



الرياضيات

للفصل الأول الإعدادي - الفصل الدراسي الثاني 2025 - 2026

كتاب الطالب

إعداد

أ. أسامة زيد شريف أ. د. سمر عبد الفتاح لاشين أ. م. د. أمل الشحات حافظ

أ. مجدى عبد الفتاح الصفتى أ. إبراهيم عبد اللطيف الصغير

أ. باسم مجدى رشدى أ. إسلام محمد إبراهيم أ. سامح لبيب عطية

الاسم:

الفصل:

المدرسة:

تقديم

فى إطار التطوير المستمر لمنظومة التعليم، واستكمالاً لمنظومة التطوير التى بدأت خططها من مرحلة رياض الأطفال والمستمرة إلى نهاية المرحلة الثانوية وفقاً لرؤية مصر (2030)، وخطة الوزارة لتطوير التعليم - فقد تم إعداد هذا الكتاب لاستكمال وتنفيذ عمليات تطوير مناهج المرحلة الإعدادية لإحداث نقلة نوعية فى طريقة إعداد طلاب مصر لمواجهة تحديات المستقبل.

يسعدنا أن نقدم هذا الكتاب لمقرر الرياضيات للصف الأول الإعدادى للفصل الدراسى الثانى، الذى يتضمن مجموعة من المهام والأداءات التى تساعد الطلاب على حل المشكلات الرياضية، وذلك لتحقيق نواتج التعلم لمواجهة تحديات القرن الحادى والعشرين، والذى واكبت بدايته ثورة متسارعة فى المعلومات وتكنولوجيا الاتصالات.

يهدف المنهج الحالى إلى إحداث نقلة نوعية فى تعليم الرياضيات وتعلمها، كما يهدف أيضاً إلى توفير وسيلة فعالة لتحقيق أهداف نهج التعليم على نحو تكاملى عن طريق الآتى:

- التأكيد على الدور الإيجابى للطلاب فى عملية التعلم.
- تضمين المنهج المعارف والمهارات والقيم والاتجاهات الإيجابية اللازمة للتعلم والمواطنة الصالحة والعمل المنتج والمشاركة الفاعلة فى تحقيق برامج التنمية المستدامة.
- تضمين المنهج التوجهات الإيجابية الحديثة فى بناء المناهج، مثل مهارات التفكير ومهارات حل المشكلات ومهارات التعلم الذاتى والتعلم التعاونى والتواصل الجيد مع مصادر المعرفة.
- تنمية المهارات الأدائية من خلال التركيز على التعلم الذاتى والعمل التعاونى.
- تحقيق التكامل بين الرياضيات والمواد الدراسية عبر المراحل المختلفة.
- إتاحة الفرصة للطلاب لاختيار الأنشطة المناسبة لقدراتهم وميولهم وحاجاتهم.

ونسأل الله عز وجل أن تعم الفائدة من هذا الكتاب، ونتمنى أن يكون جزءاً من مجهود وطنى كبير ومتواصل للارتقاء بمصر إلى مصاف الدول المتقدمة لضمان مستقبل عظيم لجميع طلابها، كما نتمنى لكم عامًا دراسيًا جديدًا مليئًا بالنجاحات والتوفيق.

والله وليّ التوفيق،،،

المعدون

محتويات الكتاب (الفصل الدراسي الثاني)

القوى والأسس والجذور

- 1-1 القوى والأسس 2
- 1-2 الصيغة العلمية 8
- 1-3 الجذور التربيعية والجذور التكعيبية 13



الجبر

- 2-1 المتباينات 21
- 2-2 ضرب حد جبري في حد جبري أو مقدار جبري 27
- 2-3 ضرب المقادير الجبرية 32
- 2-4 قسمة حد جبري أو مقدار جبري على حد جبري 38
- 2-5 قسمة المقادير الجبرية 43



الهندسة والقياس

- 3-1 المساحات 50
- 3-2 الإنشاءات الهندسية 56
- 3-3 التحويلات الهندسية 61
- 3-4 تركيب التحويلات الهندسية 69



الاحتمالات

- 4-1 التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث 76
- 4-2 الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي 82



الوحدة 1

القوى والأسس والجذور

دروس الوحدة

1-1 القوى والأسس

1-2 الصيغة العلمية

1-3 الجذور التربيعية والجذور التكعيبية



يُستخدم الذكاء الاصطناعي (AI) في تطوير تطبيقات تفاعلية لتحسين عمليات التعليم والتعلم.
◀ فهل يمكن تطوير آليات الذكاء الاصطناعي (AI) لإجراء عمليات حسابية معقدة
تتضمن الأسس والجذور؟

القيم

- الاحترام
- المثابرة
- العدالة
- المسؤولية
- الانتماء

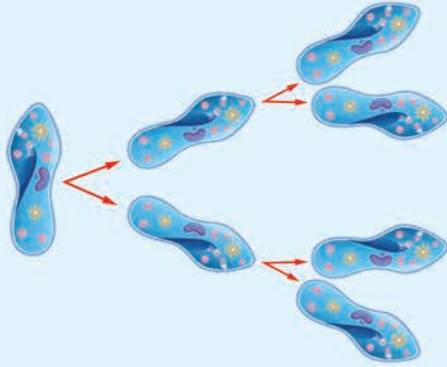
القضايا والمهارات الحياتية

- الفهم الرياضى
- التفكير الإبداعي
- التواصل الرياضى
- تكنولوجيا المعلومات
- التفكير الناقد



القوى والأسس (Powers and Exponents)

الدرس 1 - 1



الانقسام الأول والثاني في اليوجلينا



استعد!

اليوجلينا كائن حي وحيد الخلية،
يتكاثر بالانقسام مكوناً في الانقسام الأول
خليتين، تكونان بدورهما 4 خلايا
في الانقسام الثاني، وهكذا.
ما عدد الخلايا الناتجة بعد حدوث
8 انقسامات؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم مفهوم الأس
وكيفية حساب قوى العدد، واستخدام قوانين الأسس في حل التمارين؛ مما سيمكنك من حل
مثل هذه المشكلات.



فكر وناقش!

كم يساوي $2^7 \times 2^5$ ؟

قام كل من مروان ومريم ومحمد بالإجابة عن السؤال السابق وكانت إجاباتهم كالتالي :

محمد

$$2^7 \times 2^5 = 2^{12}$$

مريم

$$2^7 \times 2^5 = 2^{35}$$

مروان

$$2^7 \times 2^5 = 4^{35}$$

أي منهم إجابته صحيحة؟ ناقش.



تعلم!

الضرب المتكرر والصورة الأسية

يمكن التعبير عن ناتج ضرب العوامل المتكررة بالقوى أو الصورة الأسية، أي باستخدام
أس وأساس.

الأس يوضح عدد مرات استخدام الأساس كعامل.

مثال :

$$\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{\text{عامل مكرر 5 مرات}} = 2^5$$

الأساس هو العامل المتكرر

2^5 تُقرأ "2 مرفوعة إلى الأس 5" أو "2 أس 5"، وتعني "2 مضروبة في نفسها 5 مرات"

بصفة عامة :

عامل مكرر n من المرات

$$\overbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}^n = a^n$$

إذا كان n عددًا صحيحًا موجبًا، فإنه لأي عدد a يكون :

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم الضرب المتكرر والصورة الأسية
- تميز بين مفهوم القوة والأس
- توظف قوانين الأسس في حل التمارين
- تستخدم قوانين الأسس في تبسيط تعبيرات رياضية
- تستخدم الأسس الموجبة والسالبة والصفرية في حل التمارين

■ المفردات

- الضرب المتكرر

Repeated
Multiplication
Exponent
Power
Base

- أس
- قوة
- أساس

■ فكر مع زملائك

- هل $2^5 = 5^2$ ؟
- هل $2^5 = 2 \times 5$ ؟

■ لاحظ أن

$$2^5 = 32$$

2^5 هي الصورة الأسية للعدد 32

مثال 1

اكتب كلاً مما يأتي باستخدام الأسس :

$$(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x) \quad (2)$$

$$3 \times 3 \times a \times a \times a \times 3 \times 3 \quad (4)$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \quad (3)$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x) = (-x)^4 \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \quad (3)$$

$$3 \times 3 \times a \times a \times a \times 3 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times a \times a \times a = 3^4 \times a^3 \quad (4)$$

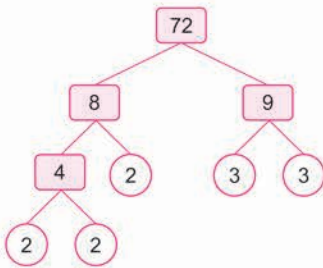
مثال 2

اكتب كلاً مما يأتي في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عدداً أولياً :

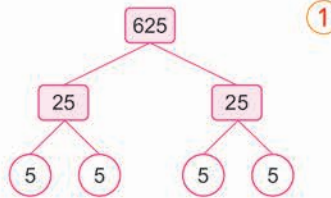
$$72 \quad (2)$$

$$625 \quad (1)$$

حل كل عدد إلى عوامله الأولية كالتالي :



$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$$



$$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

مثال 3

إذا كانت $a = 2$ ، $b = -5$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

$$(a+b)^3 \quad (4) \quad a^3 + b^3 \quad (3) \quad (3b)^2 \quad (2) \quad 3b^2 \quad (1)$$

$$3b^2 = 3 \times (-5)^2 = 3 \times 25 = 75 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$(3b)^2 = (3 \times (-5))^2 = (-15)^2 = 225 \quad (2)$$

$$a^3 + b^3 = 2^3 + (-5)^3 = 8 + (-125) = -117 \quad (3)$$

$$(a+b)^3 = (2 + (-5))^3 = (-3)^3 = -27 \quad (4)$$

تكنولوجيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة في إجراء العمليات الحسابية للتأكد من صحة إجاباتك.

الأس الزوجي والأس الفردي للأساس السالب

$$\bullet (-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25 > 0$$

$$\bullet (-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125 < 0$$

لاحظ أن :

بصفة عامة :

- عندما يكون الأساس عدداً سالباً بينما الأس زوجياً، يكون الناتج عدداً موجباً.
- عندما يكون الأساس عدداً سالباً بينما الأس فردياً، يكون الناتج عدداً سالباً.

تقييم ذاتي 1

اكتب كلاً مما يأتي باستخدام الأسس

$$(-7) \times (-7) \times (-7) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$5 \times b \times b \times 5 \times b \quad (3)$$

تقييم ذاتي 2

اكتب كلاً مما يأتي في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عدداً أولياً:

$$216 \quad (2) \quad 81 \quad (1)$$

تقييم ذاتي 3

إذا كانت $x = -3$ ، $y = 4$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

$$-y^2 \quad (2) \quad x^y \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 \quad (4) \quad (-x)^3 \quad (3)$$

$$(x+y)^2 \quad (5)$$

تفكير ناقد

إذا كان a عدداً صحيحاً لا يساوي الصفر، فهل $(-a)^2 = -a^2$ ؟ ومتى تكون هذه العبارة صحيحة ؟

ضرب وقسمة القوى التي لها نفس الأساس

أولاً قانون الضرب

$$2^3 \times 2^4 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{\text{عوامل 3}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{\text{عوامل 4}} = 2^7$$

لضرب القوى التي لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونجمع الأسس.

بصفة عامة:

لأي عدد نسبي a ، وعددين صحيحين m ، n يكون:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

فمثلاً: $3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$ • $(-2)^7 \times (-2) = (-2)^{7+1} = (-2)^8$

تعميم:

يمكن تعميم قانون الضرب على أكثر من قوتين لها نفس الأساس.

فمثلاً: $10^2 \times 10^3 \times 10 = 10^{2+3+1} = 10^6$

ثانياً قانون القسمة

$$\frac{2^7}{2^4} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

لقسمة القوى التي لها نفس الأساس نحتفظ بالأساس ونطرح الأسس.

بصفة عامة:

لأي عدد نسبي a لا يساوي الصفر، وعددين صحيحين m ، n يكون:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

فمثلاً: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2$ • $\left(\frac{1}{2}\right)^8 \div \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{8-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

مثال 4

أوجد في أبسط صورة ناتج كل مما يأتي:

$$\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3} \quad 3$$

$$\frac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4} \quad 2$$

$$\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} \quad 1$$

حل آخر

$$\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = 6^{7+2-3-5} = 6^1 = 6$$

$$\frac{6^7 \times 6^2}{6^3 \times 6^5} = \frac{6^{7+2}}{6^{3+5}} = \frac{6^9}{6^8} = 6^{9-8} = 6^1 = 6 \quad 1$$

فكر وناقش

1 كتب إسلام أن $5^2 \times 5^3 = 25^5$
هل ما كتبه إسلام صواب؟
ناقش.

2 كتب أحمد أن $5^2 \times 5^3 = 5^5$
هل ما كتبه أحمد صواب؟
ناقش.

3 كتبت سمر أن $5^2 \times 5^3 = 5^6$
هل ما كتبه سمر صواب؟
ناقش.

4 كتبت أمل أن $5^2 \times 5^3 = 25^6$
هل ما كتبه أمل صواب؟
ناقش.

فكر وناقش

1 كتب مجدى أن $\frac{3^8}{3^2} = 1^6$
هل ما كتبه مجدى صواب؟
ناقش.

2 كتب إبراهيم أن $\frac{3^8}{3^2} = 3^4$
هل ما كتبه إبراهيم صواب؟
ناقش.

3 كتب باسم أن $\frac{3^8}{3^2} = 3^6$
هل ما كتبه باسم صواب؟
ناقش.

تقييم ذاتي 4

أوجد في أبسط صورة ناتج كل مما يأتي:

$$\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}} \quad 1$$

$$\frac{(-4)^2 \times 4^8}{(-4) \times (-4)^6} \quad 2$$

$$\frac{2^5 \times 7^4 \times 10^7}{2^3 \times 10^5 \times 7^3} \quad 3$$

$$\frac{(-2)^7 \times 3^6}{(-2)^5 \times 3^4} = (-2)^{7-5} \times 3^{6-4} = (-2)^2 \times 3^2$$

$$= 4 \times 9 = 36$$

②



$$\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^5 \times (-a)^3} = \frac{a^4 \times a^6}{-a^5 \times -a^3} = \frac{a^4 \times a^6}{a^5 \times a^3} = \frac{a^{4+6}}{a^{5+3}}$$

$$= \frac{a^{10}}{a^8} = a^{10-8} = a^2$$

③

مثال 5

تكنولوجيا: في مجال تكنولوجيا الكمبيوتر، تُعتبر وحدة البايت إحدى الوحدات التي تُستخدم لقياس حجم الملفات، فإذا علمت أن الكيلو بايت يساوي 2^{10} بايت، والجيغا بايت تساوي 2^{30} بايت، فكم كيلو بايت تحتويها 1 جيغا بايت؟



$$\frac{2^{30}}{2^{10}} = \text{الجيغا بايت} \div \text{كيلو بايت}$$

$$= 2^{30-10} = \text{كيلو بايت}$$

$$= 2^{20} = \text{كيلو بايت}$$



الأس الصغرى والأسس الصحيحة السالبة

2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

$\div 2$ $\div 2$ $\div 2$ $\div 2$ $\div 2$ $\div 2$

ملاحظة النمط في الجدول السابق نجد أن :

$$2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$2^0 = 1$$

بصفة عامة :

① أي عدد لا يساوي الصفر مرفوع للأس صفر يساوي 1

$$a^0 = 1 \quad \text{أي أن : لأي عدد } a \neq 0 \text{ يكون}$$

$$\text{فمثلاً : } 3^0 = 1, \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1, (-2)^0 = 1, \left(-\frac{1}{4}\right)^0 = 1$$

② أي عدد لا يساوي الصفر مرفوع للأس $(-n)$ يساوي المعكوس الضربي للعدد

نفسه مرفوع للأس n

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{أي أن : لأي عدد } a \neq 0 \text{ يكون}$$

$$\text{فمثلاً : } 5^{-2} = \frac{1}{5^2}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3, \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3}$$

مع ملاحظة أن القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإنه عند وجود رموز في المقام يُشترط لهذه الرموز ألا تساوي الصفر.

■ تقييم ذاتي ⑤

إذا علمت أن التيرا بايت تعادل حاصل ضرب الكيلو بايت في الجيجا بايت كل منهما مقدراً بالبايت. فكم بايت تحتوي عليه التيرا بايت؟

■ تنوع الاستراتيجيات

إذا كانت : $a \neq 0$

فمن قانون ضرب القوى نجد أن :

$$a^n \times a^0 = a^{n+0} = a^n \quad ①$$

أي يمكن استنتاج أن a^0 هي العدد المحايد الضربي

$$\text{أي أن : } a^0 = 1$$

$$a^n \times a^{-n} = a^{n-n} \quad ②$$

$$= a^0 = 1$$

أي أن : a^{-n}, a^n

كل منهما معكوس ضربي للآخر.

$$\text{لذلك : } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

■ تفكير ناقد

① هل المقدار $5^2 \times 5^{-3}$ يكافئ المقدار $5^3 \times 5^{-2}$ ؟

② اذكر الفرق بين :

$$5^{-2} \text{ و } (-5)^2$$

مثال 6

اختصر كلاً مما يأتي لأبسط صورة :

$$\frac{x^{-6} \times x^{-2}}{x^{-3} \times x^{-4}} \quad (2)$$

$$\frac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}} \quad (1)$$

$$\frac{2^5 \times 2^{-2}}{2^3 \times 2^{-4}} = \frac{2^{5-2}}{2^{3-4}} = \frac{2^3}{2^{-1}} = 2^{3-(-1)} = 2^4 = 16 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{x^{-6} \times x^{-2}}{x^{-3} \times x^{-4}} &= \frac{x^{-6+(-2)}}{x^{-3+(-4)}} = \frac{x^{-8}}{x^{-7}} = x^{-8-(-7)} \\ &= x^{-8+7} = x^{-1} = \frac{1}{x} \quad (2) \end{aligned}$$

تقييم ذاتي 6

اختصر كلاً مما يأتي لأبسط صورة :

$$\frac{x \times x^{-2}}{x^{-3}} \quad (1)$$

$$\frac{3^0 \times 3^{-1} \times 3^2}{3^{-2}} \quad (2)$$



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(2) أي مما يأتي يساوي $(-2)^3$ ؟
 (أ) -6 (ب) 6 (ج) 8 (د) -8

(4) أي مما يأتي يساوي 2^{-4} ؟
 (أ) -16 (ب) 16 (ج) $\frac{1}{8}$ (د) $\frac{1}{16}$

(6) إذا كان : $2^4 \times a = 2^{20}$ فما قيمة a ؟
 (أ) 2^{24} (ب) 2^{16} (ج) 2^5 (د) 2

(8) أي مما يأتي هو المعكوس الجمعي للعدد 4^{-3} ؟
 (أ) $(-4)^3$ (ب) $(-4)^{-3}$
 (ج) 4^3 (د) 4^{-3}

(10) $5a^0 - (5a)^0 = \dots\dots\dots$
 (أ) 0 (ب) 4 (ج) 5 (د) 10

(1) أي مما يأتي يساوي $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ؟
 (أ) 3×7 (ب) 7^3 (ج) 3^7 (د) $3+7$

(3) أي مما يأتي يساوي -3^4 ؟
 (أ) -12 (ب) -7 (ج) 81 (د) -81

(5) أي مما يأتي يساوي $a^{-1} \times a^3$ ؟
 (أ) a^2 (ب) a^4 (ج) $\frac{1}{a^2}$ (د) $\frac{1}{a^3}$

(7) إذا كان : $2^{-5} \times a = 1$ فما قيمة a ؟
 (أ) 5^2 (ب) 2^5
 (ج) 2^{-5} (د) 5^{-2}

(9) أي مما يأتي يعبر عن المقدار $\frac{y^{-2}}{y^{-6}}$ في أبسط صورة ؟
 (أ) y^4 (ب) $\frac{1}{y^4}$ (ج) y^8 (د) $\frac{1}{y^8}$



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

أوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية عند القيم المعطاة :

(12) $a^2 \times b^{-2}$ عند $a=5$ ، $b=-3$

(11) $(-b)^a$ عند $a=3$ ، $b=-5$

(13) $a(b-c^d)$ عند $a=2$ ، $b=3$ ، $c=6$ ، $d=3$

$$\frac{1}{10^{-4}} \quad (15)$$

◀ اكتب كلاً مما يأتي مستخدماً أسساً موجبة : (14) 8^{-4}

◀ ضع كلاً من المقادير الآتية فى أبسط صورة :

$$\frac{(-4)^4 \times (-4)^3 \times 4^2}{(-4)^6 \times (-4)^5} \quad (17)$$

$$\frac{x^7 \times x^{11}}{x^3 \times x^5} \quad (16)$$

$$\frac{a^{-1} \times a^2 \times a^{-3}}{a^4 \times a^{-7}} \quad (19)$$

$$\frac{-3 \times 5^{-3} \times 2^5}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-4}} \quad (18)$$

◀ باستخدام العوامل الأولية والأسس اكتب كلاً من العددين الآتين :

$$324 \quad (21)$$

$$125 \quad (20)$$

◀ أوجد الأسس المفقودة فى كل مما يأتي :

$$\frac{d^{-3}}{d^{\square}} = d \quad (25)$$

$$q^{-3} \times q^{\square} = 1 \quad (24)$$

$$\frac{b^{\square}}{b^4} = b^3 \quad (23)$$

$$a^{\square} \times a^7 = a^9 \quad (22)$$

◀ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(27) أى مما يأتي يساوى ثلث العدد 3^x ؟

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \quad (ب)$$

$$1^x \quad (أ)$$

$$3^{x-1} \quad (د)$$

$$3^{x+1} \quad (ج)$$

(26) أى مما يأتي يساوى $2^a + 2^a$ ؟

$$2^a \quad (ب)$$

$$4^{2a} \quad (أ)$$

$$2^{2a} \quad (د)$$

$$2^{a+1} \quad (ج)$$



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً

(28) إحصاء : بدون إيجاد القيم، أوجد قيمة الوسيط للأعداد : $2^0, 2^{-3}, 2^{-1}, 2^{-4}, 2^3$



يجب زيادة نسبة الاعتماد على الطاقة المتجددة والنظيفة مثل الطاقة الشمسية لمواجهة ظاهرة الاحتباس الحرارى.

(29) فلك : إذا علمت أن كتلة الشمس حوالى 10^{27} طن فكم تكون كتلة

الشمس بالكيلو جرام ؟ (اكتب الناتج بالصورة الأسية بالأساس 10)



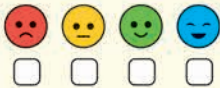
تفكير إبداعى

(30) اكتب الأعداد 2، 0، 2، 3 فى المربعات المرسومة لتحصل على أكبر قيمة ممكنة للتعبير العددي.

$$\square^{\square} \times \square^{\square}$$

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للقوى والأسس ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



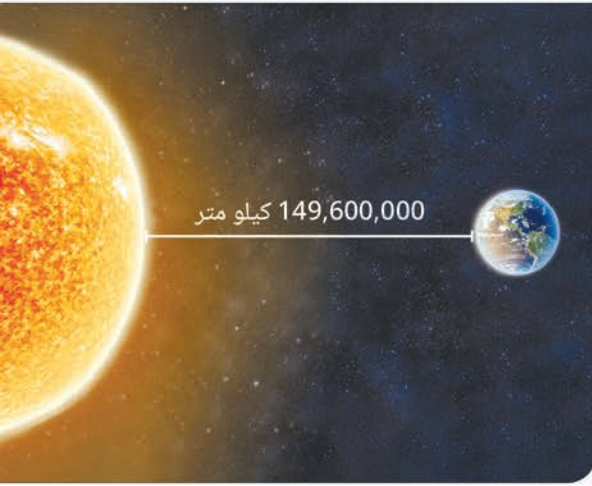
(31) إذا كان a, b عددين صحيحين موجبين وكان $a^b = 81$

أوجد أصغر قيمة للمقدار $a + b$



الصيغة العلمية (Scientific Notation)

الدرس 1 - 2



استعد!

أراد كل من أسامة ومصطفى معرفة المسافة بين كوكب الأرض والشمس. وجد أسامة في أحد كتب علم الفلك أن متوسط المسافة بين الأرض والشمس هو 149,600,000 كيلو متر، بينما توصل مصطفى عن طريق أحد تطبيقات الذكاء الاصطناعي إلى أن متوسط المسافة بينهما هو 1.496×10^8 كيلو متر. هل توصل كل منهما إلى نفس النتيجة؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية التعبير عن الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا بالصيغة العلمية، وإجراء العمليات عليها؛ مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.



فكر وناقش!

عندما تكتب على الآلة الحاسبة العلمية العدد $\frac{3}{200,000,000}$ تجد أن العدد يظهر على الشاشة بالصورة 1.5×10^{-8} ما وجه الاستفادة من كتابة الأعداد بهذه الصورة التي ظهرت على الشاشة؟



تعلم!

الصيغة العلمية

الصيغة العلمية هي طريقة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا، وفيها يُكتب العدد كحاصل ضرب عاملين، أحدهما قيمته المطلقة أكبر من أو تساوي 1 وأصغر من 10، والآخر أحد قوى العدد 10 الصحيحة. أي أن: يكتب العدد بصيغته العلمية على الصورة:

$$a \times 10^n \text{ حيث } a \in \mathbb{Z}, 1 \leq |a| < 10$$

فمثلاً: كل من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية

$$1 \times 10^{18}$$

$$-2.56 \times 10^{-4}$$

$$4.8 \times 10^9$$

■ نواتج التعلم

- تعبر عن الأعداد باستخدام الصيغة العلمية
- تحول العدد من الصورة القياسية إلى الصورة العلمية والعكس
- تقارن وترتب مجموعة من الأعداد في الصيغة العلمية
- تجرى العمليات الحسابية على الأعداد في الصيغة العلمية

■ المفردات

- الصيغة العلمية
- Scientific Notation
- الصورة القياسية
- Standard Form

■ فكر

لماذا كل من الأعداد الآتية ليس بالصيغة العلمية؟

$$64 \times 10^5 \quad ①$$

$$2.1 \times 10^{2.5} \quad ②$$

$$0.82 \times 10^{-4} \quad ③$$

كتابة الأعداد بالصيغة العلمية

مثال 1

اكتب كلًا مما يأتي بالصيغة العلمية :

$$571 \times 10^9 \quad (3)$$

$$0.00079 \quad (2)$$

$$4\,650\,000 \quad (1)$$

$$0.00079 \quad (2)$$

تتحرك العلامة العشرية 4 خانات لليمين

حيث $(1 \leq 7.9 < 10)$

ثم نقسم الناتج على 10^4 (أي نضرب في 10^{-4})

$$0.00079 = 7.9 \times 10^{-4}$$

أي أن

$$4650000 \quad (1)$$

تتحرك العلامة العشرية 6 خانات لليسار

حيث $(1 \leq 4.65 < 10)$

ثم نضرب الناتج في 10^6

$$4\,650\,000 = 4.65 \times 10^6$$

أي أن

تكنولوجيا

استخدم الآلة الحاسبة العلمية
لكتابة كل من الأعداد السابقة
بصيغته العلمية وتحقق من
صحة النواتج.

$$571 \times 10^9 \quad (3)$$

تتحرك العلامة العشرية 2 خانة لليسار

ثم نضرب الناتج في 10^2

$$571 \times 10^9 = 5.71 \times 10^2 \times 10^9 = 5.71 \times 10^{11}$$

أي أن

كتابة الأعداد بالصورة القياسية



لتحويل العدد $a \times 10^n$ من الصيغة العلمية إلى الصورة القياسية :

• عندما تكون n موجبة، حرك العلامة العشرية n من الخانات لليمين.

• عندما تكون n سالبة، حرك العلامة العشرية $|n|$ من الخانات لليسار.

مثال 2

اكتب كلًا مما يأتي بالصورة القياسية :

$$8.95 \times 10^{-2} \quad (2)$$

$$2.4 \times 10^4 \quad (1)$$

$$2.4 \times 10^4 = 24\,000$$

(1) حرك العلامة العشرية (4 خانات) لليمين
لأن الأس (4) وذلك بعد وضع أصفار على اليمين

$$8.95 \times 10^{-2} = 0.0895$$

(2) حرك العلامة العشرية (2 خانة) لليسار
لأن الأس (-2) وذلك بعد وضع أصفار على اليسار

تقييم ذاتي 1

اكتب كلًا مما يأتي بالصيغة العلمية :

$$192\,000\,000 \quad (1)$$

$$0.00000164 \quad (2)$$

$$12 \text{ مليون} \quad (3)$$

$$75 \times 10^5 \quad (4)$$

فكر مع زملائك

كم يبلغ عمرك بالدقائق؟
اكتب الناتج بالصيغة العلمية.

تقييم ذاتي 2

اكتب كلًا مما يأتي بالصورة القياسية :

$$5.8 \times 10^4 \quad (1)$$

$$7.2 \times 10^{-4} \quad (2)$$



مثال 3

علم الفلك : رتب كتل الكواكب الآتية تصاعديًا.

الكوكب	المريخ	الأرض	عطارد	الزهرة
الكتلة بالكيلو جرام	6.4×10^{23}	5.97×10^{24}	3.3×10^{23}	4.87×10^{24}

الخطوة الأولى : إذا كانت الكتل مكتوبة بالصيغة العلمية فإن الأس الأصغر يعني أن العدد هو الأصغر وبالتالي يكون :

الزهرة
 4.87×10^{24}
الأرض
 5.97×10^{24}

عند تساوى الأسس
 $5.97 > 4.87$
 $5.97 \times 10^{24} > 4.87 \times 10^{24}$

>

عطارد
 3.3×10^{23}
المريخ
 6.4×10^{23}

الخطوة الثانية : عند تساوى الأسس
 $6.4 > 3.3$
 $6.4 \times 10^{23} > 3.3 \times 10^{23}$

أي أن $5.97 \times 10^{24} > 4.87 \times 10^{24} > 6.4 \times 10^{23} > 3.3 \times 10^{23}$

فتكون كتلة عطارد > كتلة المريخ > كتلة الزهرة > كتلة الأرض

حاول حل المثال بطريقة أخرى عن طريق توحيد الأسس.

العمليات على الأعداد فى الصيغة العلمية

كتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا بالصيغة العلمية تسهل إجراء العمليات الحسابية عليها.

مثال 4

أوجد ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية :

② $(1.5 \times 10^{-7}) \div (0.5 \times 10^{-5})$

④ $(3.21 \times 10^{13}) - (8.1 \times 10^{12})$

① $(2.5 \times 10^6) \times (6 \times 10^{12}) = (2.5 \times 6) \times (10^6 \times 10^{12})$
 $= 15 \times 10^{18} = 1.5 \times 10^{19}$

② $\frac{1.5 \times 10^{-7}}{0.5 \times 10^{-5}} = \left(\frac{1.5}{0.5}\right) \times \left(\frac{10^{-7}}{10^{-5}}\right) = 3 \times 10^{-2}$

① $(2.5 \times 10^6) \times (6 \times 10^{12})$

③ $(2.1 \times 10^4) + (4.1 \times 10^5)$

تقييم ذاتى 3

رتب ما يأتى تنازليًا :

16×10^{-6}
 1.5×10^{-5}
 0.8×10^{-5}
 14×10^{-4}

معلومة إثرائية

- تحتوى المجموعة الشمسية على ثمانية كواكب، أكبرها هو كوكب المشتري وأصغرها هو كوكب عطارد.
- استخدم شبكة الإنترنت لمعرفة كتل باقى كواكب المجموعة الشمسية، واكتبها بالصيغة العلمية ثم رتبها جميعًا من الأصغر إلى الأكبر.

