sur la boule .

16 Des forces $\overrightarrow{F_1} = a\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 3\,\overrightarrow{i} + b\,\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = a\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ agissent sur un corps pendant $\frac{1}{2}$ seconde . Si l'impulsion de ces forces sur le corps est donnée par la relation $\overrightarrow{I} = 2\,\overrightarrow{i} + 4\,\overrightarrow{j}$, trouvez la valeur de a et de b.

17 Un corps de masse 20 g tombe d'une hauteur 40 cm sur la surface d'un liquide visqueux. Il s'enfonce de 210 cm en une seconde à une accélération 2,1 m / s^2 . Trouvez la norme de l'impulsion du liquide sur le corps .

Travail ; Énergie et Puissance

Unité
3

Introduction de l'unité

Dans notre étude des unités précédentes, nous avons constaté que lorsque le résultat de plusieurs forces affecte un corps, il se déplace d'une manière ou d'une autre, et si nous demandons maintenant, quel est l'intérêt du mouvement et des objets en mouvement? La réponse est en deux parties: la première est que l'homme avec sa curiosités permanente cherche à expliquer les phénomènes naturels, leurs causes et leurs conséquences. Et la deuxième est que l'homme veut profiter de ce que Dieu lui a accordé. Il veut une voiture qui le déplace d'un endroit à un autre et des lampes électriques pour l'éclairage des villes et des villages ainsi de suite, et bien sûr, tout cela ne se réalisera pas si nous ne savons pas comment contrôler les objets et en tirer parti de leur mouvement. Que ce soit des appareils électriques et électroniques, soit des différents moyens de transport soit des corps cosmiques provoquant la rotation de la terre et la succession du jour et de la nuit.

C'est pourquoi, nous allons étudier dans cette unité le mouvement des corps pour apprendre le travail et comment profiter du déplacement des corps puis nous apprendrons davantage sur l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. Ensuite, nous lierons entre ces quantités standards (non-dirigées) et leurs diverses unités de mesure et la relation entre elles. Nous reconnaîtrons plus tard les forces qui maintiennent l'énergie et celles qui ne la préservent pas pour atteindre le principe du travail et de l'énergie . En plus, nous reconnaîtrons les plus simples machines utilisées par l'homme et nous les comparons par rapport à la puissance résultant de chacune d'elles et ses différents effets dans la vie quotidienne.

Objectifs de l'unité

Après l'étude de l'unité et pratiquer les activités, l'élève doit:

- Savoir faire le travail fourni par une force et les unités de sa mesure
- Savoir la notion de la puissance et les unités de sa mesure.
- Savoir l'énergie cinétique et les unités de sa mesure.
- Savoir le principe du travail et de l'énergie.
- Savoir l'énergie potentielle, les unités de sa mesure, ses applications.

Vocabulaires de base

- Travail
- Force constante (invariante)
- Quantité scalaire
- Vecteur de déplacement
- Vecteur de position
- Joule
- Force variante
- Erg
- Énergie cinétique
- Énergie potentielle
- Variation de l'énergie potentielle
- Principe du travail et de l'énergie
- Puissance
- La puissance en Cheval
- Conservation de l'énergie

Leçons de l'unité

(3 -1): **Travail**

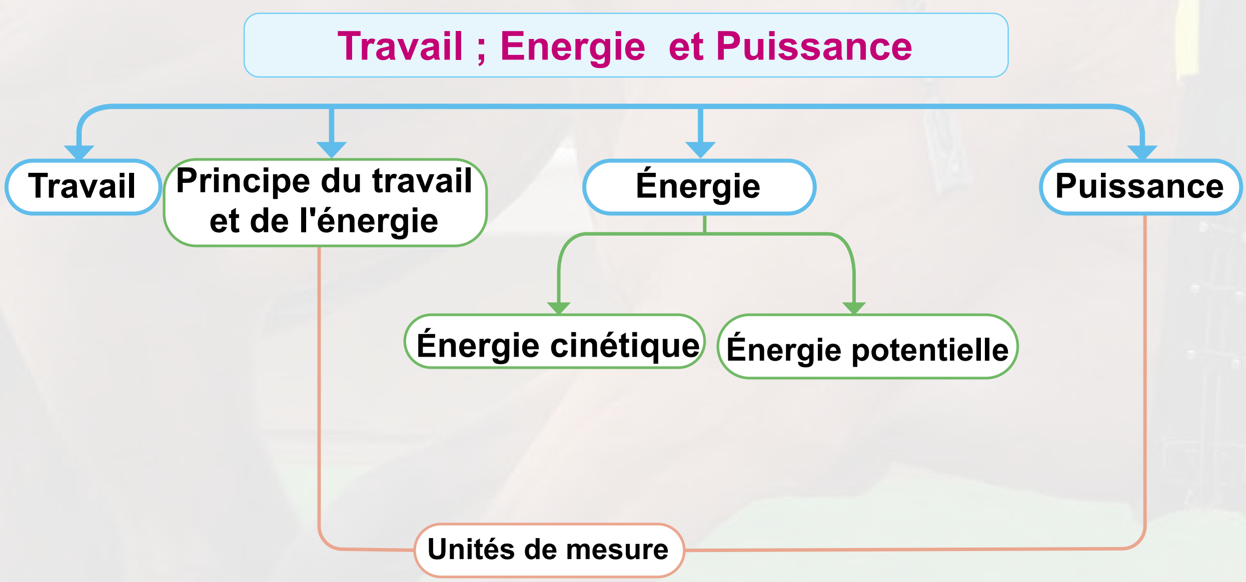
(3 -2): **Énergie**

(3 -3): **Puissance**

Aide pédagogique

Calculatrice scientifique .

Organigramme de l'unité



Unité 3

3 - 1 Travail

A apprendre

- Le travail fourni par une force constante.
- Différentes sortes des vecteurs de forces et déplacement.
- Unités de mesure le travail.
- Travail fourni par une force variante.

Vocabulaires de base

- Travail
- Force constante
- Quantité scalaire
- Vecteur déplacement
- Vecteur position
- Joule
- Erg

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

Introduction:

Le concept du travail est l'un des éléments importants de la science cinétique car il repose sur les notions de force établies par Newton dans les trois lois, et il convient de mentionner que le travail et l'énergie sont des quantités mesurables. Donc la façon avec laquelle nous les traitons sera plus facile que d'utiliser les lois de Newton sur la cinétique (le mouvement) , en particulier lorsque le vecteur de force est variable. Alors, le vecteur de la roue va varier aussi.

Dans cette leçon, nous allons expliquer le concept du travail, qui est le lien entre la puissance et l'énergie. le travail pourrait être dû à une force constante ou force variable. Et nous allons examiner les deux genres dans cette leçon.

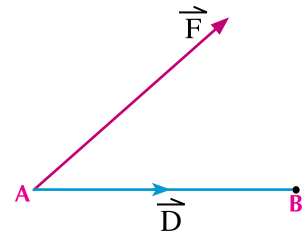


Figure (1)

Premièrement: Le travail fourni par une force invariante

Si un corps se déplace dans une ligne droite sous l'effet d'une force constante $\overrightarrow{F}$ S'il se déplace d'une position A à une autre position B alors son vecteur de déplacement est $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D}$ comme indique la figure (1)

> **Définition**
>
> Le travail fourni par une force invariante $\overrightarrow{F}$ pour déplacer un corps d'une position initiale à une position finale est égal au produit scalaire du vecteur de la force par le vecteur déplacement entre ces positions.
>
> $$T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$$
>
> Le travail est alors une quantité scalaire qui peut être positive, négative ou nulle selon le sens et l'intensité de chacun de deux vecteurs $\overrightarrow{F}$, $\overrightarrow{D}$

Exemple

1 Un corps se déplace sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 6\overrightarrow{i} + 8\overrightarrow{j}$ du point A (3 ; -4) au point B (7 ; 2), Déterminez le travail fourni par cette force.

Solution

Vecteur déplacement $\overrightarrow{D} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} = (7\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}) - (3\overrightarrow{i} - 4\overrightarrow{j})$

$$\overrightarrow{D} = 4\overrightarrow{i} + 6\overrightarrow{j}$$

Appliquez la définition du travail sachant que la force est invariante

$T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$

$T = (6\overrightarrow{i} + 8\overrightarrow{j}) \cdot (4\overrightarrow{i} + 6\overrightarrow{j}) = 6 \times 4 + 8 \times 6 = 72$ unités du travail

Essayez de résoudre

1) Un corps se déplace sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 5\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ du point A (5 ; 2) au point B (3 ; 1), Déterminez le travail fourni par cette force

Quelque différente sortes des vecteurs de la force et du déplacement

On peut écrire la formule du travail $T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$ d'autre façon $T = \|\overrightarrow{F}\|\,\|\overrightarrow{D}\| \cos\theta$ où θ la mesure de l'angle entre le vecteur de la force $\overrightarrow{F}$ et le vecteur déplacement $\overrightarrow{D}$ sachant qu'ils sortent de même point.

a Si la force est invariante et de sens constant parallèlement au déplacement, d'où $\theta = 0$, en ce moment le travail sera $T = \|\overrightarrow{F}\|\,\|\overrightarrow{D}\| \cos 0° = \|\overrightarrow{F}\|\,\|\overrightarrow{D}\|$

S'écrit: $T = F \times D$

La figure (2) indique ce cas

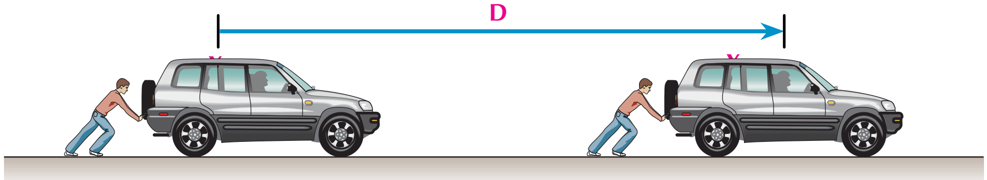


Figure (2)

b Si la force est constante et dans le sens perpendiculaire au sens de déplacement d'où $m(\angle\theta°) < 90°$, En ce moment le travail devient

$T = \|\overrightarrow{F}\|\,\|\overrightarrow{D}\| \cos\theta°$

Le travail en ce cas est égal au produit de la composante horizontale de la force par la distance D.

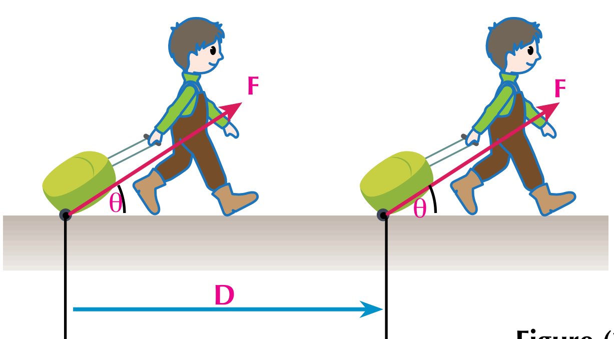
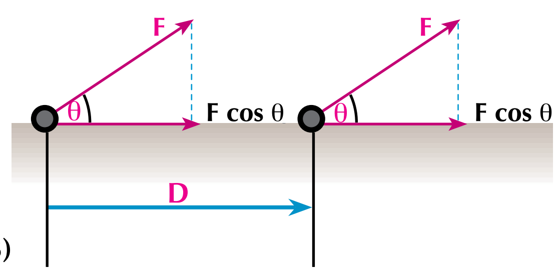
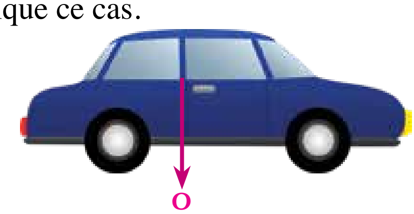


Figure (3)



a Si la force est constante et dans le sens perpendiculaire au sens de déplacement c.-à-d. m (< θ°) = 90°, En ce moment le travail devient $T = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \| \cos 90^\circ = 0$

La figure (4) indique ce cas.



La voiture déplacée horizontalement son poids ne fait aucun travail dans le sens du mouvement

d Si la force est constante et de sens incliné au sens de déplacement d'un angle de mesure supérieur à 90° en ce moment le travail sera $T = \| \overrightarrow{F} \| \| \overrightarrow{D} \| \cos (180 - \theta)$

Le travail en ce cas est négatif et appelé résistant par exemple le travail fourni par la résistance ou par la force de frottement.

Exemple

2 Le déplacement d'un corps dans une ligne droite sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 5\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$ du point A (1 ; 0) au point B (3 ; 3) sachant que la décomposition suit au repère cartésien orthogonal $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$. Déterminez le travail fourni

Solution

La figure (5) indique les positions du point A et du point B par rapport au repère.
Pour calculer le vecteur de déplacement $\overrightarrow{D}$:

$\overrightarrow{D} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ **(Règle de la soustraction des vecteurs)**

$\therefore \quad \overrightarrow{D} = (3 - 1)\overrightarrow{i} + (3 - 0)\overrightarrow{j}$

$= 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$

$\because \quad T = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{D}$ **(Définition du travail)**

$= (5\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}) \cdot (2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j})$

$= 5 \times 2 + (-3) \times (3) = 1$ unité de mesure du travail.

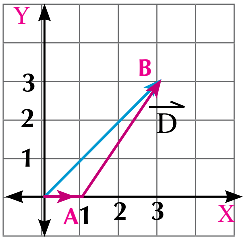


Figure (5)

Essayez de Résoudre

2 Un corps se déplace sous l'effet des deux forces $\overrightarrow{F_1} = 2\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 5\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$ du point A (2 ; 1) au point B (3 ; 0) sachant que $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Déterminez le travail fourni.

Réflexion critique:

Démontre que: Si un corps fait deux déplacements successives sous l'effet d'une force, alors le travail fourni pendant le déplacement résultant et de même que la somme des travaux fournis pendant les deux déplacements.

Exemple

3 La force $\vec{F} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ agit sur un corps, elle le fait déplacer du point A (2; 4) sur une ligne droite au point B (5 ; 3), puis au point C (8 ; -2). Déterminez le travail fourni par cette force pendant chacun de deux déplacements, puis vérifiez que la somme de deux travaux est égale au travail fourni pendant le déplacement résultant.

Solution

Premièrement: Le vecteur du premier déplacement est $\overrightarrow{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (5; 3) - (2; 4) = (3; -1)$

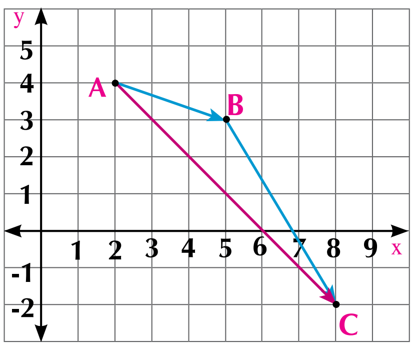
Le travail fourni pendant le premier déplacement

$T_1 = \vec{F} \cdot \vec{D_1} = (3\vec{i} + 5\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - \vec{j})$

$T_1 = 9 - 5 = 4$ unité de mesure du travail

Le vecteur du deuxième déplacement est

$\overrightarrow{BC} = \vec{C} - \vec{B} = (8; -2) - (5; 3) = (3; -5)$



Le travail fourni pendant le deuxième déplacement

$T_2 = \vec{F} \cdot \vec{D_2} = (3\vec{i} + 5\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - 5\vec{j})$

$T_2 = 9 - 25 = -16$ unité de mesure du travail

Le travail résultant = La somme de deux travaux

$T = T_1 + T_2 = 4 - 16 = -12$ unité de mesure du travail

Deuxièmement: Le déplacement résultant $\overrightarrow{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (8 , -2) - (2 , 4) = (6 , -6)$

$\therefore$ **Le travail pendant le déplacement résultant**

$T = \vec{F} \cdot \vec{D} = (3\vec{i} + 5\vec{j}) \cdot (6\vec{i} - 6\vec{j})$

$T = 18 - 30 = -12$ unité de mesure du travail

Essayez de Résoudre

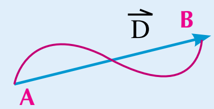
3 La force $\vec{F} = 5\vec{i} - 7\vec{j}$ agit sur un corps, elle le fait déplacer du point A (5; -1) sur une ligne droite au point B (-1; 3), puis au point C (4; 6). Déterminez le travail fourni par cette force pendant chacun de deux déplacements, puis vérifie que la somme de deux travaux est égale au travail fourni pendant le déplacement résultant.

Expression oral: Si un corps se déplace sur une ligne droite d'une position puis il revient au même position sous l'effet de même force, alors quel est le travail fourni pendant ce trajet?

Exemple

4 La force $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ agit sur une particule. Si le vecteur position de la particule en un moment quelconque est:
$\vec{r}(t) = (t+5)\vec{i} + (t^2+4)\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base, calculez le travail fourni par la force de $t = 1$ à $t = 5$

Remarquez que



Le travail ne dépond pas au trajet du corps de A à B, mais il dépond au déplacement $\overrightarrow{AB}$

Solution

Le déplacement de $t = 1$ à $t = 5$ est

$$\vec{D} = \vec{r}_5 - \vec{r}_1$$

$$\therefore \quad \vec{D} = (10\vec{i} + 29\vec{j}) - (6\vec{i} + 5\vec{j}) = 4\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\because \quad T = \vec{F} \cdot \vec{D}$$ (de la définition du travail)

$$\therefore \quad T = (2\,;3) \cdot (4\,;24) = 8 + 72 = 80$$ unité de mesure du travail.

Essayez de Résoudre

4 Si le vecteur position de la particule est donné en fonction de temps par la relation: $\vec{r}(t) = (t+4)\vec{i} + (t^2+3)\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base.

La force $\vec{F} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ agit sur la particule. Calculez le travail fourni par la force de $t = 1$ à $t = 3$

Unités de mesure du travail:

De la définition du travail, on déduit que:

L'unité de mesure le travail = unité de mesure de la force × unité de mesure du déplacement

Quelques unités de mesure du travail:

- **Joule:** Le joule est le travail fourni par une force d'un Newton pour déplacer un corps une distance d'un mètre .

  Si $\|\vec{F}\| = 1$ N ; $\|\vec{D}\| = 1$ m, alors:

  Joule = 1 Newton × 1 mètre ou Joule = Newton . Mètre (N.m)

  Joule est l'unité internationale pour mesurer le travail

- **Erg:** L'Erg est le travail fourni par une force d'un Dyne pour déplacer un corps une distance d'un centimètre.

  Si $\|\vec{F}\| = 1$ Dyne ,$\|\vec{D}\| = 1$ cm alors,

  Erg = 1 Dyne × 1 centimètre ou Erg = Dyne . Centimètre

Kgp . m: le travail fourni par une force d'un kilogramme poids pour déplacer un corps une distance d'un mètre.

Si $\|\overrightarrow{F}\| = 1$ kgp , $\|\overrightarrow{D}\| = 1$ m, alors kgp . m = 1 kgp × 1 mètre

On peut transformer d'une unité à l'autre comme ce qui suit:

1 kgp . m = 1 kgp × 1 m	1 joule = 1 N × 1 m
= 9,8 N . m	= 10^5 Dyne × 100 cm
	= 10^7 Dyne × cm
Kgp . m = 9,8 joule	**Joule = 10^7 Erg**

Exemple

5 Une particule se déplace en ligne droite sous l'effet d'une force de résistance d'intensité 100 N. Déterminez le travail fourni par cette fore pendant un déplacement de 300 m.

Solution

Puisque la force est une résistance, alors elle est dans le sens opposé du déplacement. Si $\overrightarrow{e}$ est un vecteur unitaire dans le sens de déplacement, alors on peut exprimer chacun de la résistance et le déplacement par la mesure algébrique.

$\overrightarrow{D} = D\overrightarrow{e}$, $\overrightarrow{F} = -F\overrightarrow{e}$

Dans ce cas:

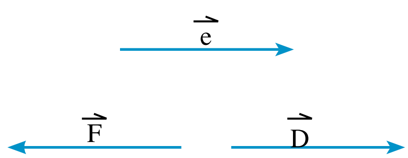
$D = +300$ m , $F = 100$ N

De la figure (6) $T = -F\,D$

$= (-100) \times (300)$

$= -3 \times 10^4$ N . m

$= -3 \times 10^4$ Joule



(figure 6)

Exemple

Travail fourni par le poids; par la réaction normale et par le frottement

6 Un corps de masse 10 kg se glisse une distance de 6 m sur un plan rugueux dont le coefficient du frottement dynamique est 0,2. Ce plan est incliné d'un angle de 30° à l'horizontal. Déterminez en kgp . m le travail fourni par chacun de:

1^{er}: La force du poids

2^{ième}: La réaction normale du plan

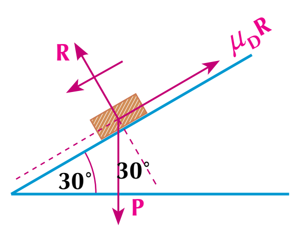
3^{ième}: La force du frottement

Solution

1er: Le travail fourni par le poids

Le poids du corps (P) = m g

∴ $P = 10 \times 9,8 = 98$ N



$\because$ L'angle compris entre $\overrightarrow{P}$ et $\overrightarrow{D}$ est égale à 60°

De la définition du travail:

$$T = P \times D \cos 60°$$

$$\therefore \; T = 98 \times 6 \times \frac{1}{2} = 294 \text{ joule} = 30 \text{ kgp .m}$$

Une autre solution:

On peut déterminer la composante du poids dans le sens de déplacement, le travail est alors

$$T = mg \sin \theta \times D = 10 \times 9{,}8 \times \frac{1}{2} \times 6 = 294 \text{ Joule}$$

$$\therefore \; T = 10 \times \frac{1}{2} \times 6 = 30 \text{ kg.p. m}$$

Deuxièmement:

$\because$ La force de la réaction (R) est toujours perpendiculaire au plan où se déplace le corps, alors l'angle entre R et D est égale à 90°.

$\therefore$ Le travail fourni par la réaction normale $T = 0$.

Troisièmement: Le travail fourni par la force du frottement:

On sait que la force de frottement dynamique $R\,\mu_D$ (où μ_D est le coefficient de frottement dynamique)

$\therefore \; F_D = 0{,}2 \times 10 \times 9{,}8 \times \cos 30° = 49\sqrt{3}$ newton

$\because$ le travail fournie par la résistance $T = -F_D \times S$

$\therefore \; T = -49\sqrt{3} \times 6 = -294\sqrt{3}$ Joule $= -30\sqrt{3}$ kg.p.m

Essayez de Résoudre

5. Une voiture de 6 tonnes de masse monte une route inclinée sur l'horizontale d'un angle dont le sinus est $\frac{1}{98}$ contre des résistances équivaut 10 kgp pour chaque tonne de sa masse. Sa vitesse devient 54 km/h pendant 30 secondes. Si la voiture commence son mouvement de repos, Déterminez: en Joule le travail fourni par:

1er: La force du moteur de la voiture

2^{ième}: La résistance

3^{ième}: Le poids de la voiture

Deuxièmement : Le travail fourni par une force variante

Déjà, nous avons utilisé le concept du travail de traiter avec le mouvement lorsque la force constante. On montre ça par l'exemple suivant:

Exemple d'Illustration:

Soit une force constante d'intensité 10 N agit sur un corps pour le faire déplacer du point A au point B, comme indique la figure (8) Par conséquent le déplacement de A à B = 20 m. pour représenter ça graphiquement, on trace l'axe de la force et l'axe de déplacement comme indique la figure, la force est alors représentée par une droite horizontale parallèl e à l'axe représentant le déplacement D.