تقييم ذاتى 4

أوجد ناتج كل مما يأتى بالصيغة العلمية :

① $(5.2 \times 10^5) \times (5 \times 10^7)$

② $(4.5 \times 10^{11}) \div (9 \times 10^8)$

③ $(9.7 \times 10^{-5}) + (1.27 \times 10^{-4})$

④ $(1.4 \times 10^{18}) - (1.04 \times 10^{19})$

■ لاحظ أن

لتسهيل عملية الجمع أو الطرح قم بتوحيد أسس العدد 10.

$$\begin{aligned} ③ (2.1 \times 10^4) + (4.1 \times 10^5) &= (2.1 \times 10^4) + (41 \times 10^4) \\ &= (2.1 + 41) \times 10^4 \quad \text{«خاصية التوزيع»} \\ &= 43.1 \times 10^4 = 4.31 \times 10^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ④ (3.21 \times 10^{13}) - (8.1 \times 10^{12}) &= (32.1 \times 10^{12}) - (8.1 \times 10^{12}) \\ &= (32.1 - 8.1) \times 10^{12} \quad \text{«خاصية التوزيع»} \\ &= 24 \times 10^{12} \\ &= 2.4 \times 10^{13} \end{aligned}$$



نشاط تعاوني

تعاون مع أحد أصدقائك واستخدم شبكة الإنترنت لمعرفة مساحات قارات العالم بالكيلو متر المربع. اكتب هذه المساحات بالصيغة العلمية، واجعل صديقك يرتبها من الأصغر مساحة إلى الأكبر مساحة.



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ② أي من الأعداد الآتية ليس بالصيغة العلمية؟
 (أ) 2.35×10^7 (ب) 23.5×10^6
 (ج) 2.35×10^{-7} (د) 3.5×10^{-6}
- ④ أي مما يأتي يساوي 0.000073 ؟
 (أ) 7.3×10^6 (ب) 7.3×10^5
 (ج) 7.3×10^{-5} (د) 7.3×10^{-6}
- ⑥ إذا كان العدد $y \times 10^{-9}$ مكتوباً بالصيغة العلمية، فأى مما يأتي يمكن أن تكون قيمة y ؟
 (أ) 0.6 (ب) 6
 (ج) 60 (د) 600

- ① أي من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟
 (أ) $1.5 \times 10^{4.5}$ (ب) 31.5×10^5
 (ج) 15×10^5 (د) 3.15×10^5
- ③ أي مما يلي يعبر عن العدد 8 مليون بالصيغة العلمية؟
 (أ) 8×10^7 (ب) 8×10^6
 (ج) 8×10^{-6} (د) 8×10^8
- ⑤ إذا كان $6.3 \times 10^n = 0.00063$ فما قيمة n ؟
 (أ) -4 (ب) -3
 (ج) 3 (د) 4



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ⑦ إذا كان $39 \times 10^{-8} = k \times 10^{-7}$ فما قيمة k ؟
 (أ) 39 (ب) 3.9
 (ج) 0.39 (د) 0.039
- ⑧ إذا كانت سرعة الضوء تساوي 300 000 كم/ث، فكم تساوي سرعة الضوء بوحدة م/ث ؟
 (أ) 3×10^5 (ب) 3×10^7
 (ج) 3×10^8 (د) 3×10^{10}

480×10^{12} (13) 0.25 مليار (12) 9 مليون (11) 0.000049 (10) 24 500 000 (9)

 5.37×10^5 (16) 4.32×10^{-2} (15) 5.4×10^3 (14)
$$(4.8 \times 10^{-7}) \div (0.8 \times 10^5) \text{ ⑮} \qquad (4.5 \times 10^7) \times (4 \times 10^8) \text{ ⑰}$$
$$(2.4 \times 10^5) - (4.2 \times 10^4) \quad (20) \qquad (9.8 \times 10^{-5}) + (4.9 \times 10^{-6}) \quad (19)$$
 0.37×10^7 , 3.4×10^6 , 4 300 000 (22) 0.537×10^{13} , 6.9×10^{12} , 73×10^{11} (21)

24) **علماء:** اخترع الدكتور أحمد زويل كاميرا فائقة السرعة تستخدم أشعة الليزر لتصوير التفاعلات الكيميائية التي تحدث بسرعة هائلة، وبزمن صغير جداً، يُقاس بوحدة الفمتو ثانية وهي وحدة تعادل جزءاً من مليون مليار جزء من الثانية. عبر عن هذه الوحدة بالصيغة العلمية.



بالعلم تتقدم الأمم.

[illegible]

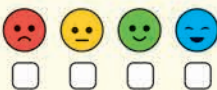
(2) كتلة القمر 73 600 000 000 000 000 000 000



اكتب بالصيغة العلمية عدد رفرفات جناحها في 10 دقائق.

المحيط	الهندي	الهادي	المتجمد الجنوبي	المتجمد الشمالي	الأطلسي
المساحة بالكيلو متر المربع	7.3×10^7	1.69×10^8	2.1×10^7	1.4×10^7	8.6×10^7

ما مدى فهمك للصيغة العلمية ؟
ضع علامة في المربع المناسب



تفكير إبداعي

28) اكتب خمسة أعداد بالصيغة العلمية تقع بين 10 000 ، 20 000



الجزور التربيعية والجزور التكعيبية (Square Roots and Cube Roots)

الدرس 1 - 3



الهرم الأكبر (هرم خوفو)



استعد!

الهرم الأكبر أو هرم خوفو هو الأثر الوحيد الباقي من عجائب الدنيا السبع، ويقع بمنطقة أهرامات الجيزة في مصر المسجلة ضمن مواقع اليونسكو للتراث العالمي. يبلغ ارتفاع الهرم الحالي حوالي 139 مترًا، وقاعدته على شكل مربع مساحته حوالي 52,900 متر مربع. هل تستطيع إيجاد طول ضلع قاعدة الهرم؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية إيجاد الجزور التربيعية والجزور التكعيبية، والتي ستتمكن من حل مثل هذه المشكلات.



فكر وناقش!

تأمل النمط التالي ثم أوجد عدد المربعات الصغرى في شكل (7)، وإذا علمت أن عدد المربعات الصغرى في شكل ما يساوي 144، فما رقم هذا الشكل؟



شكل (5)



شكل (4)



شكل (3)

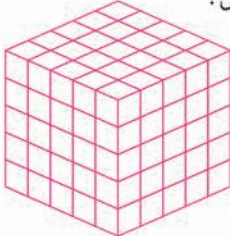


شكل (2)

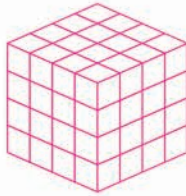


شكل (1)

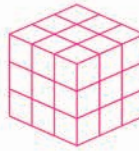
تأمل النمط التالي ثم أوجد عدد المكعبات الصغرى في شكل (6)، وإذا علمت أن عدد المكعبات الصغرى في شكل ما يساوي 729، فما رقم هذا الشكل؟



شكل (5)



شكل (4)



شكل (3)



شكل (2)



شكل (1)



تعلم!

الجزر التربيعي لعدد مربع كامل

الجزر التربيعي للعدد المربع الكامل (a) هو العدد الذي مربعه يساوي (a). العدد المربع الكامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب، وكل منهما معكوس جمعي للآخر.

فمثلاً: العدد 25 له جذران تربيعيان هما 5، -5 لأن: $(5)^2 = 25$ ، $(-5)^2 = 25$

نواتج التعلم

- تعرف مفهوم الجزر التربيعي
- تعرف مفهوم الجزر التكعيبية
- توجد الجزر التربيعي والجزر التكعيبية للأعداد

المفردات

- الجزر التربيعي
- Square Root
- الجزر التكعيبية
- Cube Root
- المربع الكامل
- Perfect Square
- المكعب الكامل
- Perfect Cube

لاحظ أن

- مربعات الأعداد الصحيحة : $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$ تساوي : $1, 4, 9, 16, 25, \dots$ وهي مربعات كاملة.
- مكعبات الأعداد الصحيحة : $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, \dots$ تساوي : $1, 8, 27, 64, 125, \dots$ وهي مكعبات كاملة.

تفكير ناقد

في مجموعة الأعداد الصحيحة لماذا لا يوجد جزر تربيعي للعدد السالب؟

■ لاحظ أن

$$\sqrt{0} = 0 \quad (1)$$

$$\sqrt{a^2} = |a| \quad (2)$$

فمثلاً:

$$\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7$$

$$\sqrt{a^{2n}} = |a^n| \quad (3)$$

حيث n عدد صحيح

فمثلاً:

$$\sqrt{a^6} = |a^3|$$

$$\sqrt{a^4} = |a^2| = a^2$$

■ تقييم ذاتي (1)

أوجد كلاً مما يأتي :

$$\pm\sqrt{576} \quad (1)$$

$$\sqrt{\left(\frac{-5}{8}\right)^2} \quad (2)$$

$$-\sqrt{11\frac{1}{9}} \quad (3)$$

$$\sqrt{15^2 - 9^2} \quad (4)$$

■ تقييم ذاتي (2)

أوجد قيمة x في كل مما يأتي :

$$x^2 - 1 = 8 \quad (1)$$

$$3x^2 - 5 = 43 \quad (2)$$

الرمز « $\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذر التربيعي الموجب لعدد ما.

فمثلاً: • الجذر التربيعي الموجب للعدد 4 هو 2 ويكتب: $\sqrt{4} = 2$

• الجذر التربيعي السالب للعدد 9 هو -3 ويكتب: $-\sqrt{9} = -3$

• الجذران التربيعيان للعدد 64 هما 8, -8 ويكتب: $\pm\sqrt{64} = \pm 8$

■ مثال (1)

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$\pm\sqrt{0.64} \quad (3)$$

$$-\sqrt{\frac{9}{16}} \quad (2)$$

$$\sqrt{196} \quad (1)$$

$$\sqrt{100 - 36} \quad (6)$$

$$\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} \quad (5)$$

$$\sqrt{6\frac{1}{4}} \quad (4)$$

$$\begin{array}{r} 196 \ 2 \\ 98 \ 2 \\ 49 \ 7 \\ 7 \ 7 \\ 1 \end{array}$$

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 \quad (1)$$

$$\sqrt{196} = 2 \times 7 = 14$$

$$-\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\pm\sqrt{0.64} = \pm\sqrt{\frac{64}{100}} = \pm\frac{8}{10} = \pm\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} = \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{3}{5} \quad (5)$$

$$\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \quad (6)$$

■ تكنولوجيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة للتأكد من إجاباتك.

حل المعادلات باستخدام الجذر التربيعي

إذا كان: $x^2 = a$ حيث $a \geq 0$ فإن: $x = \pm\sqrt{a}$

فمثلاً: إذا كان $x^2 = 36$ فإن: $x = \pm\sqrt{36} = \pm 6$

■ مثال (2)

$$2x^2 - 5 = 13 \quad (2)$$

$$x^2 + 1 = 65 \quad (1)$$

$$\therefore 2x^2 - 5 = 13$$

$$\therefore 2x^2 = 13 + 5 = 18$$

$$\therefore x^2 = \frac{18}{2} = 9$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

$$\therefore x^2 + 1 = 65 \quad (2)$$

$$\therefore x^2 = 65 - 1 = 64$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$



مثال 3

الربط بالحياة : حديقة مربعة الشكل مساحتها 400 متر مربع، يُراد عمل سور حولها. ما طول سور الحديقة ؟

نفرض طول ضلع الحديقة l متر، فتكون مساحتها l^2 متر مربع
 $\therefore l^2 = 400$ $\therefore l = \sqrt{400} = 20$

أي أن : طول ضلع الحديقة يساوي 20 مترًا.

وحيث إن طول سور الحديقة (P) هو محيط الحديقة.

$$\therefore P = 4 \times 20 = 80$$

أي أن طول سور الحديقة يساوي 80 مترًا.

فكر

في حل المثال المجاور،

لماذا $l \neq -20$ ؟

الجذر التكعيبي لعدد مكعب كامل

الجذر التكعيبي للعدد المكعب الكامل (a) هو العدد الذي مكعبه يساوي (a).

الجذر التكعيبي لعدد مكعب كامل له نفس إشارة العدد.

فمثلاً : العدد (8) له جذر تكعيبي هو (2) لأن : $2^3 = 8$

• العدد (-8) له جذر تكعيبي هو (-2) لأن : $(-2)^3 = -8$

الرمز « $\sqrt[3]{}$ » يدل على الجذر التكعيبي لعدد ما.

فمثلاً : الجذر التكعيبي للعدد 125 هو 5 ويكتب : $\sqrt[3]{125} = 5$

لاحظ أن

$$\sqrt[3]{0} = 0 \quad ①$$

$$\sqrt[3]{a^{3n}} = a^n \quad ②$$

حيث n عدد صحيح
 فمثلاً :

$$\sqrt[3]{x^3} = x$$

$$\sqrt[3]{x^{27}} = x^9$$

مثال 4

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

$$\sqrt[3]{0.343} \quad ③$$

$$\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} \quad ②$$

$$\sqrt[3]{216} \quad ①$$

$$\sqrt[3]{y^{12}} \quad ⑥$$

$$\sqrt[3]{(-5)^3} \quad ⑤$$

$$\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} \quad ④$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \quad ①$$

$$\sqrt[3]{216} = 2 \times 3 = 6$$

$$\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} = -\frac{3}{5} \quad ②$$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

تقييم ذاتي 4

أوجد كلاً مما يأتي :

$$\sqrt[3]{-125} \quad ②$$

$$\sqrt[3]{512} \quad ①$$

$$\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} \quad ④$$

$$\sqrt[3]{0.027} \quad ③$$

$$\sqrt[3]{x^9} \quad ⑥$$

$$\sqrt[3]{(-9)^3} \quad ⑤$$

■ تكنولوجيا

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة للتأكد من إجاباتك.

$$\sqrt[3]{0.343} = \sqrt[3]{\frac{343}{1000}} = \frac{7}{10} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{y^{12}} = y^4 \quad (6) \quad \sqrt[3]{(-5)^3} = -5 \quad (5)$$

مثال 5

اختصر إلى أبسط صورة : $\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0$

$$\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0 = \frac{9}{4} \times \frac{8}{3} \times 1 = 6$$

حل المعادلات باستخدام الجذر التكعيبي

إذا كان $x^3 = a$ فإن : $x = \sqrt[3]{a}$

فمثلاً : إذا كان : $x^3 = 1000$ فإن : $x = \sqrt[3]{1000} = 10$

مثال 6

إذا كانت : $2x^3 + 3 = 253$ فما قيمة x ؟

$$\therefore 2x^3 + 3 = 253$$

$$\therefore 2x^3 = 253 - 3 = 250$$

$$\therefore x^3 = \frac{250}{2} = 125$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{125} = 5$$

مثال 7

الربط بالحياة : قطعة من الصلصال حجمها

512 سنتيمترًا مكعبًا، شكلت على شكل مكعب.

ما مساحته الجانبية، والكلية (السطحية) ؟

افرض طول حرف المكعب s ، فيكون حجمه s^3

$$\therefore s^3 = 512 \quad \therefore s = \sqrt[3]{512} = 8$$

أي أن طول حرف المكعب يساوي 8 سم

$\therefore$ مساحة الوجه الواحد $s^2 =$

$$64 = 8^2 = \text{سنتيمترًا مربعًا.}$$

$$\text{المساحة الجانبية} = 4s^2 = 4 \times 64 = 256 \text{ سنتيمترًا مربعًا.}$$

$$\text{المساحة الكلية (السطحية)} = 6s^2 = 6 \times 64 = 384 \text{ سنتيمترًا مربعًا.}$$

■ تقييم ذاتي 5

اختصر إلى أبسط صورة :

$$\sqrt[3]{\frac{125}{27}} \times \sqrt{\frac{81}{25}} \times \left(\frac{9}{5}\right)^0$$

■ تقييم ذاتي 6

أوجد قيمة x في كل مما يأتي :

$$x^3 + 5 = -22 \quad (1)$$

$$8x^3 - 15 = 49 \quad (2)$$

■ تقييم ذاتي 7

مكعب حجمه 1728 وحدة

مكعبة، كم يكون طول حرفه ؟

■ معلومة سابقة

بفرض أن طول حرف المكعب (s)

فإن :

◀ المساحة الجانبية $4s^2 =$

◀ المساحة الكلية (السطحية)

$$6s^2 =$$





تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان : $\sqrt{x} = 5$ فما قيمة x ؟

(أ) 10 (ب) 20 (ج) 25 (د) ± 25

② إذا كان : $x^3 = -27$ فما قيمة x ؟

(أ) -3 (ب) 3 (ج) ± 3 (د) -9

③ إذا كان : $a = 5^3$ فما قيمة $\sqrt[3]{a}$ ؟

(أ) 3 (ب) 5 (ج) 25 (د) 125

④ إذا كان : $\sqrt[3]{b} = -8$ فما قيمة b ؟

(أ) 2 (ب) -2 (ج) 64 (د) -512

⑤ ما قيمة $\sqrt{(-5)^2}$ ؟

(أ) -5 (ب) 5 (ج) ± 5 (د) 25

⑥ إذا كان : a, b هما الجذران التربيعيان للعدد c ،

فكم يساوي $a + b$ ؟

(أ) $2a$ (ب) $2b$ (ج) 1 (د) 0



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

أوجد قيمة كل مما يأتي :

⑩ $\sqrt{\left(\frac{-4}{9}\right)^2}$

⑨ $\pm\sqrt{2,500}$

⑧ $-\sqrt{100}$

⑦ $\sqrt{16}$

⑭ $\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}$

⑬ $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^4}}$

⑫ $\sqrt{36 + 64}$

⑪ $\sqrt{0.81}$

أوجد قيمة كل مما يأتي :

⑱ $\sqrt[3]{64 \times 2^3}$

⑰ $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$

⑲ $\sqrt[3]{-1}$

⑮ $\sqrt[3]{64}$

⑳ $\sqrt[3]{0.125} + \sqrt{12\frac{1}{4}}$

㉑ $\sqrt[3]{\frac{8x^3}{125y^6}}$

㉒ $\sqrt{4 - \sqrt[3]{-8}}$

㉓ $\sqrt[3]{343 - 7^3}$

أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية في Z :

㉔ $x^3 + 26 = -1$

㉕ $x^3 = 64$

㉖ $x^2 = 25$

㉗ $(x-1)^3 + 2 = -6$

㉘ $3x^3 - 4 = 2x^3 + 4$

㉙ $2x^2 + 1 = 33$

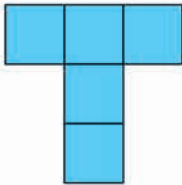
اختصر كلاً مما يأتي :

㉚ $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

㉛ $\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} + \left(\frac{4}{9}\right)^0$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (31) ما المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{\frac{9}{25}}$ في أبسط صورة ؟
 (أ) $-\frac{3}{5}$ (ب) $\frac{3}{5}$ (ج) $-\frac{5}{3}$ (د) $\frac{5}{3}$
- (32) ما قيمة $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ ؟
 (أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 64
- (33) إذا كان : $x = \sqrt{\frac{1}{9}}$ ، فما قيمة x^3 ؟
 (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{9}$ (ج) $\frac{1}{27}$ (د) $\frac{1}{81}$
- (34) إذا كان : $-\sqrt{25} = \sqrt[3]{y}$ ، فما قيمة y ؟
 (أ) -5 (ب) 5 (ج) -125 (د) 125



$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$$

$$\sqrt[3]{(-4)^3} = |-4| = 4$$



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً

(35) فنون : رسمت فاطمة لوحة مربعة الشكل

مساحتها a^4b^2 سنتيمتر مربع.

تريد أن تضع إطاراً حولها،

فما طول الإطار إذا كان $a = 5$ ، $b = 4$ ؟

(36) مجسمات : مكعب حجمه يساوي x^6 ،

أوجد مجموع أطوال أحرفه إذا كانت $x = 10$.

(37) هندسة : في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة كل مربع 36 سنتيمترًا مربعًا، فما محيط الشكل ؟

(38) مجسمات : مكعب مساحته الكلية (السطحية) 294 سنتيمترًا مربعًا. أوجد طول حرفه.

(39) اكتشف الخطأ :

كتبت إيمان الجملتين المقابلتين

أثناء قيامها بحل الواجب المنزلي.

صوب الخطأ الذي وقعت فيه إيمان.



تفكير إبداعي

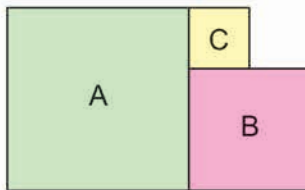
(40) في الشكل المقابل :

A ، B ، C ثلاثة مربعات.

مساحة المربع C تساوي 9 وحدة مساحة،

مساحة المربع B تساوي 36 وحدة مساحة،

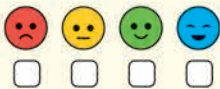
أوجد مساحة المربع A.



قيم فهمك!

ما مدى فهمك للجذور التربيعية والجذور التكعيبية ؟

ضع علامة في المربع المناسب





قيم فهمك!

ما مدى فهمك للوحدة الأولى؟
ضع علامة في المربع المناسب

تقييم الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان عدد سكان العالم حوالي 8 مليار نسمة.

ما الصيغة العلمية لعدد سكان العالم؟

(أ) 8×10^{10} (ب) 8×10^9

(ج) 80×10^8 (د) 8×10^8

③ أي مما يأتي يساوي $\sqrt[3]{(-8)^2}$ ؟

(أ) -4 (ب) -2 (ج) 2 (د) 4

أكمل كلاً مما يأتي بالإجابة الصحيحة :

⑤ إذا كان: $0.000046 = 4.6 \times 10^n$ فإن $n =$

⑦ إذا كان: $x^3 + 4 = 12$ فإن $x =$

أجب عن الأسئلة الآتية :

⑨ مساحة مربع تساوي مساحة مثلث طول قاعدته 9 سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة 8 سم. أوجد طول ضلع المربع.

⑪ اختصر لأبسط صورة: $\sqrt{\frac{81}{49}} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 + \sqrt[3]{\frac{125}{343}}$ حيث $a \neq 0$ اختصر لأبسط صورة: $\frac{a^7 \times a^8 \times a^2}{a^3 \times a^9 \times a^5}$

⑫ اكتب ناتج ما يلي بالصيغة العلمية: $(5.2 \times 10^9) - (8.5 \times 10^8)$

كواكب المجموعة الشمسية

نشاط الوحدة الأولى

الهدف من النشاط :

استخدام تقنية الذكاء الاصطناعي للمساعدة في صياغة مشكلة على مفهوم الصيغة العلمية للأعداد وحلها.

خطوات التنفيذ :

بالتعاون مع أحد أصدقائك حاول القيام بالآتي :

① استخدم أحد تطبيقات الذكاء الاصطناعي للمساعدة في صياغة

مشكلة رياضية مرتبطة بإحدى المعلومات التالية

(سرعة الضوء - كتلة الكوكب - بُعد الكوكب عن الشمس).

② أعد صياغة المشكلة بأسلوبك.

③ اجمع البيانات المرتبطة بالمشكلة ونظمها

في جدول لتوضيح البيان الخاص بكل كوكب

من كواكب المجموعة الشمسية.

④ وضح خطوات حل المشكلة مع التأكيد على

كيفية الاستفادة من الصيغة العلمية للأعداد.

مثال لصياغة المشكلة: إذا علمت أن فأوجد

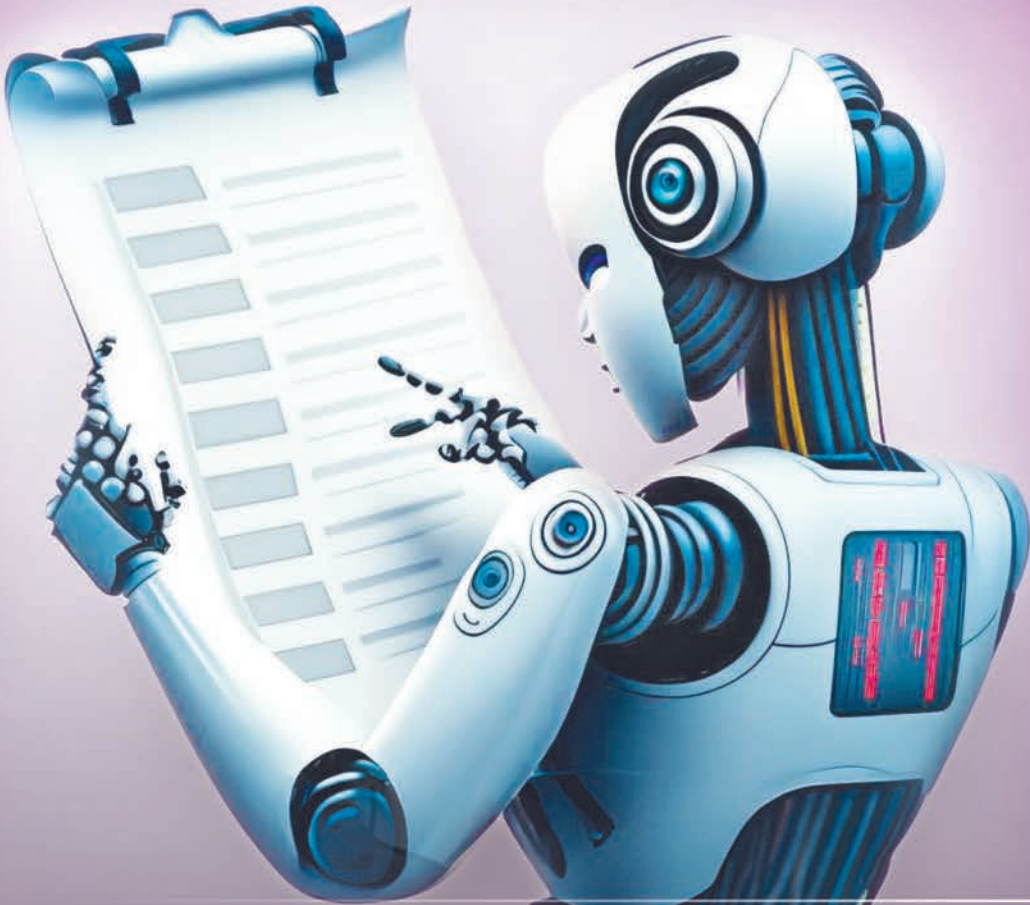


الوحدة 2

الجبر

دروس الوحدة

- 2-1 المتباينات
- 2-2 ضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى
- 2-3 ضرب المقادير الجبرية
- 2-4 قسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى
- 2-5 قسمة المقادير الجبرية



يُستخدم الذكاء الاصطناعي (AI) فى تقديم حلول تفصيلية لبعض المسائل الجبرية المعقدة. **فهل يمكن استخدام تطبيقات الذكاء الاصطناعي فى إجراء عمليات جبرية تتضمن المعادلات والمتباينات؟**

القضايا والمهارات الحياتية

- الفهم الرياضى
- تكنولوجيا المعلومات
- التفكير الإبداعي
- التفكير المنطقى
- حل المشكلات

القيم

- التعاون
- المسؤولية
- تقدير الجمال
- احترام الآخر
- تجنب المخاطر
- العمل



المتباينات (Inequalities)

الدرس 2 - 1



استاد مصر بالعاصمة الإدارية



استعد!

يُعد استاد مصر بالعاصمة الإدارية الجديدة من أكبر الاستادات في الشرق الأوسط وأفريقيا من حيث السعة الجماهيرية، إذ تبلغ سعته التقريبية حوالي 90,000 متفرج تقريباً، فما هي المتباينة التي تعبر عن عدد الجماهير (X) المتوقع حضوره لإحدى مباريات منتخبنا الوطني، إذا تم توجيه 1,000 دعوة لكبار الشخصيات؟

■ نواتج التعلم

- تعرف متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد
- تكون متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد
- تحل متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد باستخدام خواص التباين

في هذا الدرس، سوف تتعلم تكوين وحل متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد، مما يمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.



فكر وناقش!

إذا أبطأ أسامة سرعة سيارته بمقدار 15 كم/ساعة عند وصوله إلى منطقة سكنية الحد الأقصى للسرعة عندها 20 كم/ساعة ولم يتجاوز حد السرعة المسموح به، فأى مما يلي يعبر عن سرعة السيارة (X) عند الوصول للمنطقة السكنية؟

$$X - 15 > 20$$

$$X + 15 \leq 20$$

$$X - 15 \leq 20$$

■ المفردات

- Inequality متباينة
- Less Than أقل من
- Greater Than أكبر من
- أقل من أو يساوى
- Less Than or Equals أقل من أو يساوى
- Greater Than or Equals أكبر من أو يساوى



تعلم!

مفهوم المتباينة

المتباينة تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين ($<$, $>$, $\leq$, $\geq$).
أمثلة:

$$X < 5 \quad \text{"وتقرأ } X \text{ أقل من 5"} \quad X > -2 \quad \text{"وتقرأ } X \text{ أكبر من -2"}$$

$$X \leq -3 \quad \text{"وتقرأ } X \text{ أقل من أو تساوى -3"}$$

$$X \geq 100 \quad \text{"وتقرأ } X \text{ أكبر من أو تساوى 100"}$$

أمثلة أخرى:

$$2X - 1 > -1 \quad 5X + 1 \leq 16 \quad 3X + y > 3$$

وسوف تقتصر دراستنا في هذا الدرس على متباينات الدرجة الأولى في متغير واحد.

متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد

هي متباينة تحتوى على متغير واحد فقط مرفوع للأس واحد.

$$\text{مثل: } 2X - 1 \leq 6, \quad X - 3 > 3X - 1, \quad 2(2X - 1) > 6$$

■ الترميز فى الرياضيات

الرمزان $\leq$, $\geq$ يجمعان بين الرمز $<$, $>$ مع علامة التساوى (=).

■ لاحظ أن

المتباينة $X < 5$ هي نفسها المتباينة $5 > X$.

كتابة المتباينة

مثال 1

عبر عن كل من المواقف التالية بمتباينة مناسبة :

- يُشترط أن لا يقل عمرك عن 18 سنة لاستخراج رخصة قيادة سيارة.
- تتسع القاعة لعدد 120 شخصاً على الأكثر.
- إذا طُرح 2 من ثلاثة أمثال عدد، كان الناتج أكبر من 7

- ✓ ① بفرض أن العمر X $\therefore X \geq 18$
- ② بفرض أن عدد الأشخاص y $\therefore y \leq 120$
- ③ بفرض أن العدد X ، يكون ثلاثة أمثاله $3X$ $\therefore 3X - 2 > 7$

حل المتباينة

- يقصد بحل المتباينة إيجاد قيم المتغير التي تحقق المتباينة.
- مجموعة التعويض : هي المجموعة التي تنتمي إليها كل القيم المحتملة للمتغير في المتباينة.
- مجموعة الحل : هي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض، وعناصرها تحقق المتباينة.

حل المتباينة باستخدام خواص التباين

عند حل المتباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد، نستخدم نفس الطريقة المتبعة في حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد مع مراعاة خواص التباين.

خواص التباين

إذا كانت A ، B ، C ثلاثة أعداد، فإن لهذه الأعداد الخواص الآتية :

1 خاصية الجمع أو الإضافة :

- إذا كان : $A > B$ فمثلاً : $5 > 3$
- فإن : $A + C > B + C$ $5 + 1 > 3 + 1$ ومنها $6 > 4$ ✓

2 خاصية الطرح أو الحذف :

- إذا كان : $A > B$ فمثلاً : $5 > 3$
- فإن : $A - C > B - C$ $5 - 2 > 3 - 2$ ومنها $3 > 1$ ✓

3 خاصية الضرب :

- إذا كان : $A > B$ فمثلاً : $4 > 2$
- فإن : $A \times C > B \times C$ $4 \times 5 > 2 \times 5$ ومنها $20 > 10$ ✓
- إذا كان : $C < 0$ فإن : $A \times C < B \times C$ $4 \times (-5) < 2 \times (-5)$ ومنها $-20 < -10$ ✓

■ تقييم ذاتي ①

عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة :

- يُشترط أن يزيد طولك عن 110 سم لتلعب إحدى الألعاب بالملاهي.
- السرعة القصوى لسيارتك 80 كم/ساعة.
- يُشترط أن يكون عمرك 12 سنة على الأقل لتستخدم التليفون المحمول.