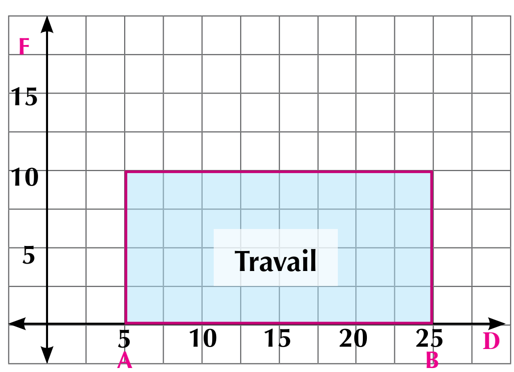


figure (8)

Le travail = F D = 10 (25-5) = 200 joules

Il est égal à l'aire au dessous de la courbe qui est l'aire du rectangle dont la largeur est 10 N , la longueur est 20 m. Dans le cas où la force est variante pendant le déplacement comme indique la figure (9) L'aire dessous de la courbe est déterminée par la relation:

$$T = \int_A^B F \, d D$$

Dans ce cas, on prend un petit déplacement ΔD pour que la force agit pendant ce déplacement soit constante et le travail est alors donné par la relation:

$$\Delta T = F_D \, \Delta_D$$

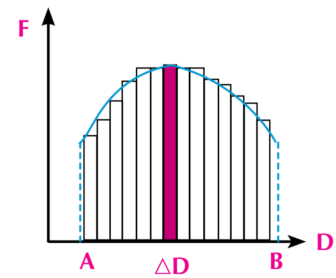


Figure (9)

Si on partage la courbe de la force en petites parties et on calcule le travail pendant chaque partie, alors la somme est représentée par la relation:

$$T = \sum_A^B F_D \, \Delta D$$

Quand le déplacement ΔD est assez petit (tend vers zéro), pour obtenir des valeurs plus précise dans la relation précédente, la relation précédente devient:

$$T = \int_A^B F_D \; d \; D$$

Cette formule est la formule générale du travail (on remarque que: $F_D = F \cos \theta$ (cos θ représente la composante de la force dans le sens de déplacement)

$$T = \int_A^B F_D \; d \; D$$

Exemple

7 La figure (10) indique l'effet d'une force variante à un corps. Calculez le travail fourni par cette force en Erg, dans chacun des cas suivants:

1er: Quand le corps se déplace de

D = 0 à D = 8

2ème: Quand le corps se déplace de

D = 8 à D = 12

3ème: Quand le corps se déplace de

D = 0 à D = 12

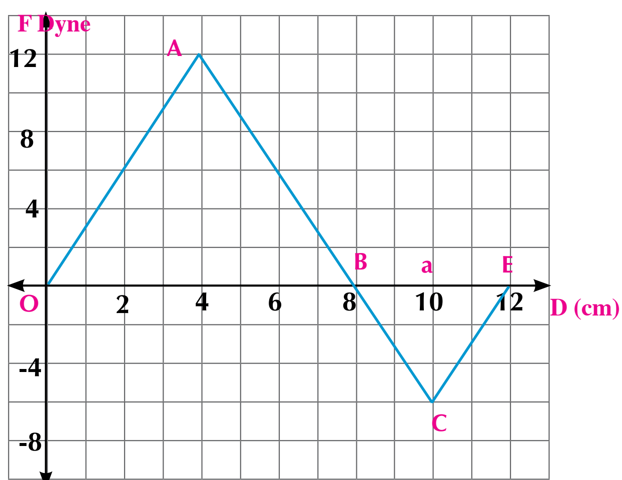


Figure (10)

Solution

1^er^ : $T_1 = {}_0\int^{8} F\,d\,D$ = l'aire au dessous de la courbe de D = 0 à D = 8

= l'aire du triangle $\triangle$ O A B $= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = 48$ erg

2^ème^: $T_2 = {}_8\int^{12} F\,d\,D$ = -l'aire au dessous de la courbe de D = 8 à D = 12

= -l'aire du triangle $\triangle$ B C D $= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = -12$ erg

3^ème^: $T_3 = {}_0\int^{12} F\,d\,D$ = l'aire au dessous de la courbe $= {}_0\int^{8} F\,d\,D + {}_8\int^{12} F\,d\,D$

= l'aire du triangle $\triangle$ O A B - l'aire du triangle $\triangle$ B C D

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 - \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 36$ erg

Essayez de Résoudre

(6) La figure ci – contre indique l'effet d'une force variante à un corps. Calculez le travail fourni par cette force, dans chacun des cas suivants:

1^er^: quand le corps se déplace de D = 0 à D = 10

2^ème^: quand le corps se déplace de D = 8 à D = 14

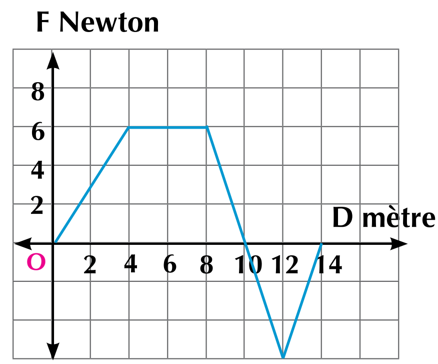


Figure (11)

Exemple

(8) Une force variante F (mesurée en Newton) agit à un corps sachant que $F = 3D^2 - 4$, où D est la mesure algébrique de déplacement en m. Déterminez le travail fourni par cette force pendant la période de D = 2 m à D = 5 m.

Solution

$\because \quad D = 3\,D^2 - 4 \;, \quad T = \int_A^B F\,d\,D$

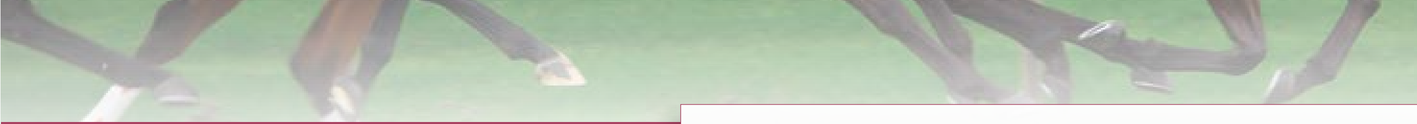
$\therefore \quad T = {}_2\int^{5} (3\,D^2 - 4)\,d\,D = [D^3 - 4D]_2^5$

$\therefore \quad T = [(125 - 20) - (8 - 8)] = 105$ Joules

Essayez de Résoudre

(7) Une force variante F (mesurée en Dyne) agit à un corps sachant que F est définie par la relation:

$F = 4D^3 - 2D + 1$, où D est la mesure algébrique de déplacement en m. Déterminez le travail fourni par cette force pendant la période de D = 0 à D = 4



Exercices 3 - 1

1^er^: Choisissiez la bonne réponse parmi les réponses proposées:

1. Si un corps se déplace en ligne droite du point d'origine au point A (3 ; 2), sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 3\,\overrightarrow{i} - 5\,\overrightarrow{j}$, alors le travail fourni par cette force = ... unité du travail.

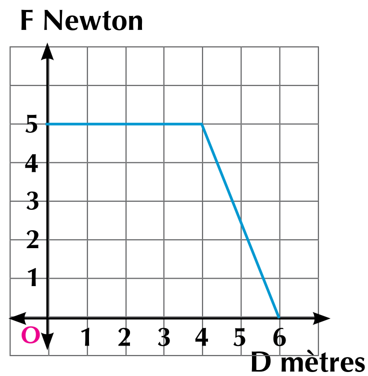
   a) -4 b) -1 c) 0 d) 1

2. Si un corps se déplace en ligne droite du point A (-3 ; 2) au point B (5 ; -3), sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 5\,\overrightarrow{i} + 8\,\overrightarrow{j}$,alors le travail fourni par cette force = ... unité du travail.

   a) 0 b) -40 c) 40 d) 80

3. La figure ci – contre représente l'effet d'une force (F) sur un corps qui se déplace une distance (D), alors le travail fourni par cette force pour déplacer le corps de D = 0 à D = 6 mètres est égale à .... Joules

   a) zéro b) 40
   c) 80 d) 25



4. Le travail fourni pour élever une masse de 200 g posée sur la terre une distance de 10 m au surface de la terre, est égale à .... joules.

   a) zéro b) 9,8 c) 19,6 d) 29,4

5. Si un corps se déplace en ligne droite sous l'effet d'une résistance de 400N, alors le travail fourni par cette résistance pendant le déplacement $\overrightarrow{D}$ où $\|\overrightarrow{D}\| = 350$ m est égal à .... Joules.

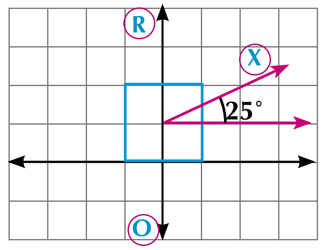
   a) -14×10^4 b) -7×10^4 c) 7×10^4 d) 14×10^4

2^ème^ :Complètez:

6. Un homme fait de marchandises dans un supermarché pousse une charrette par une force d'intensité 35 N et incliné d'un angle de 25° à l'horizontal. Si la charrette se déplace une distance de 50 m, alors le travail fourni par l'homme = ... Erg

7. Le travail fourni pour déplacer une masse de 600 g, une distance 4 m, avec une accélération 20 cm/s² est égal à .... Erg

8 La figure ci – contre représente une force d'intensité 16 N, inclinée d'un angle de 25° à l'horizontal, agit sur une masse de 2,5 kg pour le faire déplacer sur une table horizontale lisse, une distance de 220 cm, alors:



a Le travail fourni par la force = ... Joules

b Le travail fourni par la réaction de la table = ...

c Le travail fourni par le poids du corps = ...

d Le travail total fourni par les forces agissant sur le corps = ...Joules

3ème: Répondez aux questions suivantes:

9 Un corps se déplace en ligne droite, sous l'effet de la force $\vec{F} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$ du point A (-1 ; 2) au point B (3 ; 4) sachant que $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Déterminez le travail fourni par cette force.

10 Les forces $\vec{F_1} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{F_2} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{F_3} = 3\vec{i} - \vec{j}$ agissent sur un corps. Elles le fait déplacer du point A (2 ; 3) au point B (4 ; 4). Déterminez le travail fourni par la résultante des forces pendant le déplacement $\overrightarrow{AB}$

11 Un corps de masse 1 kg se déplace, si le vecteur de déplacement $\vec{D} = (3t^2)\vec{i} + (3t^2 + t)\vec{j}$ alors quelle est la force causant le mouvement? Déterminez le travail fourni de la force pendant 5 secondes du début du mouvement sachant que D est mesuré par mètre, F est mesurée par Newton, t en seconde.

12 Le vecteur d'une position 'une particule de masse 3 kg est donnée par la relation $\vec{r} = (3t^2 + 2)\vec{i} + (4t^2 + 3)\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Démontrez que la particule se déplace sous l'effet d'une force constante puis déterminez le travail fourni par la force de t = 1 à t = 5

13 Un wagon en repos tiré par une corde qui fait un angle de 60°avec le quai du train. Si la tension est 500 kgp et le wagon se déplace avec une accélération 5 cm/s² pendant 30 secondes, déterminez le travail fourni par la tension.

14 Un maçons de masse 70 kg porte des briques et monte un escalier dont le sommet est élevé de 12 m de la terre. S'il fait un travail de 11760 Joules jusqu'à arriver au sommet, déterminez la masse des briques.

15 Une force agit sur un corps en repos de masse 50 kg, elle le fait déplacer avec une accélération de 0,7 m / s². Si le travail fourni par la force est égale à 350 kgp . m. Déterminez la distance parcourue par le corps.

16 Un caillou de masse 4 kg et lancé verticalement vers le haut de la surface de la terre. Si le

travail fourni pour que le caillou atteinte la hauteur maximale est 1176 joules. Déterminez la hauteur maximale attente par le caillou.

17 Calculez le travail en joules nécessaire pour élever 5 mètres cube de l'eau de hauteur 10 mètres.

18 Une femme pousse une poussette bébé de repos sur une route horizontale par une force d'intensité 2 kgp et inclinée d'un angle de 60° sur l'horizontale, contre des résistances d'intensité 0,95 kgp. Si La masse de poussette et le bébé est 18 kg, déterminez en kgp . m le travail fourni pendant une minute par:

a Le poids de la poussette et le bébé

b La force de la femme

c La résistance de la route.