■ خاصية 1

عند جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفي المتباينة، فإنها تبقى صحيحة.

■ خاصية 2

عند طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفي المتباينة، فإنها تبقى صحيحة.

■ خاصية 3

- عند ضرب طرفي المتباينة في عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.
- عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب يتغير اتجاه التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

4 خاصية القسمة:

إذا كان: $A > B$ فإن: $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$ إذا كان: $C > 0$

إذا كان: $A < B$ فإن: $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$ إذا كان: $C < 0$

فمثلاً: $4 > 2$ ومنها $\frac{4}{2} > \frac{2}{2}$ ومنها $2 > 1$ ✓

فإن: $\frac{4}{-2} < \frac{2}{-2}$ ومنها $-2 < -1$ ✓

■ خاصية 4

- عند قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب، فإنها تبقى صحيحة.
- عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب يتغير اتجاه المتباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

■ تفكير ناقد

إذا كان $b \neq 0$ ، $a \neq 0$ وكان $a < b$ فأيهما أكبر $\frac{1}{a}$ أم $\frac{1}{b}$ ؟

2 مثال

أوجد مجموعة حل المتباينة: $2X + 5 \leq 11$

إذا كانت مجموعة التعويض: ① N ② Z ③ Q

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكن الحل بعكس العملية

$$\therefore 2X + 5 \leq 11$$

$$\therefore 2X \leq 11 - 5$$

$$\therefore 2X \leq 6$$

$$\therefore X \leq \frac{6}{2}$$

$$\therefore X \leq 3$$

$$\therefore 2X + 5 \leq 11$$

$$\therefore 2X + 5 - 5 \leq 11 - 5 \quad (\text{طرح 5 من الطرفين})$$

$$\therefore 2X \leq 6$$

$$\therefore \frac{2X}{2} \leq \frac{6}{2} \quad (\text{قسمة الطرفين على 2})$$

$$\therefore X \leq 3$$

$$\{3, 2, 1, 0\} = N \quad \text{① مجموعة الحل في}$$

$$\{3, 2, 1, 0, -1, -2, \dots\} = Z \quad \text{② مجموعة الحل في}$$

$$\{a : a \in Q, a \leq 3\} = Q \quad \text{③ مجموعة الحل في}$$

3 مثال

أوجد مجموعة الحل في Z لكل من المتباينات الآتية :

$$2(2X + 3) \leq 5X + 2 \quad \text{③} \quad 3(2X - 1) > 9 \quad \text{②} \quad 1 - 2X < 5 \quad \text{①}$$

$$\therefore 1 - 2X < 5$$

$$\therefore 1 - 2X - 1 < 5 - 1$$

$$\therefore -2X < 4$$

$$\therefore \frac{-2X}{-2} > \frac{4}{-2}$$

$$\therefore X > -2$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$$

■ تقييم ذاتي 3

أوجد مجموعة الحل في Z لكل متباينة من المتباينات الآتية :

$$7 - 3X > -5 \quad \text{①}$$

$$2(X + 5) - 7 > 9 \quad \text{②}$$

$$4(X + 3) > 7X - 9 \quad \text{③}$$

■ لاحظ أن

مجموعة حل المتباينة في Q تُكتب بطريقة الصفة المميزة.

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكن حل المسألة ② بقسمة الطرفين على 3 دون استخدام خاصية التوزيع.

$$\therefore \frac{3(2X-1)}{3} > \frac{9}{3}$$

$$\therefore 2X-1 > 3$$

$$\therefore 2X-1+1 > 3+1$$

$$\therefore 2X > 4$$

$$\therefore \frac{2X}{2} > \frac{4}{2}$$

$$\therefore X > 2$$

$$\therefore 3(2X-1) > 9$$

$$\therefore 6X-3 > 9$$

$$\therefore 6X-3+3 > 9+3 \quad (\text{إضافة 3 للطرفين})$$

$$\therefore 6X > 12$$

$$\therefore \frac{6X}{6} > \frac{12}{6} \quad (\text{قسمة الطرفين على 6})$$

$$\therefore X > 2$$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{3, 4, 5, \dots\}$

$$\therefore 2(2X+3) \leq 5X+2$$

$$\therefore 4X+6 \leq 5X+2 \quad (\text{خاصية التوزيع})$$

$$\therefore 4X-5X \leq 2-6 \quad (\text{تجميع الحدود المتشابهة})$$

$$\therefore -X \leq -4$$

$$\therefore -X \times (-1) \geq -4 \times (-1) \quad (\text{ضرب الطرفين في } -1)$$

$$\therefore X \geq 4$$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{4, 5, 6, 7, \dots\}$

■ التحقق من صحة الحل

يمكنك التحقق من صحة حل المسألة ② كالتالي :

اكتب المتباينة الأصلية

$$3(2X-1) > 9$$

عوض عن X بـ 3

$$3(2 \times 3 - 1) \stackrel{?}{>} 9$$

$$3(6 - 1) \stackrel{?}{>} 9$$

$$3 \times 5 \stackrel{?}{>} 9$$

الجملة صحيحة $15 > 9$ ✓
أي أن 3 حل للمتباينة.

كرر نفس الخطوات بالتعويض عن X بـ 4 ، والتعويض عن X بـ 5 للتأكد من أنهما حلان للمتباينة.

◀ هل يمكنك التحقق من صحة حل المسألة ③ ؟

■ مثال 4



الربط بالحياة : إذا أراد معلم شراء 5 أقلام من نفس النوع لتوزيعها على طلابه المتفوقين بالفصل، بحيث لا يتعدى ما ينفقه 150 جنيهاً شاملة 20 جنيهاً مصاريف الشحن، فاكتب متباينة تعبر عن ثمن القلم الواحد، وجل المتباينة لإيجاد أعلى سعر للقلم الواحد.

✓ بفرض أن سعر القلم X جنيهاً.

$$\therefore 5X + 20 \leq 150$$

$$\therefore 5X \leq 150 - 20$$

$$\therefore 5X \leq 130$$

$$\therefore X \leq \frac{130}{5}$$

$$\therefore X \leq 26$$

أي أن أعلى سعر للقلم الواحد هو 26 جنيهاً.

■ تقييم ذاتي 4

إذا كان أقصى عدد للأشخاص يستطيع مصعد حمله هو 4 أشخاص، بحيث لا يتعدى مجموع كتلهم 300 كجم، فإذا كان بالمصعد 3 أشخاص مجموع كتلهم 225 كجم، فاكتب متباينة تعبر عن الكتلة X كجم للشخص الرابع الذي يمكنه أن يدخل المصعد دون الإخلال بإرشادات الأمن والسلامة، وجل المتباينة لإيجاد أقصى قيمة لـ X .



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① ما المتباينة التي تعبر عن أن درجة الحرارة X أقل من 40° ؟
 (أ) $X < 40^\circ$ (ب) $X > 40^\circ$
 (ج) $X \leq 40^\circ$ (د) $X \geq 40^\circ$
- ② أي المتباينات الآتية تعبر عن الموقف التالي :
 «يحتاج عمر ساعتين على الأقل لحل الواجب» ؟
 (أ) $X < 2$ (ب) $X \leq 2$
 (ج) $X > 2$ (د) $X \geq 2$
- ③ ما المتباينة التي تعبر عن أن ضعف العدد X يكون أقل من 5 ؟
 (أ) $X + 2 < 5$ (ب) $X - 2 < 5$
 (ج) $2X < 5$ (د) $2X > 5$
- ④ إذا كانت $X - 1 > 4$ ، فأى مما يأتي يمكن أن تكون قيمة X ؟
 (أ) 3 (ب) 4
 (ج) 5 (د) 7
- ⑤ أي من المتباينات التالية يكون أحد حلولها في Z هو $X = -7$ ؟
 (أ) $X > -7$ (ب) $X < -7$
 (ج) $X > -6$ (د) $-X \geq -7$
- ⑥ أي من المتباينات التالية يكون أحد حلولها في Q هو $X = -4$ ؟
 (أ) $X - 2 \geq -4$ (ب) $2X > -8$
 (ج) $X + 2 > -3$ (د) $-X > 4$

حل سلمى :

$$\begin{aligned} \therefore 2 - 3X &< 17 \\ \therefore -3X &< 17 - 2 \\ \therefore -3X &< 15 \\ \therefore \frac{-3X}{-3} &< \frac{15}{-3} \\ \therefore X &< -5 \\ \therefore \text{مجموعة الحل} &= \{-6, -7, -8, \dots\} \end{aligned}$$

حل مصطفى :

$$\begin{aligned} \therefore 2 - 3X &< 17 \\ \therefore -3X &< 17 - 2 \\ \therefore -3X &< 15 \\ \therefore \frac{-3X}{-3} &> \frac{15}{-3} \\ \therefore X &> -5 \\ \therefore \text{مجموعة الحل} &= \{-4, -3, -2, \dots\} \end{aligned}$$

اكتشف الخطأ :

- ⑦ قام كل من مصطفى وسلمى بحل المتباينة $2 - 3X < 17$ في Z أي منهما اتبع الطريقة الصحيحة في الحل؟ ناقش.



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة :

- ⑧ لتحصل على الخصم يجب أن تزيد مشترياتك عن 500 جنيه.
- ⑨ مطلوب محاسب لا تقل خبرته عن 3 سنوات.
- ⑩ يجب أن لا تزيد كتلة حقيبة السفر عن 7 كيلو جرام لتستطيع حملها داخل كابينة الطائرة.

◀ أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في N :

$$\frac{1}{3}x + 3 \leq 1 \quad (14)$$

$$2x - 3 < 7 \quad (13)$$

$$-2x \leq 0 \quad (12)$$

$$x - 2 > 1 \quad (11)$$

◀ أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في Z :

$$3x + 7 < 7x + 3 \quad (17)$$

$$2(3 - 2x) < 4 \quad (16)$$

$$5 - 3x \geq 14 \quad (15)$$

◀ أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في Q :

$$3(x - 7) \geq 7(x - 3) \quad (20)$$

$$x - 2 \leq 3x + 7 \quad (19)$$

$$2(x + 5) - 3 < 12 \quad (18)$$



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً

(21) رياضة : في مباراة لكرة السلة سجل مروان 12 نقطة على الأقل أكثر مما سجله رامى، فإذا سجل رامى 15 نقطة، اكتب المتباينة المناسبة وجّلها، ثم أوجد أقل عدد من النقاط التي سجلها مروان.

(22) ادخار : يحتاج حمزة إلى توفير 250 جنيهاً على الأقل لشراء لعبة جديدة، فإذا كان لديه بالفعل 100 جنية، ويستطيع توفير 20 جنيهاً كل أسبوع من مصروفه. اكتب المتباينة المناسبة وجّلها، ثم أوجد أقل عدد من الأسابيع سيحتاجها حمزة لتوفير المال لشراء اللعبة.

(23) تسوّق : تريد علياء شراء بعض الملابس لإحدى الجمعيات الخيرية. إذا كان ثمن القميص الواحد 240 جنيهاً، ولديها بطاقة خصم 400 جنية وميزانية لا تزيد عن 3,200 جنية. اكتب المتباينة المناسبة وجّلها، ثم أوجد أكبر عدد من القمصان يمكنها شراؤه من نفس النوع.



تفكير إبداعى

(24) أوجد جميع قيم x الصحيحة التي تحقق المتباينتين $7 - x \geq 3$, $5x - 2 > 3$ معاً.

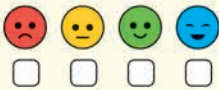
(25) أوجد أصغر ثلاثة أعداد زوجية متتالية مجموعهم أكبر من 96

(26) هندسة : مثلث أطوال أضلاعه 6 سم ، 8 سم ، $(2x - 4)$ سم

ما قيم x الصحيحة الممكنة؟

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للمتباينات؟
ضع علامة في المربع المناسب





ضرب حد جبري في حد جبري أو مقدار جبري (Multiplying Algebraic Term by Algebraic Term or Algebraic Expression)

الدرس 2 - 2



استعد!

ملعب للتنس طوله يزيد عن ضعف عرضه بمقدار مترين. يُراد تغطية أرضيته بالعشب الصناعي. اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الملعب، وإذا كان عرض الملعب 11 مترًا، فما هي القيمة العددية لمساحته؟

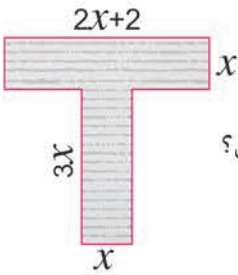
في هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية ضرب الحدود الجبرية، وضرب حد جبري في مقدار جبري، مما يمكنك من حل مثل هذه المشكلات.



فكر وناقش!

قص نادر قطعة من الورق على شكل حرف T أبعاده كما بالشكل المقابل.

هل يمكنك كتابة مقدار جبري يعبر عن مساحة هذه القطعة من الورق؟



تعلم!

ضرب حد جبري في حد جبري آخر

عند ضرب حد جبري في حد جبري آخر، نضرب المعاملات ونجمع أسس المتغيرات التي لها نفس الأساس.

$$a x^m \times b x^n = a \times b x^{m+n}$$

فمثلاً: $4x^2 \times 6x^3 = (4 \times 6) x^{2+3} = 24x^5$

جمع الأسس
ضرب المعاملات

مثال 1

أوجد ناتج كل مما يأتي :

① $(-4a^3)(3a^5)$ ② $(-3a^3b^2)(-2ab^4)$ ③ $(9x^3y)(-2x^2yz^5)$

① $(-4a^3)(3a^5) = (-4 \times 3) \times a^{3+5} = -12a^8$ ✓

② $(-3a^3b^2)(-2ab^4) = (-3 \times (-2)) \times a^{3+1} \times b^{2+4} = 6a^4b^6$

③ $(9x^3y)(-2x^2yz^5) = (9 \times (-2)) \times x^{3+2} \times y^{1+1} \times z^5$
 $= -18x^5y^2z^5$

■ نواتج التعلم

- تضرب حدًا جبريًا في حد جبري آخر
- تضرب حدًا جبريًا في مقدار جبري مكون من حدين أو أكثر

■ المفردات

- حد جبري Algebraic Term
- مقدار جبري Algebraic Expression
- ضرب Multiplication
- حاصل الضرب Product

■ تذكر

- حاصل ضرب عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب
- حاصل ضرب عددين مختلفين في الإشارة هو عدد سالب.

■ تقييم ذاتي ①

أوجد ناتج كل مما يأتي:

① $(-2a^2)(4a^5)$

② $(-3x^2y^5)(-6xy)$

③ $(5r^3s^2t)(-rt^4)$

ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى ذى حدين أو أكثر

عند ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى ذى حدين أو أكثر نستخدم خاصية التوزيع.

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

فمثلاً :

$$2x(x + 5) = (2x)(x) + (2x)(5) = 2x^2 + 10x$$

$$5x(x - 3) = (5x)(x) - (5x)(3) = 5x^2 - 15x$$

$$\begin{array}{r} x+5 \\ \times 2x \\ \hline 2x^2+10x \end{array}$$

الطريقة الرأسية

يمكنك استخدام الطريقة الرأسية لإيجاد حاصل الضرب كما بالشكل المقابل.

مثال 2

أوجد ناتج كل مما يأتى :

$$2xy(4x^2 + 3xy^2 - 5y) \quad ②$$

$$-4a(3a^2 - 2a + 1) \quad ①$$

$$-4a(3a^2 - 2a + 1) = (-4a)(3a^2) - (-4a)(2a) + (-4a)(1) \quad ①$$

$$= -12a^3 - (-8a^2) + (-4a)$$

$$= -12a^3 + 8a^2 - 4a$$

$$2xy(4x^2 + 3xy^2 - 5y) = (2xy)(4x^2) + (2xy)(3xy^2) - (2xy)(5y) \quad ②$$

$$= 8x^3y + 6x^2y^3 - 10xy^2$$

مثال 3

اختصر لأبسط صورة المقدار :

$$4(3x^2 + 5x) - x(x^2 - 7x + 8)$$

$$4(3x^2 + 5x) - x(x^2 - 7x + 8)$$

$$= (4)(3x^2) + (4)(5x) + (-x)(x^2) - (-x)(7x) + (-x)(8) \quad (\text{خاصية التوزيع})$$

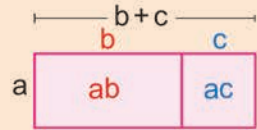
$$= 12x^2 + 20x + (-x^3) - (-7x^2) + (-8x) \quad (\text{ضرب الحدود})$$

$$= 12x^2 + 20x - x^3 + 7x^2 - 8x$$

$$= -x^3 + 19x^2 + 12x \quad (\text{جمع الحدود المتشابهة})$$

■ نمذجة

يمكن إيجاد حاصل ضرب $a(b + c)$ هندسيًا باستخدام نموذج مساحة المستطيل كالتالى :



$$a(b + c) = ab + ac$$

■ تقييم ذاتى ②

أوجد ناتج كل مما يأتى :

$$-3x(x - 5) \quad ①$$

$$2x^2(4x^2 - 5x - 7) \quad ②$$

$$-3a^2b(2ab^2 - 2b) \quad ③$$

■ تقييم ذاتى ③

اختصر لأبسط صورة :

$$3(5x^2 + 3x - 2) - 15x^2$$

مثال 4

يمثل الشكل التالي حوض سباحة مُحاطًا بممر والأبعاد موضحة بالشكل. أوجد مساحة الممر بدلالة x .



• مساحة حوض السباحة والممر معًا = $4x(5x+8)$ ✓

$$20x^2 + 32x =$$

• مساحة حوض السباحة = $(3x)(6x)$
 $18x^2 =$

• مساحة الممر = مساحة حوض السباحة والممر معًا - مساحة حوض السباحة
 $20x^2 + 32x - 18x^2 = 2x^2 + 32x$

تقييم ذاتي 4

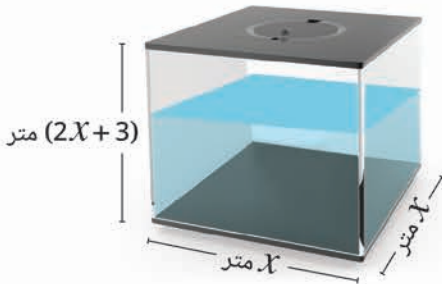
أوجد مساحة المستطيل بدلالة x .

ثم احسب القيمة العددية للمساحة عند $x = 2$

$5x$

$$x^2 + 3x + 4$$

مثال 5



خزان مياه على شكل متوازي مستطيلات أبعاده كما بالشكل مملوء بالمياه، فإذا تسرب الماء منه حتى أصبح ارتفاع الماء فيه $(x+3)$ متر، فما قيمة x إذا كان حجم الماء المتسرب من الخزان 27 مترًا مكعبًا؟

✓ ∴ حجم الماء المتسرب = حجم الخزان - حجم الماء المتبقى في الخزان

$$\therefore x \times x \times (2x+3) - x \times x \times (x+3) = 27$$

$$\therefore x^2(2x+3) - x^2(x+3) = 27$$

$$\therefore 2x^3 + 3x^2 - x^3 - 3x^2 = 27$$

$$\therefore x^3 = 27 \quad \therefore x = \sqrt[3]{27} = 3$$

حل آخر

ارتفاع الجزء الفارغ من الخزان نتيجة التسرب = ارتفاع الخزان - ارتفاع الماء الباقي

$$\therefore (2x+3) - (x+3) = 2x+3 - x-3 = x$$

∴ حجم الماء المتسرب = 27

$$\therefore x \times x \times x = 27$$

$$\therefore x^3 = 27$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{27} = 3$$

تقييم ذاتي 5

حديقة مستطيلة الشكل طولها 50 مترًا وعرضها x مترًا، فإذا زاد طولها بمقدار x مترًا زادت مساحتها بمقدار 100 متر مربع، فما قيمة x ؟



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(-3x^2)(4x^3) = \dots\dots\dots (2)$$

$$12x \text{ (ب) } \quad -12x^5 \text{ (أ)}$$

$$12x^5 \text{ (د) } \quad -12x^6 \text{ (ج)}$$

$$x(x-1) + x = \dots\dots\dots (4)$$

$$2x^2 \text{ (ب) } \quad x(2x-1) \text{ (أ)}$$

$$x^2 - x \text{ (د) } \quad x^2 \text{ (ج)}$$

$$(2x)(3x) = \dots\dots\dots (1)$$

$$6x \text{ (ب) } \quad 5x \text{ (أ)}$$

$$6x^2 \text{ (د) } \quad 5x^2 \text{ (ج)}$$

$$2(x+3) = \dots\dots\dots (3)$$

$$2x+3 \text{ (ب) } \quad 2x^2+6x \text{ (أ)}$$

$$x+6 \text{ (د) } \quad 2x+6 \text{ (ج)}$$

اكتشف الخطأ :

(5) إذا كان طول مستطيل يزيد عن

عرضه بمقدار 3 وحدات وكان

عرض المستطيل يساوي x وحدة

طول، فما مساحة المستطيل؟

أى من حمزة وعلياء اتبع الطريقة

الصحيحة فى الحل؟ ناقش.

حل علياء :

∴ عرض المستطيل x وحدة طول

∴ طول المستطيل $x+3$ وحدة طول

∴ مساحة المستطيل $x(x+3)$

$$x^2+3x =$$

وحدة مساحة

حل حمزة :

∴ عرض المستطيل x وحدة طول

∴ طول المستطيل $x+3$ وحدة طول

∴ مساحة المستطيل $x(x+3)$

$$x^2+3 =$$

وحدة مساحة



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

أوجد ناتج كل مما يأتى :

$$(-5x^2y^2)(3xy) \text{ (6)}$$

$$(-4m)(-6m^5) \text{ (8)}$$

أوجد ناتج كل مما يأتى :

$$-4a(3a-2) \text{ (10)}$$

$$2x(4x^2-xy+5) \text{ (12)}$$

اختصر لأبسط صورة كل ما يأتى :

$$2x(x^2-2x-3)-x^2(3x-5) \text{ (14)}$$

$$2x(3x-1)+3x(x+2) \text{ (16)}$$

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند $x=1$

$$x(x-2)+2(x-2)=0 : Z \text{ (17)}$$

$$(a^2b^3)(4a^4b^3) \text{ (7)}$$

$$(7P^3S^2r)(-4P^2r) \text{ (9)}$$

$$8x^2(2x^3-3x^2-x+4) \text{ (11)}$$

$$-hg(3h^2g-4hg^2+2hg) \text{ (13)}$$

$$x(x^2-x-1)+3(2x^2+x+1) \text{ (15)}$$

ثالثاً



التحليل وتكامل المواد



لكل حرفة مخاطرها التي تتطلب التدريب لتجنبها.

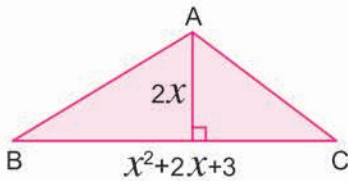
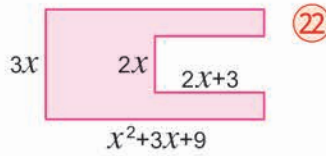
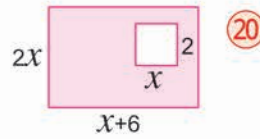
18 إنشاءات : يريد نجار صنع سقف خشبي على شكل مستطيل

بعده $(5x)$ ، $(6x^2 + x + 3)$ من وحدات الطول.

أوجد مساحة السقف بدلالة x ، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة

عند $x = 1$.

هندسة : أوجد في أبسط صورة المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الجزء المظلل في كل مما يأتي :

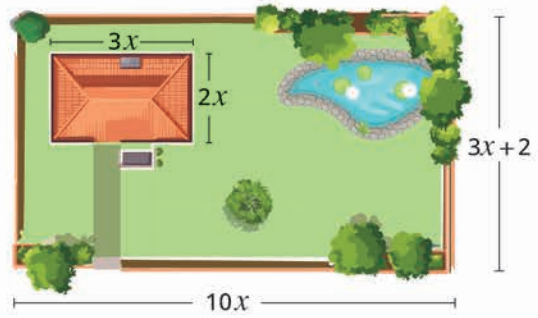


24 هندسة معمارية : يمثل الشكل المقابل

مخططاً لمنزل تحيط به حديقة،

أبعاد المنزل والحديقة موضحة في الشكل.

أوجد مساحة الحديقة بدلالة x .



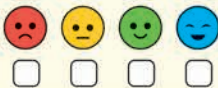
تفكير إبداعي

25 عدنان موجب a ، b ، وإذا زاد a بمقدار b فإن حاصل ضربهما يزداد بمقدار 9

أوجد العدد b

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لضرب حد جبري
في حد جبري أو مقدار جبري ؟
ضع علامة في المربع المناسب





ضرب المقادير الجبرية (Multiplying Algebraic Expressions)

الدرس

2 - 3



استعد!

لدى عمر حديقة مستطيلة الشكل طولها $2x$ مترًا، وعرضها x مترًا.
قرر عمر أن يضيف 7 أمتار إلى الطول و3 أمتار إلى العرض من أجل زراعة المزيد من الأشجار.
ما المقدار الجبري الذي يعبر عن مقدار الزيادة في مساحة الحديقة؟

■ نواتج التعلم

- تضرب مقدارًا جبريًا ذي حدين في مقدار جبري آخر ذي حدين.
- تعرف الحالات الخاصة لضرب المقادير ثنائية الحد.
- تضرب مقدارًا جبريًا ذي حدين في مقدار جبري يتكون من أكثر من حدين.

في هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية ضرب المقادير الجبرية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.



فكر وناقش!

مربع طول ضلعه x سم، فإذا زاد طول أحد أضلاعه بمقدار 1 سم، ونقص طول الضلع المجاور له بمقدار 1 سم أصبح هذا المربع مستطيلًا. أيهما أكبر: مساحة المربع أم مساحة المستطيل؟

■ المفردات

- مقدار جبري
- Algebraic Expression
- ضرب Multiplication
- حاصل الضرب Product
- خاصية التوزيع
- Distributive Property

رأى مريم

مساحة المستطيل أكبر

رأى باسم

مساحة المربع أكبر

أي الرأيين صحيح من وجهة نظرك؟ ناقش.



تعلم!

ضرب مقدار جبري ذي حدين في آخر ذي حدين

عند ضرب مقدار جبري ذي حدين في مقدار جبري آخر ذي حدين، اضرب كل حد من حدى المقدار الأول في حدى المقدار الثانى باستخدام خاصية التوزيع.

$$(x + a)(y + b) = x(y + b) + a(y + b)$$

$$= xy + bx + ay + ab$$

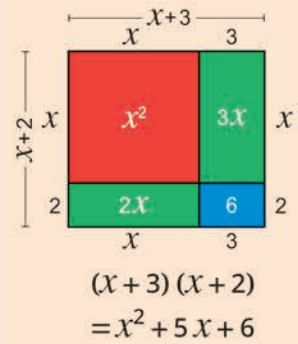


■ لاحظ أن

عند ضرب مقدار جبري ذي حدين في آخر ذي حدين ينتج مقدار جبري مكون من 4 حدود قد يكون بينها حدود متشابهة يتم جمعها حتى يكون المقدار الناتج في أبسط صورة.

■ نمذجة

يمكن إيجاد حاصل ضرب :
 $(x+3)(x+2)$
هندسيًا باستخدام نموذج مساحة المستطيل كالتالي :



$$\bullet (x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b)$$

$$= x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (b+a)x + ab$$

■ الضرب بمجرد النظر

يمكن الضرب مباشرة كالتالي :

$(x+3)(x+2) = x^2 + 5x + 6$

حاصل ضرب
الحددين الأولين

مجموع حاصل ضرب
الطرفين والوسطيين

حاصل ضرب
الحددين الآخرين

فمثلاً :

$$(x+3)(x+2) = x(x+2) + 3(x+2)$$

$$= x^2 + 2x + 3x + 6$$

$$= x^2 + 5x + 6$$

■ الطريقة الرأسية

يمكن استخدام الطريقة الرأسية لإيجاد حاصل الضرب كما بالشكل المقابل.

$x^2 + 5x + 6$

■ مثال 1

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي :

$$(a-3b)(2a-5b) \quad ②$$

$$(x-4)(x+5) \quad ①$$

■ الطريقة الرأسية

$x^2 + x - 20$

$$(x-4)(x+5) = x^2 + 5x - 4x - 20 = x^2 + x - 20 \quad ①$$

◀ حاول بنفسك إجراء عملية الضرب بمجرد النظر.

$$(a-3b)(2a-5b) = 2a^2 - 5ab - 6ab + 15b^2 = 2a^2 - 11ab + 15b^2 \quad ②$$

◀ حاول بنفسك إجراء عملية الضرب بالطريقة الرأسية، وبمجرد النظر.

■ تقييم ذاتي ①

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي :

$$(x+1)(x-6) \quad ①$$

$$(3x-1)(2x+5) \quad ②$$

$$(m+4n)(2m-n) \quad ③$$



مثال 2

قامت أسماء بتغطية جزء من أرضية حجرتها بسجادة ملونة مستطيلة الشكل بعدها 4 أمتار، 6 أمتار مع ترك فراغات من أرضية الحجر بحيث تكون الأبعاد بين الحوائط الأربعة وحواف السجادة متساوية كما بالشكل المقابل. عيّن المساحة غير المغطاة من أرضية الحجر بدلالة X .

✓ ∴ المساحة غير المغطاة من أرضية الحجر = مساحة أرضية الحجر - مساحة السجادة
 $\therefore (2X + 6)(2X + 4) - 6 \times 4 = 4X^2 + 8X + 12X + 24 - 24$
 $= 4X^2 + 20X$
 أي أن المساحة غير المغطاة من أرضية الحجر تساوي $(4X^2 + 20X)$ مترًا مربعًا.

حالات خاصة

1 مفكوك مربع مقدار جبري ذي حدين

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

الحد الأول الحد الثاني

مربع الحد الأول ضعف حاصل ضرب الحدين الأول والثاني مربع الحد الثاني

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9 \quad \text{فمثلاً:}$$

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a(a - b) - b(a - b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$(x - 2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4 \quad \text{فمثلاً:}$$

مثال 3

أوجد مفكوك كل مما يأتي: ① $(4 - x)^2$ ② $(2x + 5)^2$

$$(4 - x)^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times x + x^2 = 16 - 8x + x^2 \quad \text{①}$$

$$(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = 4x^2 + 20x + 25 \quad \text{②}$$

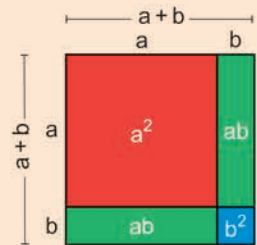
تقييم ذاتي ②

استغل مهندس جزءًا على شكل مربع طول ضلعه 15 مترًا من قطعة أرض مستطيلة لبناء منزله، وترك الباقي كحديقة كما بالشكل التالي. ما مساحة الحديقة بدلالة X ؟



نمذجة

$(a + b)^2$ تعبر هندسيًا عن مساحة مربع طول ضلعه $(a + b)$.



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ناقش مع زملائك

- هل $x - 2 = 2 - x$ ؟
- هل $(x - 2)^2 = (2 - x)^2$ ؟

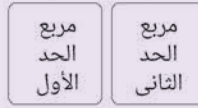
تقييم ذاتي ③

مربع طول ضلعه $(2x + 3)$ سم. أوجد مساحته بدلالة x .