19 Un train de masse 200 tonnes monte une route inclinée sur l'horizontale d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ avec une vitesse constante. Si le travail fourni par la force du moteur du train est égale à 15×10^5 kgp . m jusqu' arriver au sommet de la route et le travail fourni contre la résistance est 5×10^5 kgp . m, déterminez:

1er: La longueur de la route

2ème: La résistance par tonne de la masse du train

20 Une voiture de masse 4 tonnes monte une route inclinée à l'horizontale d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ contre de résistance équivaut 5 kgp par tonne de la masse du train. Sa vitesse devient 54 km/h après $\frac{1}{2}$ minute. Si la voiture commence le mouvement du repos, calculez en joules le travail fourni par:

1er: La force du moteur

2ème: La force de la résistance

3ème: Le poids de la voiture

4ème: Contre le poids de la voiture

21 Une particule se déplace en ligne droite sous l'effet d'une force F (Newton) où F = 0,4 D , D est mesurée en mètre. Calculez le travail fourni par la force F quand la particule se déplace de:

a $D = 0$ à $D = 10$

b $D = 1$ à $D = 5$

22 Une particule se déplace en ligne droite sous l'effet d'une force F (Newton) où F = sin 2 D, D est mesurée en mètre. Calculez le travail fourni par la force F quand la particule se déplace de:

a $D = 0$ à $D = \frac{\pi}{2}$

b $D = \frac{-\pi}{4}$ à $D = \frac{\pi}{4}$

c $D = \frac{\pi}{4}$ à $D = \frac{3\pi}{4}$

Unité 3

3 - 2

Énergie

A apprendre

- Energie cinétique
- Unités de mesure l'énergie cinétique
- Principe du travail et l'énergie

Vocabulaires de base

- Énergie cinétique
- Énergie potentielle
- Principe du travail et de l'énergie

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

1- Énergie cinétique

L'énergie cinétique d'une particule est l'énergie qui acquise le corps à cause de ça vitesse. Elle est évalue dans un moment par la moitié du produit de la masse du corps par le carré de sa vitesse en ce moment et notée E_C.

Si m est la masse de la particule; $\vec{V}$ est le vecteur de sa vitesse et V sa mesure algébrique alors:

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} m \| \vec{v} \|^2 = \frac{1}{2} m v^2} \qquad (1)$$

Puisque $\| \vec{v} \|^2 = \vec{v} \bullet \vec{v}$, alors on peut exprimez l'énergie cinétique comme ce qui suit:

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} m (\vec{v} \bullet \vec{v})} \qquad (2)$$

De la définition, l'énergie cinétique de la particule est une quantité scalaire non négative s'annule seulement quand la vitesse s'annule. La définition montre aussi que l'énergie cinétique de la particule peut changée d'un moment à l'autre pendant le mouvement selon la vitesse.

Unités de mesure de l'énergie cinétique**:**

Puisque le travail est une sorte de l'énergie, alors:

L'unité de mesure d'énergie cinétique = L'unité de mesure du travail

Par exemple, Si la masse est mesurée par kilogramme et la vitesse en mètre / seconde alors:

Unité de mesure de l'énergie cinétique = $kg \times \frac{mètre}{sec} \times \frac{mètre}{sec}$

$= kg \frac{mètre}{sec^2} \times m = N . m =$ joule

Si la masse est mesurée par le gramme et la vitesse par centimètre/ seconde, alors:

L'unité de mesure de l'énergie cinétique = $gm \times \frac{cm}{sec} \times \frac{cm}{sec}$

$= gm \times \frac{cm}{sec^2} \times cm =$ Dyne $\times$ cm = Erg

Exemple

1 Un corps de masse 100 g se déplace avec une vitesse $\vec{v} = 5\,\vec{i} + 12\,\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. la mesure algébrique de la vitesse est mesurée par cm/s. Déterminez l'énergie cinétique du corps.

1er: En erg

2ème: En Joule

Solution

On trouve la norme de la vitesse $\vec{v} = 5\,\vec{i} + 12\,\vec{j}$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\text{cm/s}$ $\qquad \therefore \|\vec{v}\|^2 = 169$

1^er^: **L'énergie cinétique du corps** $= \frac{1}{2}\, m\, \|\vec{v}\|^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 169 = 8450$ Erg

2^ème^: **L'énergie cinétique** $= \dfrac{8450}{10^7} = 8{,}45 \times 10^{-4}$ Joules

Essayez de Résoudre

1. Un corps de masse 200 g se déplace avec une vitesse $\vec{v} = 60\,\vec{i} - 80\,\vec{j}$ où $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. la mesure algébrique de la vitesse est mesurée par cm/s. Déterminez l'énergie cinétique du corps.

   1^er^: En erg $\qquad$ 2^ème^: En Joule.

Exemple

2. Un corps de masse 1 kg est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse de 49 m/s. Déterminez:

   a. L'énergie cinétique du corps après 6 secondes après le lancement

   b. L'énergie cinétique du corps quand, il arrive à une hauteur de 102,9 m du point de lancement.

Solution

a. $\because\ v = v_\circ + g\,t$ $\qquad \therefore\ v = 49 - 9{,}8 \times 6 = -9{,}8\text{m/sec}$

$\therefore$ Le corps descend avec une vitesse de 9,8 m/sec ,$T = \frac{1}{2}\, m\, V^2$

$T = \frac{1}{2} \times 1 \times (9{,}8)^2 = 48{,}02$ Joule

b. $\because\ v^2 = v_0^2 + 2\,g\,D$ $\qquad \therefore\ v^2 = (49)^2 - 2 \times 9{,}8 \times 102{,}9$

$\therefore\ v^2 = 384{,}16$ $\qquad T = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 384{,}16 = 192{,}08$ Joule

Essayez de Résoudre

2. Un corps de masse 500 g tombe verticalement vers le bas d'une hauteur 78,4 m de la surface de la terre. Déterminez:

   a. L'énergie cinétique après 2 seconde de chute.

   b. L'énergie cinétique au moment d'arriver à la terre.

.Principe du travail et de l'énergie

Si F est constante :

Un corps de masse (m) se déplace une distance (D) sous l'effet d'une force (F) si la vitesse est changé de (v_1) à (v_2) alors le travail fourni par la force est:

$T = F \times D$

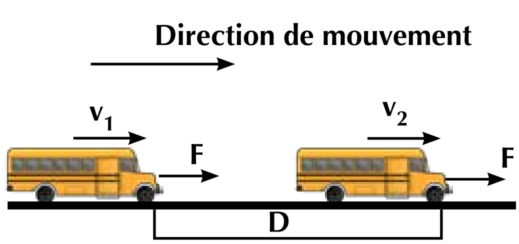


Figure (1)

$\because$ $v^2 = v_0^2 + 2\,a\,D$ et v_1 et v_2 sont les vitesses initiale et finale respectivement.

$\therefore$ $v_2^2 - v_1^2 = 2\,a\,D$ on multiplie les deux membres par $\frac{1}{2}$ m

$\frac{1}{2}\,m\,(v_2^2 - v_1^2) = m\,a\,D$

$\therefore$ $\frac{1}{2}\,m\,(v_2^2 - v_1^2) = F\,.\,D$ où F une force constante

$\therefore$ La variation de l'énergie cinétique est égal au travail fourni

Si F est variante:

$\because$ $E = \frac{1}{2}\,m\,v^2$

$\therefore$ $\frac{d}{dt}(E) = m\,v\frac{dv}{dt}$ $\qquad \frac{d}{dt}(E) = m\,a\,v$ $\qquad \frac{d}{dt}(E) = F\,\frac{dD}{dt}$

$\therefore$ $\int_{E_\circ}^{E} d\,(T) = \int_{D_\circ}^{D} F\,d\,D$ $\qquad$ C-à-d $E - E_\circ = T$

$\therefore$ La variation de l'énergie cinétique = le travail fourni

La dernière relation représente le principe du travail et de l'énergie selon lequel:

«La variation de l'énergie cinétique d'une particule quand elle se déplace d'une position initiale à une autre finale est égal au travail fourni par la force agissant à la particule pendant le déplacement entre les deux positions».

Remarquez que :En utilisant cette relation on doit utiliser les mêmes unités pour l'énergie et le travail.

Réflexion critique:

Démontre que , si un corps commence son mouvoir d'une position puis il revient à la même position, alors l'énergie cinétique finale est égale à l'énergie cinétique initiale, puis déduisez, dans le chute libre, la vitesse du corps en un point en montant et la même en ce point en descendant.

Exemple

3 Une balle de fusil de masse 200 g est tirée à une vitesse de 400 m / s sur un obstacle. La balle se loge à une profondeur de 20 cm. Déterminez l'intensité de la résistance dans l'obstacle contre le mouvement de la balle sachant qu'elle constante.

Solution

Soient A la position de l'entrée de la balle dans l'obstacle et B la position du logement de la balle dans l'obstacle, r la résistance en dyne, alors AB = 20 cm. Puisque la résistance est dans le sens opposé du mouvement. Alors le travail fourni par cette force de résistance est négatif et il se calcule comme se qui suit:

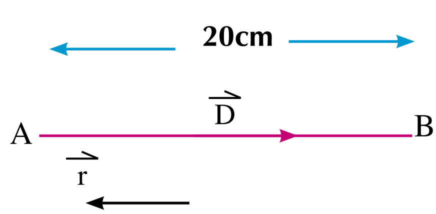


Figure (6)

$T = -AB \times r = -20\ r$

L'énergie cinétique de la balle au début:

$E_C = \frac{1}{2} \times 200 \times (400 \times 100)^2 = 1{,}6 \times 10^{11}$ Erg

(**on remarque que la vitesse est transformée en cm/s**).

L'énergie cinétique de la balle en position B: $E_{CB} = 0$ car la balle est en repos en cette position.

La variation de l'énergie cinétique du mouvement de la balle : $E_{CB} - E_{CA} = -1{,}6 \times 10^{11}$ Erg

$\because\ E_{CB} - E_{CA} = T$

$\therefore\ -1{,}6 \times 10^{11} = -20\ r$

$\therefore\ r = \dfrac{-1{,}6 \times 10^{11}}{-20} = 8 \times 10^9$ dyne

Essayez de Résoudre

3) Une balle de fusil est tirée sur un obstacle d'épaisseur 9 cm et sorti de l'autre côté par la moitié de sa vitesse initiale. Quelle est la plus petite épaisseur de l'obstacle pour que la balle ne sortait pas. Sachant qu'elle tire de la même vitesse initiale?

Exemple

4) Un corps de masse 300 g est posé au sommet d'un plan incliné de 1mètre de hauteur. Calculez la vitesse du corps quand il arrive à la base du plan sachant que le travail fourni par la résistance du plan contre le mouvement est égal à 1,59 joule.

Solution

Soient D le long du plan, θ la mesure de l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal. Deux forces parallèles au sens du mouvement agissent au corps: la composante du poids dans le sens de la plus grande pente vers le bas et d'intensité m g sin θ et la résistance du plan dans le sens de la plus grande pente vers le bas et d'intensité r.

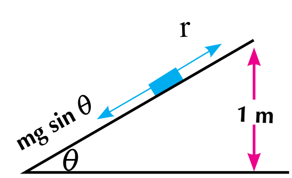


Figure (8)

Le travail fourni pendant le mouvement du corps de sommet vers la base du plan:

$T = (m\ g \sin\theta - r) \times D = (0{,}3 \times 9{,}8 \times \frac{1}{D} - r) \times D = 0{,}3 \times 9{,}8 - r\ D$

Alors RD = 1,59 joule, est le travail fourni par la résistance.

$\therefore\ T = 0{,}3 \times 9{,}8 - 1{,}59 = 1{,}35$ Joule

$\therefore\ E - E_{.} = T$ $\qquad\qquad$ $\therefore\ \frac{1}{2} \times 0{,}3\ v^2 - 0 = 1{,}35$

$\therefore\ v^2 = 9$ $\qquad\qquad$ $\therefore\ v = 3$ m /sec

Essayez de Résoudre

4) Un corps de masse 200 g est posé au sommet d'un plan incliné de 3mètre de hauteur. Calculez la vitesse du corps quand il arrive à la base du plan sachant que le travail fourni par la résistance du plan contre le mouvement est égal à 4,48 joules.

Exemple

5 Un corps de 1kg de masse se déplace avec une vitesse constante de 12 m/s, une force de résistance agit dans le sens opposé du mouvement d'intensité $6x^2$ (Newtons) où x est la distance parcourue par le corps sous l'effet de la résistance (en mètre).

a Déterminez le travail fourni par la résistance quand $x = 4$

b Déterminez la vitesse et l'énergie cinétique en $x = 2$

Solution

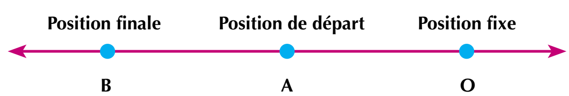
a
$$T = \int_0^4 F\,dx$$
$$= \int_0^4 -6x^2\,dx = [-2x^3]_0^4$$
$$= -128 \text{ Joul}$$

b $\because$ La variation de l'énergie cinétique = le travail fourni

$$\frac{1}{2} m (v^2 - v_{\cdot}^2) = \int_0^2 F\,dx$$
$$\frac{1}{2} \times 1 (v^2 - 144) = \int_0^2 -6x^2\,dx$$
$$\frac{1}{2} (v^2 - 144) = [-2x^3]_0^2$$
$$\frac{1}{2} (v^2 - 144) = -16$$
$$v^2 = 112$$
$$v = 4\sqrt{7} \text{ m/sec}$$
$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 112 = 56 \text{ Joul}$$

2- Energie potentielle

Quand un corps se déplace en ligne droite sous l'action d'une force constante parallèle à cette droite, alors l'énergie potentielle P_O du corps en un instant quelconque est le travail fournie par cette force. Cette force fait déplacer le corps d'une position à une autre position constante sur la droite comme le montre la figure ci-contre. Soit la force $\overrightarrow{F} // \overleftrightarrow{AB}$, O la position constante, A et B deux positions différentes sur la droite, alors:



L' énergie potentielle au point A $P_A = \overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AO}$,

L' énergie potentielle au point B $P_B = \overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{BO}$

- L' énergie potentielle au point O $P_O = 0$ car l' énergie potentielle au point O $= \overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{0} = 0$
- Soient A et B les positions initiale et finale du corps . $\overrightarrow{P_A}$ et $\overrightarrow{P_B}$, les énergies potentielles aux points A et B respectivement alors:

$$\overrightarrow{P_B} - \overrightarrow{P_A} = (\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{BO}) - (\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AO})$$
$$= \overrightarrow{F} \odot (\overrightarrow{BO} - \overrightarrow{AO}) = (\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{BA})$$
$$= -\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AB} \quad (1)$$

Mais: $\overrightarrow{F} \odot \overrightarrow{AB} = T$ (2) de (1) et (2)

$$\overrightarrow{P_B} - \overrightarrow{P_A} = -T$$

D'où.: la variation de l'énergie potentielle d'un corps, quand il se déplace d'une position initiale à une autre finale est égale au travail fourni par la force pendant le mouvement.

Conservation de l'énergie

Si un corps se déplace d'une position A à une autre position B sans rencontre de résistances, alors la somme des énergies cinétique et potentielle en A est égale à la somme des énergies cinétique et potentielle en B.

Du principe du travail et d'énergie on trouve que:

$$E_B - E_A = T$$

De la relation précédente qui lie le travail et l'énergie potentielle on trouve que:

$$P_B - P_A = - T$$

$$\therefore \quad E_B - E_A = - [P_B - P_A]$$

$$\therefore \quad E_B + P_B = E_A + P_A$$

La somme des énergies cinétique et potentielle est constante pendant le mouvement

Unités de mesure de l'énergie potentielle: de la définition de l'énergie potentielle on trouve que ses unités de mesure sont les même que le travail et l'énergie cinétique.

Exemple

1 La force $\overrightarrow{F} = 6\,\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j}$ agit sur un corps qui se déplace de position A à la position B pendant 2 secondes. Son vecteur position est donné par la relation: $\overrightarrow{r} = (3t^2 + 2)\,\overrightarrow{i} + (2t^2 + 1)\,\overrightarrow{j}$. Déterminez la variation de l'énergie potentielle du corps où la norme F mesurée en Newton, la norme r en mètre, t en seconde.

Solution

$\because \quad \overrightarrow{D} = \overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_{\circ}}$ $= (3t^2 + 2)\,\overrightarrow{i} + (2t^2 + 1)\,\overrightarrow{i} - (2\,\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j})$

$= 3t^2\,\overrightarrow{i} + 2t^2\,\overrightarrow{j} = \overrightarrow{AB}$

$\therefore$ La variation de l'énergie potentielle $= \overrightarrow{F} \bullet \overrightarrow{BA} = -(\overrightarrow{F} \bullet \overrightarrow{AB})$

$= -(6; 2) \bullet (3t^2 ; 2t^2)$

$= -(18\,t^2 + 4t^2) = -22t^2$

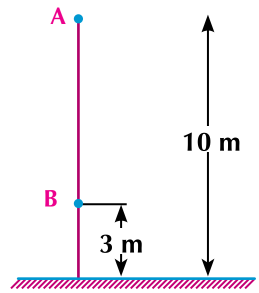
$= -22 \times 4 = -88$ joule

Essayez de Résoudre

5 La force $\overrightarrow{F} = 4\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j}$ agit sur un corps qui se déplace de position A à la position B pendant 2 secondes. Son vecteur position est donné en fonction de temps par la relation $\overrightarrow{r} = (2t^2 + 3)\overrightarrow{i} + (4t + 1)\overrightarrow{j}$. Déterminez la variation de l'énergie potentielle du corps où la norme F est mesurée en Newton, la norme r en mètre, t en seconde.

Exemple

2 Un corps de 300 g de masse est posé à 10 m de hauteur. Déterminez l'énergie potentielle du corps. Si le corps descend, déterminez la somme des énergies cinétique et potentielle du corps en un moment quelconque pendant la descente. Puis déterminez son énergie cinétique quand il est à la hauteur de 3 m de la surface de la terre.



Solution

Energie potentielle en A:

Energie potentielle en A $= mg \times h$

$= 0{,}3 \times 9{,}8 \times 10 = 29{,}4$ joule

$\because$ Le corps est en repos en A $\quad\therefore$ L'énergie cinétique = 0

$\therefore$ $E_A + P_A = 29{,}4$ joule

$\because$ La somme des énergies cinétique et potentielle est constante pendant le mouvement

$\therefore$ La somme des énergies cinétique et potentielle en un moment quelconque = 29,4 joules

Les énergie cinétique et potentielle en B:

$\therefore$ L'énergie potentielle du corps $= mg \times h$

$= 0{,}3 \times 9{,}8 \times 3 = 8{,}82$ joule

$\because$ $E_B + P_B = E_A + P_A$

$\therefore$ $E_B + 8{,}82 = 29{,}4 \quad \therefore E_B = 29{,}4 - 8{,}82 = 20{,}58$ joule

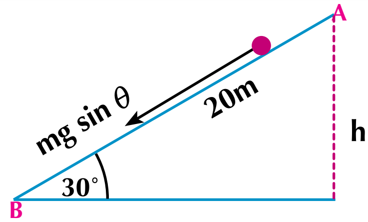
Essayez de Résoudre

6 Un corps de 100 g de masse tombe de 4 m de hauteur de la terre. Déterminez la somme des énergies cinétique et potentielle du corps en un moment quelconque pendant la descente. Puis déterminez son énergie cinétique quand il est à la hauteur d'un mètre de la surface de la terre.

Exemple

3 Un corps de 3 kg de masse est posé en A qui est le plus haut point d'un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontale et de 20 m de longueur. Déterminez l'énergie potentielle du corps. Si le corps est lâché dans le sens de plus grande pente du plan. Calculez la vitesse du corps quand il arrive à la base du plan.

Solution



L'énergie cinétique en B:

$P_A = mg \times h$

$= 3 \times 9{,}8\ (20 \sin 30^\circ)$

$= 294$ joule

$E_A + P_A = 0 + 294 = 294$ joule (car le corps est en repos en A)

L'énergie cinétique et potentielle en B:

$E_B + P_B = 294$ joule

$\frac{1}{2} mv^2 + 0 = 294$ $\quad \therefore \frac{1}{2} \times 3 \times v^2 = 294$

$\therefore V^2 = \frac{294 \times 2}{3} = 196$ $\quad \therefore v = 14$ m/sec

Essayez de Résoudre

7) A et B sont deux points sur la droite de la plus grande pente d'un plan rugueux incliné tel que B est au dessous de A. Un corps de 500 g commence son mouvoir de A en repos. Si la distance verticale est égale à un mètre et la vitesse du corps quand il arrive en B est égale à 4 m /s. Déterminez en joule:

1er: L'énergie potentielle perdue

2ème: Le travail fourni par la résistance

Exemple

4) Un pendule simple se compose d'une barre légère de 80 cm de longueur. Une masse de 4 g est suspendue d'une extrémité de la barre il fait un angle d'oscillations de mesure 120°. Déterminez:

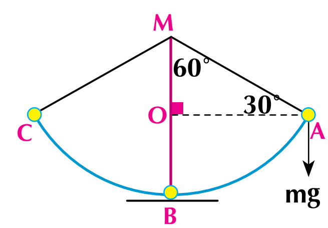
1er: L'augmentation de l'énergie potentielle à la fin du trajet par rapport à son milieu.

2ème: La vitesse du corps au milieu de trajet.

Solution

De la figure:

La masse se déplace dans un arc circulaire du centre M et du rayon = 80 cm.



$\because$ m($\angle$ A M C) = 120°

$\therefore$ m($\angle$ A M O) = 60°

$\because$ Le triangle AOM est rectangle de 30° et 60°

$\therefore$ MO = 40 cm , BO = 40 cm

L'augmentation de l'énergie potentielle de A en B:

$P_A - P_B = mg\, h_1 - mg\, h_2 = mg\,(h_1 - h_2) = mg \times BO$

$= 4 \times 980 \times 40 = 156800$ erg

Pour déterminer la vitesse du corps au milieu de trajet:

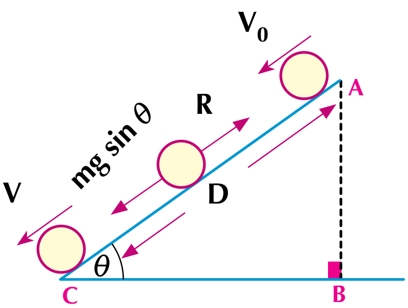
Du principe de la conservation de l'énergie $E_B + P_B = E_A + P_A$

$\therefore \quad \frac{1}{2} \times 4 \times V^2 + 0 = 0 + 156800$

$\therefore \quad V^2 = 78400$

$\therefore \quad V = 280$ cm/sec

Le mouvement sur le plan rugueux incliné



Si un corps est lâché sur un plan rugueux incliné sous l'effet de son poids seulement d'une position A à une autre C, alors la variation de l'énergie potentielle = la variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance.

Démonstration:

Soit la distance parcourue par le corps sur le plan (D)

Alors la distance verticale AB que le corps est descendue $AB = D \sin\theta$

La variation de l'énergie cinétique de A à B = Le travail fourni par $(mg \sin\theta - R)$

$\frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) = (mg \sin\theta - R) \times D$ $\qquad$ $\frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) = mg \sin\theta \times S - R \times D$

$\frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) = mg \times AB - R \times D$ $\qquad$ $mg \times AB = \frac{1}{2} m (V^2 - V_\circ^2) + R \times D$

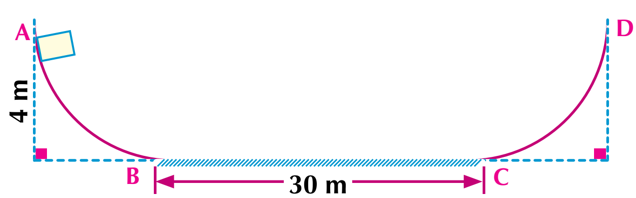
La variation de l'énergie potentielle = La variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance.