2 حاصل ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما

$$(a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b)$$

$$= a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$



$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$$

فمثلاً :

مثال 4

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

$$(4a - 3b)^2 - (4a - 3b)(4a + 3b) \quad ②$$

$$(3x + 2)(3x - 2) \quad ①$$

$$(3x + 2)(3x - 2) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$$

① ✓

$$(4a - 3b)^2 - (4a - 3b)(4a + 3b)$$

②

$$= (4a)^2 - 2(4a)(3b) + (3b)^2 - ((4a)^2 - (3b)^2)$$

$$= 16a^2 - 24ab + 9b^2 - 16a^2 + 9b^2 = -24ab + 18b^2$$

ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى مقدار جبرى يحتوى على أكثر من حدين

مثال 5

أوجد فى أبسط صورة حاصل ضرب كل مما يأتى :

$$(2x + 3)(1 + 3x^2 - 2x) \quad ②$$

$$(x - 2)(x^2 - 3x + 5) \quad ①$$

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 5 \\ x - 2 \\ \hline x^3 - 3x^2 + 5x \\ -2x^2 + 6x - 10 \\ \hline x^3 - 5x^2 + 11x - 10 \end{array}$$

استخدم خاصية التوزيع :

$$(x - 2)(x^2 - 3x + 5) \quad ①$$

$$= x(x^2 - 3x + 5) - 2(x^2 - 3x + 5)$$

$$= x^3 - 3x^2 + 5x - 2x^2 + 6x - 10$$

$$= x^3 - 5x^2 + 11x - 10$$

$$(2x + 3)(1 + 3x^2 - 2x) = 2x(1 + 3x^2 - 2x) + 3(1 + 3x^2 - 2x) \quad ②$$

$$= 2x + 6x^3 - 4x^2 + 3 + 9x^2 - 6x$$

$$= 6x^3 + 5x^2 - 4x + 3$$

◀ حاول بنفسك إجراء عملية الضرب بالطريقة الرأسية.

■ لاحظ أن

عند ضرب مجموع حدين فى الفرق بينهما، لاحظ أن الحدين الأخيرين فى المقدارين كل منهما معكوس جمعى للآخر، لذلك يكون حاصل ضرب الحدين الأخيرين سالبًا دائمًا.

■ تقييم ذاتى 4

أوجد فى أبسط صورة :

$$(a - 4)(a + 4) \quad ①$$

$$(x + 5)(5 - x) \quad ②$$

$$(3b + 2)(3b - 2) \quad ③$$

$$(a + b)^2 - (a + b)(a - b) \quad ④$$

■ تقييم ذاتى 5

أوجد فى أبسط صورة حاصل ضرب كل مما يأتى :

$$(x + 2)(x^2 - x + 3) \quad ①$$

$$(2x - 3)(6x + 4x^2 + 9) \quad ②$$

■ لاحظ أن

عند استخدام الطريقة الرأسية فى ضرب المقادير الجبرية يفضل ترتيب المقادير تصاعديًا أو تنازليًا وفقًا لأس المتغير فى المقدار.



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① ما عدد حدود المقدار الناتج من حاصل ضرب $(X-3)(X+4)$ في أبسط صورة ؟
 (أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4
- ② إذا كان $(X-5)(X+2) = X^2 + bX + c$ فما قيمة c ؟
 (أ) -10 (ب) -7 (ج) 7 (د) 10
- ③ إذا كان $(3X-7)^2 = aX^2 + bX + c$ فما قيمة b ؟
 (أ) -42 (ب) -21 (ج) 21 (د) 42
- ④ إذا كان $(X-5)(X+5) = X^2 + bX + c$ فما قيمة b ؟
 (أ) -25 (ب) -10 (ج) 0 (د) 10

اكتشف الخطأ :

- ⑤ قامت كل من نجوى وأحمد بإيجاد مفعوك $(2X-3)^2$ أي من الحلين صحيح ؟ ناقش.

حل أحمد :

$$(2X-3)^2 = (2X)^2 - 3^2 = 4X^2 - 9$$

حل نجوى :

$$(2X-3)^2 = (2X)^2 - 2(2X)(3) + 3^2 = 4X^2 - 12X + 9$$



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ⑥ إذا كان $X-y=5$ ، $X+y=15$ فما قيمة X^2-y^2 ؟
 (أ) 75 (ب) 20 (ج) 10 (د) 3
- ⑦ إذا كان $(X+y)^2 = 16$ ، $xy=3$ فما قيمة X^2+y^2 ؟
 (أ) $5\frac{1}{3}$ (ب) 10 (ج) 13 (د) 48
- ⑧ ما ناتج طرح $(a+b)^2$ من $(a-b)^2$ ؟
 (أ) $2ab$ (ب) $-2ab$ (ج) $-4ab$ (د) $4ab$

أوجد حاصل الضرب في كل مما يأتي :

- ⑨ $(a+3)(a+4)$ ⑩ $(X+3)(5-X)$ ⑪ $(X-7)(2X-1)$
- ⑫ $(3X+1)(X-3)$ ⑬ $(3-2m)(m-4)$ ⑭ $(X-6)^2$

أوجد مفعوك كل مما يأتي :

- ⑮ $(X+7)^2$ ⑯ $(2X-9)^2$

أوجد حاصل الضرب في كل مما يأتي :

- ⑰ $(4X-3)(4X+3)$ ⑱ $(\frac{1}{2}X+1)(\frac{1}{2}X-1)$ ⑲ $(7-5X)(5X+7)$

◀ أوجد حاصل الضرب في كل مما يأتي :

(22) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$

(21) $(x+3)(x+2)^2$

(20) $(2x-1)(x^2-3x+4)$

(23) اختصر لأبسط صورة المقدار : $(2n-1)^2 - (2n+1)(2n-1)$

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند $n = -3$

◀ أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين في Q :

(25) $(x-3)(x^2+3x+9)=0$

(24) $(x-2)(x+2)=5$

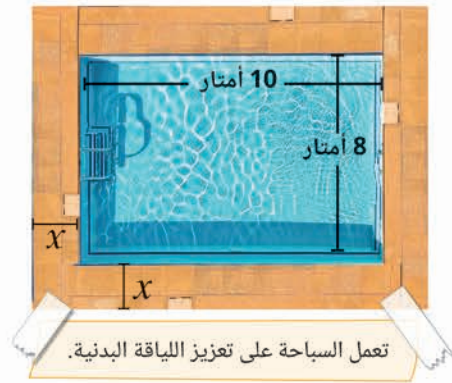


التحليل وتكامل المواد

ثالثا

(27) **هندسة :** مستطيل طوله $(2x+5)$ وحدة طول، وطوله يزيد عن عرضه بمقدار 4 وحدات طول. أوجد مساحة سطحه بدلالة x ، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x=3$

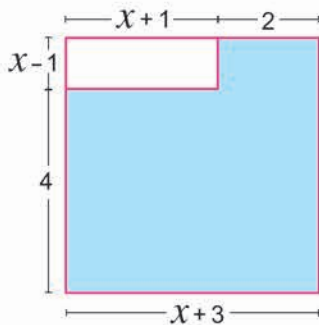
(26) **هندسة :** مربع طول ضلعه $(x+3)$ وحدة طول. أوجد مساحة سطحه بدلالة x ، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x=7$



(28) **رياضة :** يوضح الشكل المقابل حمام سباحة بعده 10 أمتار، 8 أمتار يحيط به ممر عرضه x مترًا. اكتب مقدارًا جبريًا يعبر عن مساحة الحمام والممر معًا بدلالة x .



(29) **زراعة :** يوضح الشكل المقابل ممشى عرضه x مترًا حول حوض للزهور مستطيل الشكل طوله 15 مترًا وعرضه 6 أمتار، فما مساحة هذا الممشى بدلالة x ؟



(30) **هندسة :**

أوجد بدلالة x مساحة الجزء المظلل في الشكل المقابل، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x=2$

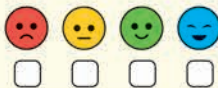


تفكير إبداعي

(31) إذا زاد طول كل ضلع من أضلاع مربع بمقدار 2 سم، فزادت مساحته بمقدار 24 سنتيمترًا مربعًا، فما طول ضلع المربع قبل الزيادة؟

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لضرب المقادير الجبرية ؟
ضع علامة في المربع المناسب





قسمة حد جبرى أو مقدار جبرى على حد جبرى (Dividing Algebraic Term or Algebraic Expression by Algebraic Term)



طريق الكباش بمدينة الأقصر



استعد!

يقع طريق الكباش فى مدينة الأقصر، وهو فى الأصل طريق ملكى على شكل مستطيل يربط ما بين «معبد الأقصر» و «معبد الكرنك». سُمى بذلك الاسم لأنه مزين على الجانبين بتمائيل على هيئة كباش، وكان ملوك مصر القديمة يستخدمونه فى الاحتفالات والطقوس الدينية.

بفرض أن مساحة هذا الطريق تساوى $(7x^2y + 11x^3y)$ مترًا مربعًا، وعرض الطريق (xy) مترًا، فما طول هذا الطريق بدلالة x, y ؟
ثم أوجد الطول والعرض عند $x = 4, y = 19$

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية قسمة الحدود الجبرية، و قسمة مقدار جبرى على حد جبرى، مما يمكنك من حل مثل هذه المشكلات.



فكر وناقش!

إذا علمت من ضرب الحدود الجبرية أن: $(3xy^2)(2x^2y^3) = 6x^3y^5$
هل يمكنك حساب: $\frac{6x^3y^5}{3xy^2}$ ؟ وما القيمة العددية لخارج القسمة عند $x = 3, y = 2$ ؟



تعلم!

قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر

عند قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر نقسم المعاملات، ونطرح أسس المتغيرات التى لها نفس الأساس.

$$\begin{array}{c} \text{طرح الأسس} \\ (-14x^6) \div (2x^2) = -7x^4 \\ \text{قسمة المعاملات} \end{array} \quad \text{فمثلاً:}$$

مع ملاحظة أن القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإن جميع المسائل التى نستخدم فيها متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوى الصفر.

■ نواتج التعلم

- تقسم حدًا جبريًا على حد جبرى آخر.
- تقسم مقدارًا جبريًا على حد جبرى

■ المفردات

- حد جبرى Algebraic Term
- مقدار جبرى Algebraic Expression
- قسمة Division
- المقسوم Dividend
- المقسوم عليه Divisor
- خارج القسمة Quotient

■ تذكر

- خارج قسمة عددين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.
- خارج قسمة عددين مختلفين فى الإشارة هو عدد سالب.

مثال 1

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي :

$$\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c} \quad (3)$$

$$\frac{-12x^5y^2}{-4x^2y} \quad (2)$$

$$\frac{9x^4}{-3x^3} \quad (1)$$

$$\frac{-12x^5y^2}{-4x^2y} = 3x^3y \quad (2)$$

$$\frac{9x^4}{-3x^3} = -3x \quad (1)$$

$$\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c} = 5a \quad (3)$$

قسمة مقدار جبري على حد جبري

تعلم من دراستك للكسور الاعتيادية أن :

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$

وسوف نستخدم نفس الطريقة عند قسمة مقدار جبري على حد جبري بحيث نقسم كل حد من حدود المقدار على هذا الحد.

فمثلاً :

$$\bullet \frac{10x^2+8x}{2x} = \frac{10x^2}{2x} + \frac{8x}{2x} = 5x+4$$

$$\bullet \frac{9x^3-6x^2}{3x} = \frac{9x^3}{3x} - \frac{6x^2}{3x} = 3x^2-2x$$

مثال 2

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي :

$$\frac{3ab^2+9a^2b-6a^2b^2}{3ab} \quad (2)$$

$$\frac{18x^3+12x^2-6x}{-6x} \quad (1)$$

$$\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{18x^3+12x^2-6x}{-6x} &= \frac{18x^3}{-6x} + \frac{12x^2}{-6x} + \frac{-6x}{-6x} \\ &= -3x^2-2x+1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{3ab^2+9a^2b-6a^2b^2}{3ab} = \frac{3ab^2}{3ab} + \frac{9a^2b}{3ab} - \frac{6a^2b^2}{3ab} = b+3a-2ab \quad (2)$$

■ تقييم ذاتي ①

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي :

$$\frac{-45a^5}{-3a^3} \quad (1)$$

$$\frac{18x^2y^3}{-2x^2y} \quad (2)$$

■ إرشاد للحل

في كل من المقسوم والمقسوم عليه إذا وجد نفس المتغير بنفس الأس يتم حذفه، حيث إن خارج قسمتهما يساوي 1، ثم أكمل عملية القسمة.

فمثلاً في المسألة (3)

$$\frac{15a^3b^2c}{3a^2b^2c} = \frac{15a^3}{3a^2} = 5a$$

■ تقييم ذاتي ②

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي :

$$\frac{-15a^3x^2+10a^4x^3}{-5a^3x^2} \quad (1)$$

$$\frac{49x^3-14x^2+21x}{-7x} \quad (2)$$

$$\frac{6x^3(3x^2-6x-9)}{9x^2} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x} &= \frac{-32x^4+16x^3+48x^2}{4x} \\ &= \frac{-32x^4}{4x} + \frac{16x^3}{4x} + \frac{48x^2}{4x} \\ &= -8x^3+4x^2+12x\end{aligned}$$

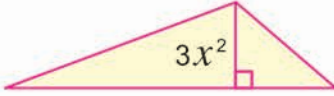
③ ✓

■ تنوع الاستراتيجيات

يمكنك حل المسألة ③ بقسمة $(-8x^2)$ على $(4x)$ أولاً قبل فك القوس ثم إجراء عملية الضرب كما يلي:

$$\begin{aligned}\frac{-8x^2(4x^2-2x-6)}{4x} \\ &= -2x(4x^2-2x-6) \\ &= -8x^3+4x^2+12x\end{aligned}$$

■ مثال 3



إذا كانت مساحة المثلث المقابل تساوي $(15x^4+6x^3+9x^2)$ وحدة مربعة

فأوجد طول قاعدته بدلالة x إذا كان ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوي $(3x^2)$ وحدة طول، ثم احسب القيمة العددية لطول القاعدة عند $x=3$

✓ ∴ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة $\times$ الارتفاع المناظر لها

∴ طول القاعدة = $\frac{\text{ضعف مساحة المثلث}}{\text{الارتفاع}}$

أي أن طول القاعدة بدلالة x يساوي :

$$\begin{aligned}\frac{2(15x^4+6x^3+9x^2)}{3x^2} &= \frac{30x^4+12x^3+18x^2}{3x^2} \\ &= 10x^2+4x+6\end{aligned}$$

القيمة العددية لطول القاعدة بوحدات الطول تساوي :

$$10 \times 3^2 + 4 \times 3 + 6 = 90 + 12 + 6 = 108$$

■ تقييم ذاتي ③

إذا كانت مساحة مستطيل تساوي $(4x^4+8x^3+12x^2)$ وحدة مربعة، وأحد بُعديه $4x^2$ وحدة طول، أوجد البعد الآخر بدلالة x

■ مثال 4



حديقة على شكل مستطيل بُعده $(4x)$ ، $(12x^3+18x^2+30x)$ من وحدات الطول. يريد وليد تقسيمها إلى أحواض مربعة مساحة كل حوض $(4x^2)$ وحدة مساحة. أوجد عدد الأحواض بدلالة x .

✓ مساحة الحديقة بوحدات المساحة تساوي :

$$\begin{aligned}4x(12x^3+18x^2+30x) &= 48x^4+72x^3+120x^2 \\ \text{عدد الأحواض بدلالة } x \text{ يساوي :} \\ \frac{48x^4+72x^3+120x^2}{4x^2} &= 12x^2+18x+30\end{aligned}$$

■ تقييم ذاتي ④

يقوم مخبز بإعداد $(10x^3+15x^2+5x)$ قطعة بسكويت، ويضعها في صناديق بحيث كل صندوق يحوى $(5x)$ قطعة. أوجد عدد الصناديق التى يحتاجها المخبز لتعليب البسكويت بدلالة x .



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

② إذا كان $\frac{8x^2}{a} = 1$ فما قيمة a ؟

(أ) -1 (ب) 1

(ج) $-8x^2$ (د) $8x^2$

④ $(x^3 + x^2) \div x^2 = \dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) x

(ج) $x+1$ (د) $2x+1$

⑥ $\dots\dots\dots \div (-2x^2y) = 12xy^2$

(أ) $6xy$ (ب) $-6xy$

(ج) $24x^3y^3$ (د) $-24x^3y^3$

① $24x^3 \div (-6x^2) = \dots\dots\dots$

(أ) -4 (ب) $-4x$

(ج) $-4x^5$ (د) $-4x^2$

③ $\frac{a+b}{c} = \dots\dots\dots$

(أ) $a + \frac{b}{c}$ (ب) $\frac{a}{c} + b$

(ج) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (د) $\frac{ab}{c}$

⑤ $\frac{3x^2 - 6x}{3x} = \dots\dots\dots$

(أ) $-x$ (ب) $-x^2$

(ج) $x^2 - 2x$ (د) $x - 2$



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

أوجد خارج القسمة في كل مما يأتي :

⑦ $(27x^3) \div (9x)$

⑨ $(x - x^2 - x^3) \div (-x)$

⑧ $-18x^2 \div (-3x^2)$

⑩ $(2x - 4x^2 + 8x^3) \div (2x)$

اختر كلاً مما يأتي إلى أبسط صورة :

⑪ $\frac{x^2}{-x} + \frac{-4x}{x} - \frac{3x^3}{x^2}$

⑬ $\frac{2x(6x^2 - 2x + 8)}{4x}$

⑫ $\frac{28x^2 - 42x}{7x} + \frac{14x^2 - 35x}{-7x}$

⑭ $\frac{48x^4 - 144x^3 - 96x^2}{-6x \times 8x}$

⑮ إذا كان $(30x^2y^3 - 15xy) \div (-3x) = nx^3 + 5y$ فما قيمة n ؟

اكتشف الخطأ :

16 قامت كل من سمر وأنس بإيجاد خارج قسمة : $\frac{4X^2 - 6X}{-2X}$ ، أى منهما اتبع الطريقة الصحيحة فى الحل ؟ ناقش.

حل أنس :

$$\frac{4X^2 - 6X}{-2X} = \frac{4X^2}{-2X} - \frac{6X}{-2X} = -2X - 3$$

حل سمر :

$$\frac{4X^2 - 6X}{-2X} = \frac{4X^2}{-2X} + \frac{-6X}{-2X} = -2X + 3$$



التقليل من استهلاك الوقود يحافظ على البيئة نظيفة.



التحليل وتكامل المواد

ثالثًا

17 استهلاك الوقود : إذا كان استهلاك سيارة للوقود خلال إحدى الرحلات

يساوى $(9X^3 + 18X^2 + 27X)$ لترًا، وكانت السيارة تستهلك

$9X$ لترًا من الوقود لكل كيلو متر، فما عدد الكيلو مترات التى قطعتها

السيارة أثناء الرحلة بدلالة X ؟

18 تعليم : إذا كان عدد طلاب إحدى المدارس يساوى $(25X^4 + 50X^3 + 75X^2)$

وكان عدد طلاب كل فصل يساوى $(25X)$ ، فما عدد فصول المدرسة بدلالة X ؟

19 طلاء حوائط : عند طلاء حائط مساحته $(12X^3 + 72X^2 + 48X)$ مترًا مربعًا.

إذا كانت كل علبه طلاء تغطى مساحة $(12X)$ مترًا مربعًا ، فما عدد علب الطلاء التى تحتاجها بدلالة X ؟

20 حديقة على شكل مستطيل مساحتها

$(15a^3b^2 + 20a^2b^3 - 25a^2b^2)$ مترًا مربعًا،

وطولها $(5a^2b^2)$ مترًا.

أوجد عرضها بدلالة a, b

وإذا كان $a = 2, b = 1$ فأوجد القيمة العددية لعرض الحديقة.



تلاعب المساحات الخضراء دورًا كبيرًا فى تنقية الهواء، وتحسين الحالة النفسية للفرد.



تفكير إبداعى

21 متوازي مستطيلات حجمه $(24X^3 + 32X^2Y)$ سنتيمترًا مكعبًا،

وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه $(2X)$ سم.

أوجد ارتفاعه بدلالة X, Y ، ثم أوجد القيمة العددية للارتفاع عند $X = 2, Y = 1$.

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لقسمة حد جبرى
أو مقدار جبرى على حد جبرى ؟
ضع علامة فى المربع المناسب


☐

☐

☐

☐



قسمة المقادير الجبرية

(Dividing Algebraic Expressions)



مكتبة الإسكندرية



استعد!

مكتبة الإسكندرية الحديثة هي واحدة من أهم المكتبات والمراكز الثقافية في العالم. بفرض أن عدد الكتب الموجودة في إحدى قاعات المكتبة يساوي $(8X^3 + 1)$ كتابًا، وعدد الكتب في كل رف يساوي $(2X + 1)$ كتابًا، فما عدد الأرفف داخل القاعة؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات.



فكر وناقش!

يمثل الشكل المقابل نموذجًا لقطعة أرض على شكل مستطيل مساحته $(X^2 + 7X + 12)$ مترًا مربعًا وعرضه $(X + 3)$ مترًا. هل يمكنك إيجاد طول قطعة الأرض بمجرد النظر؟ وهل تستطيع استخدام طرق أخرى لإيجاد طول قطعة الأرض؟



تعلم!

تعلم من ضرب المقادير الجبرية أن :

$$(X - 5)(X + 4) = X^2 - X - 20$$

وحيث إن القسمة عملية عكسية للضرب، فإنه يمكنك استنتاج ما يلي :

$$\triangleright (X^2 - X - 20) \div (X - 5) = X + 4$$

$$\triangleright (X^2 - X - 20) \div (X + 4) = X - 5$$

ويمكن كتابة عملية القسمة كما يلي :

$$\begin{array}{r} \text{المقسوم عليه} \\ X - 5 \overline{) X^2 - X - 20} \\ \underline{X^2 - 5X} \\ 4X - 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{المقسوم عليه} \\ X + 4 \overline{) X^2 - X - 20} \\ \underline{X^2 + 4X} \\ -5X - 20 \end{array}$$

مع العلم أن جميع المسائل التي تُستخدم فيها متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوي الصفر.

■ نواتج التعلم

- تقسم مقدارًا جبريًا على مقدار جبري آخر مكون من حدين.
- توظف قسمة المقادير الجبرية في حل المشكلات

■ المفردات

- Division قسمة
- مقدار جبري
- Algebraic Expression
- Dividend المقسوم
- Divisor المقسوم عليه
- Quotient خارج القسمة

■ تذكر

عملية القسمة المطولة في الأعداد

$$972 \div 4$$

الخطوات		2 4 3
أقسم	4	9 7 2
أضرب		- 8
أطرح		1 7
أسقط		- 1 6
		1 2
		- 1 2
		0

مثال 1

أوجد خارج قسمة $(x^2 - x - 20)$ على $(x - 5)$

$$\begin{array}{r} x + 4 \\ x - 5 \overline{) x^2 - x - 20} \\ \underline{-(x^2 - 5x)} \\ 4x - 20 \\ \underline{-(4x - 20)} \\ 0 \end{array}$$

أقسم x^2 على x فيكون الناتج x

أضرب x في $(x - 5)$ فتحصل على $x^2 - 5x$

أطرح $(x^2 - 5x)$ من $(x^2 - x - 20)$ فتحصل على $4x - 20$

كرر الخطوات السابقة حتى يصبح باقى الطرح

مساويًا للصفر ويكون خارج القسمة هو $(x + 4)$

لاحظ أن: المقدار $(x^2 - x - 20)$ هو المقسوم ، المقدار $(x - 5)$ هو المقسوم عليه ، المقدار $(x + 4)$ هو خارج القسمة .

مثال 2

أوجد خارج قسمة $(2x^3 + x^3 - 12)$ على $(x - 2)$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 6 \\ x - 2 \overline{) x^3 + 2x - 12} \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ 2x^2 + 2x - 12 \\ \underline{-(2x^2 - 4x)} \\ 6x - 12 \\ \underline{-(6x - 12)} \\ 0 \end{array}$$

اكتب المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازليًا حسب قوى x كالتالي:

$$x^3 + 2x - 12$$

ولاحظ أنه لا يوجد حد يشتمل على x^2 لذلك اترك له مسافة فارغة.

خارج القسمة هو $(x^2 + 2x + 6)$

مثال 3

إذا كان $(x - 3)$ أحد عاملى المقدار $(3x^2 - 14x + 15)$ ، أوجد العامل الآخر.

$$\begin{array}{r} 3x - 5 \\ x - 3 \overline{) 3x^2 - 14x + 15} \\ \underline{-(3x^2 - 9x)} \\ -5x + 15 \\ \underline{-(-5x + 15)} \\ 0 \end{array}$$

العامل الآخر هو خارج قسمة $(3x^2 - 14x + 15)$ على $(x - 3)$

أى أن العامل الآخر هو $(3x - 5)$

تقييم ذاتي 1

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1 $x^2 - 4x - 12$ على $x - 6$

2 $3x^2 + 10x - 8$ على $x + 4$

إرشاد للحل

اكتب الحدود المتشابهة تحت بعضها أثناء إجراء عملية القسمة.

تقييم ذاتي 2

أوجد خارج القسمة فى كل مما يأتى :

1 $x^2 + 6 - 5x$ على $x - 3$

2 $x^3 + 4x^2 - 5$ على $x - 1$

لاحظ أن

قبل البدء فى إجراء عملية القسمة يجب ترتيب حدود كل من المقسوم والمقسوم عليه ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى المتغير، ويفضل تنازليًا.

تقييم ذاتي 3

إذا كان $(2x + 1)$ هو أحد عاملى المقدار $(2x^2 - 7x - 4)$ أوجد العامل الآخر.

■ تقييم ذاتي ④

إذا كان المقدار

$$(x^3 - x^2 - 4x - m)$$

يقبل القسمة على $(x - 3)$

أوجد قيمة m .

■ مثال 4

إذا كان المقدار $(x^3 + x^2 + a)$ يقبل القسمة على $(x - 2)$ أوجد قيمة a

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 6 \\ x-2 \overline{) x^3 + x^2 + a} \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ 3x^2 \\ \underline{-(3x^2 - 6x)} \\ 6x + a \\ \underline{-(6x - 12)} \\ a + 12 \end{array}$$

∴ المقسوم يقبل القسمة

على المقسوم عليه

$$\therefore a + 12 = 0$$

$$\therefore a = -12$$

■ تقييم ذاتي ⑤

يبيع أحد المسارح تذاكر بإجمالي

$$(4x^2 + 16x + 12)$$

إيرادات $(4x^2 + 16x + 12)$

جنيهاً. إذا كان سعر كل تذكرة

$$(4x + 4)$$

حدد عدد التذاكر المباعة بدلالة x

■ مثال 5

الربط بالحياة : شقة مستطيلة الشكل مساحة

$$(x^3 + 15x^2 + 51x + 10)$$

أرضيتها تساوي $(x^3 + 15x^2 + 51x + 10)$

متراً مربعاً فإذا كان عرض أرضية الشقة يساوي

$$(x + 10)$$

أوجد طول أرضية الشقة بدلالة x

ثم أوجد القيمة العددية لمحيط أرضية الشقة، عند $x = 2$



$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 1 \\ x+10 \overline{) x^3 + 15x^2 + 51x + 10} \\ \underline{-(x^3 + 10x^2)} \\ 5x^2 + 51x + 10 \\ \underline{-(5x^2 + 50x)} \\ x + 10 \\ \underline{-(x + 10)} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}} = \text{طول أرضية الشقة}$$

$$\therefore \text{طول أرضية الشقة} = (x^2 + 5x + 1) \text{ متراً.}$$

$$\text{عند } x = 2:$$

$$\therefore \text{العرض} = 2 + 10 = 12 \text{ متراً.}$$

$$\text{الطول} = 15 = 4 + 10 + 1 \text{ متراً.}$$

$$\therefore \text{محيط أرضية الشقة} = 2(12 + 15)$$

$$= 54 \text{ متراً.}$$



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① إذا كان $\frac{2X+a}{X+3} = 2$ ، فما قيمة a ؟
 (أ) 2 (ب) 3 (ج) 5 (د) 6
- ② إذا كان $\frac{3X+15}{X-a} = 3$ ، فما قيمة a ؟
 (أ) -5 (ب) -3 (ج) 3 (د) 5
- ③ إذا كان $\frac{X-2}{2-X} = a$ ، فما قيمة a ؟
 (أ) -2 (ب) -1 (ج) 1 (د) 2
- ④ إذا كان خارج قسمة $(X^2 - 2X - 35)$ على $(X+5)$ هو $(X+b)$ ، فما قيمة b ؟
 (أ) -7 (ب) -5 (ج) 5 (د) 7
- ⑤ إذا كان خارج قسمة $(X^3 - 4X)$ على $(X-2)$ هو $(aX + X^2)$ ، فما قيمة a ؟
 (أ) -4 (ب) -2 (ج) 2 (د) 4

اكتشف الخطأ :

- ⑥ قام كل من عمر وخالد بقسمة $(X^2 + 3X - 4)$ على $(X+4)$ ، وكان خارج القسمة في حل كل منهما هو $(X-1)$ هل حل كل منهما صحيح؟ ناقش.



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية :

- ⑦ $X^2 + 9X + 20$ على $X+4$
- ⑧ $X^2 - 2$ على $X-1$
- ⑨ $2 + 2y^2 - 5y$ على $y-2$
- ⑩ $X^2 - 10X + 25$ على $X-5$
- ⑪ $7X - 5X^2 + 2X^3 - 6$ على $2X-3$
- ⑫ $X^3 - 27$ على $X-3$
- ⑬ $25y^2 - 9x^2$ على $5y-3x$
- ⑭ $X^4 - 1$ على $X^2 + 1$

أجب عن الأسئلة الآتية :

- ⑮ اقسم $(-3X^2 + X^3 - X + 6)$ على $(X-2)$ ، ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عند $X=3$
- ⑯ إذا كان $(X-4)$ أحد عاملي المقدار $(X^2 - 5X + 4)$ أوجد العامل الآخر.
- ⑰ أوجد قيمة b التي تجعل المقدار $(4X^2 + 11X + b)$ يقبل القسمة على $(4X-1)$

حل خالد :

$$\begin{array}{r} X^2 \\ X \end{array} \quad \begin{array}{r} -4 \\ 4 \end{array}$$

$$X - 1$$

حل عمر :

$$\begin{array}{r} X-1 \\ X+4 \overline{) X^2 + 3X - 4} \\ \underline{-(X^2 + 4X)} \\ -X - 4 \\ \underline{+(X + 4)} \\ 0 \end{array}$$



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً



اختيار مواد لاصقة مناسبة خطوة أساسية لنجاح عملية التبليط.

18) **تبليط أرضيات** : يقوم عامل بتبليط أرضية غرفة مستطيلة الشكل.

المساحة الكلية للأرضية تساوي $(X^2 + 7X + 12)$ متراً مربعاً،
إذا كان عرض الأرضية يساوي $(X + 3)$ متراً، أوجد طول الأرضية بدلالة X .

19) **صناعة** : تقوم إحدى الشركات بتعبئة منتجاتها في صناديق، كل صندوق على

شكل متوازي مستطيلات حجمه يساوي $(X^3 + 6X^2 + 11X + 6)$

سنتيمتراً مكعباً، وارتفاعه يساوي $(X + 2)$ سم.

أوجد مساحة قاعدة الصندوق بدلالة X .



الالتزام بالسرعات المحددة أثناء قيادة السيارة تجنباً لحوادث الطرق.

20) **علوم** : تتحرك سيارة في طريق مستقيم بسرعة قدرها

$(2X + 4)$ متر/ساعة، احسب بالساعات الزمن الذي تستغرقه هذه

السيارة بدلالة X في قطع مسافة قدرها $(2X^3 + 8X^2 + 8X)$ متراً.



يتحقق التأثير الجمالي من خلال اختيار لون الطلاء المناسب.

21) **ديكور** : إذا كانت التكلفة الإجمالية لطلاء حائط تساوي

$(2X^2 + 8X + 6)$ جنيهًا، وكانت تكلفة طلاء المتر المربع من الحائط

تساوي $(2X + 2)$ جنيهًا، فأوجد مساحة الحائط بدلالة X .



يساعد رصف الطرق على تحسين السلامة المرورية.

22) **رصف طرق** : تقوم شركة بإنشاءات برصف طريق مستطيل،

فإذا كان إجمالي مساحة الأسفلت المطلوب للطريق تساوي

$(3X^3 + 14X^2 + 13X + 20)$ متراً مربعاً، وكان عرض

الطريق يساوي $(X + 4)$ متراً، أوجد طول الطريق بدلالة X .

قيم فهمك!

ما مدى فهمك لقسمة المقادير الجبرية؟
ضع علامة في المربع المناسب



تفكير إبداعي

23) **هندسة** : ABC قطعة أرض مثلثة الشكل مساحتها $(6X^2 + 7Xy + 2y^2)$ متراً مربعاً،

إذا كان طول $\overline{AB}$ يساوي $(2X + y)$ متراً، أوجد طول العمود الساقط من C على $\overline{AB}$

بدلالة X, y ، ثم أوجد القيمة العددية لطول هذا العمود عند $X = 2, y = 3$



تقييم الوحدة الثانية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① إذا كان : $-2x^3 \times x = ax^n$ فما قيمة $a + n$ ؟
(أ) -3 (ب) -2 (ج) 2 (د) 3
- ② إذا كان : $x \in \mathbb{Z}$ فأى مما يأتى أحد حلول المتباينة $1 - 2x < 3$ ؟
(أ) 0 (ب) -1 (ج) -2 (د) -4
- ③ إذا كان : $(x-2)(x+2) - 5 = 0$ فما قيمة x حيث $x < 0$ ؟
(أ) -9 (ب) -2 (ج) -1 (د) -3
- ④ مستطيل مساحته $(x^2 + 6x + 8)$ وحدة مربعة وطوله $(x+4)$ وحدة طول، فما عرض المستطيل ؟
(أ) x (ب) $x+2$ (ج) $x-2$ (د) $x-4$

أكمل ما يأتى :

- ⑤ $\frac{a^2 - a}{a - 1} = \dots\dots\dots$
- ⑥ معامل ab فى حاصل ضرب $(2a - 3b)$ فى $(a - b)$ يساوى
- ⑦ مجموعة حل المتباينة $2x - 1 > x + 2$ فى $\mathbb{Z}$ تساوى
- ⑧ إذا كان : $(3x - 4)^2 = ax^2 + bx + c$ فإن : $b = \dots\dots\dots$

أجب عن الأسئلة الآتية :

- ⑨ أوجد فى أبسط صورة حاصل الضرب $(x-3)(2x^2 - x + 4)$ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عند $x = -1$
- ⑩ أوجد مجموعة حل المتباينة $2(3x - 1) \geq 4x - 3$ فى $\mathbb{Q}$.
- ⑪ أوجد خارج قسمة $(-2xy^2 + 4xy^2 - 6xy)$ على $(-2xy)$
- ⑫ إذا زاد طول كل ضلع من أضلاع مربع بمقدار 3 سم زادت مساحته بمقدار 51 سنتيمترًا مربعًا، ما طول ضلع المربع قبل الزيادة؟

نشاط الوحدة الثانية

الهدف من النشاط :

البحث عبر المواقع الإلكترونية لتنمية مهارات التعلم التعاونى باستخدام التكنولوجيا الرقمية لمعرفة أحد أساليب ضرب المقادير الجبرية (FOIL Method)

خطوات التنفيذ :

- تشكيل فرق العمل المكونة من (2-4) طالب للبدء فى تنفيذ النشاط.
- تحديد ما تشير إليه حروف كلمة (FOIL) والخاصة بالمقادير الجبرية.
- وصف أوجه التشابه بين هذه الطريقة والطريقة المعروضة فى الكتاب المدرسى.
- جمع بيانات عن أهم علماء الرياضيات الذين لهم إسهامات فى تطوير وتوضيح الحدود الجبرية والمقادير الجبرية.

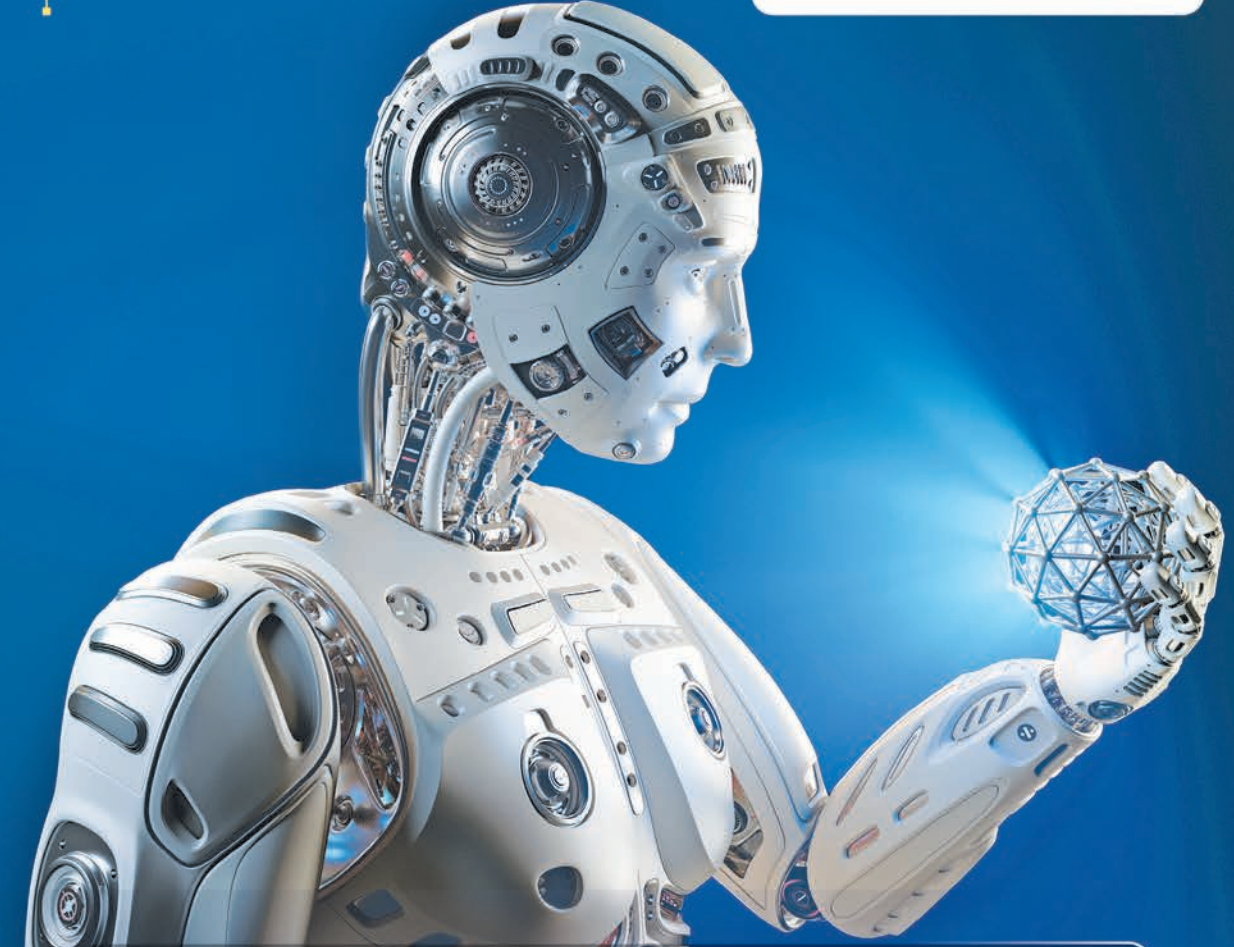


الوحدة 3

الهندسة والقياس

دروس الوحدة

- 3-1 المساحات
- 3-2 الإنشاءات الهندسية
- 3-3 التحويلات الهندسية
- 3-4 تركيب التحويلات الهندسية



يعتبر العلماء أن التعلم المستمر ضروري لمواكبة التطورات في استخدام الذكاء الاصطناعي بشكل فعال في تصميم وإنتاج الأشكال الهندسية المعقدة. **فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعي (AI) في تصميم أشكال هندسية معقدة بصورة سريعة ودقيقة؟**

القيم

- الأمن والسلامة
- الاحترام الآخر
- المسؤولية
- الانتماء

القضايا والمهارات الحياتية

- التواصل الرياضي
- العولمة
- التنمية المستدامة
- الفهم الرياضي
- تكنولوجيا المعلومات



المساحات (Areas)

الدرس 3 - 1

■ نواتج التعلم

- توجد مساحة المعين بمعلومية طولي قطريه.
- توجد مساحة المربع بمعلومية طول قطره.
- توجد مساحة شبه المنحرف.
- تستخدم قوانين حساب المساحة في حل المشكلات.

■ المفردات

Area	• مساحة
Perimeter	• محيط
Rhombus	• معين
Square	• مربع
Trapezium	• شبه منحرف

■ الترميز في الرياضيات

يُرمز عادة للمساحة بالحرف A ، ويُرمز للمحيط بالحرف P ، كما يُرمز لطول ضلع المربع أو المعين بالحرف s ، ولطول المستطيل بالحرف l ولعرضه بالحرف w ، وللارتفاع بالحرف h ولطول القاعدة بالحرف b .



استعد!

تقع محافظة أسوان بجنوب جمهورية مصر العربية، وهي إحدى محافظات صعيد مصر. تتمتع أسوان بالعديد من المعالم السياحية مثل معبد أبو سمبل ومعابد فيلة، وتتميز بالمناظر الطبيعية الخلابة على نهر النيل، كما يوجد بها السد العالي. تشبه محافظة أسوان على الخريطة شبه منحرف أبعاده كما بالخريطة المقابلة. ما مساحة محافظة أسوان التقريبية بالكيلو متر المربع؟

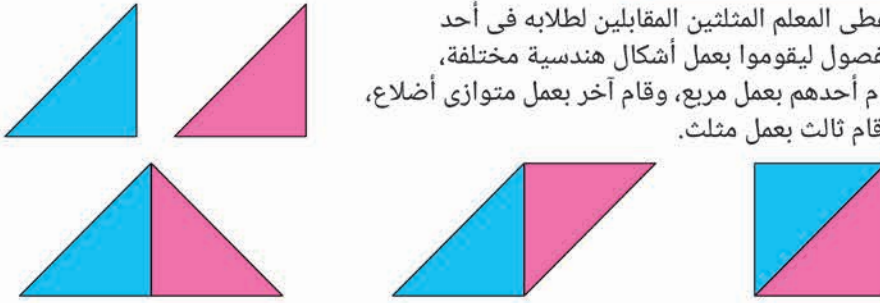
في هذا الدرس، سوف تتعلم

كيفية إيجاد مساحات بعض الأشكال الهندسية مثل المربع والمعين وشبه المنحرف، مما يمكنك من حل مثل هذه المشكلات.



فكر وناقش!

أعطى المعلم المثلثين المقابلين لطلابه في أحد الفصول ليقوموا بعمل أشكال هندسية مختلفة، قام أحدهم بعمل مربع، وقام آخر بعمل متوازي أضلاع، وقام ثالث بعمل مثلث.



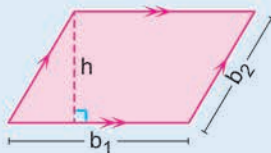
هل هذه الأشكال لها نفس المساحة أم لها نفس المحيط؟ ناقش.



تعلم!

درست في الأعوام السابقة الصيغ الرياضية لإيجاد مساحات ومحيطات بعض الأشكال الهندسية مثل:

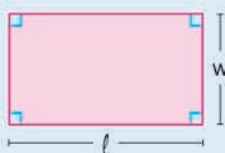
متوازي الأضلاع



$$P = 2(b_1 + b_2)$$

$$A = b_1 \times h$$

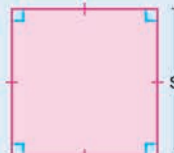
المستطيل



$$P = 2(l + w)$$

$$A = l \times w$$

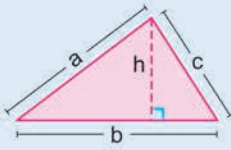
المربع



$$P = 4s$$

$$A = s^2$$

المثلث



$$P = a + b + c$$

$$A = \frac{1}{2} b \times h$$

المعين

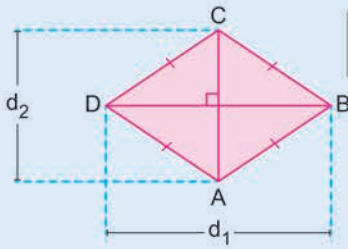


$$P = 4s$$

$$A = s \times h$$

في هذا الدرس نتعرف على المزيد من قوانين حساب مساحات الأشكال الهندسية.

مساحة المعين بمعلومية طولي قطريه



مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه

وبفرض المساحة A، وطولي القطرين d_1 ، d_2

$$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

معلومة إثرائية

وحدات قياس الطول في

النظام المتري هي:

المليومتر والسنتيمتر

والديسيمتر والمتر

والكيلو متر حيث:

1 سم = 10 مم

1 ديسم = 10 سم

1 متر = 100 سم

1 كم = 1000 متر

وحدات قياس الطول في

النظام الإنجليزي هي:

البوصة والقدم والياردة

والميل حيث:

1 قدم = 12 بوصة

1 ياردة = 36 بوصة

3 قدم =

1 ميل = 5280 قدم

$$\therefore A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$\therefore 96 = \frac{1}{2} \times 12 \times d_2$$

$$\therefore 96 = 6 \times d_2 \quad \therefore d_2 = \frac{96}{6} = 16$$

أي أن طول القطر الآخر = 16 قدمًا

معلومات سابقة

المعين هو متوازي أضلاع فيه

ضلعان متجاوران متساويان

في الطول.

أضلاع المعين متساوية في

الطول.

قطرا المعين متعامدان

وينصف كل منهما الآخر.

تقييم ذاتي ①

معين طولاً قطريه 16 بوصة،

30 بوصة. أوجد مساحته.

مثال 1

معين طولاً قطريه 5 أمتار، 8 أمتار. أوجد مساحته.

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه

$$A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$$

أي أن مساحة المعين = 20 مترًا مربعًا

مثال 2

معين طول ضلعه 10 قدم وارتفاعه 9.6 قدم وطول أحد

قطريه 12 قدم. أوجد طول القطر الآخر.

مساحة المعين = طول الضلع $\times$ الارتفاع

$$96 = 9.6 \times 10 = 96 \text{ قدمًا مربعًا}$$

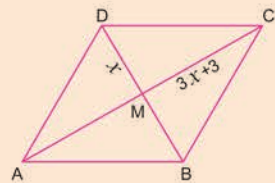
تقييم ذاتي ②

ABCD معين تقاطع قطراه

في M،

$$MD = x, MC = 3x + 3$$

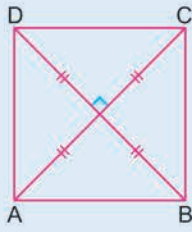
أوجد مساحة المعين بدلالة x.



ثم أوجد القيمة العددية

للمساحة عند $x = 7$

مساحة المربع بمعلومية طول قطره



المربع هو معين قطراه متساويان في الطول، وعلى هذا فإن :

$$\text{مساحة المربع} = \frac{1}{2} \times \text{طول القطر} \times \text{طول القطر}$$

$$\text{أي أن} \quad \text{مساحة المربع} = \frac{1}{2} \times \text{مربع طول قطره}$$

$$A = \frac{1}{2} d^2$$

وبفرض مساحة المربع A، وطول قطره d يكون :

فمثلاً : المربع الذي طول قطره 6 سم، تكون مساحته بالسنتيمتر المربع :

$$A = \frac{1}{2} \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

مثال 3

أيهما أكبر في المساحة ؟

مربع طول قطره 12 سم أم مستطيل طوله 11 سم وعرضه 7 سم

✓ بفرض أن مساحة المربع A_1

$$\therefore A_1 = \frac{1}{2} d^2 = \frac{1}{2} \times 12^2 = \frac{1}{2} \times 144 = 72$$

أي أن مساحة المربع = 72 سنتيمترًا مربعًا

وبفرض أن مساحة المستطيل A_2

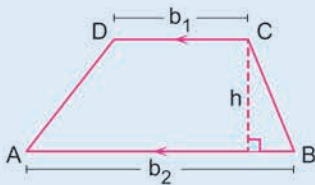
$$\therefore A_2 = l \times w = 11 \times 7 = 77$$

أي أن مساحة المستطيل = 77 سنتيمترًا مربعًا

$\therefore$ مساحة المستطيل < مساحة المربع

مساحة شبه المنحرف

شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان، ويسمى كل ضلع من الضلعين المتوازيين "قاعدة"، وكل ضلع من الضلعين غير المتوازيين "ساق".



فمثلاً : في الشكل المقابل ABCD شبه منحرف،

$\overline{AB}$ قاعدته الكبرى، $\overline{DC}$ قاعدته الصغرى،

وكل من $\overline{BC}$ ، $\overline{AD}$ ساق

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times \text{مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين} \times \text{الارتفاع}$$

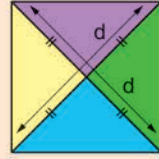
وبفرض مساحة شبه المنحرف A، وطولي قاعدتيه المتوازيين b_1 ، b_2 ، والارتفاع h يكون :

$$A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

■ نمذجة

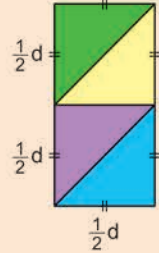
يمكن استنتاج قانون مساحة المربع بمعلومية طول قطره كالتالي:

◀ ارسم مربعًا كما يلي :



◀ قُص المربع ثم أعد لصقه

بهذه الطريقة:



$\therefore$ مساحة المربع تساوي مساحة المستطيل

$$A = \frac{1}{2} d \times d = \frac{1}{2} d^2$$

■ تقييم ذاتي 3

مربع طول قطره 8 قدم،

ومتوازي أضلاع طول قاعدته

10 قدم والارتفاع المناظر لها

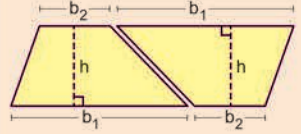
4 قدم.

أوجد مجموع مساحتهما.

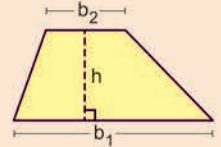
■ نمذجة

يمكن استنتاج قانون مساحة شبه المنحرف كالتالي:

◀ ارسم متوازي أضلاع طول قاعدته $(b_1 + b_2)$ وارتفاعه (h) ثم اقطعه إلى جزأين كما يلي:



◀ سوف تحصل على شكلين كل منهما شبه منحرف كالتالي:

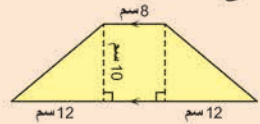


∴ مساحة شبه المنحرف تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع

$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

■ تقييم ذاتي ④

أوجد مساحة شبه المنحرف التالي.

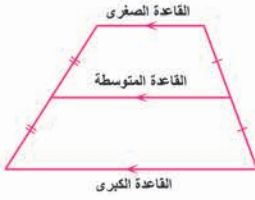


■ تقييم ذاتي ⑤

شبه منحرف مساحته 45 بوصة مربعة، وارتفاعه 5 بوصة. أوجد طول قاعدته المتوسطة.

■ ملاحظة:

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف هي قطعة مستقيمة واصله بين منتصفى ساقيه.

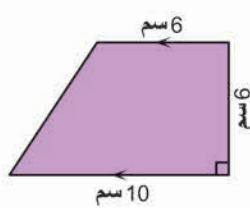


$$\text{طول القاعدة المتوسطة} = \frac{1}{2} \text{ مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين}$$

وبالتالى تكون مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

■ مثال 4

احسب مساحة شبه المنحرف فى كل من الشكلين التاليين :



$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} (6 + 10) \times 6 = 48$$

أى أن مساحة شبه المنحرف = 48 سنتيمترًا مربعًا.

$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} (5 + 15) \times 7.5 = 75$$

أى أن مساحة شبه المنحرف = 75 قدمًا مربعًا.

■ مثال 5

شبه منحرف مساحته 54 سنتيمترًا مربعًا وارتفاعه 9 سم، فإذا كان طول قاعدته الصغرى يساوى 4 سم، أوجد طول قاعدته الكبرى.

$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore 54 = \frac{1}{2} (4 + b_2) \times 9$$

$$\therefore 4 + b_2 = 12$$

$$\therefore b_2 = 8$$

أى أن طول القاعدة الكبرى = 8 سم.



تقييم الدرس

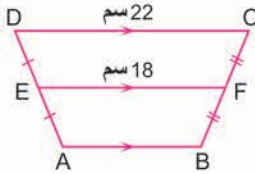


قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

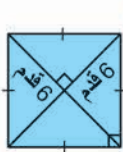
- ① إذا كانت مساحة معين 100 وحدة مربعة، فما حاصل ضرب طولى قطريه؟
(أ) 25 (ب) 50 (ج) 100 (د) 200
- ② إذا كانت مساحة مربع 450 وحدة مربعة، فما طول قطره بوحدات الطول؟
(أ) 15 (ب) 30 (ج) 45 (د) 90
- ③ شبه منحرف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين يساوى 16 سم، وارتفاعه 5 سم، فما مساحته بالسنتيمتر المربع؟
(أ) 20 (ب) 40 (ج) 80 (د) 160
- ④ فى الشكل المقابل :
ما طول $\overline{AB}$ بالسنتيمتر؟
(أ) 14 (ب) 20 (ج) 26 (د) 28
- ⑤ مربع طول ضلعه s ومساحته A ، فكم تكون مساحة المربع الذى طول قطره $2s$ ؟
(أ) A (ب) $2A$ (ج) $4A$ (د) A^2



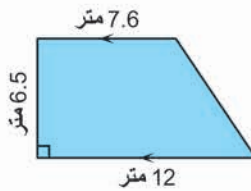
تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

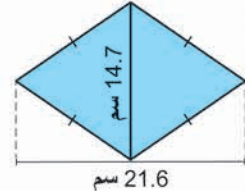
أوجد مساحة كل من الأشكال التالية :



⑧



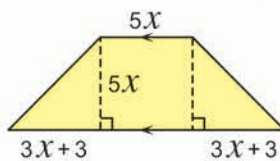
⑦



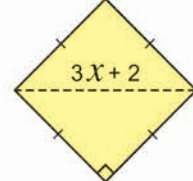
⑥

- ⑨ شبه منحرف مساحته 175 متراً مربعاً وطول قاعدتيه المتوازيتين 14 متراً، 21 متراً. أوجد ارتفاعه.
- ⑩ أوجد طول قطر المربع الذى مساحته تساوى مساحة معين طول قطريه 4 أمتار، 25 متراً.
- ⑪ شبه منحرف مساحته 225 بوصة مربعة وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 23 بوصة وارتفاعه 7.5 بوصة، أوجد طول قاعدته الأخرى.

أوجد بدلالة x مساحة كل من الشكلين التاليين، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند $x = 4$:



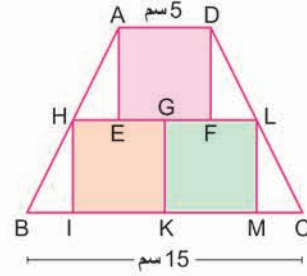
⑬



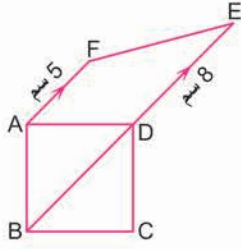
⑫

- ⑭ شبه منحرف مساحته 315 سنتيمتراً مربعاً، وارتفاعه 15 سم، والنسبة بين طولى قاعدتيه 4 : 3 فما طول كل منهما؟

- 15) أوجد مساحة شبه المنحرف ABCD إذا كانت أضلاعها متساوية في الطول. $AEFD$ ، $HIKG$ ، $GKML$ ثلاثة مربعات



- 16) احسب مساحة شبه المنحرف ABEF إذا كان ABCD مربعًا طول قطره 6 سم.



ثالثا التحليل وتكامل المواد

- 17) زراعة : قطعة أرض زراعية مربعة الشكل طول قطرها 8 كيلو متر، ومساحتها تساوي مساحة مزرعة مستطيلة الشكل عرضها 4 كيلو متر. أوجد طول المزرعة.



شهد قطاع الزراعة بمصر عددًا كبيرًا من المشروعات الزراعية الكبرى، من أهمها مشروع المليون ونصف المليون فدان.

- 18) قطعنا أرض متساويتان في المساحة، الأولى على شكل معين طولوا قطريه 8 أمتار، 27 مترًا، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 6 أمتار. أوجد طول قاعدته المتوسطة.

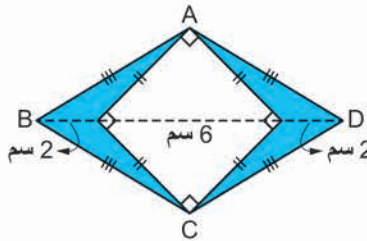
- 19) ديكور : الشكل التالي يوضح أبعاد حجرة، ويزاد تبليط أرضيتها بالسيراميك، فإذا كان سعر تركيب المتر المربع منه يساوي 120 جنيهاً، احسب تكلفة تركيب السيراميك.



توزيع قطع الأثاث طبقاً لمساحة المنزل يعكس وعياً جمالياً، وذوقاً رفيعاً.

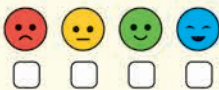
تفكير إبداعي

- 20) أوجد مساحة المنطقة الملونة في الشكل التالي :



قيم فهمك!

ما مدى فهمك للمساحات ؟
ضع علامة في المربع المناسب





الإنشاءات الهندسية (Geometrical Constructions)

الدرس 3 - 2



استعد!

يحتاج المهندسون عند عمل التصميمات الهندسية إلى تحديد الأبعاد وقياسات الزوايا بشكل دقيق، ويستخدمون في ذلك الأدوات الهندسية المختلفة. اكتشف أحد المهندسين أن تدريج مسطرته غير واضح، فكيف يمكنه تحديد نقطة منتصف قطعة مستقيمة في أحد تصميماته؟

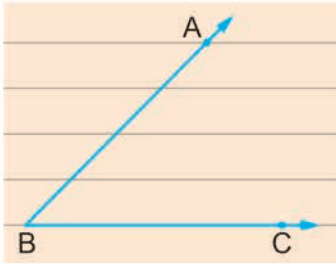
■ نواتج التعلم

- تتُصَف زاوية.
- تتُصَف قطعة مستقيمة.
- ترسم مثلثًا بمعلومية أطوال أضلاعه.
- ترسم مثلثًا بمعلومية طولى ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما.
- ترسم مثلثًا بمعلومية قياسى زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما.

■ المفردات

- إنشاء هندسى
Geometrical Construction
- زاوية
Angle
- مُنْصَف
Bisector
- قطعة مستقيمة
Line Segment
- مثلث
Triangle

فى هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية استخدام الأدوات الهندسية فى إجراء بعض الإنشاءات الهندسية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.



فكر وناقش!

أمامك زاوية ABC غير معلوم قياسها، هل يمكنك رسم شعاع ينصف هذه الزاوية دون قياس؟



تعلم!

1 تنصيف زاوية

لتنصيف زاوية مثل $\angle B$ اتبع الخطوات التالية :

1

اركز بسن الفرجار فى رأس الزاوية B، وارسم قوسًا يقطع ضلعى الزاوية فى نقطتين A، C،

2

بنفس فتحة الفرجار، أو بأى فتحة أخرى، اركز فى A وارسم قوسًا، ثم بنفس الفتحة اركز فى C وارسم قوسًا آخر يقطع القوس الأول فى نقطة D

3

ارسم $\overrightarrow{BD}$ فيكون هو المنصف للزاوية B، ويكون :
 $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$

■ لاحظ أن

استخدام الفرجار والمسطرة فى تنصيف الزوايا والقطع المستقيمة هو أحد الوسائل الدقيقة فى التنصيف، بغض النظر عن قياسات الزوايا وأطوال القطع المستقيمة.

■ تقييم ذاتى ①

ارسم زاوية قياسها 45° ، ثم نُصِّفها مستخدمًا المسطرة والفرجار. تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

2 تصنيف قطعة مستقيمة

لتنصيف قطعة مستقيمة مثل $\overline{AB}$ اتبع الخطوات التالية :

3 ارسم $\overleftrightarrow{CD}$ ليقطع $\overline{AB}$ في E، فتكون النقطة E منتصف $\overline{AB}$ أي : $AE = EB$	2 بنفس فتحة الفرجار اركز في B وارسم قوسين يتقاطعان مع القوسين السابقين في C ، D	1 افتح الفرجار فتحة أكبر من نصف طول $\overline{AB}$، ثم اركز في A وارسم قوسين في جهتين مختلفتين من $\overline{AB}$
--	--	---

■ تقييم ذاتي (2)

ارسم $\overline{AB}$ طولها 5 سم وقم بتنصيفها باستخدام المسطرة والفرجار وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.

3 رسم المثلث

أولاً رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه

تعلمت في الفصل الدراسي الأول كيفية رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه، ونذكرك به فيما يلي :

لرسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوي 5 سم ، وطول $\overline{BC}$ يساوي 4 سم ، وطول $\overline{AC}$ يساوي 3 سم اتبع الخطوات التالية :

2 افتح الفرجار فتحة طولها 4 سم. اركز في نقطة B وارسم قوساً.	1 استخدم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 5 سم.
4 ارسم $\overline{AC}$، $\overline{BC}$ فتحصل على المثلث ABC الذي أطوال أضلاعه 5 سم، 4 سم، 3 سم.	3 ثم افتح الفرجار فتحة طولها 3 سم، وركز في A وارسم قوساً يقطع القوس الأول في C

■ تقييم ذاتي (3)

ارسم المثلث ABC الذي فيه :
 $AB = 7$ سم، $BC = 9$ سم، $AC = 4$ سم
 وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

ثانياً رسم مثلث بمعلومية طولى ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما

لرسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم ، وطول $\overline{AC}$ يساوى 3 سم ،
 $m(\angle BAC) = 65^\circ$ اتبع الخطوات التالية :

2	1
استخدم المنقلة، ومن نقطة A عيّن زاوية قياسها 65°، ثم ارسم شعاعاً يحدد الزاوية.	استخدم المسطرة وارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 4 سم.
4	3
ارسم $\overline{BC}$ فتحصل على المثلث ABC الذي فيه : $AB = 4$ سم ، $AC = 3$ سم ، $m(\angle A) = 65^\circ$	افتح الفرجار فتحة طولها 3 سم، ثم اركز في A وارسم قوساً يقطع الشعاع المرسوم في نقطة C، فيكون طول $\overline{AC}$ يساوى 3 سم.