Remarquez que: On peut généraliser la règle précédente si le mouvement est verticale ou sur un plan incliné comme ce qui suit:

Si un corps est lâché ou lancé verticalement contre une résistance on il descend sur un plan rugueux incliné alors:

La variation de l'énergie potentielle = La variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance

Exemple **Le mouvement sur un plan rugueux**



5 Dans la figure ci – contre: un cube du bois de 2 kg de poids en A, glisse sur la surface (comme indique la figure ci – contre) où $\overset{\frown}{AB}$; $\overset{\frown}{CD}$ deux surfaces lisses. La surface horizontale BC est rugueux de 30 m de longueur, dont le coefficient dynamique est $\frac{1}{5}$. Si le cube du bois commence du

repos quand il était à la hauteur de 4 m, après quelle distance sur $\overline{BC}$ s'arrête – t – il?

Solution

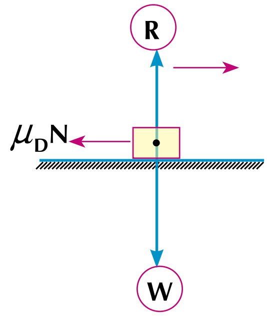
Le cube se glisse sur l'arc $\overset{\frown}{AB}$

Du principe de la conservation de l'énergie $E_A + P_A = E_B + P_B$

$0 + 2 \times 9{,}8 \times 4 = E_B + 0$

$\therefore E_B = 78{,}4$ joule.

Puisque le cube se déplace sur le plan rugueux $\overline{BC}$.



La variation de l'énergie potentielle = La variation de l'énergie cinétique + le travail contre la résistance

$0 = (0 - 78{,}4) + \mu_D R \times D$

$\frac{1}{5} \times 9{,}8 \times 2 \times D = 78{,}4 \qquad \therefore \quad D = 20$ m

Essayez de Résoudre

8) Une voiture est lâché de repos vers le bas d'une route incliné. Quand elle parcourt une distance de 180 m, on a remarqué qu'elle est abaissé une hauteur de 10 m. Si $\frac{3}{4}$ de son énergie potentielle est perdue contre la résistance du mouvement, sachant que les résistances sont constantes pendant le mouvement, déterminez la vitesse de la voiture après parcourir ces 180 m.

Exercices 3 - 2

1er: Complètez

1) L'énergie cinétique d'un obus de $\frac{1}{3}$ kg de masse qui se déplace avec une vitesse de 300 m/s est égale à .... joules.

2) L'énergie cinétique d'un corps de 40 g de masse qui se déplace avec une vitesse de 20 m/s est égale à .... joules

3) Une voiture de 1,5 tonnes de masse, son énergie cinétique est 168750 joules, alors sa vitesse est .... m /s

4) Un corps de 200 g se déplace avec la vitesse $\vec{v} = 30\,\vec{i} + 40\,\vec{j}$ où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base.la mesure algébrique de la vitesse est mesurée par cm /s, alors l'énergie cinétique du corps = ... Erg

5) Un corps se déplace avec la vitesse $\vec{v} = 50\,\vec{i} + 100\,\vec{j}$ où $\vec{v}$ mesurée par l'unité m/s, $\vec{i}$, $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires de base dans le sens $\overrightarrow{OX}$ et $\overrightarrow{OY}$ L'énergie cinétique du corps est égale à 3,9 joules, alors la masse du corps = ... gm.

6) Si un corps de masse 30 g est lâché d'une hauteur de 10 mètres de la surface de la terre, alors l'énergie cinétique du corps = ... Joules quand il est sur le point du choc la terre.

$2^{ème}$:

7) Une force d'intensité 12 N et de sens constant fait un travail sur un corps déplacé. Si le déplacement est donné par la relation $\overrightarrow{D} = 3\ \overrightarrow{i} - 4\ \overrightarrow{j}$ où D en mètre. Déterminez la mesure de l'angle entre $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{D}$ si la variation de l'énergie cinétique du corps:

1^{er}: est égale à 30 joules

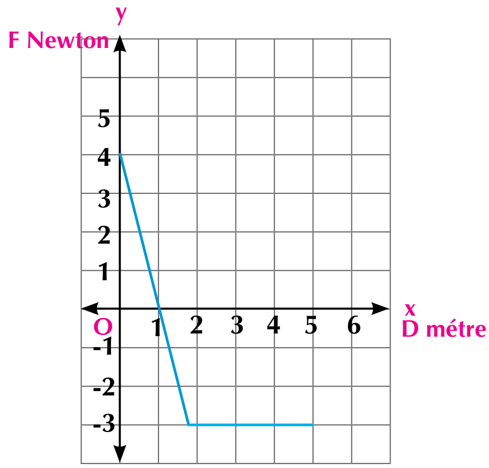
$2^{ème}$: est égale à – 30 joules

8) la figure ci-contre montre l'effet d'une force appliquée sur un corps de 2 kg de masse en la direction positive de l'axe des alscisses si la vitesse du corps quand x = 0 est égale a 4m/s

1^{er}: Trouve la variation d'energie cinétique entre x = 0 et x = 5 métre

$2^{ème}$: Calculer la quantité d'energie cinetique du corps chez x = 3 mètre

$3^{ème}$: À n' importe quelle valeur de x la quantité d'energie cinétique 8 joules.?



9) Un corps de 200 g est lâché du repos du sommet d'une route lisse inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$ sur l'horizontal et de 25 m de longueur. Déterminez l'énergie cinétique du corps quand il arrive à la base du plan.

10) Un corps de 5 g de masse est lancée sur la plus grande pente d'un plan lisse incliné d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$, sur l'horizontal vers le haut avec une vitesse de 4 m /s. Calculez la variation de l'énergie cinétique du corps après une seconde du lancement puis quand il revient au point du lancement.

11) Un plan rugueux incliné de 20 m de longueur et 5 m de hauteur. Déterminez la plus petite vitesse de lancement du plus bas point du plan vers la plus grande pente du plan pour arriver au plus haut point du plan. Sachant que la résistance du plan est égale à $\frac{1}{4}$ de son poids.

12) Un obus de canon est lancé avec une vitesse $\overrightarrow{v} = 105\ \overrightarrow{i} + 360\ \overrightarrow{j}$ où $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ sont les vecteur unitaires de base et la vitesse est mesurée en m/s. Si l'énergie cinétique de l'obus est $1{,}125 \times 10^6$ joules, déterminez la masse de l'obus en kg.

13) Un corps de 2 kg de masse se déplace sous l'effet des forces $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_2} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{F_3} = 3\ \overrightarrow{i} + 5\ \overrightarrow{j}$ mesurées en Newton où $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont les vecteurs unitaires de base. Si le vecteur déplacement est donné en fonction du temps par la relation $\overrightarrow{D} = At^2\ \overrightarrow{i} - B(t^2 - t)\ \overrightarrow{j}$ et

la norme de déplacement en mètre, déterminez:

1er: Les valeurs de A et B

2ème: Le travail fourni par la résultante des forces après 2 secondes de début du mouvement.

3ème: L'énergie cinétique après 2 secondes

14 Une balle de fusil est tirée avec une vitesse horizontale de 540 km/h sur une pièce de bois. Elle se loge dans la pièce d'une profondeur de 20 cm. Si la balle est tirée par la même vitesse à un obstacle de même sorte du bois d'épaisseur 15 cm. Quelle est la vitesse de la ball à sortie de l'obstacle, sachant que la résistance est constante.

15 Une balle de masse 100 g est tombée de 3,6 m de hauteur sur un sol horizontal. Elle heurte le sol et rebondit verticalement vers le haut. Si la perte de l'énergie cinétique à cause du choc avec la terre est 1,96 joule, déterminez la distance que la balle atteinte après le choc avec la terre.

16 un corps en caoutchouc est tombé du repos du sommet d'une tour. Sa quantité du mouvement avent qu'il heurte le sol était 1092 g .m/s, et son énergie cinétique était 1014 gp .m. Déterminez la masse du corps et la hauteur de la tour. Si le corps rebondit une distance de 4,9 après le choc, déterminez l'impulsion du sol du corps.

Complètez:

17 Un corps de 0,2 kg de masse est lâché d'une hauteur de 5 m de la surface de la terre .

a L'énergie potentielle du corps au moment de tomber = ...Joules

b L'énergie cinétique du corps au moment de tomber = ...Joules

c La somme des énergie potentielle et cinétique au moment d'arriver du sol = ...Joules

18 Un corps de 350 kg de masse à la hauteur de 20 m de la surface de terre. Alors l'énergie potentielle du corps = ... Joules.

19 Un hélicoptère de 3500 kgp de poids descend verticalement vers le bas d'une hauteur de 250 m à la hauteur de 150 m de la surface de la terre, alors l'énergie potentielle perdue = ... Joules.

20 Un corps de 2 kgp de poids monte une distance de 200 cm sur une route de la plus grande pente d'un plan incliné d'un angle de 30° sur l'horizontal, alors l'augmentation de l'énergie potentielle = ... Joules

21 Un corps est posé au sommet d'un plan lisse incliné de 90cm de hauteur, alors sa vitesse quand il arrive à la base du plan =........................ m/sec

22 Un corps se déplace d'une position A (2 ; 3) à la position B (7 ; 6) sous l'effet de la force $\overrightarrow{F} = 3\,\overrightarrow{i} + 4\,\overrightarrow{j}$, alors la variation de l'énergie potentielle = ... arg : où D est en cm, $\overrightarrow{F}$ mesurée en Dyne.

23 La force $\overrightarrow{F} = 4\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j}$ agit au corps qui se déplace de la position A vers la position B pendant 2 secondes. Si le vecteur position du corps est donné en fonction du temps par la relation $\overrightarrow{R} = (2t^2 + 3)\overrightarrow{i} + (4t + 1)\overrightarrow{j}$, alors la variation de l'énergie potentielle du corps = ... Joules, où F est en Newton $\|\overrightarrow{R}\|$ est en mètre, t en seconde.

Répondez aux questions suivantes:

24 Un corps de masse 300 g est posé sur une hauteur de 10 m de la surface de la terre. Déterminez l'énergie potentielle du corps . Si le corps est tombé verticalement , déterminez son énergie cinétique quand il arrive à la hauteur de 3 m de la surface de la terre.

25 Un corps de 140 g de masse est lancé verticalement vers le haut du sommet d'une tour de 25 m de hauteur.de la surface du sol. Déterminez la variation de son énergie cinétique du moment de lancement jusqu'il arrive au sol mesurée en joule.

26 Un corps de 2 kg de masse est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse de 70 m/s. Déterminez la somme des énergies cinétique et potentielle 5 seconds après le lancement. Si son énergie cinétique après une durée est 125,44 joules, déterminez cette période du temps et son énergie potentielle en ce moment.

27 Un corps de 100 g de masse est lâché d'une hauteur de 5 m sur un sol souple. Il l'enfonce 20 cm. Déterminez:

1er: L'énergie potentielle perdue en joule avant toucher le sol.

2ème: La moyenne de la résistance du sol en kgp.

28 Un homme de 72 kg monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{6}$ sur l'horizontal. Il parcourt 120 m. Déterminez la variation de l'énergie potentielle de l'homme.

29 Déterminez la vitesse d'arriver, d'un corps de 300g de masse posé au sommet d'un plan incliné de 2 m de hauteur, à la base du plan. Sachant que le travail fourni contre la résistance est égal à 2,13 joules.

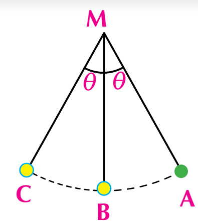
30 A et B sont deux points sur la ligne de la plus grande pente d'un plan rugueux incliné tel que B est au dessous de A. Un corps de 500 g commence son mouvoir de repos de A. Si la distance verticale est un seul mètre et la vitesse du corps quand il arrive au point B est égale à 4 m /s. déterminez en joule:

1er: L'énergie potentielle perdue.

2ème: Le travail fourni contre la résistance.

31 **Dans la figure ci – contre:** Un pendule simple de 130 cm de longueur de son fil. Le

pendule commence son mouvoir du repos d'un point A et il se bouge librement avec un angle d'oscillations de mesure 2θ où $\tan \theta = \frac{5}{12}$. Déterminez la vitesse de la balle au milieu du trajet.