■ تقييم ذاتي 4

ارسم المثلث ABC الذي فيه :
 $AC = AB = 5$ سم ،
 $m(\angle A) = 60^\circ$
 وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

ثالثاً رسم مثلث بمعلومية قياسى زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما

لرسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم ، $m(\angle A) = 50^\circ$ ، $m(\angle B) = 45^\circ$
 اتبع الخطوات التالية :

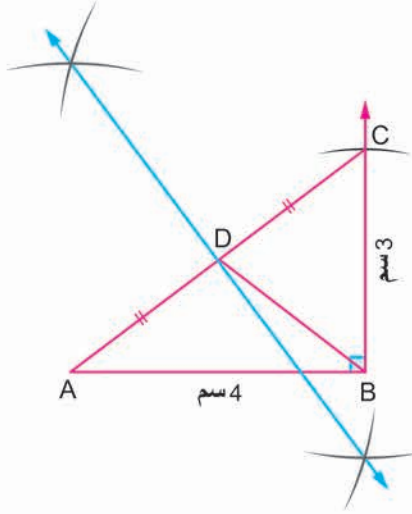
2	1
من نقطة A ، عيّن زاوية قياسها 50° ، ثم ارسم شعاعاً يحدد الزاوية.	ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 4 سم.
3	
من نقطة B عيّن زاوية قياسها 45° ، ثم ارسم شعاعاً يحدد هذه الزاوية ويقطع الشعاع الأول في C، فتحصل على المثلث ABC الذي فيه : $AB = 4$ سم ، $m(\angle A) = 50^\circ$ ، $m(\angle B) = 45^\circ$	

■ تقييم ذاتي 5

ارسم المثلث ABC الذي فيه
 $AB = 5$ سم ، $m(\angle A) = 120^\circ$ ،
 $m(\angle B) = 30^\circ$
 وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

مثال

باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ABC الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوى 4 سم، طول $\overline{BC}$ يساوى 3 سم، $m(\angle B) = 90^\circ$ ، ثم نصف $\overline{AC}$ فى نقطة D. هل $BD = \frac{1}{2} AC$ ؟



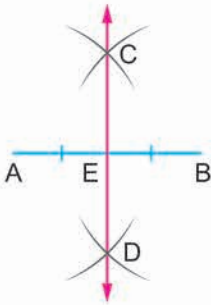
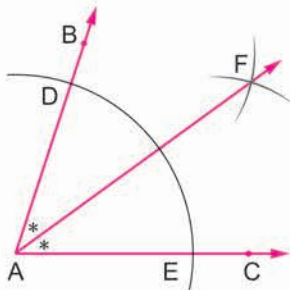
بالقياس تجد أن طول $\overline{AC}$ يساوى 5 سم، طول $\overline{BD}$ يساوى 2.5 سم
أى أن : $BD = \frac{1}{2} AC$

تقييم ذاتى ⑥

ارسم المثلث XYZ الذي فيه
 $6 = XZ = XY$ سم، $8 = YZ$ سم
ثم نصف كلًا من $\angle Z$ ، $\angle Y$
بمنصفين يتقاطعان فى نقطة M
تحقق بالقياس أن :
 $MZ = MY$



تقييم الدرس



$\overline{AF}$ (د)

$\overline{AE}$ (ج)

$\overline{AD}$ (ب)

$\overline{DF}$ (أ)

② عند تنصيف قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ بالفرجار، يجب أن تكون

$AC < AD$ (ب)

$AC < \frac{1}{2} AB$ (أ)

$AC < AE$ (د)

$AC > \frac{1}{2} AB$ (ج)



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① عند تنصيف $\angle BAC$ بالفرجار، تجد أن :

$m(\angle BAF) = \dots\dots\dots$ ①

$m(\angle EAF)$ (ب)

$m(\angle BFA)$ (أ)

$m(\angle BAC)$ (د)

$m(\angle EFA)$ (ج)

② طول $\overline{EF}$ يجب أن يساوى طول

$\overline{AF}$ (د)

$\overline{AE}$ (ج)

$\overline{AD}$ (ب)

$\overline{DF}$ (أ)

② عند تنصيف قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ بالفرجار، يجب أن تكون

$AC < AD$ (ب)

$AC < \frac{1}{2} AB$ (أ)

$AC < AE$ (د)

$AC > \frac{1}{2} AB$ (ج)



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

استخدم الأدوات الهندسية في كل مما يأتي :

- 3 ارسم $\angle ABC$ قياسها 120° ، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنتصف $\overrightarrow{BD}$ مع توضيح خطوات الحل، تأكد باستخدام المنقلة أن $m(\angle ABD) = m(\angle CBD)$
- 4 ارسم قطعة مستقيمة $\overline{AB}$ طولها 7 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار في نقطة C مع توضيح خطوات الحل، تأكد باستخدام المسطرة أن C منتصف $\overline{AB}$.
- 5 ارسم $\triangle ABC$ الذي فيه طول $\overline{AB}$ يساوي 7 سم، طول $\overline{BC}$ يساوي 5 سم، $m(\angle ABC) = 80^\circ$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.
- 6 ارسم $\triangle ABC$ الذي فيه $m(\angle ABC) = 42^\circ$ ، $m(\angle ACB) = 38^\circ$ ، طول $\overline{BC}$ يساوي 6 سم، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.
- 7 ارسم $\triangle XYZ$ الذي فيه $XY = 6$ سم، $YZ = 4$ سم، $XZ = 5$ سم، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.
- 8 ارسم المثلث ABC المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه 6 سم.
- 9 ارسم $\triangle ABC$ الذي فيه $AB = 8$ سم، $m(\angle A) = 70^\circ$ ، $m(\angle B) = 50^\circ$ ، ثم قم بتنعيف $\overline{AC}$ في النقطة D وتنصيف $\overline{BC}$ في النقطة E، أثبت بالقياس أن: $AB = 2 DE$
- 10 ارسم $\angle ABC$ قياسها 60° ، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنتصف $\overrightarrow{BD}$ ، ثم نصف كل من $\angle ABD$ ، $\angle CBD$ بالمنتصفين $\overrightarrow{BE}$ ، $\overrightarrow{BF}$ على الترتيب. أثبت بالقياس أن: $m(\angle ABF) = 3 m(\angle CBF)$



الاشتراك في المسابقات العلمية يحفزك على التعلم، ويكسبك الكثير من مهارات البحث العلمي.



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً

- 11 فنون : استخدم الأدوات الهندسية، وصمم ميدالية على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 4 سم، لإهدائها للطالب الفائز في مسابقة أوائل الطلبة في مادة الرياضيات.

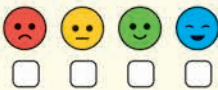


تفكير إبداعي

- 12 ارسم باستخدام الأدوات الهندسية منصفات الزوايا الداخلية لأي مثلث. ماذا تلاحظ ؟

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للإنشاءات الهندسية؟
ضع علامة في المربع المناسب





التحويلات الهندسية

(Geometrical Transformations)

الدرس 3 - 3



استعد!

تحمل الفراشة في جناحيها لوحة فنية متقنة تبهرننا بتفاصيلها. إذا دقت النظر إلى جناحي الفراشة تجد أنهما متطابقان تمامًا. هل يظهر لك أحد جناحي الفراشة وكأنه صورة معكوسة للجناح الآخر حول خط رأسي يمر بجسم الفراشة؟

أم يظهر وكأنه انتقل من جهة إلى الأخرى دون أن يدور؟ أم يظهر وكأنه دار حول نقطة معينة؟ في هذا الدرس، سوف تتعلم مجموعة من التحويلات الهندسية وهي الانعكاس والانتقال والدوران، مما يمكنك من الإجابة عن مثل هذه الأسئلة.



فكر وناقش!

لماذا في رأيك تكتب كلمة "إسعاف" على مقدمة سيارة الإسعاف بالمعكوس؟ ناقش.



تعلم!

التحويلات الهندسية

إذا تحركت كل نقاط الشكل الهندسي طبقاً لنظام محدد، فإننا نحصل على صورة لهذا الشكل في وضع جديد، فيقال إن هذا الشكل تحت تأثير تحويل هندسي، ومن أمثلة التحويلات الهندسية الانعكاس والانتقال والدوران.

الدوران	الانتقال	الانعكاس في مستقيم
الدوران هو تدوير الشكل حول نقطة تُسمى مركز الدوران بزاوية قياسها محدد وفي اتجاه محدد.	الانتقال هو إزاحة الشكل على خط مستقيم مسافة محددة وفي اتجاه محدد.	الانعكاس في مستقيم هو تكوين صورة معكوسة للشكل عبر خط يُسمى محور الانعكاس.

الصورة الناتجة من الانعكاس أو الانتقال أو الدوران تكون مطابقة للشكل الأصلي.

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم التحويل الهندسي.
- تعرف مفهوم كل من الانعكاس والانتقال والدوران.
- توجد صورة شكل بالانعكاس في أحد محوري الإحداثيات.
- توجد صورة شكل بانتقال معلوم.
- توجد صورة شكل بدوران حول نقطة الأصل.
- توجد صور الأشكال الهندسية بعد إجراء التحويلات الهندسية.

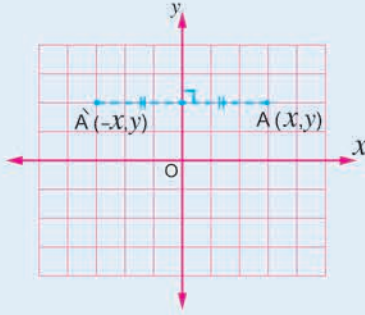
■ المفردات

- التحويلات الهندسية
- Geometrical Transformation
- Reflection الانعكاس
- Translation الانتقال
- Rotation الدوران
- مركز الدوران
- Center of Rotation
- مع اتجاه حركة عقارب الساعة
- Clockwise
- ضد اتجاه حركة عقارب الساعة
- Anti Clockwise

أولاً الانعكاس في محوري الإحداثيات

• النقطة وصورتها بالانعكاس في مستقيم تكونان على بُعدين متساويين من هذا المستقيم، والذي يُسمى محور الانعكاس.

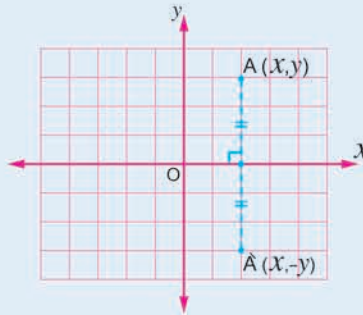
الانعكاس في محور y



$$A(x, y) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس في}} A'(-x, y)$$

فمثلاً: صورة النقطة $(-4, 1)$ بالانعكاس في محور y هي النقطة $(4, 1)$

الانعكاس في محور x



$$A(x, y) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس في}} A'(x, -y)$$

فمثلاً: صورة النقطة $(2, 3)$ بالانعكاس في محور x هي النقطة $(2, -3)$

مثال 1

ارسم المثلث الذي رؤوسه النقط $A(2, 0)$ ، $B(4, 1)$ ، $C(1, 3)$ ثم ارسم صورته بالانعكاس في كل من:

① محور x

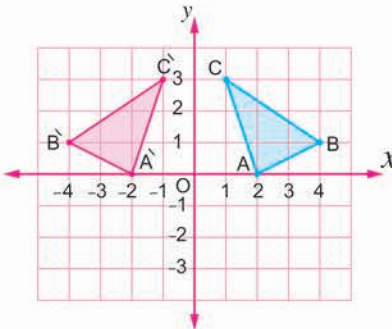
② محور y

② بالانعكاس في محور y :

$$A(2, 0) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس في}} A'(-2, 0)$$

$$B(4, 1) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس في}} B'(-4, 1)$$

$$C(1, 3) \xrightarrow[\text{محور } y]{\text{بالانعكاس في}} C'(-1, 3)$$



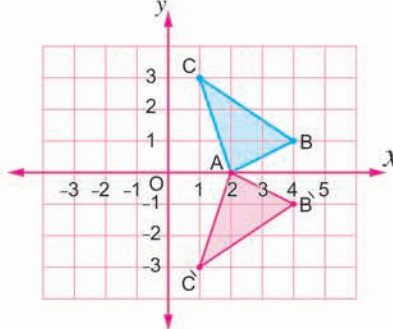
$\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالانعكاس في محور y

① بالانعكاس في محور x :

$$A(2, 0) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس في}} A(2, 0)$$

$$B(4, 1) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس في}} B'(4, -1)$$

$$C(1, 3) \xrightarrow[\text{محور } x]{\text{بالانعكاس في}} C'(1, -3)$$



$\Delta A'B'C'$ صورة ΔABC بالانعكاس في محور x

■ الترميز في الرياضيات

في التحويلات الهندسية يُرمز عادة لصورة النقطة A بالرمز A'

■ فكر مع زملائك

ما صورة كل من النقطتين الآتيتين بالانعكاس في كل من محور x ، ومحور y ؟

① $(2, 0)$ ② $(0, -5)$

■ تقييم ذاتي ①

ارسم صورة متوازي الأضلاع الذي رؤوسه:

$A(1, 1)$ ، $B(4, 1)$

$C(3, 3)$ ، $D(0, 3)$

① بالانعكاس في محور x

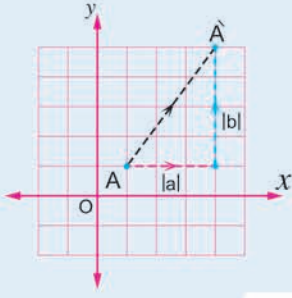
② بالانعكاس في محور y

■ لاحظ أن

إذا كانت النقطة تقع على محور الانعكاس فإن صورتها بالانعكاس فيه هي نفسها.

مثل: صورة النقطة $A(2, 0)$ بالانعكاس في محور x هي $A(2, 0)$

ثانيًا الانتقال في المستوى الإحداثي



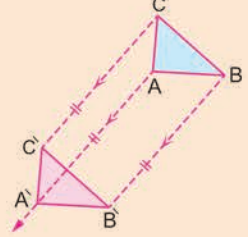
يتحدد الانتقال في المستوى الإحداثي عن طريق الإزاحة الأفقية a والإزاحة الرأسية b ، ويُعبر عن ذلك بالزوج المرتب (a, b) ، وتكون صورة النقطة $A(x, y)$ بانتقال (a, b) هي النقطة $A'(x+a, y+b)$

$$A(x, y) \xrightarrow{(a, b)} A'(x+a, y+b) \text{ وتكتب:}$$

فمثلاً: صورة النقطة $A(3, 1)$ بانتقال 3 وحدات جهة اليمين وأربع وحدات لأعلى، أي بانتقال $(3, 4)$ ، هي النقطة $A'(3+3, 1+4)$ أي النقطة $A'(6, 5)$

■ لاحظ أن

الانتقال هو تحويل يحرك جميع نقاط الشكل نفس المسافة في نفس الاتجاه.



فمثلاً: المثلث $A'B'C'$ هو صورة المثلث ABC بالانتقال مسافة $\overrightarrow{AA'}$ في اتجاه $\overrightarrow{AA'}$.

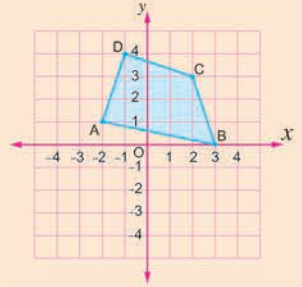
مثال 2

ارسم المثلث ABC الذي رؤوسه $A(-1, 1)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(3, 4)$ ، ثم أوجد صورته بكل مما يأتي:

- 1 انتقال 3 وحدات يسارًا.
- 2 انتقال $(1, -2)$

■ تقييم ذاتي 2

ارسم صورة الشكل الرباعي $ABCD$ بانتقال $(2, -3)$.

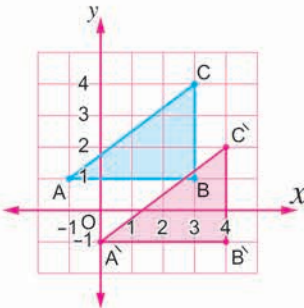


2 الانتقال $(1, -2)$:

$$A(-1, 1) \xrightarrow{(1, -2)} A'(0, -1)$$

$$B(3, 1) \xrightarrow{(1, -2)} B'(4, -1)$$

$$C(3, 4) \xrightarrow{(1, -2)} C'(4, 2)$$



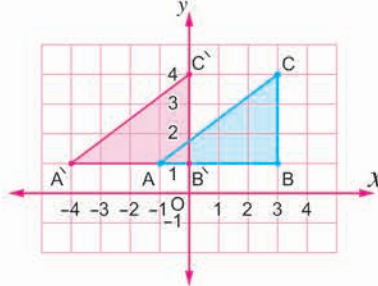
ΔABC صورة $\Delta A'B'C'$ بانتقال $(1, -2)$

1 الانتقال 3 وحدات يسارًا يكافئ الانتقال $(-3, 0)$

$$A(-1, 1) \xrightarrow{(-3, 0)} A'(-4, 1)$$

$$B(3, 1) \xrightarrow{(-3, 0)} B'(0, 1)$$

$$C(3, 4) \xrightarrow{(-3, 0)} C'(0, 4)$$



ΔABC صورة $\Delta A'B'C'$ بانتقال 3 وحدات يسارًا.

■ لاحظ أن

في الزوج المرتب (a, b) الذي يعبر عن الانتقال:

- ◀ إذا كانت a موجبة فإنها تعني انتقالاً إلى اليمين، وإذا كانت سالبة فإنها تعني انتقالاً إلى اليسار.
- ◀ إذا كانت b موجبة فإنها تعني انتقالاً لأعلى، وإذا كانت سالبة فإنها تعني انتقالاً لأسفل.

ثالثاً الدوران فى المستوى الإحداثى

• الدوران هو تحويل هندسى يجعل كل نقطة من نقط الشكل تدور حول نقطة ثابتة وبزاوية محددة فى اتجاه معين.

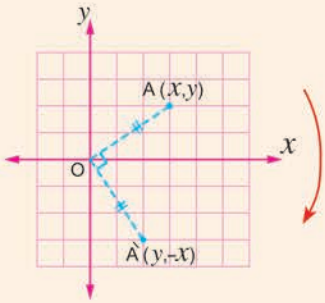
- النقطة التى يدور حولها الشكل تسمى مركز الدوران، أى أن الدوران يتحدد تمامًا بالعناصر التالية :
 ① مركز الدوران.
 ② قياس زاوية الدوران.
 ③ اتجاه الدوران.

• إذا كان اتجاه الدوران :

- ضد اتجاه حركة عقارب الساعة، فإن θ تكون موجبة.
- مع اتجاه حركة عقارب الساعة، فإن θ تكون سالبة.



الدوران $R(O, -90^\circ)$

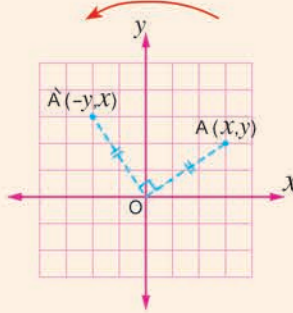


$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, -90^\circ)} A'(y, -x)$$

فمثلاً :

صورة النقطة $(-3, 4)$ بالدوران $R(O, -90^\circ)$ هي النقطة $(4, 3)$

الدوران $R(O, 90^\circ)$



$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} A'(-y, x)$$

فمثلاً :

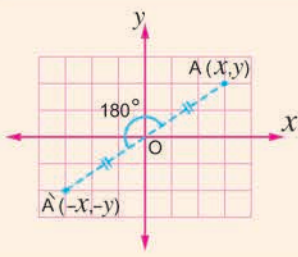
صورة النقطة $(3, 1)$ بالدوران $R(O, 90^\circ)$ هي النقطة $(-1, 3)$

الدوران $R(O, \pm 180^\circ)$

$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 180^\circ)} A'(-x, -y)$$

فمثلاً :

صورة النقطة $(-1, 3)$ بالدوران $R(O, \pm 180^\circ)$ هي النقطة $(1, -3)$



لاحظ أن :

◀ الدوران $R(O, 90^\circ)$ يكافئ الدوران $R(O, -270^\circ)$

◀ الدوران $R(O, 270^\circ)$ يكافئ الدوران $R(O, -90^\circ)$

■ الترميز فى الرياضيات

يُرمز للدوران بالرمز:



فمثلاً :

◀ الدوران حول نقطة الأصل ضد اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها 90° يُكتب $R(O, 90^\circ)$

◀ الدوران حول نقطة الأصل مع اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها 90° يُكتب $R(O, -90^\circ)$

■ فكر وناقش

ماذا يحدث للشكل عند دورانه حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $\pm 360^\circ$ ؟

■ تطبيق التكنولوجيا

استخدم برنامج GeoGebra وارسم مثلثاً فى مستوى الإحداثيات ثم ارسم صورته :



- ① بالانعكاس فى محور x .
- ② بالانعكاس فى محور y .
- ③ بانتقال $(-3, 4)$.
- ④ بالدوران $R(O, 90^\circ)$.

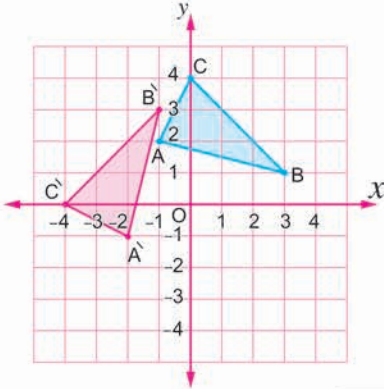
مثال 3

ارسم المثلث ABC في المستوى الإحداثي حيث $A(-1, 2)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(0, 4)$ ثم ارسم صورته بكل من الدورانات الآتية :

$R(O, 180^\circ)$ ③

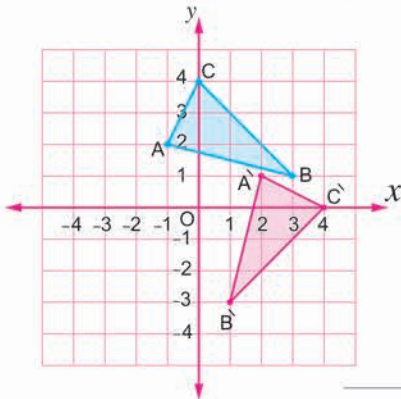
$R(O, -90^\circ)$ ②

$R(O, 90^\circ)$ ①



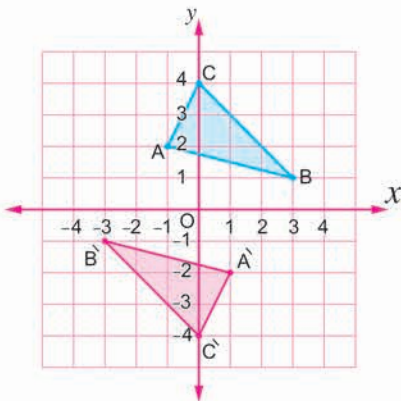
$$\begin{aligned} A(-1, 2) &\xrightarrow{R(O, 90^\circ)} A'(-2, -1) \\ B(3, 1) &\xrightarrow{R(O, 90^\circ)} B'(-1, 3) \\ C(0, 4) &\xrightarrow{R(O, 90^\circ)} C'(-4, 0) \end{aligned}$$

ΔABC صورة $\Delta A'B'C'$
بالدوران $R(O, 90^\circ)$



$$\begin{aligned} A(-1, 2) &\xrightarrow{R(O, -90^\circ)} A'(2, -1) \\ B(3, 1) &\xrightarrow{R(O, -90^\circ)} B'(1, -3) \\ C(0, 4) &\xrightarrow{R(O, -90^\circ)} C'(4, 0) \end{aligned}$$

ΔABC صورة $\Delta A'B'C'$
بالدوران $R(O, -90^\circ)$



$$\begin{aligned} A(-1, 2) &\xrightarrow{R(O, 180^\circ)} A'(1, -2) \\ B(3, 1) &\xrightarrow{R(O, 180^\circ)} B'(-3, -1) \\ C(0, 4) &\xrightarrow{R(O, 180^\circ)} C'(0, -4) \end{aligned}$$

ΔABC صورة $\Delta A'B'C'$
بالدوران $R(O, 180^\circ)$

خواص الانعكاس والانتقال والدوران

◀ كل من الانعكاس في مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة في المستوى يحافظ على :

① أطوال القطع المستقيمة. ② قياسات الزوايا.

③ التوازي. ④ البينية.

تقييم ذاتي ③

ABCD مربع تقع رؤوسه جميعاً في الربع الثاني، فإذا كانت $B(-1, 4)$ ، $A(-1, 1)$ ارسم في المستوى الإحداثي المربع ABCD ثم أوجد صورته بكل مما يأتي :

$R(O, -180^\circ)$ ①

$R(O, 270^\circ)$ ②

معلومة إثرائية

يتمتع الشكل بتمائل دوراني حول مركزه، إذا كان من الممكن تدويره بزاوية قياسها أقل من 360° حول مركزه ليصبح نفس الشكل الذي كان عليه في وضعه الأصلي.

◀ نجم البحر هو مثال رائع لحيوان يُظهر تماثلاً دورانياً. يتمتع نجم البحر «المثالي» بتمائل دوراني قدره 72° درجة.



إذا وضعنا نقطة في مركز نجم البحر، فيمكننا تدويره حول تلك النقطة بأي مضاعف لـ 72° درجة وسيبدو بنفس الشكل تماماً!



تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① أى مما يأتى صورة النقطة $(-1, 3)$ بالانعكاس فى محور X ؟
 (أ) $(1, 3)$ (ب) $(-1, -3)$
 (ج) $(1, -3)$ (د) $(3, -1)$
- ② أى مما يأتى صورة النقطة $(5, 0)$ بالانعكاس فى محور Y ؟
 (أ) $(5, 0)$ (ب) $(-5, 0)$
 (ج) $(0, 5)$ (د) $(0, -5)$
- ③ أى مما يأتى صورة النقطة $(0, -3)$ بانتقال $(-1, 2)$ ؟
 (أ) $(-1, -1)$ (ب) $(-1, 1)$
 (ج) $(1, -1)$ (د) $(1, 1)$
- ④ ما صورة النقطة $(-4, 2)$ بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها 90° ضد اتجاه حركة عقارب الساعة؟
 (أ) $(-4, -2)$ (ب) $(4, 2)$
 (ج) $(-2, 4)$ (د) $(-2, -4)$
- ⑤ أى من الدورانات الآتية تجعل النقطة $A'(X, -Y)$ صورة $A(-X, Y)$ ؟
 (أ) $R(O, -90^\circ)$ (ب) $R(O, 90^\circ)$
 (ج) $R(O, 180^\circ)$ (د) $R(O, 360^\circ)$
- ⑥ إذا كانت A' صورة النقطة A بالانعكاس فى محور X ، وكانت النقطة A تقع فى الربع الثالث، فما الربع الذى تقع فيه النقطة A' ؟
 (أ) الأول (ب) الثانى (ج) الثالث (د) الرابع

⑦ ما صورة النقطة $(5, -2)$ بانتقال 5 وحدات فى الاتجاه السالب لمحور X ؟

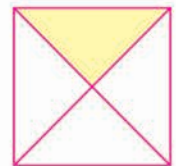
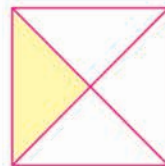
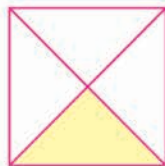
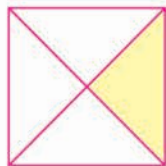
- (أ) $(5, -7)$ (ب) $(10, -2)$ (ج) $(0, -2)$ (د) $(5, -3)$

⑧ ما الدوران الذى يجعل صورة النقطة $A(2, -6)$ هى $A'(-6, -2)$ ؟

- (أ) $R(O, -180^\circ)$ (ب) $R(O, -90^\circ)$ (ج) $R(O, 90^\circ)$ (د) $R(O, 180^\circ)$

⑨ أى مما يأتى يمثل دوران المربع المقابل

حول مركزه بزاوية قياسها 90° مع اتجاه حركة عقارب الساعة؟



(د)

(ج)

(ب)

(أ)



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

11 إذا كانت النقطة $A'(2, 5)$ صورة النقطة A بانتقال $(X, Y) \rightarrow (X, Y - 2)$ فإن النقطة A هي

- (أ) $(2, 3)$ (ب) $(2, 7)$
(ج) $(0, -2)$ (د) $(0, 7)$

13 إذا كانت النقطة $A'(X + 1, -2)$ صورة النقطة $A(-4, 2)$ بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها 180° فما قيمة X ؟

- (أ) 3 (ب) -1 (ج) -2 (د) -5

10 ما صورة النقطة $(2, -1)$ بالانتقال

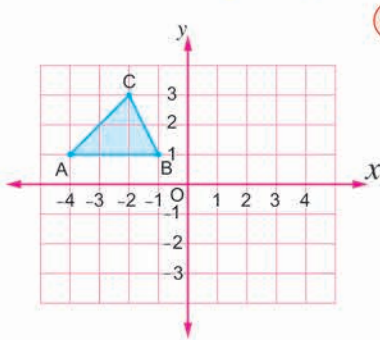
$$(X, Y) \rightarrow (X - 3, Y + 4)$$

- (أ) $(-1, 5)$ (ب) $(-3, 4)$
(ج) $(5, 3)$ (د) $(-1, 3)$

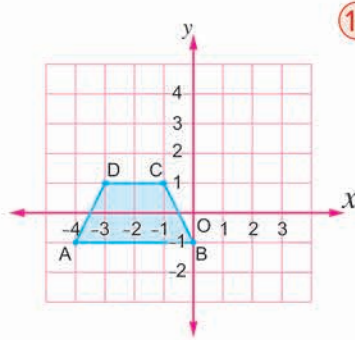
12 ما الانتقال الذي يجعل النقطة $A'(-2, 1)$ صورة النقطة $A(4, -5)$ ؟

- (أ) $(-6, 6)$ (ب) $(-6, -4)$
(ج) $(2, -4)$ (د) $(6, -6)$

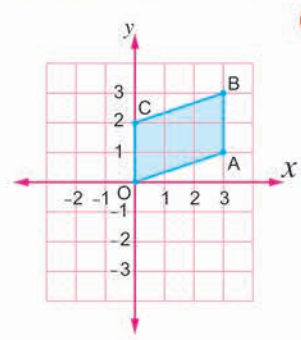
ارسم صورة كل شكل من الأشكال الآتية بالتحويلة الهندسية المذكورة أسفل الشكل :



دوران حول نقطة الأصل O
في اتجاه حركة عقارب الساعة
قياسها 90°

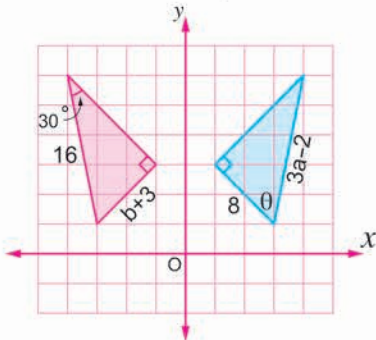


انتقال $(3, 4)$

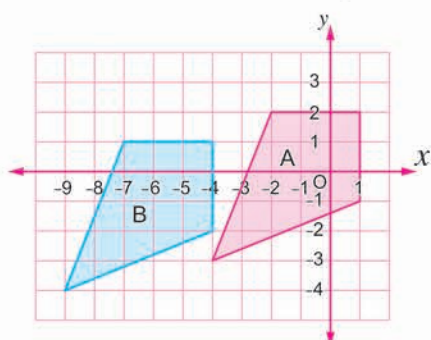


انعكاس في محور X

18 في الشكل التالي، إذا كان أحد المثلثين هو صورة للآخر بالانعكاس في محور Y ، فأوجد قيمة كل من a ، b ، θ .



17 في الشكل التالي، عيّن الانتقال الذي يجعل المضلع A صورة المضلع B .



في كل مما يأتي، النقطة وصورتها بالانعكاس في أحد محوري الإحداثيات، حدد ما إذا كان الانعكاس في محور X أم في محور Y :

$$M(7, -9) \rightarrow M'(7, 9) \quad (20)$$

$$C(0, 5) \rightarrow C'(0, 5) \quad (22)$$

$$F(5, -6) \rightarrow F'(-5, -6) \quad (19)$$

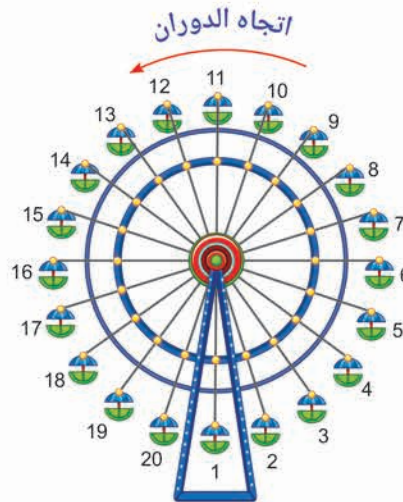
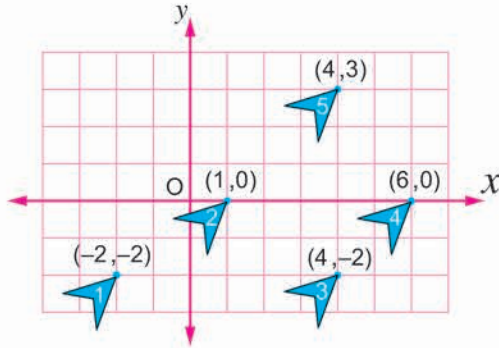
$$N(-3, 0) \rightarrow N'(-3, 0) \quad (21)$$

23 ارسم ΔABC حيث $A(-6, 6)$ ، $B(-2, 2)$ ، $C(4, 1)$ ، ثم ارسم صورته بكل من التحويلات الآتية:

① بالدوران $R(O, -90^\circ)$ ② بالدوران $R(O, 90^\circ)$

③ بالانعكاس في محور y ④ بالانتقال $(x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$

24 أوجد صورة المضلع $ABCD$ حيث $A(4, -1)$ ، $B(6, -3)$ ، $C(9, -4)$ ، $D(7, 1)$ بالدوران $R(O, -270^\circ)$.



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً

25 رسوم متحركة : تُستخدم التحويلات الهندسية المختلفة

في إنتاج الرسوم المتحركة.

الرسم البياني المقابل يمثل حركة أحد الأشكال في مواضع مختلفة مع إحداثيات الموضع.

① أوجد الانتقال الذي يجعل الشكل 5 صورة للشكل 1

② أوجد الانتقال الذي يجعل الشكل 4 صورة للشكل 1

③ أوجد الانتقال الذي يجعل الشكل 3 صورة للشكل 2

26 ترفيه :

العجلة الدوارة المرسومة تحمل 20 عربة

① أوجد قياس زاوية الدوران إذا تم نقل المقعد 1 إلى موضع المقعد 5؟

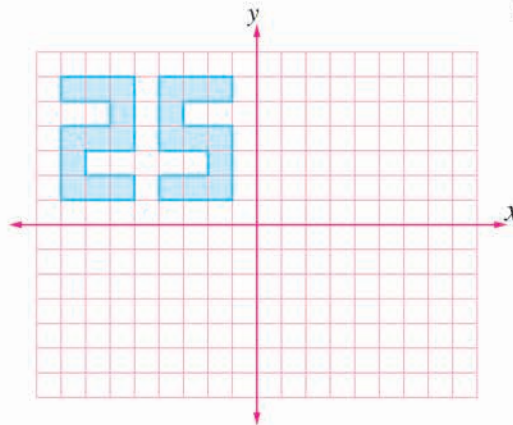
② إذا دار المقعد 1 بزاوية قياسها 144° ، فأوجد رقم المقعد الذي يشغله الآن.



تفكير إبداعي

27 في الشكل التالي، إذا كانت صورة العدد 25 بالانعكاس في محور y هي A ، وصورته بالانعكاس في محور x هي B ،

فما قيمة $\sqrt[3]{B-A}$ ؟

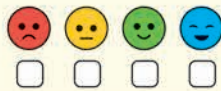


قيم فهمك!

ما مدى فهمك للتحويلات

الهندسية؟

ضع علامة في المربع المناسب





تركيب التحويلات الهندسية

(Composite of Geometrical Transformations)

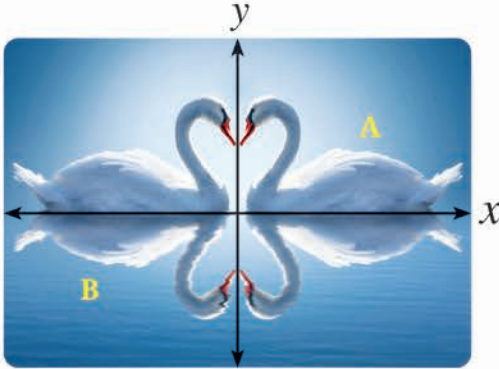
الدرس 3 - 4



استعد!

تمتزج الرياضيات بالفنون والتصميمات، وقد استخدمت الزخارف الهندسية في أشكال متعددة في الفن والعمارة الإسلامية. أمامك أحد التصميمات الجميلة من العمارة الإسلامية، هل يمكنك تحديد التحويلات الهندسية المستخدمة في عمل هذا التصميم؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم كيفية عمل تركيبات بسيطة للتحويلات الهندسية (الانعكاس، والانتقال، والدوران)، مما سيمكنك من الإجابة عن مثل هذا السؤال.



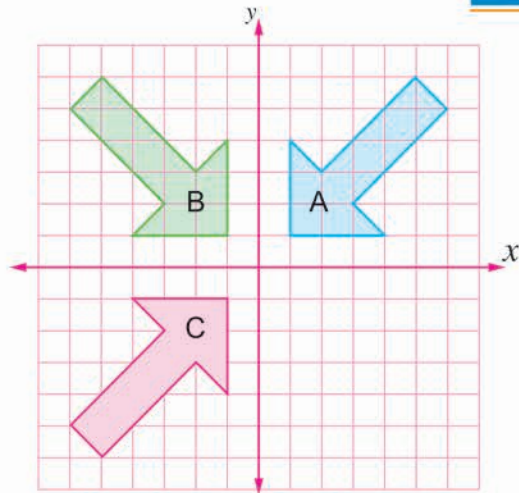
فكر وناقش!

في الصورة التي أمامك، ما التحويل أو التحويلات الهندسية التي تتم على الطائر A لتصبح صورته الطائر B؟



تعلم!

تركيب التحويلات الهندسية



هو إجراء تحويلات هندسية متتابة على شكل هندسي، وفي بعض الأحيان يمكن وصف الشكل الهندسي الناتج من التركيب بتحويل هندسي واحد مكافئ لهذا التركيب.

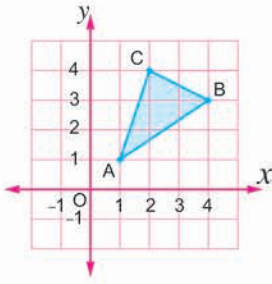
فمثلاً: السهم C هو صورة السهم A بالانعكاس في محور y متبوعاً بالانعكاس في محور x .

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم تركيب التحويلات الهندسية.
- ترسم صورة شكل هندسي بتركيب انعكاسين على محوري الإحداثيات.
- ترسم صورة شكل هندسي بتركيب انتقالين في النظام الإحداثي.
- ترسم صورة شكل هندسي بتركيب دورانين في النظام الإحداثي.

■ المفردات

- تركيب التحويلات
Composite Transformations
- يكافئ
Equivalent



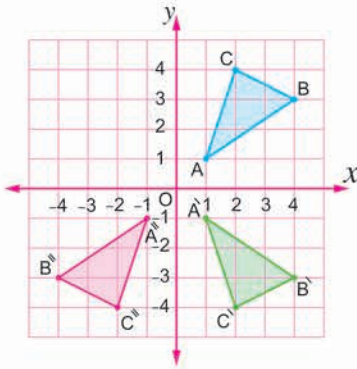
مثال 1

ارسم صورة المثلث ΔABC بالانعكاس في محور X
ثم ارسم صورة $\Delta A'B'C'$ بالانعكاس في محور Y

$A(1, 1)$ بالانعكاس في محور $X \rightarrow A'(1, -1)$ بالانعكاس في محور $Y \rightarrow A''(-1, -1)$

$B(4, 3)$ بالانعكاس في محور $X \rightarrow B'(4, -3)$ بالانعكاس في محور $Y \rightarrow B''(-4, -3)$

$C(2, 4)$ بالانعكاس في محور $X \rightarrow C'(2, -4)$ بالانعكاس في محور $Y \rightarrow C''(-2, -4)$



ارسم صورة المثلث ΔABC بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y

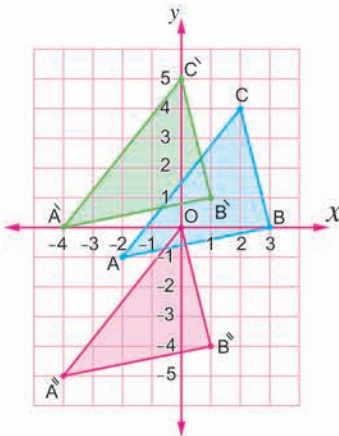
مثال 2

ارسم ΔABC حيث $C(2, 4)$ ، $B(3, 0)$ ، $A(-2, -1)$
ثم ارسم صورته بالانتقال $(-2, 1)$ متبوعاً بالانتقال $(0, -5)$.

$A(-2, -1)$ بالانتقال $(-2, 1) \rightarrow A'(-4, 0)$ بالانتقال $(0, -5) \rightarrow A''(-4, -5)$

$B(3, 0)$ بالانتقال $(-2, 1) \rightarrow B'(1, 1)$ بالانتقال $(0, -5) \rightarrow B''(1, -4)$

$C(2, 4)$ بالانتقال $(-2, 1) \rightarrow C'(0, 5)$ بالانتقال $(0, -5) \rightarrow O(0, 0)$



$\therefore$ صورة ΔABC بالانتقال $(-2, 1)$ متبوعاً بالانتقال $(0, -5)$

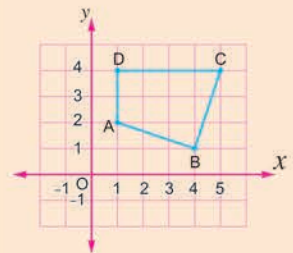
تقييم ذاتي ①

ارسم صورة المثلث ABC حيث $B(-1, 1)$ ، $A(-3, 2)$ ، $C(-1, 4)$
بالانعكاس في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X

تفكير ناقد

- ما التحويل الهندسي الذي يكافئ الانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y ؟
- ما صورة شكل هندسي بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس مرة أخرى في محور X ؟

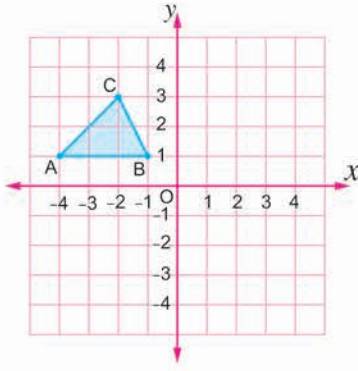
تقييم ذاتي ②



انسخ المضلع $ABCD$ على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالانتقال $(1, -2)$ متبوعاً بالانتقال $(-6, 6)$.

تفكير ناقد

- ما التحويل الهندسي الذي يكافئ انتقالاً (a, b) متبوعاً بالانتقال (c, d) ؟

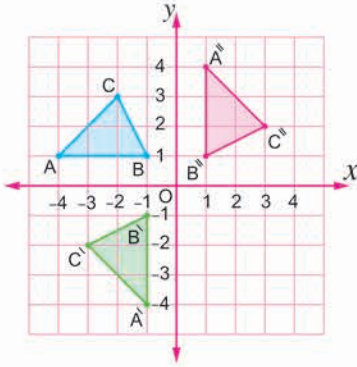


مثال 3

ارسم صورة المثلث ABC بالدوران $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بدوران $R(O, 180^\circ)$

$$\begin{aligned} A(-4, 1) &\xrightarrow{R(O, 90^\circ)} A'(-1, -4) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} A''(1, 4) \\ B(-1, 1) &\xrightarrow{R(O, 90^\circ)} B'(-1, -1) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} B''(1, 1) \\ C(-2, 3) &\xrightarrow{R(O, 90^\circ)} C'(-3, -2) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} C''(3, 2) \end{aligned}$$



$\Delta A''B''C''$ صورة ΔABC

بالدوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعاً

بدوران $R(O, 180^\circ)$

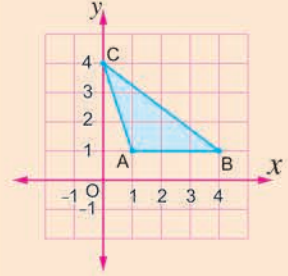
تقييم ذاتي 3

انسخ المثلث ABC على ورق

المربعات، ثم ارسم صورته

بالدوران $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بدوران $R(O, 90^\circ)$.



تفكير ناقد

ما التحويل الهندسي الذي

يكافئ الدوران $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بدوران $R(O, 180^\circ)$ ؟



تقييم الدرس



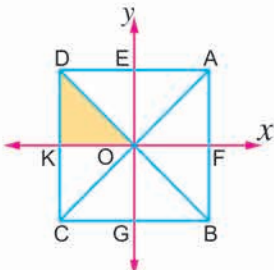
قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

2 ما التحويل الهندسي الذي يكافئ انتقالاً $(1, 3)$ متبوعاً بانتقال $(0, 2)$ ؟

- (أ) انتقال $(1, 5)$ (ب) انتقال $(-1, -1)$
(ج) انتقال $(1, 1)$ (د) انتقال $(0, 5)$



1 ما التحويل الهندسي الذي يكافئ الانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y ؟

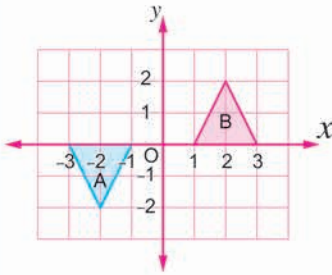
- (أ) دوران $R(O, 90^\circ)$ (ب) دوران $R(O, 180^\circ)$
(ج) دوران $R(O, 360^\circ)$ (د) دوران $R(O, 270^\circ)$

3 في الشكل المقابل :

ما صورة ΔDKO بالانعكاس في محور X متبوعاً

بالانعكاس في محور Y ؟

- (أ) ΔBFO (ب) ΔCKO (ج) ΔAFO (د) ΔBGO



4 في الشكل المقابل :

أى من التحويلات التالية تجعل المثلث B صورة المثلث A ؟

(أ) انتقال مقداره 4 وحدات لليمين يتبعه انتقال وحدتين لأعلى

(ب) انعكاس في محور y ، يتبعه انعكاس في محور x

(ج) دوران $R(O, 180^\circ)$ ، يتبعه الدوران $R(O, 180^\circ)$

(د) دوران $R(O, 90^\circ)$ ، يتبعه الدوران $R(O, 180^\circ)$



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

6 ما صورة النقطة $(-3, 5)$ بالانعكاس في محور x

متبوعاً بالانعكاس في محور x مرة أخرى ؟

(أ) $(3, -5)$ (ب) $(-3, -5)$

(ج) $(-3, 5)$ (د) $(3, 5)$

5 ما صورة النقطة $(2, -3)$ بالانعكاس في محور x

متبوعاً بالانعكاس في محور y ؟

(أ) $(2, 3)$ (ب) $(-2, -3)$

(ج) $(-2, 3)$ (د) $(3, 2)$

8 ما صورة النقطة $(-1, 0)$ بالانتقال $(1, 0)$ متبوعاً

بالانتقال $(2, -3)$ ؟

(أ) $(2, -3)$ (ب) $(0, 0)$

(ج) $(1, 0)$ (د) $(-1, 0)$

7 ما صورة النقطة $(-2, 4)$ بالدوران $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بالدوران $R(O, -180^\circ)$ ؟

(أ) $(-4, 2)$ (ب) $(4, 2)$

(ج) $(-4, -2)$ (د) $(4, -2)$

9 ما صورة النقطة $(-3, 0)$ بالدوران $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بالدوران $R(O, -90^\circ)$ ؟

(أ) $(3, 0)$ (ب) $(0, 3)$

(ج) $(0, -3)$ (د) $(-3, 0)$

10 ما صورة النقطة $(-2, 3)$

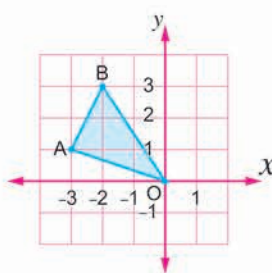
بالانتقال $(X, y) \rightarrow (X+1, y-2)$

متبوعاً بالانتقال $(-1, 2)$ ؟

(أ) $(-3, 5)$ (ب) $(0, 0)$

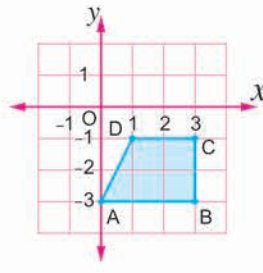
(ج) $(-4, 3)$ (د) $(-2, 3)$

انسخ كل شكل على ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالتحويلات الهندسية المذكورة أسفله :



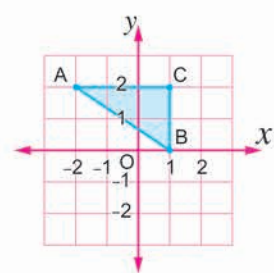
دوران $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بدوران $R(O, -180^\circ)$



انتقال $(-1, 0)$

متبوعاً بانتقال $(-1, 5)$



انعكاس في محور x

متبوعاً بالانعكاس في محور y

14 ارسم فى المستوى الإحداثى المثلث ABC حيث $C(3, 4)$ ، $B(1, 4)$ ، $A(1, 0)$

ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور X متبوعاً بالانعكاس فى محور Y

15 ارسم فى المستوى الإحداثى $\overline{AB}$ حيث $A(-1, 0)$ ، $B(0, 3)$

ثم ارسم صورة $\overline{AB}$ بالدوران $R(O, 90^\circ)$ متبوعاً بالدوران $R(O, 180^\circ)$

16 ارسم فى المستوى الإحداثى المربع ABCD حيث $D(-1, 4)$ ، $C(3, 4)$ ، $B(3, 0)$ ، $A(-1, 0)$

ثم ارسم صورته بالانتقال $(1, 0)$ متبوعاً بالانتقال $(X, Y) \longrightarrow (X - 2, Y)$

حل أحمد:

$$A(3, -4) \xrightarrow{(2, 5)} A'(5, 1) \xrightarrow{(0, -5)} A''(5, -4)$$

حل خديجة:

$$A(3, -4) \xrightarrow{(0, -5)} A'(3, -9) \xrightarrow{(2, 5)} A''(5, -4)$$

17 قام كل من أحمد وخديجة بإيجاد صورة

النقطة $A(3, -4)$ بالانتقال

$$(X, Y) \longrightarrow (X + 2, Y + 5)$$

ثم بالانتقال $(0, -5)$.

فهل كل من أحمد وخديجة اتبع الطريقة الصحيحة

فى الحل ؟ ناقش.



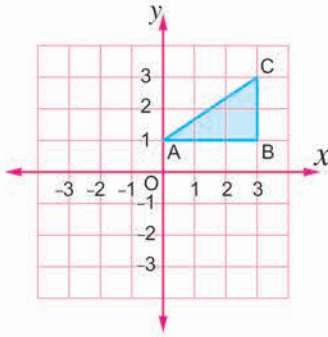
تفكير إبداعي

18 باستخدام التحويل الهندسى

$$(X, Y) \longrightarrow (-Y, X - 2)$$

أوجد صورة المثلث فى الشكل المقابل،

واذكر التركيب المستخدم فى هذا التحويل الهندسى.

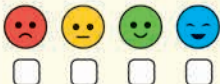


قيم فهمك!

ما مدى فهمك لتركيب

التحويلات الهندسية؟

ضع علامة فى المربع المناسب





تقييم الوحدة الثالثة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① مربع طول قطره 12 قدمًا،
فإن مساحته = قدمًا مربعًا.
(أ) 36 (ب) 72
(ج) 144 (د) 180
- ② أي مما يأتي صورة النقطة $(-5, -2)$ بالانعكاس في محور y ؟
(أ) $(2, 5)$ (ب) $(2, -5)$
(ج) $(-2, 5)$ (د) $(-5, -2)$
- ③ شبه منحرف ارتفاعه 3 سم وطول قاعدته المتوسطة 10 سم، فإن مساحته = سنتيمترًا مربعًا.
(أ) 7.5 (ب) 15 (ج) 30 (د) 60
- ④ الدوران الذي يجعل الشكل هو صورة نفسه هو دوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها
(أ) 90° (ب) -90° (ج) 180° (د) 360°

أكمل كلاً مما يأتي بالإجابة الصحيحة :

- ⑤ معين طول ضلعه 15 سم وطول قطريه 18 سم ، 24 سم فإن ارتفاعه = سم.
- ⑥ الانتقال الذي يجعل النقطة $A'(2, -3)$ صورة النقطة $A(5, -3)$ هو
شبه منحرف ارتفاعه 5 سم وطول قاعدتيه 10 سم ، 12 سم فإن مساحته = سنتيمترًا مربعًا.
- ⑧ صورة النقطة $(4, 5)$ بالانتقال $(-2, 2)$ هي

أجب عن الأسئلة الآتية :

- ⑨ ارسم زاوية قياسها 45° ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.
- ⑩ ارسم على شبكة تربيعة المثلث ABC حيث $A(1, 2)$ ، $B(1, -1)$ ، $C(5, 2)$
ثم ارسم صورته بالدوران $R(O, -90^\circ)$.
- ⑪ شبه منحرف طول قاعدتيه 6 أمتار، X أمتار، وارتفاعه 9 أمتار، ومساحته 72 مترًا مربعًا. أوجد قيمة X .
- ⑫ ارسم على شبكة تربيعة $\overline{AB}$ حيث $A(2, 1)$ ، $B(3, 5)$
ثم ارسم صورتها بالانعكاس في محور السينات متبوعًا بالانعكاس في محور الصادات.

الإنشاءات الهندسية والديكور

نشاط الوحدة الثالثة

الهدف من النشاط: تعميق فهم وتنمية مهارات الطلاب للإنشاءات الهندسية وتوظيفها في المواقف الحياتية والخاصة بديكور إحدى الحجرات.

خطوات التنفيذ: بالتعاون مع اثنين من زملائك:

- حدد المكان المناسب لتعليق لوحة على حائط بُعده (4 متر، 3.5 متر) في حجرة بحيث تكون اللوحة في منتصف الحائط وعلى ارتفاع (2 متر) من الأرض.
- حدد الإنشاء الهندسي المناسب لتحديد مكان المسمار على ارتفاع (2 متر) من الأرض وفي منتصف الحائط.
- استخدم مقياس رسم مناسب في رسم مستطيل يمثل الحائط، ثم وضع هندسيًا خطوات تحديد موضع المسمار باستخدام الإنشاء الهندسي الذي اخترته.
- اذكر الخطوات المتبعة لتحديد موضع المسمار.



الوحدة 4

الاحتمالات

دروس الوحدة -

4-1 التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث

4-2 الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبي



تتضمن مجالات الذكاء الاصطناعي (AI) تطوير الخوارزميات والبرامج الحاسوبية التي يمكنها تحليل البيانات وعمل تنبؤات في مختلف المجالات.

◀ فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعي (AI) في تحليل البيانات الرياضية المعقدة لاستخلاص النتائج والقدرة على اتخاذ القرار بصورة دقيقة وسريعة؟

القيم

- الوعي الصحى
- احترام الآخر

- المسؤولية
- العمل

القضايا والمهارات الحياتية

- التواصل الرياضى
- اللغة والترجمة
- الثقة بالنفس
- التفكير الإبداعي



التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث (Random Experiment - Sample Space - Events)

الدرس 4 - 1



الأنشطة المدرسية

الأنشطة الرياضية

كرة القدم

الكرة الطائرة

كرة السلة

الأنشطة الفنية

الموسيقى

الرسم



استعد!

يساعد الاشتراك في الأنشطة المدرسية بشكل كبير في تطوير المهارات الاجتماعية وبناء الثقة بالنفس وتنمية الإبداع.

يوضح الجدول المقابل نوعين من الأنشطة المدرسية، أنشطة فنية وأنشطة رياضية، ما جميع الاختيارات الممكنة للاشتراك في نشاطين، أحدهما فني والآخر رياضي؟

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم التجربة العشوائية.
- تعرف مفهوم فضاء العينة.
- تعرف مفهوم الحدث وأنواعه.
- تميز بين الحدث المؤكد والحدث المستحيل والحدث الممكن.
- تستخدم مفاهيم التجربة العشوائية وفضاء العينة والأحداث في حل المشكلات.

في هذا الدرس، سوف تتعلم مفهوم التجربة العشوائية ومفهوم الحدث، وكيفية إيجاد فضاء العينة لتجربة عشوائية، مما يمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.



فكر وناقش!

■ المفردات

سحبت سمر كرة من سلة بها 3 كرات متماثلة غير معروف ألوانها دون النظر إليها

سحب مجدى كرة من سلة بها 3 كرات متماثلة ألوانها: أحمر، أخضر، أصفر دون النظر إليها

سحب سامح كرة من سلة بها 3 كرات حمراء متماثلة دون النظر إليها

- ◀ من منهم فى رأيك يمكنه معرفة اللون الممكن للكرة المسحوبة قبل سحبها؟
- ◀ من منهم يمكنه تحديد لون الكرة المسحوبة بشكل مؤكد قبل سحبها؟



تعلم!

التجربة العشوائية - فضاء العينة

التجربة العشوائية

هى كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لا نستطيع أن نحدد أيًا من هذه النواتج سوف يتحقق فعلاً عند إجرائها.

فضاء العينة (أو فضاء النواتج)

هو مجموعة كل النواتج الممكنة لحدث لتجربة عشوائية ما، ويُرمز له عادة بالرمز (S)، ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز n(S).

- التجربة العشوائية
Random Experiment
- فضاء العينة
Sample Space
- الأحداث
Events
- الحدث المؤكد
Certain Event
- الحدث المستحيل
Impossible Event
- الحدث الممكن
Possible Event



فمثلاً :

- تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر هي تجربة عشوائية لأنه:
- لا يمكنك تحديد الناتج الذي سيحدث فعلاً إلا بعد إجراء التجربة.
- يمكنك معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها، وهي ظهور صورة (H) أو ظهور كتابة (T).
ويكون فضاء العينة $S = \{H, T\}$ ، ويُكتب $S = \{H, T\}$
وعدد عناصر فضاء العينة عنصران، ويُكتب $n(S) = 2$
- تجربة اختيار بطاقة تحمل حرف (B) من مجموعة من البطاقات المتماثلة وتحمل جميعها حرف (B)، ليست تجربة عشوائية، لأنه يمكن معرفة نتيجتها بشكل مؤكد قبل إجرائها، وهي بطاقة تحمل حرف B.
- تجربة سحب كرة ملونة من صندوق به عدد من الكرات المتماثلة غير المعروف ألوانها، ليست تجربة عشوائية لأنه لا يمكن التنبؤ بلون الكرة قبل إجراء التجربة.

مثال 1

- بَيِّنْ أياً من التجارب التالية عشوائية وأياًها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية، مبيئاً عدد عناصره :
- 1 إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي.
 - 2 سحب كرة من حقيبة بها كرة حمراء وكرة زرقاء وكرة بيضاء جميعها متماثلة وملاحظة لونها.
 - 3 سحب كرة من مجموعة كرات خضراء متماثلة وملاحظة لون الكرة المسحوبة.
 - 4 سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة مرقمة من 12 إلى 18 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.
 - 5 سحب كرة مرقمة من صندوق يحتوى على مجموعة كرات متماثلة مرقمة (دون أن تعرف أرقامها) وملاحظة رقم الكرة المسحوبة.

1 تجربة عشوائية

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S) = 6$$

2 تجربة عشوائية، وبفرض أن: حمراء = R، زرقاء = B، بيضاء = W فإن:

$$S = \{R, B, W\}, n(S) = 3$$

3 ليست تجربة عشوائية.

4 تجربة عشوائية.

$$S = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}, n(S) = 7$$

5 ليست تجربة عشوائية.

■ تقييم ذاتي 1

بَيِّنْ أياً من التجارب التالية عشوائية وأياًها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية، مبيئاً عدد عناصره :

1 سحب كرة من كيس يحتوى على كرة بيضاء وكرة صفراء وكرة حمراء وكرة خضراء جميعها متماثلة وملاحظة لونها.

2 إلقاء مكعب منتظم مرة واحدة تحمل أوجهه الأعداد من 30 إلى 35، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي.

3 سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 5، وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

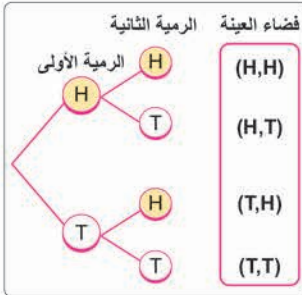
4 سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 5، وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

5 سحب بطاقة من 7 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 5، وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

مثال 2

- اكتب فضاء العينة لكل من التجريبتين العشوائيتين الآتيتين مبيّنًا عدد عناصره :
- 1 تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات.
 - 2 تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي في الرميّتين.

- 1 كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثاني هو ناتج الرمية الثانية، وحيث إن النواتج الممكنة لكل من الرميّتين الأولى والثانية هي : صورة (H) أ، كتابة (T)



فإنه يمكن استخدام الشجرة البيانية المقابلة لإيجاد عناصر فضاء العينة.

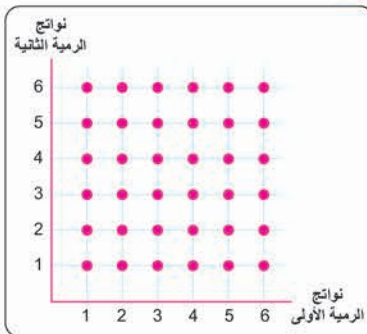
$$S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$$

$$n(S) = 4$$

◀ لاحظ أن : $(H, T) \neq (T, H)$

- 2 كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثاني هو ناتج الرمية الثانية، ويمكن تمثيل فضاء العينة (S) على صورة جدول أو هندسيًا على الشبكة البيانية كما يلي:

2 هندسيًا على الشبكة البيانية



1 على صورة جدول

الرمية الأولى الرمية الثانية	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

الأحداث

الحدث هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

وقوع الحدث يقال إن حدثًا ما قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية بعد إجرائها هو أحد عناصر المجموعة التي يتألف منها هذا الحدث.

الحدث المؤكد (S) هو حدث لا بد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

الحدث المستحيل (φ) هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

الحدث البسيط (أو الأولي) هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (S) تحتوي على عنصر واحد فقط.

الحدث الممكن هو مجموعة جزئية فعلية من فضاء العينة.

■ تقييم ذاتي 2

يقدم أحد المطاعم ثلاثة أنواع من العصير: المانجو (M) والبرتقال (O) والتفاح (A). فإذا طلب أسامة وأشرف مشروبين على الترتيب، ما جميع النواتج الممكنة لاختيارهما؟

■ لاحظ أن

- 1 فضاء نواتج تجربة إلقاء قطعتي نقود متميزتين (مختلفتين في اللون أو الشكل أو الحجم ...) معًا في آن واحد هو نفس فضاء نواتج تجربة إلقاء قطعة نقود واحدة مرتين متتاليتين.
- ويكون كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب مسقطه الأول هو وجه القطعة الأولى، ومسقطه الثاني هو وجه القطعة الثانية.

- 2 فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين هو نفسه فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد متميزين مرة واحدة.

مثال 3

إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوحظ الرقم الظاهر على الوجه العلوي، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلاً من الأحداث الآتية مبيناً أيها منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:



- 1 الحدث (A) هو حدث ظهور رقم زوجي
- 2 الحدث (B) هو حدث ظهور رقم أكبر من 1
- 3 الحدث (C) هو حدث ظهور رقم زوجي أولى
- 4 الحدث (D) هو حدث ظهور رقم أقل من 7
- 5 الحدث (E) هو حدث ظهور الرقم 8

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$C = \{2\}$$

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$$

$$E = \phi$$

فضاء العينة هو :



1

2

"حدث بسيط"

3

"حدث مؤكد"

4

"حدث مستحيل"

5

■ تقييم ذاتي 3

في تجربة اختيار عدد صحيح من بين الأعداد 2 إلى 11، اكتب فضاء العينة ثم أوجد كلاً من الأحداث الآتية مبيناً أيها منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:

- 1 حدث ظهور عدد فردي.
- 2 حدث ظهور عدد أقل من 16.
- 3 حدث ظهور عدد أقل من أو يساوي 4.
- 4 حدث ظهور العدد 6.
- 5 حدث ظهور عدد زوجي يقبل القسمة على 9.
- 6 حدث ظهور عدد مربع كامل.