32 Un anneau de $\frac{1}{2}$ kg de masse se glisse sur un tube cylindrique vertical rugueux. Sa vitesse est égale à 6,3 m / s après avoir parcouru une distance de 4,8 m à partir du repos. Calculez en utilisant le principe du travail et de l'énergie, le travail fourni par la résistance pendant le mouvement.

Unité 3

3 - 3

Puissance

A apprendre

- Puissance

Réfléchissez et discutez

Si une machine fait un travail de 200 kgp . m pendant 4 minutes et une autre fait un travail de 100 kgp . m pendant une seule minute.

Laquelle de deux machines est la plus efficace?

Il vous semble que la première machine qui est la plus efficace car elle fait plus d travail. Mais le travail fourni par la première machine pendant une minute = $\frac{200}{4}$ = 50 kgp. m et le travail fourni par la deuxième pendant une minute = 100 kgp. m, d'où on déduit que : pour mesurer l'efficace d'une machine, il faut savoir le travail fourni pendant l'unité du temps.

Vocabulaires de base

- Puissance
- Chevale

Définition La puissance : est le taux de variation du travail par rapport au temps

Cette définition est prononcée comme ce qui suit:

"la puissance est le travail fourni pendant l'unité du temps"

$$\text{La puissance} = \frac{d}{dt}(T)$$

$$\because \quad T = \int \vec{F}\, d\vec{D}$$

$$\therefore \quad \frac{d}{dt}(T) = \frac{d}{dt}\int \vec{F}\, d\vec{D}$$

$$= \frac{d}{dt}\int\left(\vec{F}\cdot\frac{d\vec{D}}{dt}\right)dt$$

$$\frac{d}{dt}\int\left(\vec{F}\cdot\vec{V}\right)dt$$

$$\therefore \quad \frac{d}{dt}(T) = \vec{F}\cdot\vec{V}$$

$$\therefore \quad \text{puissance} = F\,V\cos\theta$$

Si $\vec{V}$ de même direction que $\vec{F}$ alors la puissance = F V

Aide pédagogique

- Calculatrice scientifique

D'où la puissance est une quantité scalaire déterminée en un instant par F et V et sa valeur déterminée par le taux de variation du travail par rapport au temps en ce moment.

Remarquez vous: la puissance déterminée en un instant mais le travail déterminé sauvant entre deux instants.

La puissance moyenne :

Si une force fait un travail T pendant une période du temps $\Delta t = t_2 - t_1$ alors

La puissance moyenne $= \dfrac{T}{\Delta t} = \dfrac{T}{t_2 - t_1}$

Utilisation de l'intégrale pour déterminer le travail

$\because$ puissance $= \dfrac{d}{dt}(T)$, $\therefore T = \int_{t_1}^{t_2}$ (puissance) dt

La puissance variante et la puissance maximale

Si la force est constante, alors la puissance est directement proportionnelle à la vitesse du corps V et F est la constante de proportion où

la puissance = F V la puissance $\propto$ V quand F est constante

La puissance est alors varie quand la vitesse varie, et obtient à la puissance maximale quand la vitesse soit maximale, la puissance en ce moment est alors la puissance de la machine (en générale)

Unités de mesure de la puissance

Puisque la puissance est le taux de variation du travail par rapport au temps:

$\therefore$ L'unité de mesure de la puissance $= \dfrac{\text{unité de mesure du travail}}{\text{unité de mesure du temps}} =$ unité de mesure de la force × unité de mesure de la vitesse

Des unités de mesure de la puissance : Watt (Newton . m /s); kgp . m/s ; Erg / s ; cheval

- **Newton . m/s (N. m/s) :** Newton . mètre /seconde est la puissance d'une force qui fait un travail avec un taux constant par rapport au temps équivaut N. m par seconde
- **Newton. m /s** (joule /s) est appelé Watt.
- **Kilogramme poids. mètre/seconde (kgp. m/s) :** Kilogramme poids. mètre/seconde est la puissance d'une force qui fait un travail avec un taux constant par rapport au temps équivaut kgp. m par seconde
- **Erg/s (Erg/s) :** Erg /seconde est la puissance d'une force qui fait un travail avec un taux constant par rapport au temps équivaut Erg par seconde.
- **Cheval:** c'est la puissance d'une machine qui fait un travail 75 kgp. m par seconde.

Dans ce qui suit les règles de convertir de l'unité à l'autre.

- 1 kgp. m /s = 9,8 N. m/s
- 1 N. m /s = 1 watt = 10^7 Erg /s

Il y a d'autre unité de puissance comme kilowatt et cheval.

- 1 kilowatt = 1000 watt = 1000 N. m/s = 10^7 Erg/s
- 1 cheval = 75 kgp. m/s

=75 × 9,8 N. m/s

= 735 N. m/s (watt)

= 0,735 kilowatt

Exemple

1 Un homme de 50 kg de masse monte l'escalier d'une tour de 441 m de hauteur pendant 15 minutes. Déterminez la puissance moyenne de l'homme en watt.

Solution

La force (F) = m g = 50 × 9,8 = 490 N

La vitesse moyenne de l'homme = $\frac{\text{distance}}{\text{temps}} = \frac{441}{15 \times 60}$ = 0,49 m/sec

La puissance = force × la vitesse = F × V = 490 × 0,49 = 240,1 watt

Essayez de Résoudre

1 Un moteur d'un avion produit une force de $32{,}2 \times 10^4$ N quand la vitesse de l'avion est 900 km / h. Déterminez la puissance du moteur en cheval.

Exemple

2 Une voiture de 2 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une vitesse de 108 km /h contre de résistance équivaut 15 kgp par tonne de sa masse. Déterminez la puissance du moteur en cheval.

Solution

Le corps se déplace avec une vitesse uniforme " selon la première loi de Newton

F = R = 15 × 2 = 30 kgp

La vitesse de la voiture = $108 \times \frac{5}{18}$ = 30 m /s

∴ la puissance = F × V = 30 × 30 = 900 kgp . m /s

∴ la puissance = $\frac{900}{75}$ = 12 chevaux

Essayez de résoudre

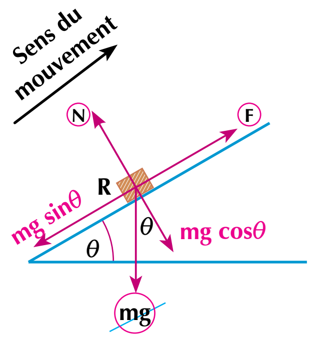
2 Un camion de 6 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une vitesse uniforme de 54 km / h quand la puissance du moteur est 30 chevaux. Déterminez la résistance de la route en kgp de chaque tonne de sa masse

Exemple

(3) Une voiture de 9 tonnes de masse monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{125}$ sur l'horizontal avec la vitesse maximale de 45 km /s contre de résistance de 20 kgp de chaque tonne de sa masse. Calculez la puissance du moteur en cheval.

Solution

Le mouvement est vers le haut du plan



L'équation du mouvement $F = R + mg \sin\theta$

$$F = 20 \times 9 \times 9{,}8 + 9 \times 10^3 \times 9{,}8 \times \frac{1}{125} \text{ Newtons}$$

$$F = 252 \text{ kg.p}$$

La vitesse maximale de la voiture en montant la pente

$$V = 45 \times \frac{5}{18} = \frac{25}{2} \text{ m/sec}$$

$\therefore$ la puissance maximale de la voiture $= F \times V = \dfrac{252 \times \frac{25}{2}}{75} = 42$ chevaux

Essayez de résoudre

(3) Dans l'exemple précédent si la voiture descend sur le même plan après charger de marchandise de 3 tonnes de masse, déterminez la vitesse maximale de descente en km /h, sachant que la résistance par tonne de la masse est invariante.

Remarquez que : Si le taux de variation du travail est uniforme (constante) alors:

$$\text{La puissance} = \frac{\text{travail}}{\text{temps}} = \frac{\text{force} \times \text{distance}}{\text{temps}}$$

Exemple

(4) Un ouvrier charge un camions avec des boites. Si la masse d'une boite est 30 kg et la hauteur du camion est 0,9 m, calculez le nombre des boites que l'ouvrier peut charger pendant une minute, sachant que la puisse moyenne est 0,6 chevaux.

Solution

$$\text{La puissance} = \frac{\text{travail totale}}{\text{temps}} = \frac{\text{nombre des boites} \times \text{le travail naicéssair pour charger une boite}}{\text{temps}}$$

$\therefore$ Le nombre des boites qu'il peut charger pendant une minute $= \dfrac{\text{puissance} \times \text{temps}}{\text{le travail d'une boite}}$

$$\text{Le nombre des boites} = \frac{0{,}6 \times 735}{30 \times 9{,}8 \times 0{,}9} = \frac{5}{3} \text{ boite par seconde}$$

$$\text{Le nombre des boites} = \frac{5}{3} \times 60 = 100 \text{ boites par minute}$$

Essayez de Résoudre

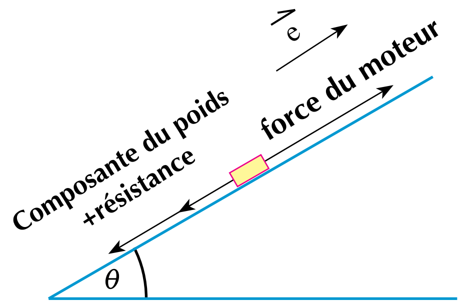
4 Dans l'exemple précédent. Calculer le nombre des boites, si la puissance d'ouvrier est 352,8 watt

Exemple

5 Un train de 200 tonnes monte une route incliné d'un angle de sinus $\frac{1}{200}$ avec une vitesse uniforme de 27 km/h contre de résistance du mouvement parallèlement de la ligne de la plus grande pente du plan avec un taux 18 kgp par tonne de sa mass. Quelle est la puissance du locomotive? Si le train descend sur la pente avec la même vitesse, alors quelle est la puissance du locomotive dans ce moment, sachant que la résistance constante dans les deux cas?

Solution

1er: quand le train monte la pente:



Posons $\vec{e}$ un vecteur unitaire dans le sens du mouvement c – à – d. vers le haut du plan

$\therefore$ La résistance du mouvement = 200×18

$= 3600$ kgp

La composante du poids du train dans le sens du plan = $200 \times 1000 \times \frac{1}{200} = 1000$ kgp

$\because$ Le train monte avec une vitesse uniforme

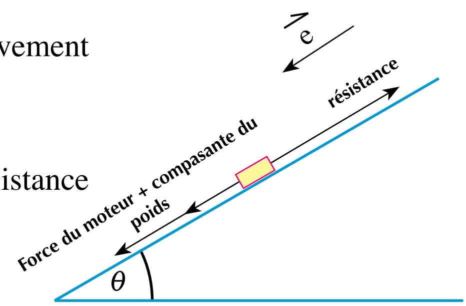
$\therefore$ La force du moteur = la résistance + la composante du poids = 3600 + 1000 = 4600 kgp

$\because$ La puissance $= F_1 v$ où F_1 est la force du moteur, V est la vitesse

$\therefore$ La puissance $= 4600 \times 27 \times \frac{5}{18}$ kgp . m /s

$= 4600 \times 27 \times \frac{5}{18} \times \frac{1}{75} = 460$ chevaux

2ème: Quand le train descend la pente:



Posons $\vec{e}$ un vecteur unitaire dans le sens du mouvement c – à – d. vers le bas du plan

$\because$ Le train descend avec une vitesse uniforme

$\therefore$ La force du moteur + la composante du poids = la résistance

$\therefore$ La force du moteur + 1000 = 3600

$\therefore$ La force du moteur = 2600 kgp

$\because$ La puissance $= F_2 v$ où F_2 est la force du moteur, V est la vitesse (car elle est invariante)

$\therefore$ La puissance $= 2600 \times 27 \times \frac{5}{18} \times \frac{1}{75} = 260$ chevaux

Essayez de Résoudre

5 Un locomotive de 28 tonnes de masse tire un wagon de 56 tonnes de masse avec une accélération constante vers le bas d'une pente inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ sur l'horizontal. Quand la puissance du moteur atteigne 84 chevaux, la vitesse était 21 m / s. Déterminez l'accélération du mouvement sachant que la résistance est 10 kg par tonne de la masse.