مثال 4

من مجموعة الأرقام $\{3, 4, 6, 7\}$ كَوْن عدداً من رقمين مختلفين. اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ثم أوجد كلاً من الأحداث الآتية:

- 1 الحدث (A) هو حدث "رقم العشرات فردي"
- 2 الحدث (B) هو حدث "العدد يقبل القسمة على 4"
- 3 الحدث (C) هو حدث "مجموع الرقمين 10"

فضاء العينة هو :



$$S = \{34, 36, 37, 43, 46, 47, 63, 64, 67, 73, 74, 76\}$$

$$A = \{34, 36, 37, 73, 74, 76\}$$

$$B = \{36, 64, 76\}$$

$$C = \{37, 46, 64, 73\}$$

1

2

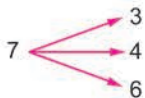
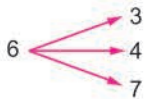
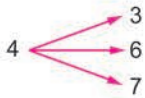
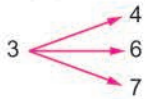
3

■ تقييم ذاتي 4

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذي يظهر على الوجه العلوي في الرميّتين، اكتب كلاً من الأحداث الآتية:

- 1 الحدث (A) هو حدث الحصول على عددين مجموعهما 8.
- 2 الحدث (B) هو حدث الحصول على عددين أكبرهما هو العدد 3.
- 3 الحدث (C) هو حدث الحصول على عددين متساويين.

رقم الأحاد رقم العشرات





تقييم الدرس



قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات :
(أ) تجربة عشوائية. (ب) ليست تجربة عشوائية.
(ج) حدث مستحيل. (د) حدث مؤكد.
- ② في تجربة اختيار أحد أرقام العدد 5742 عشوائياً، ما فضاء العينة ؟
(أ) $\{2, 4, 5\}$ (ب) $\{2, 4, 5, 7\}$
(ج) $\{57, 74, 42\}$ (د) $\{5742\}$
- ③ في تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام $\{1, 3, 4\}$ ، ما عدد عناصر الحدث الذي يعبر عن أن "العدد الناتج عدد فردي" ؟
(أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 6
- ④ في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية، ما عدد عناصر فضاء العينة ؟
(أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 16
- ⑤ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أي من الأحداث الآتية هو حدث بسيط ؟
(أ) حدث ظهور عدد أكبر من 6.
(ب) حدث ظهور عدد زوجي أولى.
(ج) حدث ظهور عدد أقل من أو يساوي 2.
(د) حدث ظهور عدد فردي أولى.



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

- ⑥ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الذي يظهر على الوجه العلوي. اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلاً من الأحداث الآتية مبيّناً أيّاً منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل:
(أ) الحدث (A) هو حدث ظهور رقم أكبر من صفر.
(ب) الحدث (B) هو حدث ظهور رقم يقبل القسمة على 3.
(ج) الحدث (C) هو حدث ظهور رقم أقل من أو يساوي 4.
(د) الحدث (D) هو حدث ظهور رقم يحقق المتباينة : $X > 5$
(هـ) الحدث (E) هو حدث ظهور رقم فردي غير أولى.
(و) الحدث (F) هو حدث ظهور رقم أكبر من 4 وأصغر من 5.
(ز) الحدث (G) هو حدث ظهور رقم ليس مربعاً كاملاً.



- ⑦ حقيبة بها 25 بطاقة متماثلة و مرقمة من 1 إلى 25، سُحبت بطاقة واحدة عشوائياً ولوحظ العدد المسجل على البطاقة المسحوبة. اكتب كلاً من الأحداث الآتية:
(أ) الحدث (A) هو حدث ظهور عدد أصغر من 4.
(ب) الحدث (B) هو حدث ظهور عدد من مضاعفات 6.
(ج) الحدث (C) هو حدث ظهور عدد فردي يقبل القسمة على 5.
(د) الحدث (D) هو حدث ظهور عدد مكعب كامل.

8) في تجربة رمى قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة نتائج ظهور الصور والكتابات.



اكتب فضاء العينة (S) ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية:

- ① الحدث (A) هو حدث "ظهور كتابة في الرمية الأولى".
- ② الحدث (B) هو حدث "ظهور كتابة في إحدى الرميتين فقط".
- ③ الحدث (C) هو حدث "ظهور نفس الشيء في الرميتين".
- ④ الحدث (D) هو حدث "عدم ظهور صورة".
- ⑤ الحدث (E) هو حدث "ظهور شيء مختلف في الرميتين".

9) ألقيت قطعة نقود منتظمة ثم حجر نرد منتظم، ولوحظ الوجه العلوي

لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوي لحجر النرد،

مثل فضاء العينة بشكل شجري، ثم أوجد الحدثين الآتيين:

- ① الحدث (A) هو حدث "ظهور كتابة وعدد زوجي".
- ② الحدث (B) هو حدث "ظهور صورة وعدد فردي".



10) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، اكتب الأحداث الآتية :

- ① الحدث (A) هو حدث "ظهور العدد 3 في الرمية الثانية".
- ② الحدث (B) هو حدث "ظهور عددين مجموعهما أكبر من أو يساوي 10".
- ③ الحدث (C) هو حدث "ظهور عددين مجموعهما 15".



احرص على قضاء إجازتك في ممارسة أنشطة مفيدة مثل: الرياضة والقراءة.



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً

11) رياضة : عند الاشتراك في أحد مراكز الشباب لممارسة الأنشطة

الرياضية خلال الإجازة الصيفية، كان فضاء العينة = {السباحة،

الاسكواش، الكرة الطائرة، التنس، ركوب الدراجات، كرة القدم}،

فإذا كان الحدث A هو اختيار إحدى ألعاب الكرة،

والحدث B هو اختيار إحدى ألعاب المضرب.

اكتب كلاً من الحدثين A ، B

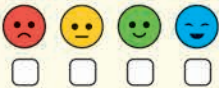


يُعد الطعام الصحي أساساً للحفاظ على صحة الجسم، فهو يعمل على تقوية الجهاز المناعي والوقاية من الأمراض.

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للتجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث؟

ضع علامة في المربع المناسب



12) تغذية : يقدم أحد المطاعم

وجبات الغداء بحيث تتكون كل

وجبة من طبق رئيسي ونوع

واحد من المقبلات.

ما الإمكانيات المختلفة لاختيار

إحدى الوجبات؟



الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي (Theoretical & Experimental Probability)

الدرس 4 - 2



استعد!

إذا قام مدرب منتخب مصر لكرة القدم بتدريب اثنين من اللاعبين على تسديد ضربات الجزاء، فقام اللاعب الأول بتسديد 12 ضربة جزاء محققاً منها 9 أهداف، بينما قام اللاعب الثاني بتسديد 15 ضربة جزاء محققاً منها 12 هدفاً، فإذا حصل الفريق على فرصة تسديد ضربة جزاء عند لعب إحدى المباريات.

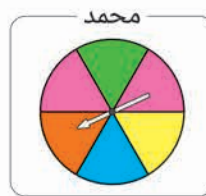
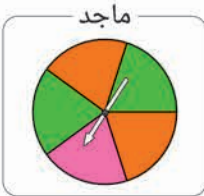
فأى من اللاعبين يختاره المدرب لينفذ ضربة الجزاء؟

في هذا الدرس سوف تتعلم مفهوم الاحتمال وكيفية إيجاد قيمته، مما يمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.



فكر وناقش!

صمم كل من محمد ومريم وماجد قرصاً دواراً للعب، كل قرص مقسم إلى قطاعات دائرية متساوية المساحة كالتالي :



يدور المؤشر في كل منهم ليقف على أحد القطاعات الملونة.

• أي من هذه الأقراص في رأيك يحقق مبدأ تكافؤ الفرص؟



تعلم!

الاحتمال النظري

الاحتمال النظري يقوم على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوي الإمكانيات، ويساوي النسبة بين عدد نواتج الحدث والعدد الكلي للنواتج.

$$\text{أى أن: احتمال وقوع أى حدث (A)} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث A}}{\text{العدد الكلي للنواتج}}$$

ويُرمز لاحتمال وقوع الحدث A بالرمز $P(A)$.

■ نواتج التعلم

- تعرف مفهوم الاحتمال النظري.
- تعرف مفهوم الاحتمال التجريبي.
- تميز بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري.
- تستخدم قوانين حساب الاحتمال في حل المسائل.

■ المفردات

- الاحتمال النظري
Theoretical Probability
- الاحتمال التجريبي
Experimental Probability

لاحظ أن :

- احتمال الحدث المستحيل يساوي الصفر. ويكتب : $P(\phi) = 0$
- احتمال الحدث المؤكد يساوي الواحد. ويكتب : $P(S) = 1$

- احتمال الحدث الممكن يقع بين الصفر والواحد الصحيح، كما هو موضح فيما يلي :



مثال 1

عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

- 1 حدث A "الحصول على عدد زوجي"
- 2 حدث B "الحصول على عدد أقل من 8"
- 3 حدث C "الحصول على عدد فردي أولى"
- 4 حدث D "الحصول على العدد 4"
- 5 حدث E "الحصول على عدد أكبر من 6"



جميع النواتج التي تظهر هي : 1، 2، 3، 4، 5، 6، وعددها يساوي 6

1. ∴ الأعداد الزوجية هي : 2، 4، 6 وعددها يساوي 3

$$\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ويمكن أن تكتب : $P(A) = \frac{1}{2}$ أو $P(A) = 0.5$ أو $P(A) = 50\%$

2. ∴ الأعداد الأقل من 8 هي : 1، 2، 3، 4، 5، 6 وعددها يساوي 6

$$\therefore P(B) = \frac{6}{6} = 1$$

ويمكن أن تكتب : $P(B) = 1$ أو $P(B) = 100\%$

3. ∴ الأعداد الفردية الأولية هي : 3، 5 وعددها يساوي 2

$$\therefore P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ويمكن أن تكتب : $P(C) = \frac{1}{3}$ أو $P(C) = 0.\bar{3}$ أو $P(C) = 33\frac{1}{3}\%$

5. ∴ لا يوجد عدد أكبر من 6،

أي أن عددها يساوي 0

$$\therefore P(E) = \frac{0}{6} = 0$$

4. ∴ العدد 4 هو عدد واحد فقط

$$\therefore P(D) = \frac{1}{6}$$

■ تقييم ذاتي 1

- سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 5 إلى 14 أوجد احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة :
- 1 عددًا فرديًا.
 - 2 عددًا زوجيًا أكبر من 9.
 - 3 عددًا أوليًا.
 - 4 عددًا أقل من 5.
 - 5 عددًا مربعًا كاملاً.

■ لاحظ أن

يمكن كتابة الاحتمال على صورة كسر اعتيادي أو كسر عشري أو نسبة مئوية.

مثال 2

ألقيت قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين ولوحت نتائج الصور والكتابات.
أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

- 1 حدث "الحصول على صورتين".
- 2 حدث "الحصول على صورة واحدة على الأقل".
- 3 حدث "الحصول على نفس الشيء في الرمييتين".
- 4 حدث "الحصول على صورة في الرمية الأولى".

✓ جميع النواتج التي تظهر هي: (T, T), (T, H), (H, T), (H, H) وعددهم 4

1 النواتج التي بها صورتان هي (H, H) وعددهم 1

$$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$$

2 النواتج التي بها صورة واحدة على الأقل هي (T, H), (H, T), (H, H) وعددهم 3

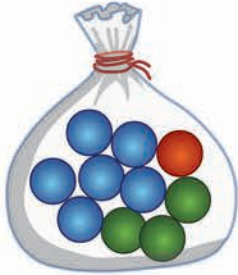
$$\therefore P(B) = \frac{3}{4}$$

3 النواتج التي بها نفس الشيء في الرمييتين هي (T, T), (H, H) وعددهم 2

$$\therefore P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

4 النواتج التي بها صورة في الرمية الأولى هي (H, H), (H, T) وعددهم 2

$$\therefore P(D) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



كيس به كرة حمراء، 6 كرات زرقاء، 3 كرات خضراء جميعها متماثلة، إذا سُحبت كرة عشوائيًا من الكيس ولُوحت لونها فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

- 1 زرقاء؟
- 2 بيضاء؟
- 3 حمراء؟
- 4 خضراء؟
- 5 زرقاء أو خضراء؟
- 6 ليست خضراء؟

✓ بفرض أن (R = حمراء)، (B = زرقاء)، (G = خضراء)، (W = بيضاء)
العدد الكلي للكرات = 1 + 6 + 3 = 10 كرات.

لاحظ أن

- كل كرة لها نفس فرصة الظهور حيث:
- ◀ R لها 1 فرصة
- ◀ B لها 6 فرص
- ◀ G لها 3 فرص

$$P(B) = \frac{6}{10} = 0.6 \quad (1)$$

$$P(W) = \frac{0}{10} = 0 \quad (2)$$

$$P(R) = \frac{1}{10} = 0.1 \quad (3)$$

$$P(G) = \frac{3}{10} = 0.3 \quad (4)$$

$$P(B \text{ أو } G) = \frac{6+3}{10} = \frac{9}{10} = 0.9 \quad (5)$$

$$P(G \text{ ليست}) = \frac{1+6}{10} = \frac{7}{10} = 0.7 \quad (6)$$

◀ حل آخر لحساب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست خضراء:

$$\therefore P(G) = 0.3$$

$$\therefore P(G \text{ ليست}) = 1 - 0.3 = 0.7$$

تقييم ذاتي 2

من مجموعة الأرقام

{2, 3, 5, 7}

كون عدد من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون:

- 1 رقم عشرات العدد أكبر من رقم الآحاد.
- 2 العدد أوليًا.
- 3 أحد الرقمين زوجيًا.

تقييم ذاتي 3

تعرض السينما مجموعة من الأفلام كالتالي:

3 فيلم كوميدى، 2 فيلم كارتون، 1 فيلم رعب، 4 فيلم اجتماعى. إذا اخترت فيلم عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الفيلم:

- 1 اجتماعيًا؟
- 2 فيلم رعب؟
- 3 كوميدياً أو اجتماعيًا؟
- 4 ليس كوميدياً؟

لاحظ أن

• مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = 1
ففى مثال 3:

$$P(B) + P(R) + P(G) = 0.6 + 0.1 + 0.3 = 1$$

• لأى حدث A يكون:

$$P(A) + P(A \text{ ليس}) = 1$$

الاحتمال التجريبي

الاحتمال التجريبي يعتمد على إجراء تجربة عملياً ثم تسجيل نتائجها ثم استخدام هذه النتائج في حساب الاحتمال كما يلي :

$$\frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث (A)}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}} = \text{الاحتمال التجريبي للحدث (A)}$$

مثال 4

إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة 100 مرة فظهرت الصورة في 41 مرة منها. أوجد الاحتمال التجريبي لظهور :

1 الصورة (H).

2 الكتابة (T).

■ لاحظ أن

في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة تجد أن الاحتمال النظري لظهور صورة $\frac{1}{2}$ (= 50 %)، وبالتالي يوجد اختلاف بين الاحتمال التجريبي لظهور صورة الموجود بالمثل المجاور (41 %) وبين الاحتمال النظري لظهور صورة (50 %)، ونلاحظ أنه كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما اقتربت قيمة الاحتمال التجريبي من قيمة الاحتمال النظري.

اللون	عدد المرات
أحمر	8
أزرق	9
أصفر	13
أخضر	9
بنفسجي	11



1 عدد مرات ظهور الصورة (H) يساوي 41 مرة
 $\therefore P(H) = \frac{41}{100} = 0.41 = 41\%$

2 عدد مرات ظهور الكتابة (T) هو:
 $100 - 41 = 59$

$\therefore P(T) = \frac{59}{100} = 0.59 = 59\%$

مثال 5

قسم قرص دوار إلى عدة قطاعات ملونة ومتساوية في المساحة فإذا أدير القرص 50 مرة وكان الجدول المقابل يوضح عدد المرات التي توقف عندها المؤشر على كل لون.

1 أوجد الاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على اللون الأصفر.

2 أوجد الاحتمال النظري لوقوف المؤشر على اللون الأصفر.

3 إذا زاد عدد مرات تدوير القرص إلى 500 مرة ماذا نتوقع عن فرصة وقوف المؤشر على اللون الأصفر؟

1 الاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على اللون الأصفر يساوي:

$$\frac{13}{50} = 0.26 = 26\%$$

2 ∴ الألوان الخمسة موزعة بالتساوي في القرص الدوار

∴ الاحتمال النظري لوقوف المؤشر على اللون الأصفر يساوي:

$$\frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

3 عند زيادة عدد مرات تدوير القرص إلى 500، نتوقع أن فرص وقوف المؤشر على اللون الأصفر تقل حتى تقترب قيمة الاحتمال التجريبي من قيمة الاحتمال النظري (20 %).

تقييم ذاتي 4

ألقى حجر نرد منتظم 150 مرة ولُوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوي وكانت نتائج ظهور الأعداد كالتالي:

العدد	عدد مرات الظهور
1	28
2	19
3	23
4	28
5	25
6	27

أوجد الاحتمال التجريبي :

1 لظهور العدد 2.

2 لعدم ظهور العدد 5.

أوجد الاحتمال النظري لظهور العدد 2.

تقييم ذاتي 5

عند سحب كرة ملونة من كيس به أربع كرات متماثلة، حمراء، خضراء، زرقاء، بيضاء، كانت النسبة المئوية لعدد مرات سحب الكرة كما بالجدول التالي :

اللون	نسبة عدد مرات السحب
أخضر	23%
أزرق	27%
أبيض	28%
أحمر	22%

1 أوجد الاحتمال التجريبي

لعدم سحب الكرة الزرقاء.

2 إذا كان عدد مرات إجراء التجربة 200 مرة، فأوجد عدد مرات سحب كرة بيضاء.

3 أوجد الاحتمال النظري لسحب الكرة الحمراء.



تقييم الدرس

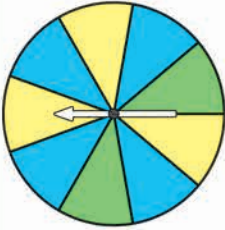


قياس المفاهيم

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① إذا كنت تفكر في شراء قلم واحد من مجموعة أقلام متماثلة تحتوي على 5 أقلام حمراء، 2 قلم أزرق، 3 أقلام سوداء، واخترت قلماً عشوائياً، ما احتمال أن يكون القلم أزرق؟
(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{5}$ (ج) $\frac{2}{15}$ (د) $\frac{1}{15}$
- ② في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 2؟
(أ) صفر (ب) $33\frac{1}{3}\%$ (ج) 50% (د) 75%
- ③ عند رمي حجر نرد منتظم 10 مرات متتالية، إذا ظهر العدد 4 مرتين على الوجه العلوي للنرد، فما الاحتمال التجريبي لعدم ظهور العدد 4؟
(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{2}{10}$ (ج) $\frac{5}{6}$ (د) $\frac{8}{10}$
- ④ إذا كان A حدثاً من تجربة عشوائية ذات فرص متساوية في الظهور، وكان احتمال الحدث A يساوي 40%، وعدد عناصر فضاء العينة 15 عنصراً، فما عدد عناصر الحدث A؟
(أ) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 10



- ⑤ لدى حمزة لعبة دوارة مقسمة إلى 9 أقسام متساوية، كما هو موضح بالشكل المقابل عندما تدور يقع المؤشر بشكل عشوائي على أحد الأقسام فما احتمال أن يقع المؤشر على اللون الأزرق أو الأصفر؟
(أ) $\frac{2}{9}$ (ب) $\frac{4}{9}$ (ج) $\frac{7}{9}$ (د) $\frac{8}{9}$



تطبيق المفاهيم العلمية

ثانياً

- ⑥ فصل دراسي به 15 طالباً، 4 منهم من ذوي الشعر الأسود، 5 من ذوي الشعر البني، 6 من ذوي الشعر الأصفر، إذا اختير طالب عشوائياً، فأوجد احتمال أن يكون الطالب :
(1) شعره أسود. (2) شعره ليس بنياً. (3) شعره أصفر أو بني.
- ⑦ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :
(1) A حدث ظهور عدد فردي. (2) B حدث ظهور عدد أكبر من 4.
(3) C حدث ظهور العدد 3. (4) D حدث ظهور عدد أقل من 7.
(5) E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة " $X \geq 2$ ". (6) F حدث ظهور أحد عوامل العدد 6.
- ⑧ إذا سُحبت بطاقة عشوائياً من بطاقات متماثلة مرقمة من 20 إلى 29، أوجد احتمال أن تحمل البطاقة عدداً :
(1) أكبر من 25. (2) أقل من 20. (3) أولياً. (4) زوجياً.
- ⑨ إذا اخترت عشوائياً عدداً واحداً من مجموعة الأعداد {13، 17، 19، 23، 29، 31}، أوجد احتمال أن يكون مجموع رقمي العدد المختار عدداً زوجياً.
- ⑩ في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {4، 5، 7}، ما احتمال كل من الأحداث الآتية :
(1) A حدث أن يكون مجموع الرقمين 9. (2) B حدث أن يكون رقم العشرات فردياً.
(3) C حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين 35. (4) D حدث أن يكون رقم العشرات = رقم الآحاد.



القراءة وسيلة لاكتساب المعرفة وتنمية الفكر وتوسيع الأفاق.



التحليل وتكامل المواد

ثالثاً

11 **ثقافة :** فى مكتبتك الشخصية لديك 12 كتاباً أدبياً ،

8 كتب تاريخية ، 10 كتب علمية.

إذا اخترت كتاباً عشوائياً، فما احتمال أن تختار كتاباً أدبياً ؟



تبنى المنافسة الشريفة على احترام قواعد اللعبة، والالتزام بالأخلاق الرياضية، واحترام المنافس.

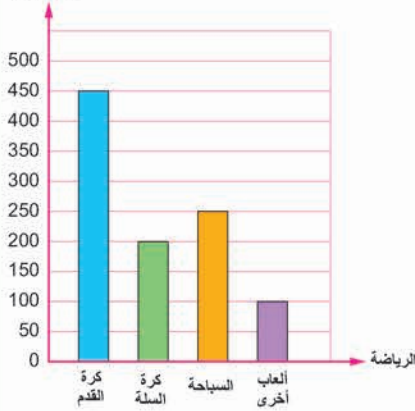
12 **رياضة :** فى تجربة اختبار لاعبين لضم أحدهما لفريق كرة السلة بأحد

الأندية، قام اللاعب الأول برمى الكرة 15 مرة ف سجل منها 6 رميات،

وقام الثانى برمى الكرة 20 مرة ف سجل منها 9 رميات.

حدد أيًا من اللاعبين يختاره المدرب بالفريق، ولماذا ؟

عدد الطلاب



13 **رياضة :** مخطط الأعمدة البيانية المقابل يوضح الألعاب الرياضية

المفضلة لدى 1000 طالب. إذا اختير طالب عشوائياً،

① ما احتمال أنه يفضل كرة السلة ؟

② ما احتمال أنه لا يفضل السباحة ؟

③ ما احتمال أنه يفضل كرة القدم ؟

14 **ترفيه وتعلم :**

يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل عدد الساعات التى يقضيها 30 طالباً فى مذاكرة دروسهم أسبوعياً.

فإذا أختير منهم طالب عشوائياً، فما احتمال أن يكون الطالب المختار :

① يقضى أكثر من 32 ساعة فى المذاكرة ؟

② يقضى أقل من 27 ساعة فى المذاكرة ؟

③ يقضى أكثر من 16 ساعة وأقل من 30 ساعة

فى المذاكرة ؟

الساق

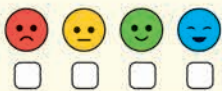
الأوراق

0	1	4	5	6	8	8	9	
1	0	0	1	1	1	6	7	8
2	0	1	2	2	3	4	5	5
3	0	1	3	4	5	6	6	

المفتاح 6 | 1 تعنى 16

قيم فهمك!

ما مدى فهمك للاختمال
النظري والاحتمال التجريبي ؟
ضع علامة فى المربع المناسب



تفكير إبداعى

15 **كيس** يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها 5 كرات بيضاء والباقى من اللون

الأحمر، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{2}{3}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.



ما مدى فهمك للوحدة الرابعة ؟
ضع علامة في المربع المناسب

تقييم الوحدة الرابعة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- (2) في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية وملاحظة الوجه العلوي، فما عدد عناصر فضاء العينة؟
(أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 16

- (1) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ما احتمال ظهور عدد أقل من 5 ؟
(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{6}$

- (4) سُحبت عشوائيًا بطاقة مكتوب عليها حرف من حروف كلمة (نورهان) فما احتمال أن يكون هذا الحرف (ن)؟
(أ) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{2}{3}$

- (3) سُحبت كرة عشوائيًا من صندوق به 35 كرة متماثلة منها 7 كرات بيضاء والباقي أحمر وأسود اللون، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء ؟
(أ) $\frac{1}{35}$ (ب) $\frac{1}{5}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{34}{35}$

أكمل كلاً مما يأتي بالإجابة الصحيحة :

- (6) صندوق يحتوي على 48 برتقالة منها 6 برتقالات تالفة فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة غير تالفة =
(8) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي، فإن حدث أن يكون مجموع العددين 5 هو

- (5) عند سحب بطاقة عشوائيًا من بين مجموعة من البطاقات المتماثلة المرقمة من 25 إلى 34، فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على البطاقة المسحوبة هو
(7) صُمم مكعب بحيث يحمل وجهان فيه الرقم 2، ووجهان الرقم 4، ووجهان الرقم 6، وألقى المكعب مرة واحدة ولُوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوي، فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي أوليًا هو

أجب عن الأسئلة الآتية :

- (9) حقيبة تحتوي على 40 بلية متماثلة فإذا سحب هاني بلية عشوائيًا ووجدها حمراء، وكان احتمال سحب بلية حمراء يساوي $\frac{3}{5}$ فأوجد عدد البلى الأحمر في الحقيبة.

- (10) لدى خالد لعبة دوارة مقسمة إلى 8 أقسام متساوية، كما هو موضح بالشكل المقابل عندما تدور يقع المؤشر بشكل عشوائي على أحد الأقسام. أوجد كلاً مما يأتي :



- (1) احتمال أن يقع المؤشر على عدد أكبر من أو يساوي 4.
(2) احتمال أن يقع المؤشر على عدد يقبل القسمة على 6.

- (11) من مجموعة الأرقام {3, 4, 5} كون عددًا من رقمين ثم أوجد احتمال كل من الحدثين الآتيين :
(1) حدث A أن يكون رقم الأحاد فرديًا.
(2) حدث B أن يكون مجموع الرقمين 8.

12 عند سحب بطاقة عشوائيًا من بين 6 بطاقات متماثلة مرسوم عليها المضلعات التالية:



أوجد احتمال أن تحمل البطاقة :

- ① مثلثًا. ② مضلعًا ليس رباعيًا. ③ مضلعًا له أكثر من ثلاثة أضلاع. ④ مضلعًا له أكثر من زاوية قائمة. ⑤ مضلعًا خماسيًا.

من الفائز المحتمل

نشاط الوحدة الرابعة

الهدف من النشاط :

تنمية مزيد من الفهم لدى الطلاب لمفهومى الاحتمال النظرى والاحتمال التجريبي، بطريقة عملية من خلال لعبة العجلة الدوارة.

خطوات التنفيذ :

بالتعاون مع (3) من زملائك، نفذ خطوات اللعبة التالية وأكمل الجدول التالى لمحاولة تحديد الفائز باللعبة:



نتيجة العجلة الدوارة				اللاعب
لاعب (1)	لاعب (2)	لاعب (3)	لاعب (4)	
				لاعب (1)
				لاعب (2)
				لاعب (3)
				لاعب (4)
				المجموع

1 يقوم كل فرد بتدوير العجلة الدوارة عدد (5 مرات) وتحديد رقم اللاعب الذى يقف عنده المؤشر.

2 استخدم العلامات التكرارية لتسجيل النتيجة بالنسبة لرقم اللاعب الناتج فى كل محاولة.

3 بالتعاون مع زملائك أجب عن الأسئلة التالية:

- ما إجمالى عدد المحاولات التى تم تنفيذها؟

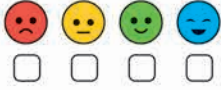
- ما نوع الاحتمال الذى تمثله هذه اللعبة ؟ الاحتمال النظرى ☐ الاحتمال التجريبي ☐

- ما احتمال توقف المؤشر عند رقم كل لاعب بناءً على النتائج المسجلة بالجدول؟

4 وفقًا لشكل العجلة الدوارة والنتائج التى تم تسجيلها فى الجدول، هل كان لأعضاء الفريق الأربعة فرص متساوية

فى الفوز؟ نعم ☐ لا ☐

المبرر:



قيم فهمك!

ما مدى فهمك لموضوعات
الصف الأول الإعدادي ؟
ضع علامة في المربع المناسب

تقييم نهائي

المجموعة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- 1 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، ما عدد مرات ظهور صورة على الأقل ؟
(أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4
- 2 $\frac{1}{4}$ العدد 4^8 هو
(أ) 4^2 (ب) 4^4 (ج) 4^6 (د) 4^7
- 3 شبه منحرف ارتفاعه 5.4 سم وطول قاعدتيه المتوازييتين 8 سم، 10 سم، فإن مساحته تساوي سنتيمترًا مربعًا.
(أ) 48.6 (ب) 54 (ج) 97.2 (د) 432
- 4 إذا كان : $0.000075 = 7.5 \times 10^n$ فما قيمة n ؟
(أ) -5 (ب) -4 (ج) 4 (د) 5
- 5 $(X^3 + X^2 + X) \div X = \dots\dots\dots$
(أ) $X^3 + X^2$ (ب) $X^2 + X$ (ج) $X^2 + X + 1$ (د) صفر
- 6 ما صورة النقطة (3, 4) بالانتقال $(X - 4, Y - 2) \rightarrow (X, Y)$ ؟
(أ) (2, 1) (ب) (1, -2) (ج) (-1, 2) (د) (-1, -2)
- 7 إذا كان : $X^3 + 124 = -1$ فما قيمة X ؟
(أ) -5 (ب) -4 (ج) 4 (د) 5
- 8 ما صورة النقطة (4, -2) بالانعكاس في محور X ؟
(أ) (-2, -4) (ب) (2, 4) (ج) (-4, 2) (د) (4, 2)
- 9 معين طول قطريه 10 سم، 15 سم، فإن مساحته تساوي سنتيمترًا مربعًا.
(أ) 37.5 (ب) 75 (ج) 150 (د) 300

المجموعة الثانية

أجب عن الأسئلة الآتية :

- 1 ارسم قطعة مستقيمة طولها 4.5 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.
- 2 اختصر لأبسط صورة : $\left(\frac{14}{15}\right)^0 - \sqrt{\frac{9}{25}} + 3\sqrt{\frac{64}{125}}$
- 3 إذا كان خارج قسمة المقدار : $(X^3 - 25X)$ على $(X + 5)$ هو $X^2 + aX$ ، فما قيمة a ؟
- 4 اختصر لأبسط صورة المقدار : $(4n + 3)(4n - 3) - (4n - 3)^2$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عند $n = -1$
- 5 ارسم على الشبكة التربيعية المستطيل ABCD الذي فيه A (1, 1)، B (3, 1)، C (3, 6)، D (1, 6)
ثم أوجد صورته بالدوران $R(O, 90^\circ)$
- 6 ما مجموعة حل المتباينة $3X - 2 \leq 4$ في N ؟
- 7 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على : (أ) عدد أكبر من 2 ؟ (ب) عدد أولى أقل من 4 ؟

الرياضيات

للفصل الأول الإعدادي
الفصل الدراسي الثاني

2025 - 2026

المقاس	وزن المتن	ألوان المتن	وزن الغلاف	ألوان الغلاف
27 × 19 سم	70 جم ورق أبيض	4 لون	180 جم كوشيه	4 لون
١٠/١/٢٢/٢/١٢/٢٠٨			رقم الكتاب	

مراجعة
أ. منال عباس أحمد عزقول
مستشار الرياضيات

د. محمد محي الدين عبد السلام
أ. سمير محمد سعادوي
أ. عماد حسن عمر الدليل

د. جلال محروس معتمد مرسي
د. أسامة عبد العظيم عبد السلام محمد
أ. أحمد إبراهيم الدسوقي هاشم

إشراف
د. أكرم حسن محمد
مساعد الوزير لشئون تطوير المناهج التعليمية
والمشرف علي الإدارة المركزية لتطوير المناهج