Exemple

6 Un corps de masse un kg se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ où le déplacement $\vec{D}$ est une fonction de temps donné par $\vec{D} = 3t^2\vec{i} + 6t\vec{j}$. Déterminez le travail fourni par la force, puis déterminez la puissance en t = 2 s sachant que F mesurée en Newton, D mesurée en mètre, t en seconde.

Solution

$\because \quad T = \vec{F} \bullet \vec{D}$

$\therefore \quad T = (3\ ;\ 4) \bullet (3t^2\ ;\ 6t) = 9t^2 + 24\,t$

$\because \quad$ La puissance $= \dfrac{d}{dt}(T)$

$\therefore \quad$ La puissance $= 18\,t + 24$

Quand $t = 2$ secondes

La puissance $= 60$ watt

Essayez de Résoudre

6 Une force constante $\vec{F}$ agit sur une particule sachant que le vecteur déplacement donné comme une fonction de temps t par $\vec{D} = (3t^2 + t)\vec{i} - 4t\vec{j}$. Déterminez $\vec{F}$ si la puissance de la force $\vec{F}$ est 75 Erg / s quand t = 4 secondes, et la puissance de la force $\vec{F}$ est égale à 165 Erg / s quand t = 9 secondes, sachant que D mesurée en cm, F mesurée en Dyne.

Exemple

7 Si la puissance d'une machine en un moment t en seconde, est égale à $(9t^2 + 4t)$, Déterminez le travail fourni par la machine pendant les trois premières secondes, puis déterminez le travail fourni pendant la $4^{\text{ième}}$ seconde.

Solution

$\because \quad$ La puissance $= \dfrac{dT}{dt}$

$\therefore \quad T = \int_{t_1}^{t_2}$ (La puissance) dt

Le travail fourni pendant les trois premières secondes $= \int_0^3 (9t^2 + 4t)\,dt$

$= [3t^3 + 2t^2]_0^3$

$= 99$ unité de travail

Le travail fourni pendant la $4^{\text{ième}}$ seconde $= \int_3^4 (9t^2 + 4t)\,dt$

$= [3t^3 + 2t^2]_3^4$

$= 125$ unité de travail

Exemple

8 Déterminez le temps nécessaire pour qu'une voiture de 1200 kg de masse atteigne une vitesse de 126 km /h à partir du repos. Sachant que la puissance de son moteur est constante et elle est égale à 125 chevaux.

Solution

$\because \quad T = \int_0^t$ (puissance) dt $\therefore \quad T = \int_0^t (125 \times 735)\, dt$

$T = 125 \times 735\, t$

$\because$ Le travail = la variation de l'énergie cinétique $\quad \therefore \quad \frac{1}{2} m (v^2 - v_\circ^2) = 125 \times 735\, t$

$\therefore \quad \frac{1}{2} \times 1200\, ((126 \times \frac{5}{18})^2 - 0) = 125 \times 735\, t$

$\therefore \quad 735 \times 1000 = 125 \times 735\, t \qquad \therefore \quad t = 8$ sec

Essayez de Résoudre

7 Si la force du moteur d'ne voiture fait un travail pendant l'intervalle du temps [0 ; 5] avec un taux donné par la relation $144\, t - 26\, t^2$. Si la masse de la voiture est 980 kg et sa vitesse à la fin de la troisième seconde est 90 km /s, déterminez sa vitesse à la fin de la quatrième seconde.

Exercices 3 - 3

1er: Completez

1 Une particule se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ sachant que le déplacement est $\vec{D} = t\,\vec{i} + (t^2 + t)\,\vec{j}$ alors la puissance de la force au moment où t = 3 s est égale à .... Dynes. cm/s où F en dyne, D en cm.

2 Un train de 375 tonnes de masse, et la puissance du moteur est 625 chevaux, se déplace sur une route horizontale avec la plus grande vitesse qui est 90 km /h, alors la résistance de chaque tonne de masse du train = ... kgp.

3 Une voiture de 4 tonnes de masse et de puissance du moteur 10 chevaux, se déplace en ligne droite sur un sol horizontal. Si sa vitesse maximale est 75 km/h , alors la résistance de la route contre le mouvement de la voiture = ...kgp.

4 Un train de 108 tonnes de masse se déplace avec une vitesse uniforme sur une route horizontale avec une vitesse de 30 km/h. Si la résistance équivaut 10,5 kgp pour chaque tonne de la masse, déterminez la puissance du locomotive en chevaux en ce moment.

5 Un train dont la puissance de son moteur est 504 chevaux et sa masse est 216 tonne se déplace sur une route horizontale avec la vitesse maximale contre de résistance équivaut 5 kgp pour chaque tonne. Déterminez sa vitesse maximale en km/h.

6 Un ballon se meut sous l'effet d'une force proportionnelle au carré de sa vitesse. Si la résistance équivaut 800 kgp quand sa vitesse est 20 km/h et sa puissance est 200 chevaux quand il se déplace avec la vitesse maximale. Déterminez cette vitesse en km/h.

7. Une voiture de 1500 kg de masse et de puissance du moteur 120 chevaux se déplace sur une route rectiligne horizontale avec sa vitesse maximale qui est 72 km/h. Quelle est la vitesse maximale de la voiture quand elle monte une route rectiligne inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$ sur l'horizontal. Sachant que la résistance est la même sur les deux routes?

8. Une voiture de 3 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une vitesse uniforme de 37,5 km/h. Quand il arrive au sommet d'une route inclinée d'un angle de sinus 0,03 sur l'horizontal, le chauffeur abolit le moteur et la voiture descend avec sa vitesse initiale. Si la résistance sur la route inclinée est $\frac{2}{3}$ de la résistance de la route horizontale, déterminez:

   1er: la résistance sur la route inclinée en kgp.

   2ème: La puissance du moteur de la voiture sur la route horizontale.

9. Une voiture de 6 tonnes de masse monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{10}$, avec sa vitesse maximale qui est 27 km/h. Puis elle revient pour descendre la même route avec la vitesse maximale qui est 135 km/h. Déterminez la résistance de la route sachant qu'elle est invariante tout le temps, puis déterminez la puissance du moteur de la voiture.

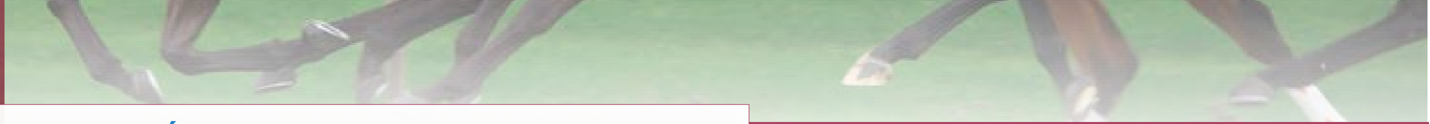
10. Un avion dont la puissance du moteur est 1350 chevaux quand il se déplace horizontalement avec une vitesse constante de 270 km/h. Déterminez la résistance de l'air contre le mouvement de l'avion en ce moment. Si la résistance de l'air est proportionnelle au carré de sa vitesse, déterminez la puissance du moteur quand il se déplace horizontalement avec une vitesse constante de 180 km/h.

11. Un locomotive dont la puissance de son moteur est 400 chevaux tire un train avec sa vitesse maximale de 72 km/h sur un sol horizontal. Déterminez la résistance contre le train sachant que la masse du train et du locomotive ensemble est 200 tonnes. Déterminez la plus grande vitesse avec laquelle le train monte une pente incliné d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ sur l'horizontal sachant que la résistance de la route est invariante.

12. Un cycliste dont la masse avec la bicyclette est 80 kg. La plus grande puissance de lui est $\frac{4}{5}$ cheval. Si sa vitesse maximale sur une route horizontale est 18 km/h, déterminez la résistance en kgp. S'il monte une route inclinée avec un angle de sinus $\frac{3}{40}$ avec une vitesse maximale, déterminez cette vitesse en km/h.

13. Un camion de 5 tonnes de masse se déplace sur une route horizontale avec une puissance de 144 km/h quand la puissance de son moteur est 120 chevaux. Déterminez la résistance de la route pour chaque tonne de la masse en kgp. Si la résistance est proportionnelle à la vitesse, déterminez la puissance du moteur quand il monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{3}{200}$ sur l'horizontal avec une vitesse uniforme de 96 km/h.

14. Un camion de 2 tonnes de masse monte une route inclinée d'un angle de sinus $\frac{1}{100}$ d'une position (A) à une autre position (B) avec sa vitesse maximale de 90 km/h. Déterminez la puissance du moteur du camion, sachant que la résistance de la route contre le mouvement équivaut 13% du poids du camion. Le camion est chargé quand il arrive à la position (B) avec une charge de $\frac{1}{2}$ tonne de masse puis il monte la route vers (A) avec la vitesse maximale. Déterminez cette vitesse sachant que la résistance est reste de même pourcentage du poids.



15 Un train de masse (k) tonne se déplace sur une route horizontale avec sa vitesse maximale qui équivaut 60 km/h. Le dernier wagon est séparé et sa masse est 15 tonnes. Sa vitesse maximale est augmentée de 7,5 km/h. Déterminez la puissance de son moteur en chevaux. Ainsi que la masse du train, sachant que la résistance équivaut 9 tonnes poids pour chaque tonne de la masse.

16 Une particule se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ le vecteur déplacement est une fonction du temps donné par la relation $\vec{D} = t\,\vec{i} + (\frac{1}{2}t^2 + t)\,\vec{j}$, Si F est en Newton, D en mètre, t en seconde: Déterminez:

- **a** Le travail fourni pendant les trios premières secondes
- **b** La moyenne de la puissance pendant les trios premières secondes
- **c** La puissance de la force $\vec{F}$ en $t = 3$ s

17 Un corps dont la masse est l'unité, se déplace sous l'effet de la force $\vec{F} = (2t - 1)\,\vec{i} + (5t + 2)\,\vec{j}$ le vecteur déplacement est une fonction du temps donné par la relation $\vec{D} = (3t^2 + t)\,\vec{i} + 4t\,\vec{j}$, Si F est en Newton, D en mètre, t en seconde: Déterminez:

- **a** Le travail fourni pendant les troisième, quatrième et cinquième secondes
- **b** La puissance moyenne pendant les troisième, quatrième et cinquième secondes.
- **c** La puissance de la force en $t = 5$ sec

18 Un corps de 3 kg de mase se déplace sous l'effet d'une force $\vec{F}$ le vecteur position en un instant t est donné par la relation $\vec{r}\,(t) = t^3\,\vec{i} + t^2\,\vec{j}$. où r est en mètre, F en Newton, t en seconde. Déterminez:

- **a** La force $\vec{F}$ en fonction de t.
- **b** La puissance de la force $\vec{F}$ en fonction de t.
- **c** Le travail fourni par la force $\vec{F}$ pendant l'intervalle du temps $0 \leqslant t \leqslant 2$

19 Si la puissance du moteur (en cheval) est égale à $(6t - \frac{1}{20}t^2)$ où t est en seconde, $t \in [0, 120]$ Déterminez:

- **a** La force du moteur en $t = 90$ sec.
- **b** Le travail fourni pendant l'intervalle du temps [0 ; 30].
- **c** La puissance maximale du moteur.

20 Un corps de 5 kg de masse se déplace sous l'effet de une force $\vec{F}$ Le vecteur position en un instant t est donné par la relation $\vec{r}\,(t) = t\,\vec{i} + t^2\,\vec{j}$. où F est en Newton et r est en mètre. Déterminez :

En utilisant l'intégrale, le travail fourni par la force F pendant l'intervalle du temps [0; 2].

21 Un corps de 3 kg de masse se déplace sous l'effet de une force $\vec{F}$ Le vecteur de sa vitesse est donné par la relation $\vec{v} = (1 - \sin 2t)\vec{i} + (-1 + \cos 2t)\vec{j}$. où F est en Newton et V est en m/s. Déterminez:

a La force $\vec{F}$ en fonction de t.

b L'énergie cinétique E_C en un instant t.

c Démontrez que le taux de variation de Ec est égal à la puissance fourni par la force $\vec{F}$.